

Лабораторная работа №3. Модель боевых действий.

Вариант №28

Евдокимов Иван Андреевич. НФИбд-01-20

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание [1]	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
3.1	Теоретические сведения [2]	7
3.2	Модель боевых действий между регулярными войсками описывается как:	8
3.3	Теоретические сведения:	8
3.4	Модель боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами описывается как:	8
3.5	Модель простейший боевых действий:	8
3.6	Это - жесткая модель, которая допускает точное решение	9
3.7	Вывод из модели:	9
3.8	Рассмотрим первый случай:	9
3.9	Рассмотрим второй случай:	10
3.10	Задача.	10
3.10.1	Условие:	10
3.11	Случай 1. Модель боевых действий между регулярными войсками	10
3.12	Случай 2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов	12
3.13	Код программы [3]	13
3.14	Код программы	16
4	Выводы	18
	Список литературы	19

Список иллюстраций

3.1	График численности для случая 1 на julia	11
3.2	График численности для случая 1 на OpenModelica	11
3.3	График численности для случая 2 на julia	12
3.4	График численности для случая 2 на OpenModelica	13
3.5	Код программы для первого случая на OpenModelica	16
3.6	Код программы для второго случая на OpenModelica	17

Список таблиц

1 Цель работы

Необходимо рассмотреть модели простейших боевых действий, так называемые модели Ланчестера. В моделях будут рассматриваться три случая битв, сражение регулярных войск, сражение регулярных и партизанских войск, сражение партизанских войск. Если численность армии обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

2 Задание [1]

1. Выявить три случая модели Ланчестера, разобрать их теоретическое выведение
2. Вывести уравнения для построения моделей Ланчестера для трех случаев
3. Построить графики изменения численности войск, используя текст лабораторной работы
4. Определить победившую сторону

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения [2]

Рассмотри три случая ведения боевых действий с учетом различных типов войск:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае (сражение между регулярными войсками) численность войск определяется тремя факторами:

1. скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

3.2 Модель боевых действий между регулярными

войсками описывается как:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

3.3 Теоретические сведения:

Потери, которые не связаны с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$, $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t), h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t), Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и Y в течение одного дня.

3.4 Модель боевых действий между регулярными

войсками и партизанскими отрядами описывается как:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

3.5 Модель простейший боевых действий:

В простейшей модели борьбы двух противников коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ являются постоянными. Состояние системы описывается точкой (x, y) положительного квадранта плоскости. Координаты этой точки, x и y - это численности противостоящих армий. Тогда модель принимает вид

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -by \\ \frac{dy}{dt} = -ax \end{cases}$$

3.6 Это - жесткая модель, которая допускает точное решение

$$\frac{dx}{dy} = \frac{by}{cx}$$

$$cxdx = bydy, cx^2 - by^2 = C$$

Эволюция численностей армий x и y происходит вдоль гиперболы, заданной уравнениями в тексте лабораторной работы. По какой именно гиперболе пойдет война, зависит от начальной точки.

3.7 Вывод из модели:

Для борьбы с вдвое более многочисленным противником нужно в четыре раза более мощное оружие, с втрое более многочисленным - в девять раз и т. д. (на это указывают квадратные корни в уравнении прямой). Стоит помнить, что эта модель сильно идеализирована и неприменима к реальной ситуации. Но может использоваться для начального анализа.

3.8 Рассмотрим первый случай:

Война между регулярными войсками. Модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

3.9 Рассмотрим второй случай:

Война между регулярными войсками и партизанскими отрядами. Модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -by(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cx(t)y(t) \end{cases}$$

Эта система приводит нас к уравнению $\frac{d}{dt} = (\frac{b}{2}x^2(t) - cy(t)) = 0$ которое, при заданных начальных условиях, имеет одно единственное решение: $\frac{b}{2}x^2(t) - cy(t) = \frac{b}{2}x^2(0) - cy(0) = C_1$

3.10 Задача.

3.10.1 Условие:

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 25 000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 45 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t), Q(t)$ непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

3.11 Случай 1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.55x(t) - 0.77y(t) + 1.5\sin(3t + 1) \\ \frac{dy}{dt} = -0.66x(t) - 0.44y(t) + 1.2\cos(t + 1) \end{cases}$$

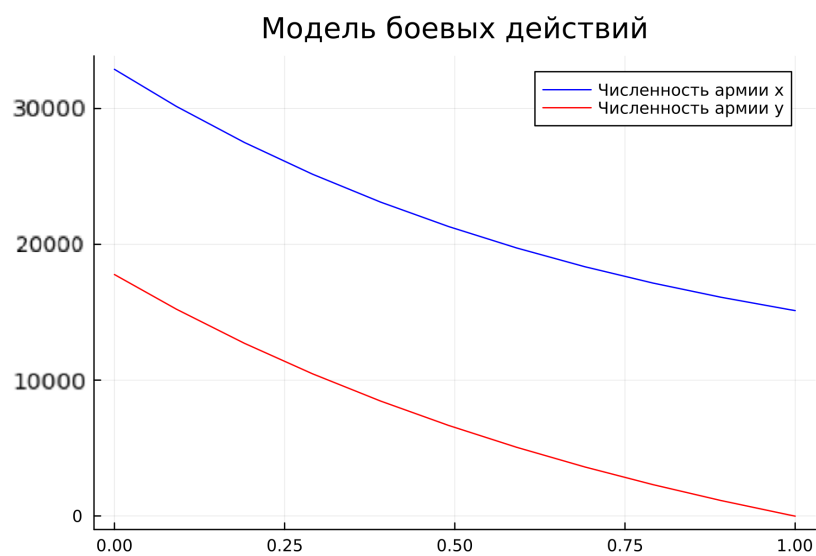


Рис. 3.1: График численности для случая 1 на julia

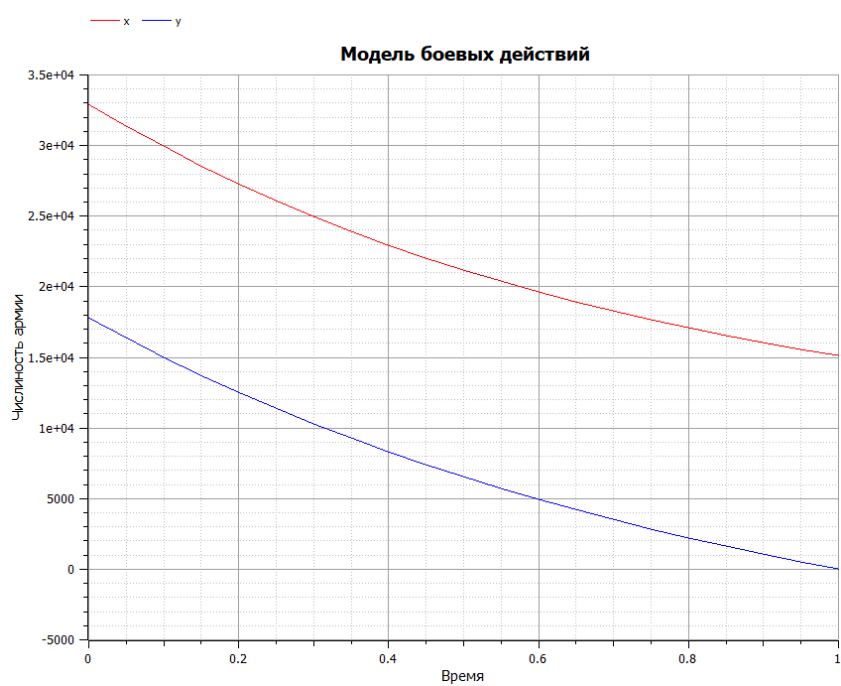


Рис. 3.2: График численности для случая 1 на OpenModelica

Победа достается армии Y.

3.12 Случай 2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.27x(t) - 0.88y(t) + \sin(20t) \\ \frac{dy}{dt} = -0.68x(t)y(t) - 0.37y(t) + \cos(10t) + 1 \end{cases}$$

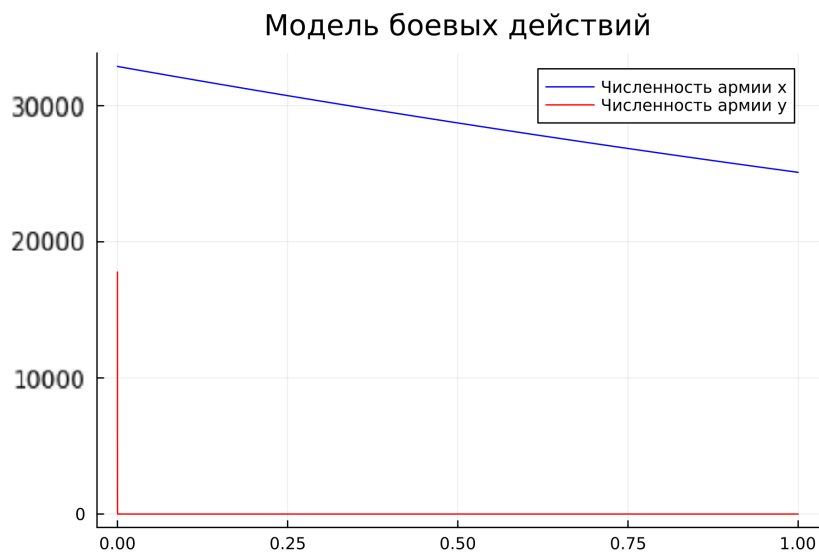


Рис. 3.3: График численности для случая 2 на julia

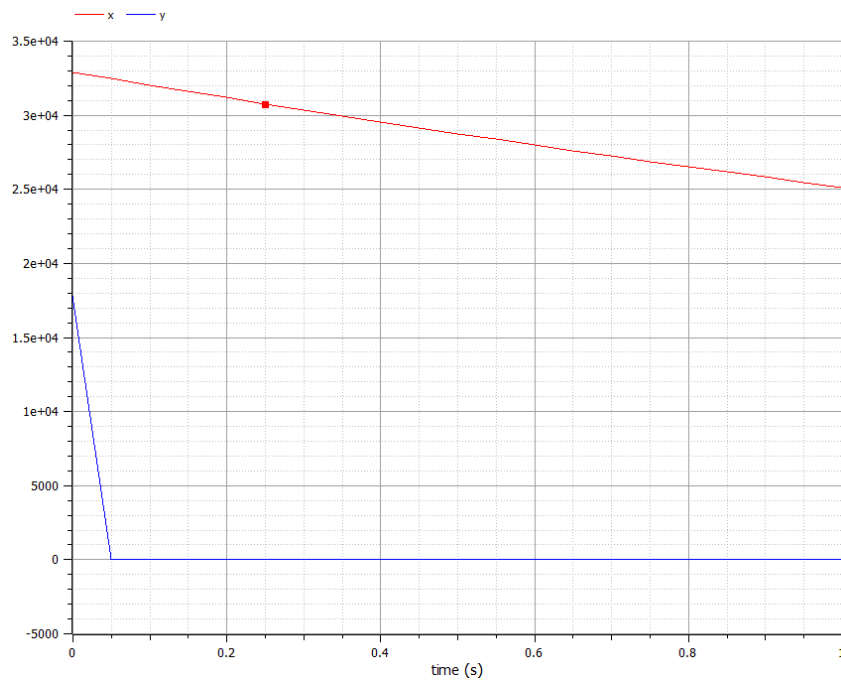


Рис. 3.4: График численности для случая 2 на OpenModelica

Победа достается армии Y.

3.13 Код программы [3]

Вариант 28

using Plots

using DifferentialEquations

x0 = 32888

y0 = 17777

function ode_fn_1(du, u, p, t)

 x, y = u

 du[1] = - 0.55*u[1] - 0.77*u[2] + 1.5 * sin(3t + 1) # изменение численности г

```

        du[2] = - 0.66*u[1] - 0.44*u[2] + 1.2 * cos(t + 1) # изменение численности вт
end

```

```

function ode_fn_2(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = - 0.27*u[1] - 0.88*u[2] + sin(20t) # изменение численности первой арм
    du[2] = - 0.68*u[1]*u[2] - 0.37*u[2] + cos(10t) + 1 # изменение численности в
end

```

```

v0 = [x0, y0]
tspan = (0.0, 1.0)
prob = ODEProblem(ode_fn_1, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.1)

```

```

X1 = [u[1] for u in sol.u]
Y1 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

```

```

plt = plot(
    dpi=300,
    title="Модель боевых действий",
    legend=true)

```

```

plot!(
    plt,
    T,
    X1,
    label="Численность армии x",

```

```

color=:blue)

plot!(
plt,
T,
Y1,
label="Численность армии y",
color=:red)

v0 = [x0, y0]
tspan = (0.0, 1.0)
prob = ODEProblem(ode_fn_2, v0, tspan)
sol = solve(prob, dt=0.1)

X2 = [u[1] for u in sol.u]
Y2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt2 = plot(
dpi=300,
title="Модель боевых действий",
legend=true)

plot!(
plt2,
T,
X2,

```

```
label="Численность армии x",
color=:blue)
```

```
plot!(
plt2,
T,
Y2,
label="Численность армии y",
color=:red)
```

```
savefig(plt, "lab03_1.png")
savefig(plt2, "lab03_2.png")
```

3.14 Код программы

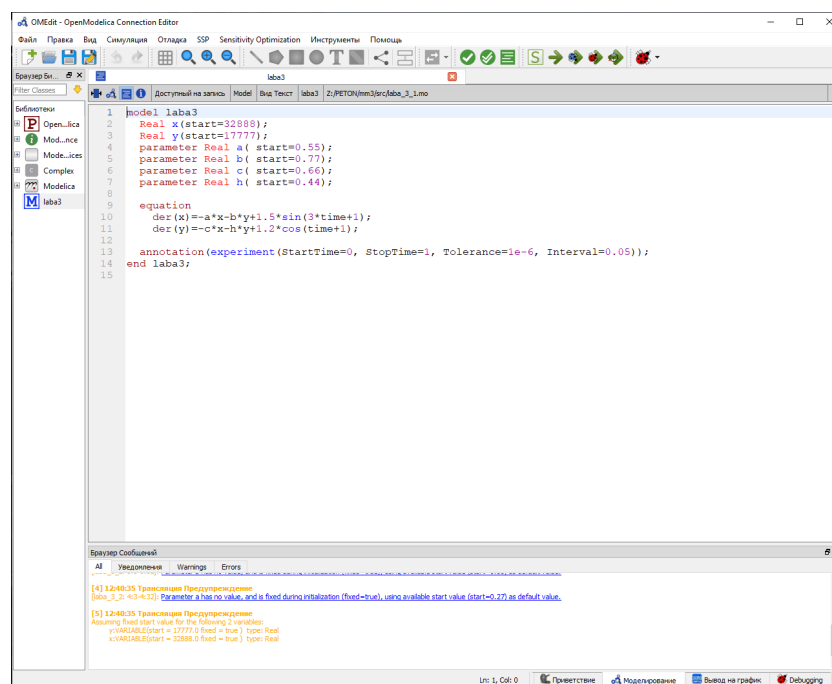


Рис. 3.5: Код программы для первого случая на OpenModelica

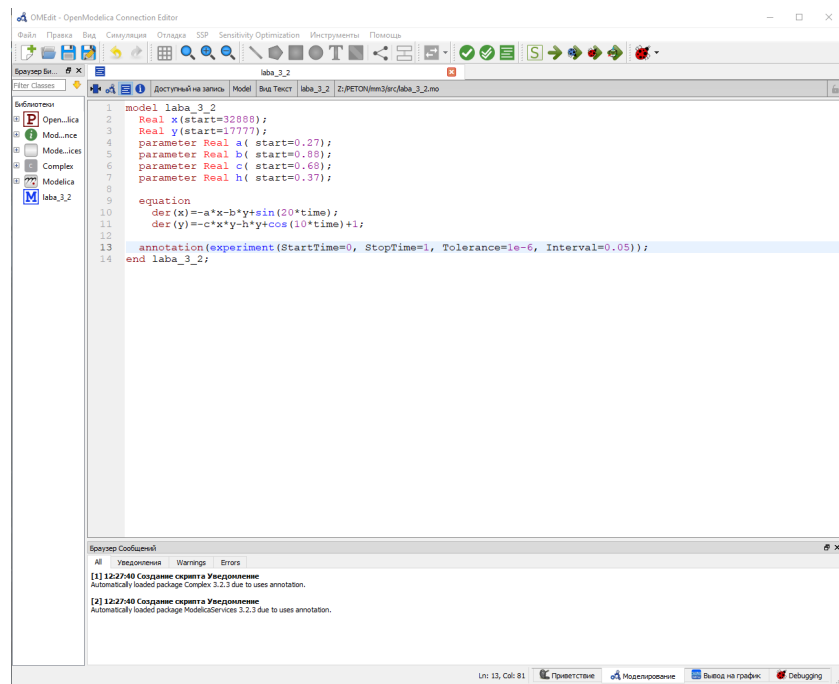


Рис. 3.6: Код программы для второго случая на OpenModelica

4 Выводы

Были рассмотрены модели простейших боевых действий, так называемые модели Ланчестера.

В моделях были рассмотрены два случая битв:

1. Сражение регулярных войск.
2. Сражение регулярных и партизанских войск.

Проверена работа моделей в этих случаях, построены графики и сделаны выводы о том, кто станет победителем в данных случаях.

Список литературы

1. Задания к лабораторной работе №3 (по вариантам) [Электронный ресурс]. RUDN, 2023. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971653/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%204.pdf.
2. Лабораторная работа №3 [Электронный ресурс]. RUDN, 2023. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971652/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%202.pdf.
3. DifferentialEquations.jl: Efficient Differential Equation Solving in Julia [Электронный ресурс]. 2023. URL: <https://docs.sciml.ai/DiffEqDocs/stable/>.