Лабораторная работа №8. Модель конкуренции двух фирм.

Вариант №28

Евдокимов Иван Андреевич. НФИбд-01-20

Содержание

Список иллюстраций

1 Цель работы

1.1 Цель лабораторной работы:

Изучить модель конкуренции для двух фирм и в двух случаях. Построить графики с помощью представленных уравнений, описивающих случаи.

2 Задание[1]

2.1 Задания лабораторной работы:

1. Изучить модель конкуренции двух фирм
2. Изучить случаи представленные в варианте
3. Построить графики изменения оборотных средств в двух случаях

3 Ход выполнения лабораторной работы:

3.1 Теоретические сведения[2]:

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

N - число потребителей производимого продукта.

S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

M – оборотные средства предприятия

τ - длительность производственного цикла

p - рыночная цена товара

$\widetilde{p}$ - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

δ - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

k - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

$Q(S/p)$ – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k\frac{p}{S} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}})$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p = p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_{cr} = Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть, $Q(S/p) = 0$ при $p \geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}))$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ. При заданном M уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

равновесное значение цены p равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau}(\frac{p}{p_{cr}} - 1) - M^2(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}})^2\frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию $dM/dt = 0$

$$\widetilde{M_{1,2}} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}), b = kNq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае $a^2 < 4b$) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, $b << a^2$) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

При $b << a$ стационарные значения M равны

$$\widetilde{M_+} = Nq\frac{\tau}{\delta}(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}})\tilde{p}, \widetilde{M_-} = k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}$$

Первое состояние $\widetilde{M_+}$ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние $\widetilde{M_-}$ неустойчиво, так, что при $M < \widetilde{M_-}$ оборотные средства падают ($dM/dt < 0$), то есть, фирма идет к банкротству.

По смыслу $\widetilde{M_-}$ соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ. Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: $\delta = 1$, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

4 Задача[1]

4.1 Условие задачи:

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a1}{c1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2\widetilde{p}_1^2Nq}$$

$$a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2\widetilde{p}_2^2Nq}$$

$$b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$$

$$c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

также введена нормировка $t = c_1 \Theta$

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.00018) M_1 M_2 - \frac{a1}{c1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

4.2 Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$M_0^1 = 8 \; M_0^2 = 9$$

$$p_{cr} = 35 \; N = 93 \; q = 1$$

$$\tau_1 = 35 \; \tau_2 = 30$$

$$\tilde{p}_1 = 13.3 \, \tilde{p}_2 = 14.5$$

5 Код программы

5.1 Код программы на Julia общий: [3]

```
# Вариант 28
using Plots
using DifferentialEquations

Pcr = 35
t1, t2 = 35, 30
p1, p2 = 13.3, 14.5
N = 93
q = 1
M1, M2 = 8, 9
a1 = Pcr / (t1*t1*p1*p1*N*q);
a2 = Pcr / (t2*t2*p2*p2*N*q);
b = Pcr / (t1*t1*t2*t2*p1*p1*p2*p2*N*q);
c1 = (Pcr - p1) / (t1*p1);
c2 = (Pcr - p2) / (t2*p2);
d = 0.00018

function fn_1(du, u, p, t)
    du[1] = u[1]-(b/c1)*u[1]*u[2]-(a1/c1)*u[1]*u[1]
    du[2] = (c2/c1)*u[2]-(b/c1)*u[1]*u[2]-(a2/c1)*u[2]*u[2]
```

```
end

function fn_2(du, u, p, t)
    du[1] = u[1]-(b/c1+d)*u[1]*u[2]-(a1/c1)*u[1]*u[1]
    du[2] = (c2/c1)*u[2]-(b/c1)*u[1]*u[2]-(a2/c1)*u[2]*u[2]
end

v0 = [M1,M2]
tspan = (0, 20)
prob = ODEProblem(fn_1, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.01)
m1 = [u[1] for u in sol.u]
m2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt1 = plot(
  dpi=300,
  title="Случай 1",
  legend=false)

plot!(
  plt1,
  T,
  m1,
  color=:blue)

plot!(
  plt1,
  T,
```

```
  m2,
  color=:red)



v0 = [M1,M2]
tspan = (0, 20)
prob = ODEProblem(fn_2, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.01)
m3 = [u[1] for u in sol.u]
m4 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt2 = plot(
  dpi=300,
  title="Случай 2",
  legend=false)

plot!(
  plt2,
  T,
  m3,
  color=:blue)

plot!(
  plt2,
  T,
  m4,
  color=:red)
```

```
savefig(plt1, "Z:/PETON/mm8/lab08_1.png")
savefig(plt2, "Z:/PETON/mm8/lab08_2.png")
```

5.2 Код программы на OpenModelica:

```
model laba_8_1

parameter Real p_cr = 35;
parameter Real t1 = 35;
parameter Real p1 = 13.3;
parameter Real t2 = 30;
parameter Real p2 = 14.5;
parameter Real N = 93;
parameter Real q = 1;

parameter Real a1 = p_cr/(t1*t1*p1*p1*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(t2*t2*p2*p2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(t1*t1*t2*t2*p1*p1*p2*p2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(t1*p1);
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(t2*p2);

parameter Real d = 0.00018;

Real M1(start=8);
Real M2(start=9);

equation
```

```
der(M1) = M1-(b/c1)*M1*M2-(a1/c1)*M1*M1;
der(M2) = (c2/c1)*M2-(b/c1)*M1*M2-(a2/c1)*M2*M2;



  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=20, Tolerance=1e-
6, Interval=0.01));

end laba_8_1;

model laba_8_2

parameter Real p_cr = 35;
parameter Real t1 = 35;
parameter Real p1 = 13.3;
parameter Real t2 = 30;
parameter Real p2 = 14.5;
parameter Real N = 93;
parameter Real q = 1;

parameter Real a1 = p_cr/(t1*t1*p1*p1*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(t2*t2*p2*p2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(t1*t1*t2*t2*p1*p1*p2*p2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(t1*p1);
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(t2*p2);

parameter Real d = 0.00018;

Real M1(start=8);
```

```
Real M2(start=9);

equation

der(M1) = M1-(b/c1+d)*M1*M2-(a1/c1)*M1*M1;
der(M2) = (c2/c1)*M2-(b/c1)*M1*M2-(a2/c1)*M2*M2;



  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=20, Tolerance=1e-
6, Interval=0.01));

end laba_8_2;
```

6 Результаты работы

6.1 Результаты работы на Julia:

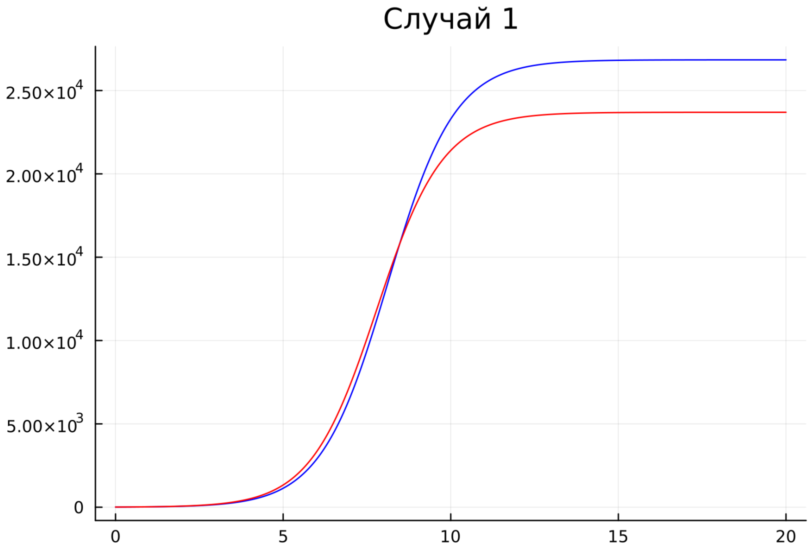

Рис. 6.1: Графики на Julia в случае 1

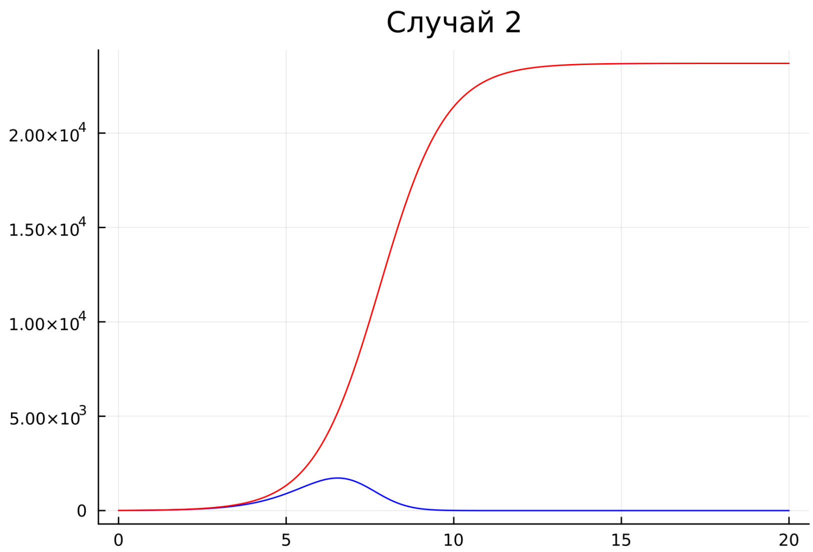

Рис. 6.2: Графики на Julia в случае 2

6.2 Результаты работы на OpenModelica:

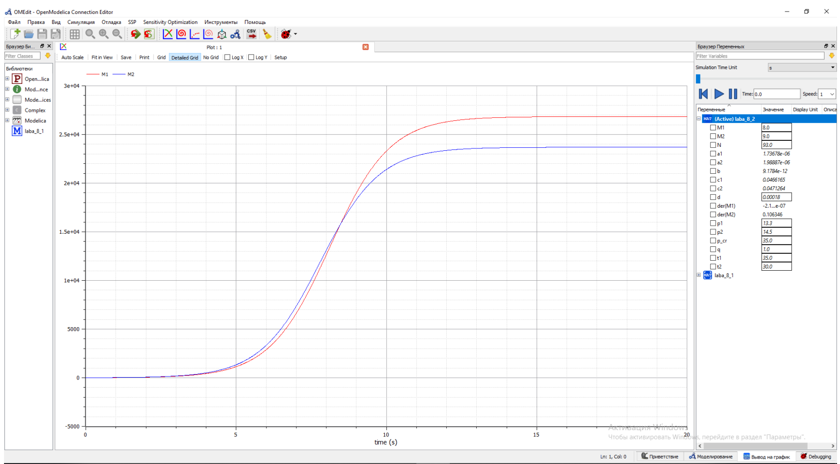

Рис. 6.3: Графики на OpenModelica в случае 1

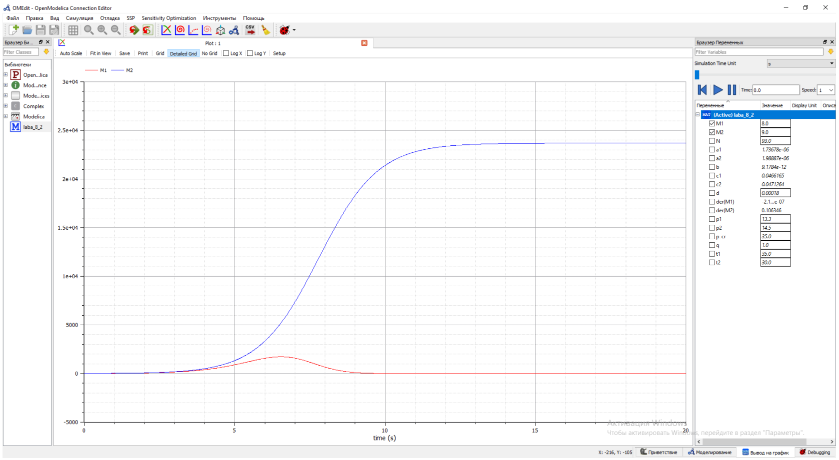

Рис. 6.4: Графики на OpenModelica в случае 2

7 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель конкуренции и построены графики для двух фирм в двух случаях.

Список литературы

1. Задания к лабораторной работе №8 (по вариантам) [Электронный ресурс]. RUDN, 2023. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971673/mod_resource/content/2/%D0%97%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5%20%D0%BA%20%D0%BB%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%BE%D0%B9%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B5%20%E2%84%96%207.pdf.
2. Лабораторная работа №8 [Электронный ресурс]. RUDN, 2023. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971672/mod_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%207.pdf.
3. DifferentialEquations.jl: Efficient Differential Equation Solving in Julia [Электронный ресурс]. 2023. URL: https://docs.sciml.ai/DiffEqDocs/stable/.