Лабораторная работа № 4

Сети с радиальными базисными элементами

Цель работы: исследование свойств некоторых видов сетей с радиальными базисными элементами, алгоритмов обучения, а также применение сетей в задачах классификации и аппроксимации функции.

Студент Мариничев И.А.

Группа М8О-408Б-19

Вариант 5

Определим три группы точек (эллипсы с поворотом), соответствующие трем классам

```
def ellipse(t, a, b, x0, y0):
    x = x0 + a * np.cos(t)
    y = y0 + b * np.sin(t)
    return x, y

def rotate(x, y, alpha):
    xr = x * np.cos(alpha) - y * np.sin(alpha)
    yr = x * np.sin(alpha) + y * np.cos(alpha)
    return xr, yr

t = np.linspace(0, 2 * np.pi, 200)

# Эллипс: a = 0.4, b = 0.15, α = π/6, x0 = -0.1, y0 = 0.15
x1, y1 = ellipse(t, a=0.4, b=0.15, x0=-0.1, y0=0.15)
x1, y1 = rotate(x1, y1, np.pi / 6.)

# Эллипс: a = 0.7, b = 0.5, α = -π/3, x0 = 0, y0 = 0
x2, y2 = ellipse(t, a=0.7, b=0.5, x0=0., y0=0.)
x2, y2 = rotate(x2, y2, -np.pi / 3.)

# Эллипс: a = 1, b = 1, α = 0, x0 = 0, y0 = 0
x3, y3 = ellipse(t, a=1., b=1., x0=0., y0=0.)
x3, y3 = rotate(x3, y3, 0.)

points1 = [[x, y] for x, y in zip(x1, y1)]
points2 = [[x, y] for x, y in zip(x2, y2)]
points3 = [[x, y] for x, y in zip(x3, y3)]

classes1 = [[1., 0., 0.] for _ in range(len(points1))]
classes2 = [[0., 1., 0.] for _ in range(len(points2))]
classes3 = [[0., 0., 1.] for _ in range(len(points3))]
```

```
X = points1 + points2 + points3
y = classes1 + classes2 + classes3
```

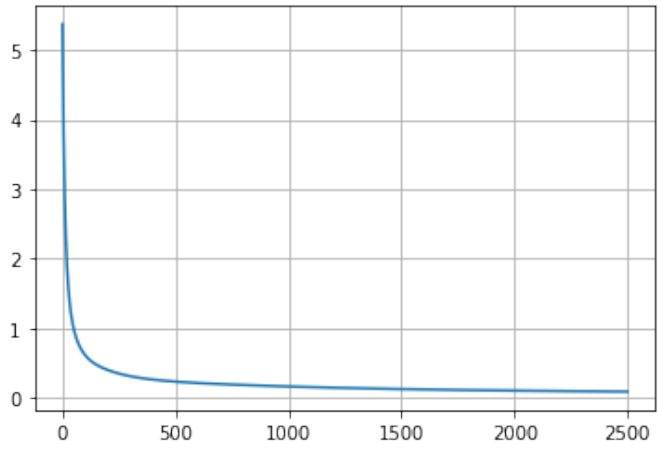
Будем обучать нашу сеть батчами размера batch_size, так как данных уже довольно много.

Создадим класс слоя радиально-базисной функции (РБФ)

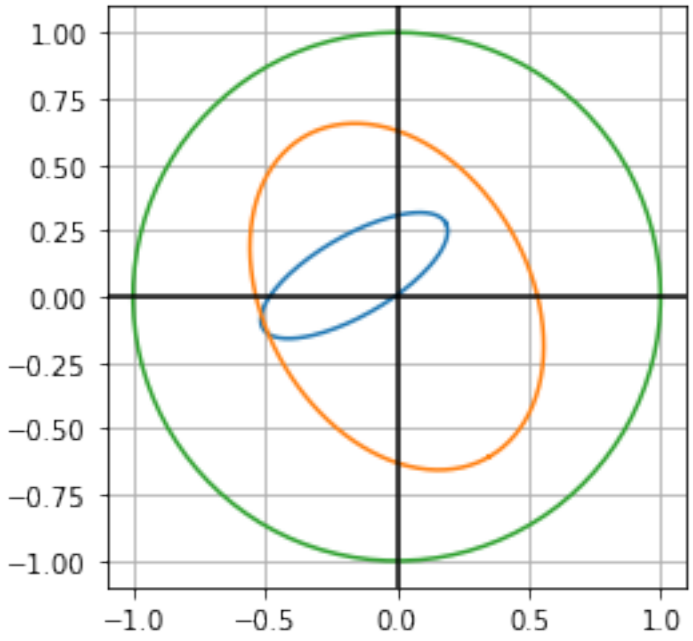
```
# норма
def l_norm(x, p=2):
    return torch.norm(x, p=p, dim=-1)

# радиально-базисная функция (мультиквадратичная)
def rbf_multiquadric(x):
    return (1 + x.pow(2)).sqrt()

class RBFLayer(nn.Module):
    def __init__(self, in_features: int, num_kernels: int, out_features:
int):
        super(RBFLayer, self).__init__()
        self.in_features = in_features
        self.num_kernels = num_kernels
        self.out_features = out_features
        self._make_parameters()

    def _make_parameters(self):
        self.weights = nn.Parameter(torch.zeros(self.out_features,
self.num_kernels, dtype=torch.float32))
        self.kernels_centers = nn.Parameter(torch.zeros(self.num_kernels,
self.in_features, dtype=torch.float32))
        self.log_shapes = nn.Parameter(torch.zeros(self.num_kernels,
dtype=torch.float32))
        self.reset()

    def reset(self, upper_bound_kernels: float = 1.0, std_shapes: float =
0.1, gain_weights: float = 1.0):
        nn.init.uniform_(self.kernels_centers, a=-upper_bound_kernels,
b=upper_bound_kernels)
        nn.init.normal_(self.log_shapes, mean=0.0, std=std_shapes)
        nn.init.xavier_uniform_(self.weights, gain=gain_weights)

    def forward(self, input: torch.Tensor):
        batch_size = input.size(0)

        # рассчитывам расстояния до центров
        mu = self.kernels_centers.expand(batch_size, self.num_kernels,
self.in_features)
        diff = input.view(batch_size, 1, self.in_features) - mu
```

```
        # применяем нормировочную функцию
        r = l_norm(diff)

        # применяем параметр формы
        eps_r = self.log_shapes.exp().expand(batch_size, self.num_kernels) *
r

        # применяем радиально-базисную функцию
        rbfs = rbf_multiquadric(eps_r)

        # в качестве ответа даем линейную комбинацию
        out = self.weights.expand(batch_size, self.out_features,
self.num_kernels) * rbfs.view(batch_size, 1, self.num_kernels)

        return out.sum(dim=-1)

    @property
    def get_kernels_centers(self):
        return self.kernels_centers.detach()

    @property
    def get_weights(self):
        return self.weights.detach()

    @property
    def get_shapes(self):
        return self.log_shapes.detach().exp()
```

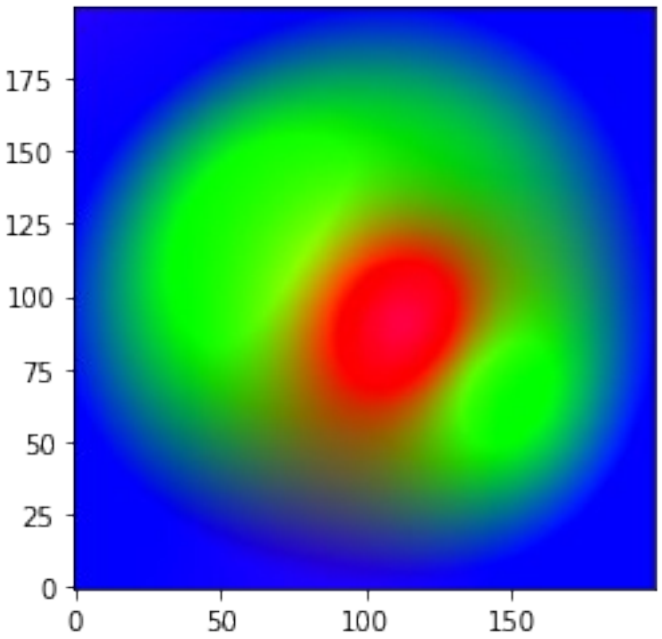
Наша сеть будет принимать на вход два признака, координаты (x, y), а на выходе будет выдавать три значения в диапазоне [0, 1], чтобы их можно было интерпретировать как цветовую компоненту RGB. В качестве функции потерь берем nn.MSELoss(). Обучим модель. Посмотрим на график функции потерь, вычисляющей MSE между исходными и полученными данными.



Теперь соберем предсказания модели для каждой точки области [-1, 1] x [-1, 1], построим наши три класса



И посмотрим на цветовое представление того, как наша сеть справилась с разделением области на три класса, которые линейно неразделимы



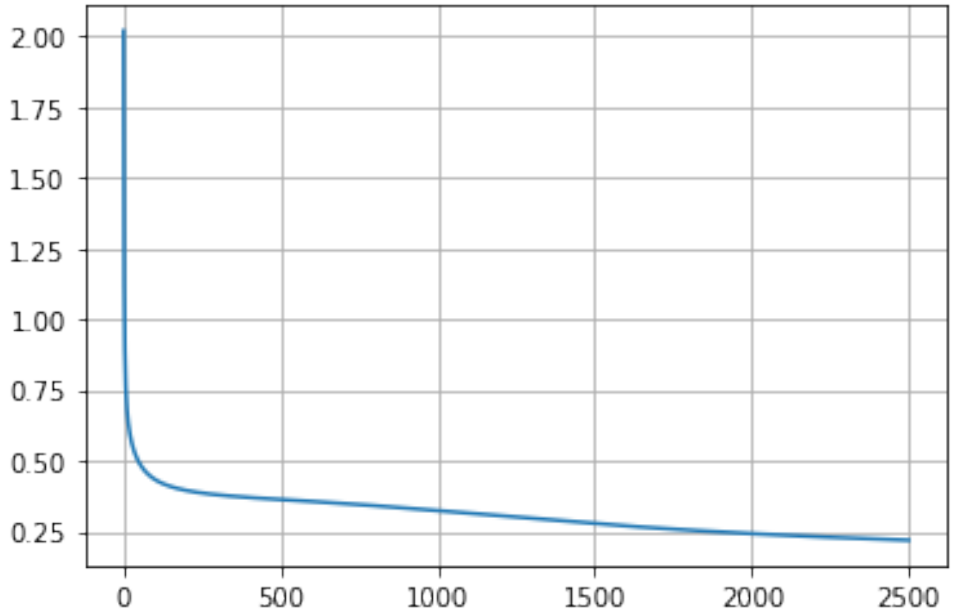
Теперь перейдем к задаче аппроксимации функции. Создадим разреженную дискретную версию нашей исходной функции и будем использовать ее для

обучения, чтобы потом получить при увеличенни шага приближение исходной функции

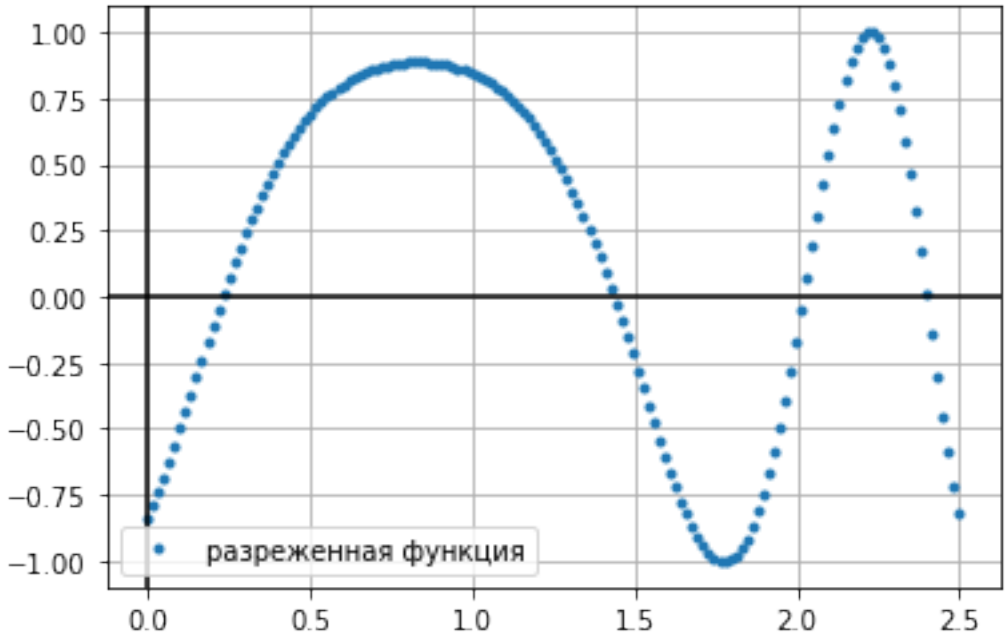
```
def function(t):
    return np.cos(-3 * t**2 + 5 * t + 10)

t1 = np.linspace(0, 2.5, 150)
f1 = function(t1)

t2 = np.linspace(0, 2.5, 2000)
f2 = function(t2)
```

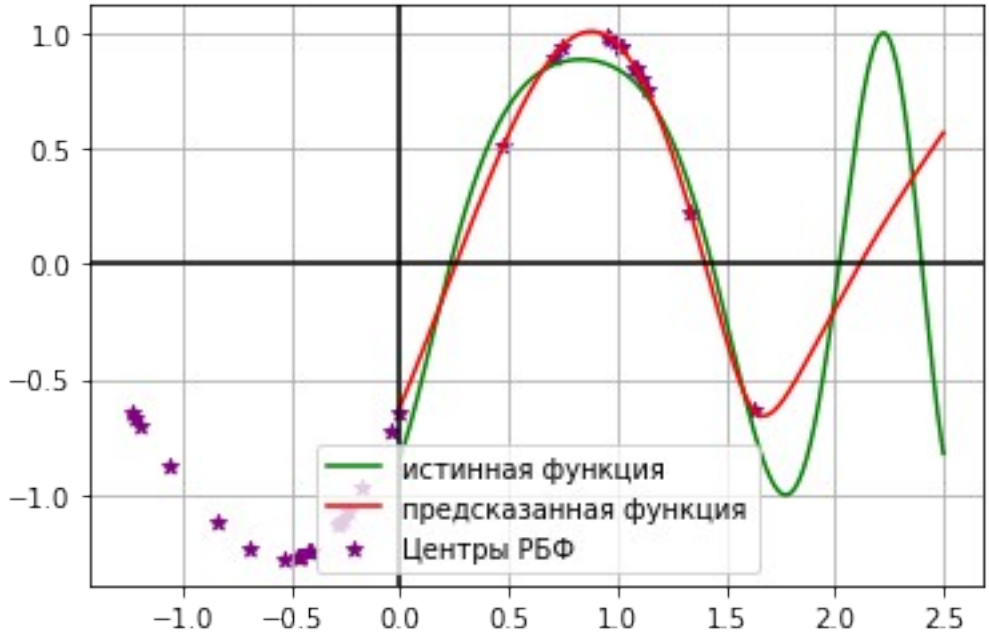
Наша сеть будет принимать на вход один признак, координату x, а на выходе будет выдавать значение функции в этой точке. В качестве функции потерь берем nn.MSELoss().Будем обучать нашу сеть батчами размера batch_size, так как данных уже довольно много. Обучим модель.

Посмотрим на график функции потерь, вычисляющей MSE между исходными и полученными данными



Соберем предсказания модели и визуализируем полученные результаты, сравним приближение, разреженный вариант и истинную функцию





Выводы: в ходе данной работы была построена сеть основанная на радиально-базисной функции, которая была использована для решения двух типов задач:

- классификация (линейно неразделимые данные)
- аппроксимация

После обучения (2500 эпох) были получены довольно неплохие результаты.