

# Otimização do Serviço de Embarque Remoto de um Aeroporto

ELE634 Laboratório de Sistemas II

André Costa Batista

Universidade Federal de Minas Gerais  
Escola de Engenharia  
Departamento de Engenharia Elétrica

3 de outubro de 2025

- 1 Introdução
- 2 Modelo Matemático
- 3 Restrições do Modelo
- 4 Fundamentação Teórica
- 5 Características Distintivas

- Aeroporto em operação normal com embarques/desembarques remotos
- Ônibus idênticos transportam passageiros entre portões e aviões
- Número de passageiros  $>$  capacidade do ônibus
- Necessidade de múltiplas viagens ou múltiplos ônibus
- Cada voo possui janelas de tempo específicas

**Objetivo: Minimizar a distância total percorrida**

# Conceito de Requisições

## Definição

Cada voo é desmembrado em um conjunto de **requisições**

## Exemplo

- Voo com 150 passageiros
- Ônibus com capacidade para 50 passageiros
- Resultado: 3 requisições necessárias

## Características das Requisições

- Cada requisição: coleta + entrega (acopladas)
- Janelas de tempo específicas para cada requisição
- Ordem dos embarques/desembarques deve ser respeitada

- **Garagem central:** Todos os ônibus partem da garagem
- **Fim de viagem:** Volta obrigatória para a garagem após completar requisições
- **Limite de tempo:** Tempo máximo por viagem
- **Múltiplas viagens:** Ônibus pode fazer várias viagens por dia
- **Pares acoplados:** Coleta e entrega pela mesma unidade

## Classificação na Literatura

- **PDPTW:** Pickup and Delivery Problem with Time Windows
- **DARP:** Dial-a-Ride Problem (pares acoplados)
- Problema de múltiplas viagens com limite de tempo

## Área de Pesquisa

- **Otimização**
- **Pesquisa Operacional**
- **Roteamento de Veículos**
- **Problemas de Coleta e Entrega**
- **Múltiplas Viagens**

## Diferencial do Problema

Combinação única de características: pares acoplados, múltiplas viagens, janelas de tempo e limite de tempo

# Conjuntos do Modelo

- $N = \{1, 2, \dots, n\}$ : Conjunto de requisições
- $C = \{1, 2, \dots, n\}$ : Pontos de coleta
- $E = \{n + 1, n + 2, \dots, 2n\}$ : Pontos de entrega
- $V = \{1, 2, \dots, r\}$ : Conjunto das viagens
- $K = \{1, 2, \dots, m\}$ : Conjunto de ônibus disponíveis
- $N_0 = N \cup \{0\}$ : Requisições + garagem (nó 0)

## Observação

Para cada requisição  $i \in N$ , o ponto de coleta é  $i$  e o ponto de entrega é  $i + n$

# Parâmetros Principais

- $d_{ij}$ : Distância entre pontos  $i$  e  $j$
- $D_{ij}$ : Distância entre requisições  $i$  e  $j$

$$D_{ij} = d_{i,i+n} + d_{i+n,j}$$

- $c_{ij} = D_{ij}$ : Custo (distância) entre requisições
- $s_i$ : Duração de serviço na requisição  $i$
- $t_{ij}$ : Tempo de viagem entre pontos  $i$  e  $j$
- $T_{ij}$ : Tempo de viagem entre requisições  $i$  e  $j$

$$T_{ij} = s_i + t_{i,i+1} + t_{i+1,j}$$

- $e_i, l_i$ : Janela de tempo da requisição  $i$
- $T^{\max}$ : Tempo máximo permitido por viagem



- $x_{ijvk} \in \{0, 1\}$ : Ônibus  $k$  viaja da requisição  $i$  para  $j$  na viagem  $v$
- $B_{ivk} \geq 0$ : Instante de início do serviço na requisição  $i$  pelo ônibus  $k$  na viagem  $v$
- $y_{vk} \in \{0, 1\}$ : Ônibus  $k$  realiza a viagem  $v$

## Função Objetivo

Minimizar a distância total percorrida:

$$\min Z = \sum_{k \in K} \sum_{v \in V} \sum_{\substack{i \in N_0 \\ i \neq j}} \sum_{j \in N_0} c_{ij} x_{ijvk}$$

## Atendimento das Requisições

Cada requisição deve ser realizada exatamente uma vez:

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} \sum_{\substack{i \in N_0, \\ i \neq j}} x_{ijvk} = 1, \quad \forall j \in N$$

## Conservação de Fluxo

O fluxo é conservado em cada nó:

$$\sum_{\substack{i \in N_0, \\ i \neq j}} x_{ijvk} - \sum_{\substack{i \in N_0, \\ i \neq j}} x_{jivk} = 0, \quad \forall j \in N, \forall v \in V, \forall k \in K$$

## Início e Fim de Cada Viagem

Cada viagem deve começar e terminar no depósito:

$$\sum_{j \in N} x_{0jvk} = y_{vk} \quad \forall k \in K, \forall v \in V \quad (1)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i0vk} = y_{vk} \quad \forall k \in K, \forall v \in V \quad (2)$$

## Sequência de Viagens

Viagem  $v$  só pode ser usada se  $v - 1$  também for:

$$y_{vk} \leq y_{v-1,k} \quad \forall k \in K, \forall v \in V, v > 1$$

## Janela de Tempo da Coleta

$$e_i \sum_{j \in N_0} x_{jivk} \leq B_{ivk} \leq l_i \sum_{j \in N_0} x_{jivk}, \quad \forall i \in N, \forall v \in V, \forall k \in K$$

## Sequência Temporal (Intra-viagem)

$$B_{ivk} + s_i + T_{ij} - M(1 - x_{ijvk}) \leq B_{jvk}, \quad \forall i \in N, j \in N_0, i \neq j, v \in V, k \in K$$

$$s_0 + T_{0i} - M(1 - x_{0i1k}) \leq B_{i1k}, \quad \forall i \in N, k \in K$$

## Sequência Temporal (Inter-viagem)

$$B_{0,v-1,k} + s_0 + T_{0i} - M(1 - x_{0ivk}) \leq B_{ivk}$$

$$\forall i \in N, v \in V, v > 1, k \in K$$

# Restrições de Tempo e Domínio

## Limite de Tempo por Viagem

O tempo total de uma viagem não pode exceder o limite máximo. Uma viagem começa no instante que o ônibus realiza a preparação para sair da garagem e termina quando o ônibus retorna à garagem:

$$B_{0vk} - B_{ivk} + s_0 + T_{0i} - M(1 - x_{0ivk}) \leq T^{\max}_{y_{vk}}, \quad \forall i \in N, \forall v \in V, k \in K$$

## Domínio das Variáveis

$$x_{ijvk} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in N_0, \forall v \in V, k \in K \quad (3)$$

$$y_{vk} \in \{0, 1\}, \quad \forall v \in V, k \in K \quad (4)$$

$$B_{ivk} \geq 0, \quad \forall i \in N, v \in V, k \in K \quad (5)$$

## Literatura Base

- **Savelsbergh & Sol (1995)**: Fundamentos do problema geral de coleta e entrega
- **Parragh et al. (2008)**: Survey abrangente sobre PDPTW
- **Cordeau & Laporte (2007)**: Modelos e algoritmos para DARP
- **Cattaruzza et al. (2016)**: Múltiplas viagens com janelas de tempo
- **Molenbruch et al. (2017)**: Tipologia e revisão para dial-a-ride

## Contribuição

Adaptação e combinação de técnicas estabelecidas para o contexto específico de embarque remoto em aeroportos

# Aspectos Únicos do Modelo

- **Retorno obrigatório:** Ônibus devem retornar à garagem após cada viagem
- **Pares acoplados:** Coleta e entrega da mesma requisição pelo mesmo ônibus
- **Janelas de tempo:** Embarques/desembarques têm horários específicos
- **Múltiplas viagens:** Mesmo ônibus pode fazer várias viagens
- **Limite de tempo:** Restrição de tempo máximo por viagem
- **Múltiplas requisições por voo:** Desmembramento baseado na capacidade

## Complexidade

Assim como o Problema de Roteamento de Veículos é NP-Completo, este problema também é NP-Completo devido à sua natureza combinatória e às restrições envolvidas.

## Outras Aplicações Potenciais

- Otimização de operações aeroportuárias
- Sistemas de transporte público
- Logística de distribuição urbana
- Serviços de transporte sob demanda

## Extensões Possíveis da Formulação

- Diferentes tipos de aeronaves (capacidades variadas)
- Ônibus com capacidades distintas
- Múltiplos depósitos de reabastecimento
- Restrições de manutenção programada
- Consideração de custos de combustível