

**Mathematik 1 — Gruppe A**  
**Klausur im WS 2016/2017**  
**Mittwoch, 1. Februar 2017**

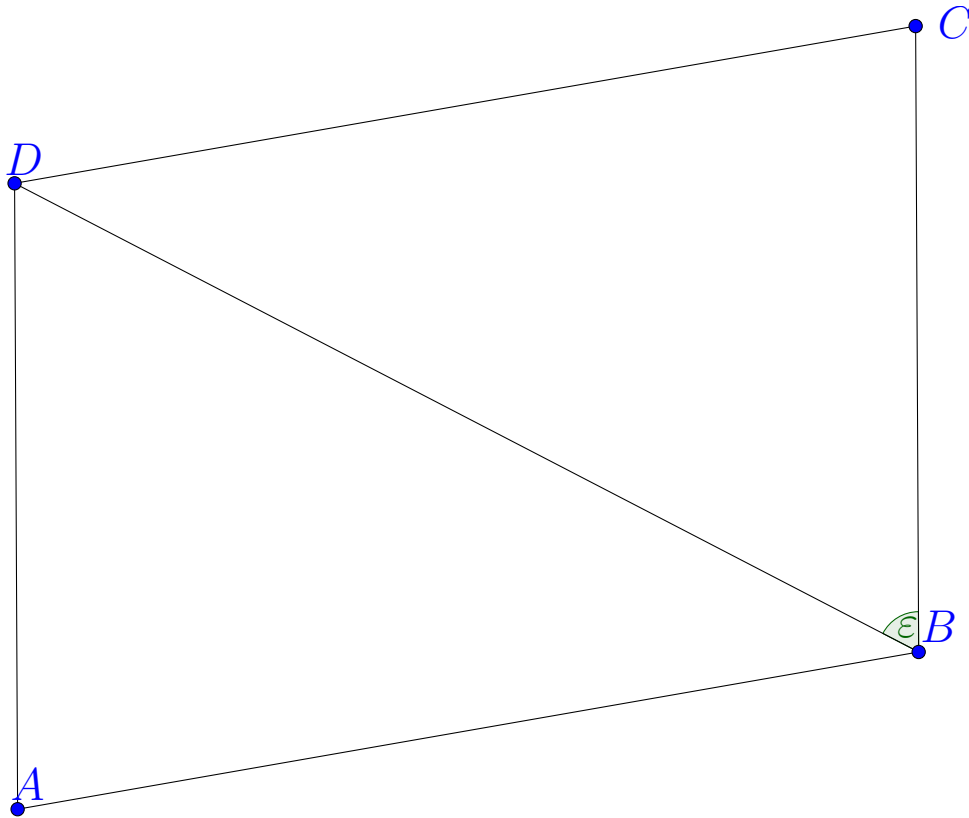
Name:		
Matrikelnummer:		
Studiengang	<input type="checkbox"/> Wirtschaftsingenieurwesen	<input type="checkbox"/> ISBAEN
(bitte ankreuzen)	<input type="checkbox"/> Wirtschaftsinformatik	<input type="checkbox"/> ISBACS

Dauer der Prüfung:	90 Minuten
Hilfsmittel:	nicht-programmierbarer Taschenrechner

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Max. Punktzahl	20	20	20	20	20	100
davon erreicht						

### Aufgabe 1 (20 Punkte) Vektoren

Berechnen Sie zu den gegebenen Punkten  $B(1/2/3)$ ,  $C(3/-1/0)$  und  $D(-1/2/-3)$ , die in einer Ebene  $H$  liegen,



- einen Punkt  $A$  so, dass das abgebildete Parallelogramm entsteht. (3 Punkte)
- die Länge der Diagonalen  $\overline{BD}$ . (4 Punkte)
- den Winkel  $\varepsilon$  zwischen  $\overrightarrow{BC}$  und  $\overrightarrow{BD}$  (3 Punkte)
- die Gleichung der Ebene  $H$  in Parameterform an. (5 Punkte)
- die Gleichung der Ebene  $H$  in Normalenform an. (5 Punkte)





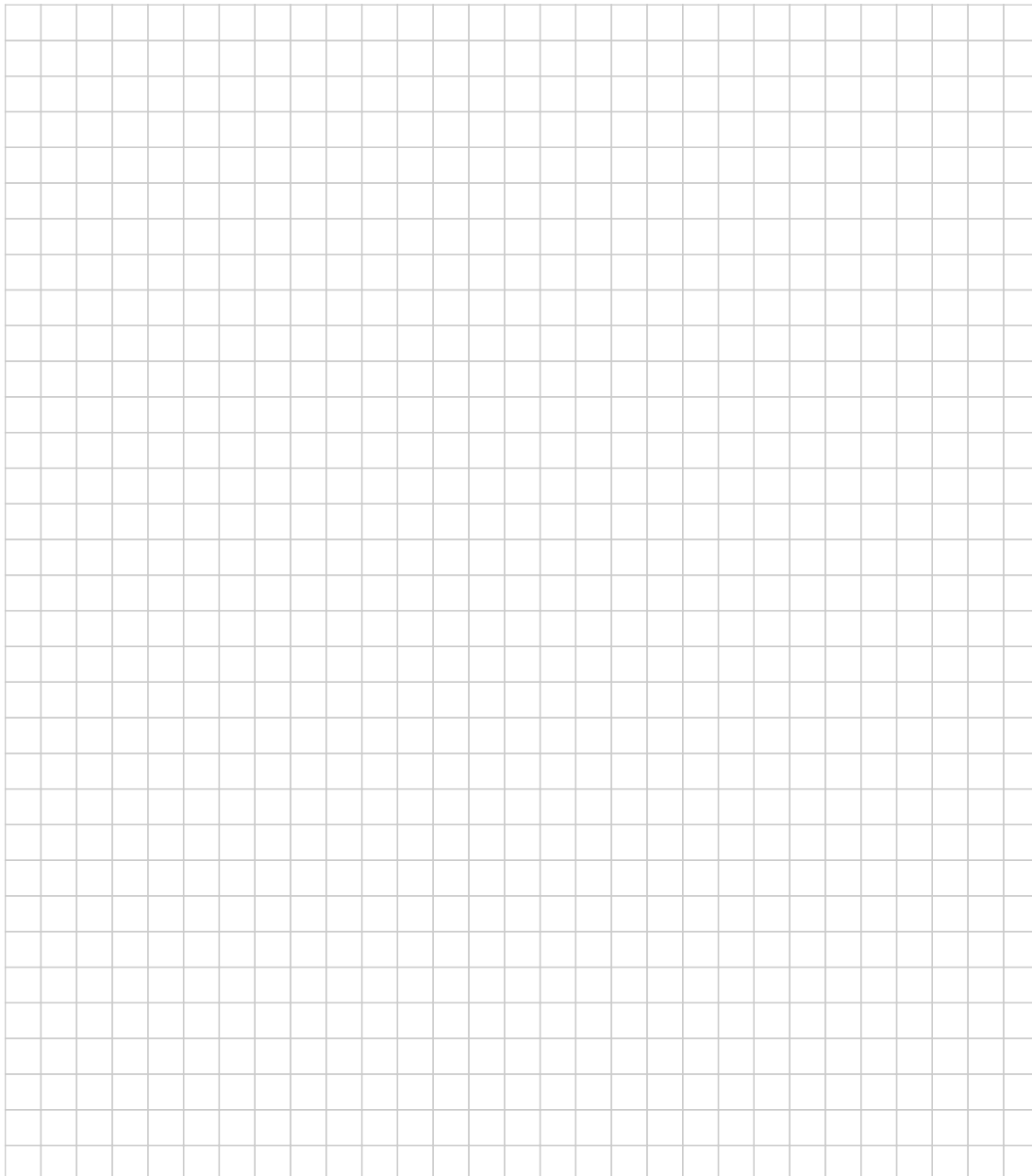


**Aufgabe 2 (20 Punkte)**  
**Lineare Gleichungssysteme**

Für welches  $a$  hat das folgende lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcl} x + y + z & = & 1 \\ x + ay + z & = & 1 \\ -x & + & az = 0 \end{array}$$

- (a) unendlich viele Lösungen? (7 Punkte)  
(b) keine Lösung? (7 Punkte)  
(c) Wie lautet die Lösung/die Lösungen des LGS für  $a = -2$ . (6 Punkte)















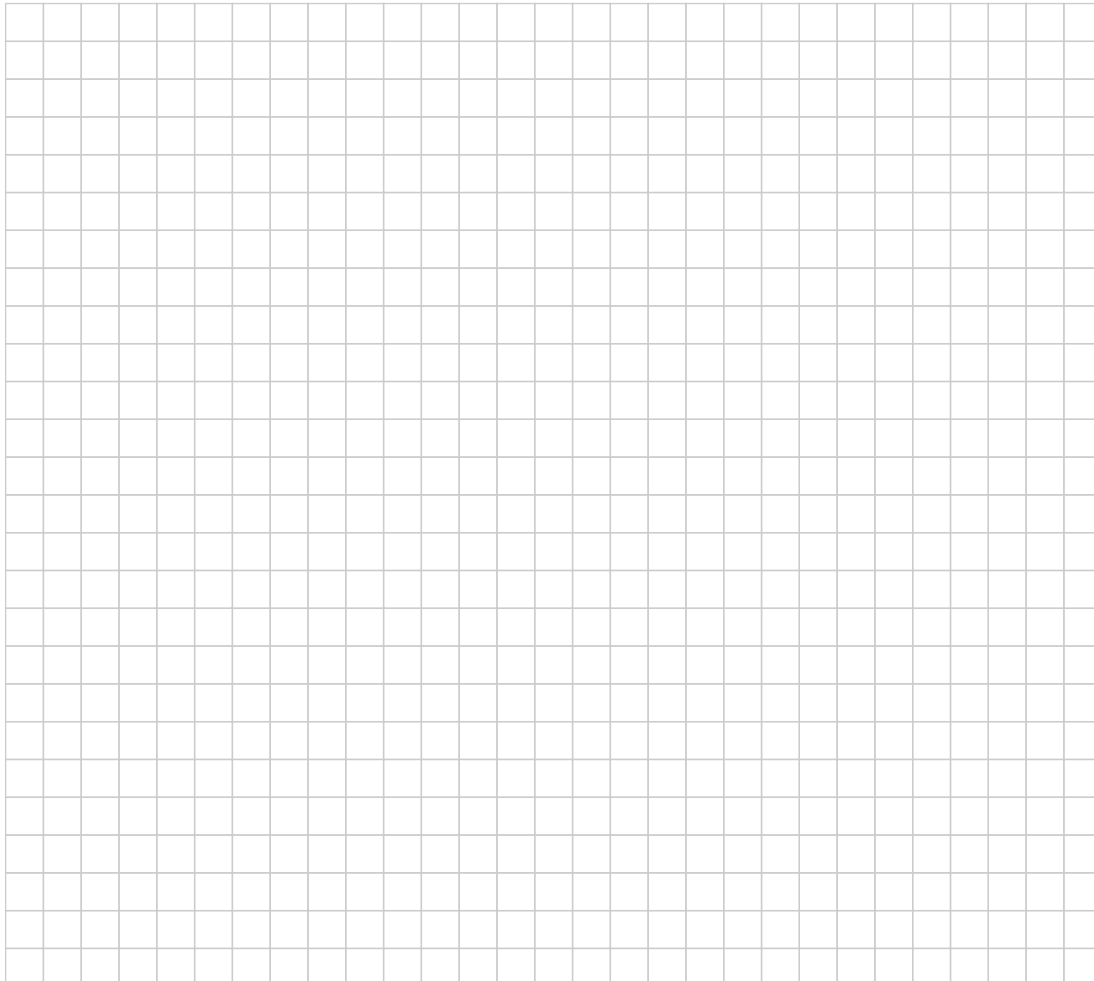
#### Aufgabe 4 (20 Punkte) Folgen und Reihen

Auf ein Blatt Papier der Größe DIN A0 (1189 mm x 841 mm) und der Dicke 0,1mm wird zentriert ein weiteres Blatt mit gleicher Dicke und der Größe DIN A1 (841 mm x 594 mm).

Auf dieses wird zentriert ein weiteres der Blatt (gleicher Dicke) und der Größe DIN A2 gelegt usw.

Jedes weitere Blatt ist so lang wie das vorherige breit war und halb so breit wie das vorherige lang war.

- (a) Wie hoch ist der gesamte Stapel, nachdem ein Blatt der Größe DIN A99 (die es eigentlich nicht gibt) aufgelegt wurde? (5 Punkte)
- (b) Wie schwer ist das Blatt der Größe DIN A99, wenn das erste Blatt (DIN A0) ein Gewicht von 80 g hat? Überlegen Sie sich dazu zunächst, welche Fläche (und damit wegen der gleichen Dicke) jedes Blatt im Verhältnis zum jeweils vorherigen hat. (5 Punkte)
- (c) Wie schwer ist der gesamte Stapel, nachdem ein Blatt der Größe DIN A99 aufgelegt wurde, wenn das erste Blatt 80 g wiegt? (10 Punkte)







**Aufgabe 5 (20 Punkte)**  
**Finanzmathematik**


Für Ihre Rentenversorgung zahlen Sie über einen Zeitraum von 25 Jahren jedes Jahr am Anfang des Jahres einen Betrag von 1.200 Euro ein. Nach diesen 25 Jahren möchten Sie sich von dem daraus inklusive Zinsen entstandenen Betrag jährlich einen festen Betrag auszahlen lassen.

(a) Welchen Betrag haben Sie nach den ersten 25 Jahren inklusive Zinsen angespart, wenn Sie von einem Zinssatz von 5 % ausgehen? (10 Punkte)

(b) Nach diesen 25 Jahren möchten Sie den angesparten Betrag durch jährliche Auszahlungen aufbrauchen.

Wie lange (auf ganze Jahre gerundet) können Sie sich am Jahresende jeweils 4.000 Euro auszahlen lassen, wenn der Zinssatz in der Auszahlungsphase 6 % beträgt?

**Hinweis:** Falls Sie Aufgabenteil a) nicht gelöst haben, können Sie hier (fälschlicherweise) davon ausgehen, dass Sie nach 25 Jahren in Aufgabe a) 50.000 Euro angespart haben.









## Wichtige Formeln

### Vektorrechnung

#### Produkte von Vektoren

Skalarprodukt

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$$

Vektorprodukt / Kreuzprodukt

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

Winkel  $\alpha$  zwischen zwei Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}$$

Normalenform einer Ebene  $E : \vec{x} = \vec{a} + \lambda \vec{b} + \mu \vec{c}$

$$E : (\vec{x} - \vec{a}) \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{mit} \quad \vec{n} = \vec{b} \times \vec{c}$$

### Folgen und Reihen

#### Arithmetische Folgen

Bildungsgesetz

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

n-te Partialsumme

$$s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d) = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

#### Geometrische Folgen

Bildungsgesetz

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

n-te Partialsumme

$$s_n = \sum_{i=1}^n a_i = \sum_{i=1}^n a_1 q^{i-1} = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

## Finanzmathematik

Rentenendwert vorschüssig:

$$E_n^V = Rq \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Rentenendwert nachschüssig:

$$E_n^N = R \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Rentenbarwert vorschüssig:

$$B_n^V = Rq \frac{1}{q^n} \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Rentenbarwert nachschüssig:

$$B_n^N = R \frac{1}{q^n} \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

## Rechenregeln für Logarithmen

$$\log_a uv = \log_a u + \log_a v$$

$$\log_a \left( \frac{u}{v} \right) = \log_a u - \log_a v$$

$$\log_a (u^c) = c \log_a u$$

$$\log_a u = \frac{\log_b u}{\log_b a}$$