

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики
Кафедра вычислительной техники

Физика

Лабораторная работа №3

Определение момента инерции
крестовины при различном
расположении грузов

Выполнил: Ю. У. Салимзянов
Группа: Р3111

Преподаватель: Я. Б. Музыченко

Санкт-Петербург
2017

Цель работы

Измерить момент инерции крестовины при заданном расположении грузов на спицах относительно оси вращения.

Выполнение работы

Наименование средства измерения	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	Погрешность, Δ_u
Линейка	700 мм	1мм/дел.	-	1 мм
Секундомер	30 мин	0.2 с/дел.	-	0.2 с

Таблица 1

Определяемые величины	Количество шайб на каретке, k											
	4			3			2			1		
m, г	927			707			487			267		
t, с	4.82	4.81	4.84	5.63	5.68	5.6	6.68	6.79	6.8	9.08	9.41	9.27
$\varepsilon, \text{рад/с}^2$	2.62			1.92			1.33			0.71		
$M_H, \text{Н} \cdot \text{м}$	0.18			0.15			0.11			0.06		
Исходные данные: $H_0=0 \text{ м}; \quad h=H-H_0=0.7-H_0=0.7 \text{ м}$ $m_{\kappa}=47,0 \text{ г}; \Delta_{(u(m_{\kappa}))}=1,0 \text{ г}; m_{ш}=220,0 \text{ г}; \Delta_{(u(m_{ш}))}=1,0 \text{ г}$												

Таблица 2

Определяе мые величины	Номер риски на спице																	
	1			2			3			4			5			6		
t, с	3.62	3.65	3.7	4.27	4.3	4.4	5.07	5.02	5.02	5.98	5.93	5.9	6.76	6.65	6.66	7.41	7.46	7.6
R, м	0.067			0.092			0.117			0.142			0.167			0.192		
$R^2, м^2$	0.004			0.008			0.014			0.02			0.028			0.037		
$M_n - M_{mp}$	0,09																	
$\varepsilon, \text{рад/с}^2$	4.57			3.26			2.4			1.73			1.36			1.09		
$I, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	0,41			0,29			0,22			0,16			0,12			0,1		

Таблица 3

Теория опыта

Момент инерции вращающейся системы зависит от распределения массы относительно оси вращения. Эта зависимость имеет вид $I \sim R^2$. В данной работе R – расстояние от центра груза на спице до оси вращения. Положение груза на первой риске соответствует $R = 67 \text{ мм}$. Расстояние между рисками 25 мм.

Основное уравнение динамики вращательного движения в проекции на ось вращения для вращающейся крестовины записывается следующим образом: $M_H - M_{тр} = I\varepsilon$, (1)

где M_n – момент силы натяжения нити, вызывающей вращение; $M_{тр}$ – момент сил трения; ε – угловое ускорение, I – момент инерции системы.

Вращение крестовины вызвано поступательным движением каретки с шайбами. Это движение описывается следующим уравнением динамики: $mg - F_n = ma$, (2)

здесь m – масса каретки с шайбами, F_n – сила натяжения нити.

Сила натяжения из уравнения (2) $F_n = mg - ma$. (3)

Считая движение каретки равноускоренным, можно вычислить ускорение по формуле:

$$a = 2 \frac{h}{t^2} \quad (4)$$

Подстановка выражения (4) в формулы (3) дает

$$F_n = m \left(g - 2 \frac{h}{t^2} \right) \quad (5)$$

Соответственно момент силы натяжения $M_n = F_n r$, (6) где r – радиус ступицы.

Выражая радиус ступицы через ее диаметр $r = \frac{d}{2}$ и учитывая формулу (5), получаем

$$M_n = \frac{md}{2} \left(g - 2 \frac{h}{t^2} \right) \quad (7)$$

При отсутствии проскальзывания нити, угловое ускорение, с которым вращается система, связано с линейным ускорением через радиус r ступицы $a = \varepsilon r = \varepsilon d/2$, (8)

где d – диаметр ступицы, $d = 46,0$ мм.

Объединение формул (4) и (8) дает расчетную формулу для углового ускорения

$$\varepsilon = 4 \frac{h}{t^2 d} \quad (9)$$

Из уравнения динамики (1) вращающий момент силы натяжения

$$M_n = M_{тр} + I\varepsilon \quad (10)$$

График функции $M_n = f(\varepsilon)$ представляет собой прямую линию и показан на рис. 2.

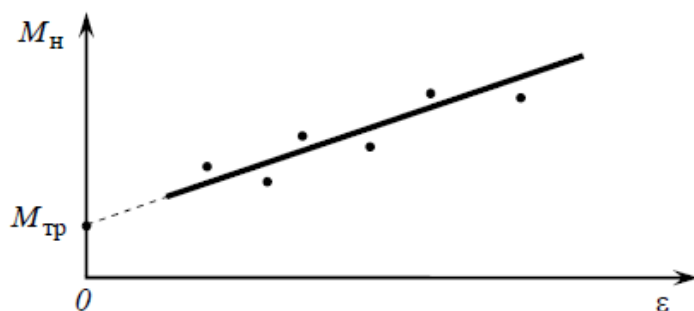


Рис. 2. Зависимость момента силы натяжения нити от углового ускорения

Обработка результатов измерений

Часть I

Измерим момент силы трения крестовины.

1. Рассчитаем массу каретки с шайбами $k=1..4$ по формуле

$m = m_k + km_{ш}$, где $m_k, m_{ш}$ – массы каретки и шайбы, значения которых приведены в табл. 2. Занесем результаты во 2 таблицу

$m_1=267$ г.; $m_2=487$ г.; $m_3=707$ г.; $m_4=927$ г.

$t_{ср4}= 4,82$ с.; $t_{ср4}= 5,64$ с.; $t_{ср4}= 6,76$ с.; $t_{ср4}= 9,25$ с.

2. Рассчитав угловое ускорение по формуле (9) и вращающий момент M_H по формуле (7), заполним таблицу 2

$$\varepsilon = 2.8/1.07 = 2.62$$

$$\varepsilon = 2.8/2.1 = 1.33$$

$$\varepsilon = 2.8/1.46 = 1.92$$

$$\varepsilon = 2.8/3.94 = 0.71$$

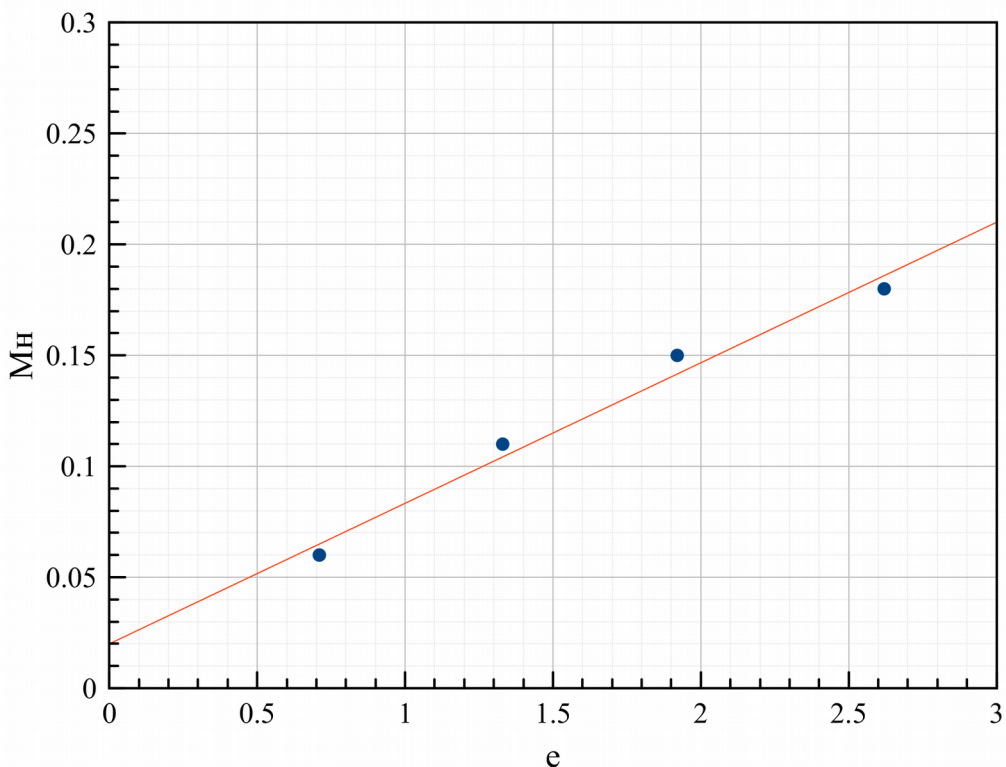
$$M_H = 0.021321/(9.8-1.22) = 0.18$$

$$M_H = 0.011201/(9.8-0.32) = 0.11$$

$$M_H = 0.016261/(9.8-0.66) = 0.15$$

$$M_H = 0.006141/(9.8-0.09) = 0.06$$

3. По результатам расчетов построим график зависимости $M_H=f(\varepsilon)$; экстраполируем полученную прямую до пересечения с осью ординат и определим момент силы трения $M_{тр}$ (см. Рис. 2); $M_{тр} = 0.02$ Н*м



Часть II

1. Рассчитаем значения R^2 и занесем результаты в таблицу 3.

2. Возьмем из табл. 2 значение момента M_H для опыта с двумя шайбами и с учетом измерений момента силы трения $M_{тр}$, запишем в таблицу 3. $M_H - M_{тр} = 0.09$ Н*м

3. Заполним последние строки табл. 3, рассчитав угловое ускорение по формуле (9) и

момент инерции по формуле $I = \frac{M_H - M_{mp}}{\varepsilon}$

$t_{cp6} = 3.65$ с.; $t_{cp5} = 4.32$ с.; $t_{cp4} = 5.04$ с.; $t_{cp3} = 5.94$ с.; $t_{cp2} = 6.69$ с.; $t_{cp1} = 7.49$ с.

$$\varepsilon = 2.8/3.65 = 4.57$$

$$I = 0.09/4.57 = 0.02$$

$$\varepsilon = 2.8/4.32 = 3.26$$

$$I = 0.09/3.26 = 0.0276$$

$$\varepsilon = 2.8/5.04 = 2.40$$

$$I = 0.09/2.40 = 0.0375$$

$$\varepsilon = 2.8/5.94 = 1.73$$

$$I = 0.09/1.73 = 0.052$$

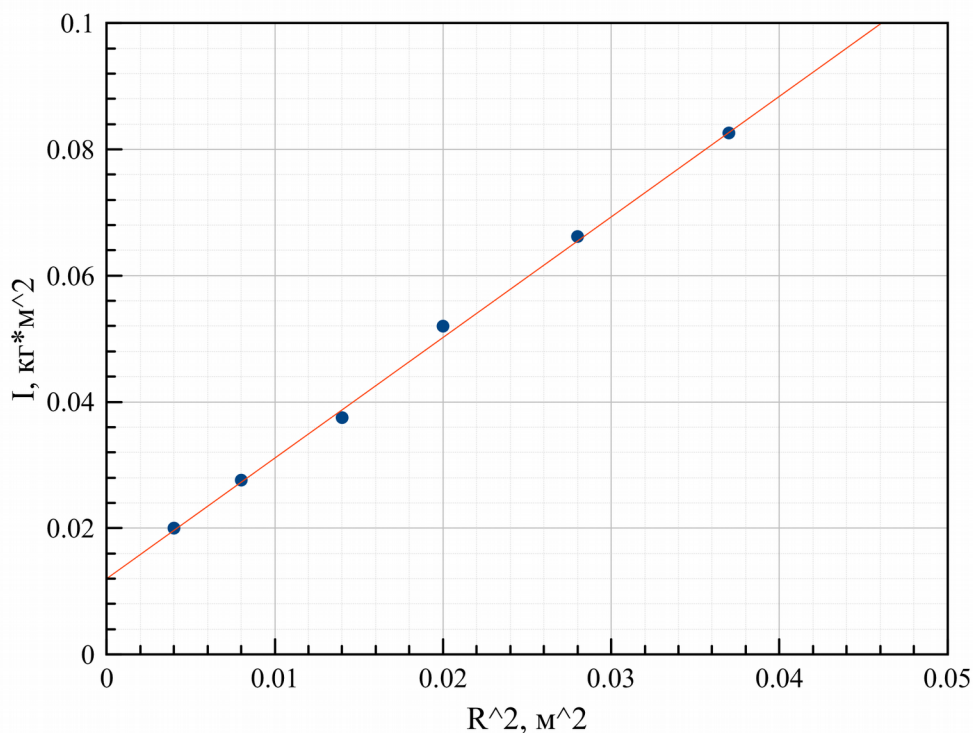
$$\varepsilon = 2.8/6.69 = 1.36$$

$$I = 0.09/1.36 = 0.0662$$

$$\varepsilon = 2.8/7.49 = 1.09$$

$$I = 0.09/1.09 = 0.0826$$

4. Построим график зависимости $I = f(R^2)$



5. Эстраполируем полученную прямую до пересечения с осью ординат и определим момент инерции ступицы со спицами $I_{ст}$. Сравним с $I_{ст,расч} = 7,0 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

$$|I_{ст} - I_{расч}| = 0.012 - 0.007 = 0.005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Вывод

Выполнив эту лабораторную работу я научился находить по графику значение момента инерции и силы, а также удостоверился в правильности подсчетов, сравнив расчетное значение момента инерции ступицы с полученным.