

# 第六章

## 定积分的应用

利用元素法解决:

定积分在几何上的应用

定积分在物理上的应用



## 第一节

## 定积分的元素法

一、什么问题可以用定积分解决？

二、如何应用定积分解决问题？



# 一、什么问题可以用定积分解决？

- 1) 所求量  $U$  是与区间  $[a, b]$  上的某分布  $f(x)$  有关的一个整体量；
- 2)  $U$  对区间  $[a, b]$  具有可加性，即可通过

**“分割, 近似, 求和, 取极限”**

表示为 
$$U = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

---

定积分定义 
$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$



## 二、如何应用定积分解决问题？

**第一步** 根据问题的具体情况，选取一个变量例如  $x$  为积分变量，并确定它的变化区间  $[a,b]$

**第二步** 利用“化整为零，以常代变” 求出局部量的近似值

—— 微分表达式  $dU = f(x)dx$       微元素

在  $[a,b]$  上取微区间  $[x, x+dx]$ ，求出相应于这个微区间的部分量  $\Delta U$  的近似值

$$\Delta U = f(x)\Delta x + o(\Delta x)$$

**第三步** 利用“积零为整，无限累加” 求出整体量的精确值

—— 积分表达式  $U = \int_a^b f(x) dx$



这种分析方法称为**元素法** (或**微元分析法**)

元素的几何形状常取为: 条, 带, 段, 环, 扇, 片, 壳 等

