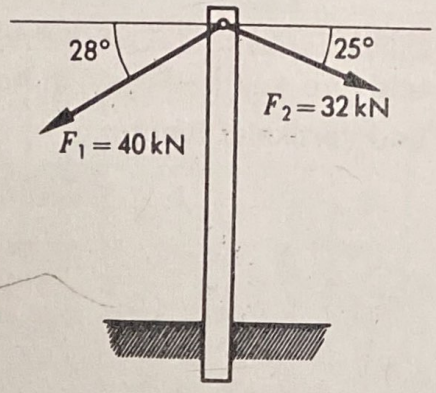
Technische Betriebswirtschaft
Technische Mechanik
Prof. Dr. K.-D. Kothe

Vollständig bearbeitet + Lernzettel dabei!

Fachhochschule
Südwestfalen
Hochschule für
Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

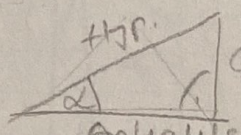
Übung 1

1. An einem Mast greifen in angegebener Weise Seilkräfte an. Zu bestimmen sind analytisch die Resultierende und ihre Komponenten.



Fres

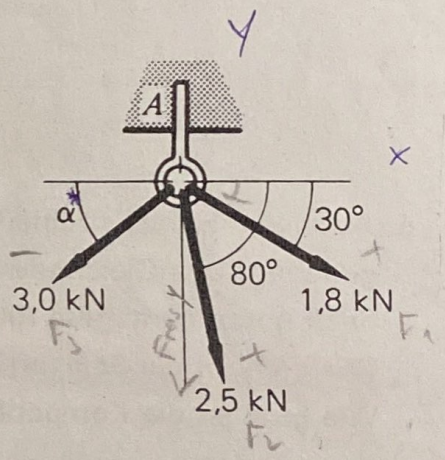
Fx1 Fy1
Fx2 Fy2



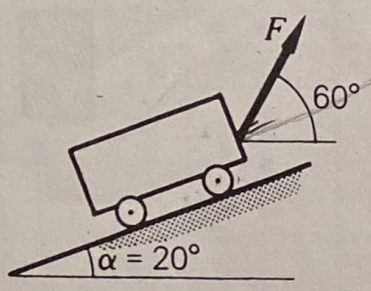
$a^2 + b^2 = c^2$

2. Drei Kräfte greifen an einer Halterung an. Der Winkel α soll so bestimmt werden, daß an der Einspannstelle A nur eine axiale Kraft übertragen wird.

Kraft in Richtung der Achse

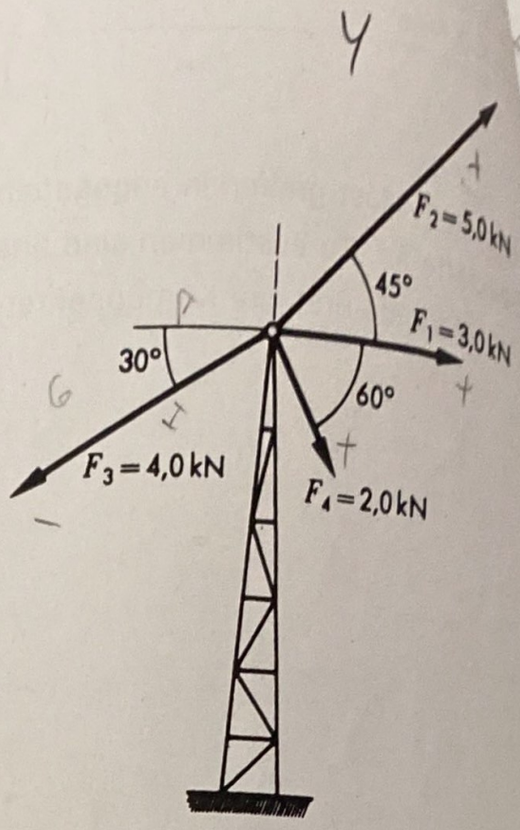


? 3. Ein Wagen soll eine Rampe hinaufgezogen werden. Die in angegebener Weise angreifende Kraft F soll eine zur Rampe parallele Komponente von 2,0 kN haben. Zu bestimmen ist die Kraft F und ihre Komponente senkrecht zur Rampe.

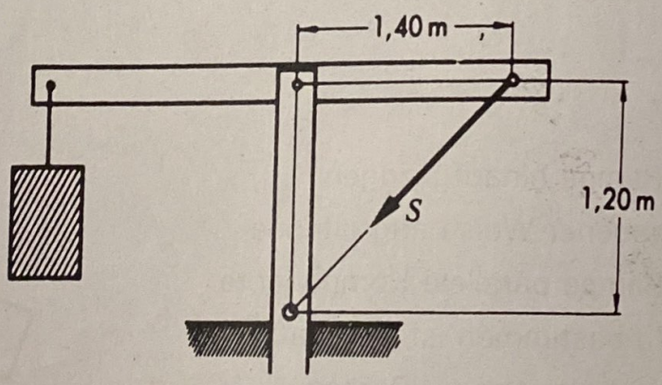


2,0 kN

4. An einem Mast greifen die greifen die Kräfte F_1 bis F_4 an. Zu bestimmen ist die Resultierende nach Größe und Richtung und ihre Komponenten in horizontaler und vertikaler Richtung.



5. An einem Hebel ist eine Masse aufgehängt. Der Hebel wird von der Seilkraft S gehalten. Das Gleichgewicht am Hebel erfordert im Befestigungspunkt des Seils eine nach unten gerichtete Kraft von 3,2 kN.
Wie groß ist die Seilkraft?
Wie groß ist die Komponente der Seilkraft in Richtung der Hebelachse?

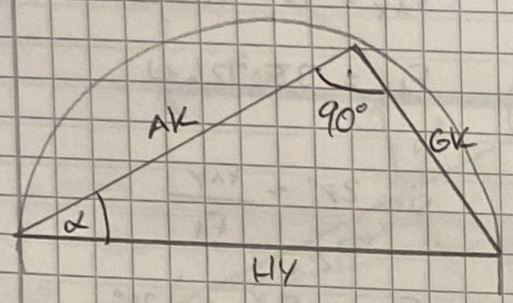


Technische Mechanik - Übung 1

29.10.2020
Prof. Dr. Harhort

Tutorium Dienstags 15:45

ID: 362 248 2851
PW: gmt3cd



Satz von Pythagoras:

$$HY^2 = AK^2 + GK^2$$

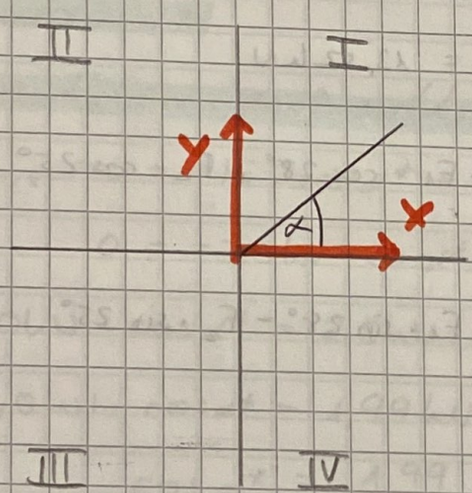
Kreisfunktionen:

$\sin\alpha = \frac{GK}{HY}$ $\qquad \alpha = \arcsin \frac{GK}{HY}$

$\cos\alpha = \frac{AK}{HY}$ $\qquad \alpha = \arccos = \frac{AK}{HY}$

$\tan\alpha = \frac{GK}{AK}$ $\qquad \alpha = \arctan = \frac{GK}{AK}$

$\cot\alpha = \frac{AK}{GK}$



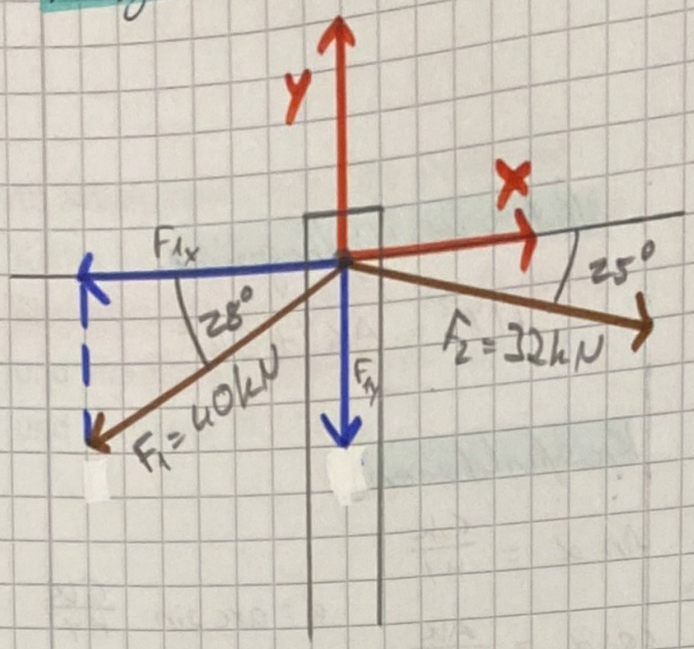
I: $\alpha = 0° \ldots 90°$

II: $\alpha = 90° \ldots 180°$

III: $\alpha = 180° \ldots 270°$

IV: $\alpha = 270° \ldots 360°$

Aufgabe 1



$$\cos 28° = \frac{F_{1x}}{F_1}$$

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 28°$$

$$F_{1x} = 35,32kN$$

$$\sin 28° = \frac{F_{1y}}{F_1}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 28°$$

$$F_{1y} = 18,78kN$$

$$\cos 25° = \frac{F_{2x}}{F_2}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 25°$$

$$F_{2x} = 29,00kN$$

$$\sin 25° = \frac{F_{2y}}{F_2}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 25°$$

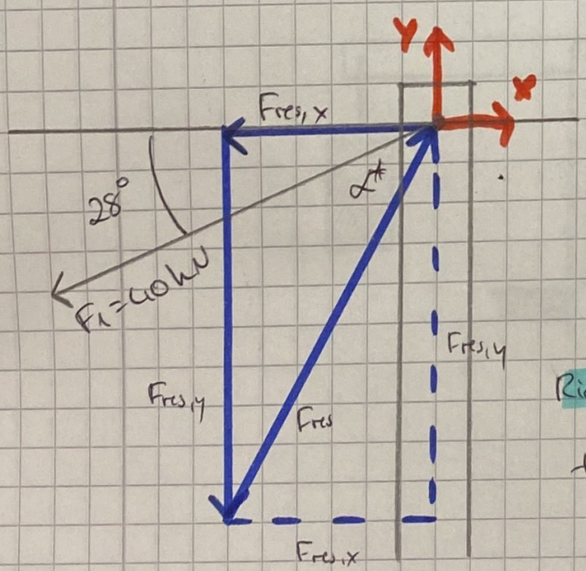
$$F_{2y} = 13,52kN$$

$$F_{res,x} = \sum F_{i,x} = -F_{1x} + F_{2x} = -F_1 \cdot \cos 28° + F_2 \cdot \cos 25°$$

$$= -6,32kN$$

$$F_{res,y} = \sum F_{i,y} = -F_{1y} - F_{2y} = F_1 \cdot \sin 28° - F_2 \cdot \sin 25°$$

$$= -32,3kN$$



Betrag der Resultierenden Ersatzkraft F_{res}:

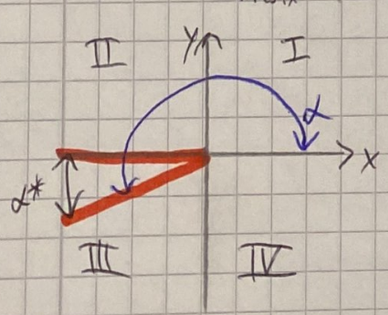
$$F_{res} = \sqrt{F_{res,x}^2 + F_{res,y}^2}$$

$$= +32,91kN$$

Richtung der resultierenden Ersatzkraft F_{res}:

$$\tan \alpha^* = \left| \frac{F_{res,y}}{F_{res,x}} \right| = \frac{32,30}{6,32}$$

$$\alpha^* = \arctan \left| \frac{F_{res,y}}{F_{res,x}} \right| = 78,93°$$



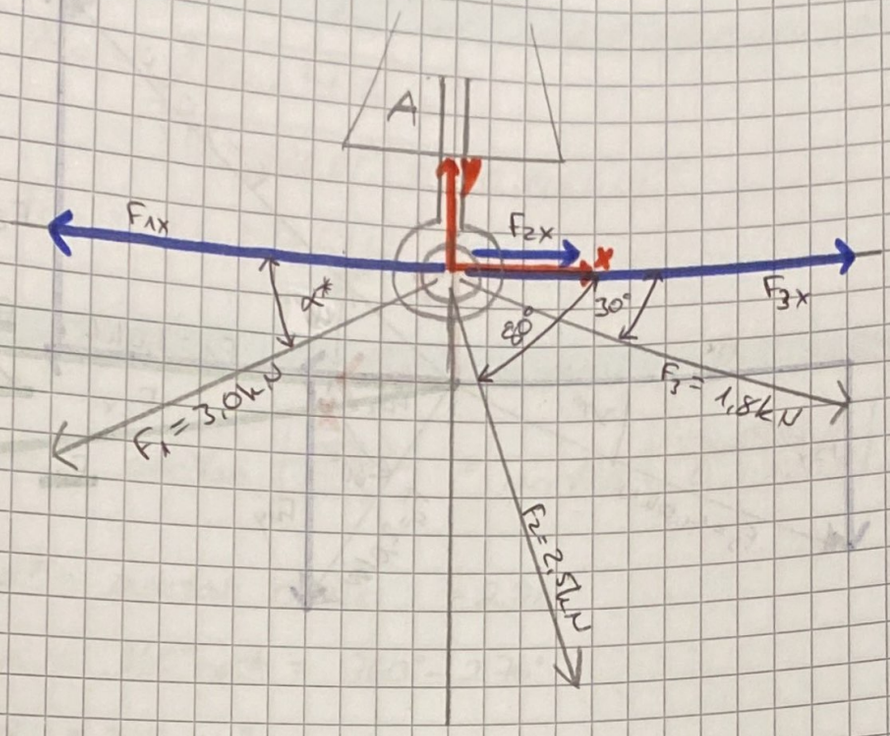
$$\alpha = 180° + \alpha^*$$

$$\alpha = 258,93°$$

Technische Mechanik – Übung 1

29.10.2020
Prof. Dr. Hakort

Aufgabe 2



Gesucht: α^*

Wenn F_{10} nur axial wirkt, ist $F_{res,x} = 0$

$$F_{res,x} = 0 = -F_1 \cdot \cos\alpha^* + F_2 \cdot \cos 80° + F_3 \cdot \cos 30°$$

$$0 = -3{,}0\,kN \cdot \cos\alpha^* + 2{,}5\,kN \cdot \cos 80° + 1{,}8\,kN \cdot \cos 30°$$

$$3{,}0\,kN \cdot \cos\alpha^* = 2{,}5\,kN \cdot \cos 80° + 1{,}8\,kN \cdot \cos 30°$$

$$3{,}0\,kN \cdot \cos\alpha^* = 1{,}99\,kN \qquad | : 3{,}0\,kN$$

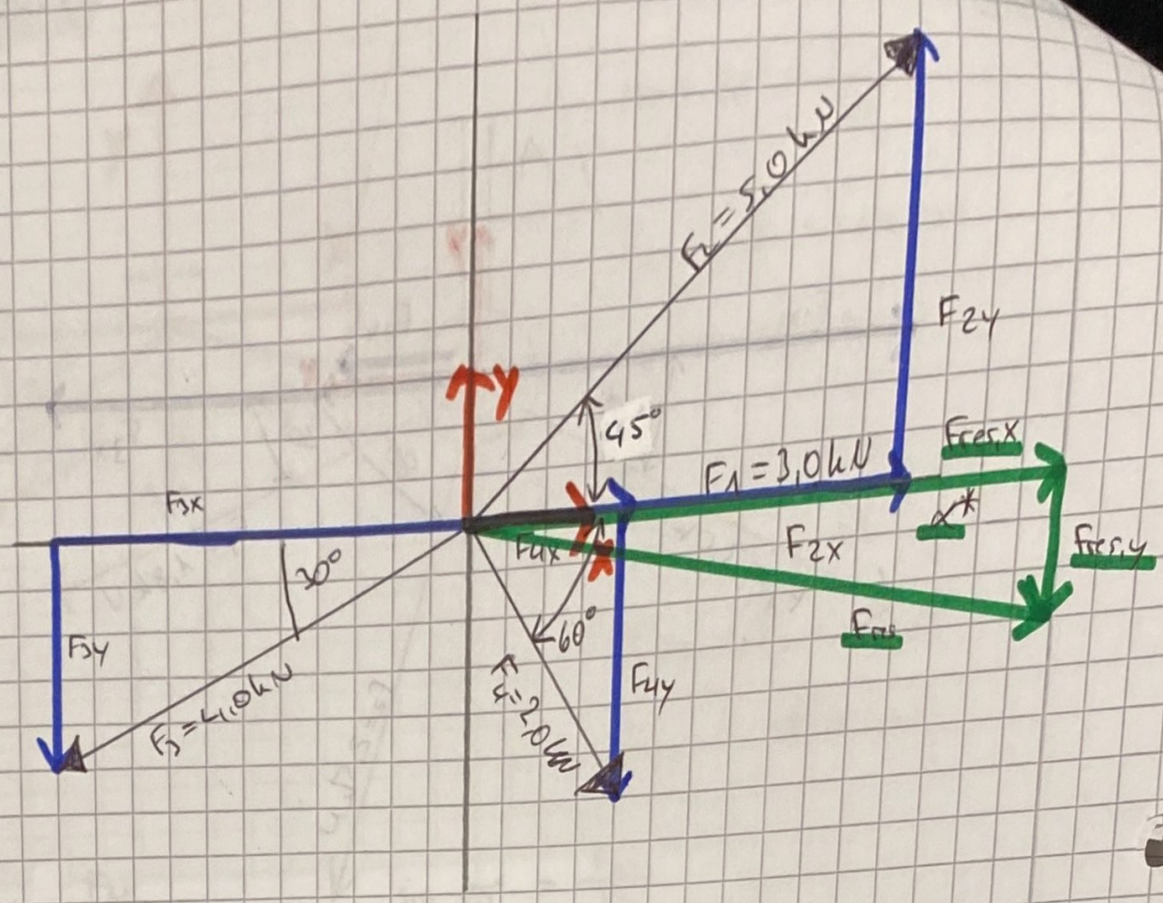
$$\cos\alpha^* = \frac{1{,}99}{3{,}0} \frac{kN}{kN}$$

$$\alpha^* = \arccos \frac{1{,}99}{3{,}0}$$

$$\underline{\underline{\alpha^* = 48{,}45°}}$$

Aufgabe 3 wurde übersprungen

Aufgabe 4)



i	F [kN]	Fx	Fy
1	3,0	$+F_1$	0
2	5,0	$+F_2 \cdot \cos 45°$	$+F_2 \cdot \sin 45°$
3	4,0	$-F_3 \cdot \cos 30°$	$-F_3 \cdot \sin 30°$
4	2,0	$+F_4 \cdot \cos 60°$	$-F_4 \cdot \sin 60°$

$$F_{res,x} = \sum F_{i,x} = +F_1 + F_2 \cdot \cos 45° - F_3 \cdot \cos 30° + F_4 \cdot \cos 60°$$
$$= [+3{,}0 + 5{,}0 \cdot \cos 45° - 4{,}0 \cdot \cos 30° + 2{,}0 \cdot \cos 60°]\,kN$$
$$= [+3{,}0 + 3{,}536 - 3{,}464 + 1]\,kN$$

$$F_{res,x} = +4{,}072\,kN$$

$$F_{res,y} = \sum F_{i,y} = 0 + F_2 \cdot \sin 45° - F_3 \cdot \sin 30° - F_4 \cdot \sin 60°$$
$$= [0 + 5{,}0 \cdot \sin 45° - 4{,}0 \cdot \sin 30° - 2{,}0 \cdot \sin 60°]\,kN$$
$$= [0 + 3{,}536 - 2{,}0 - 1{,}732]\,kN$$

$$F_{res,y} = -0{,}196\,kN$$

Technische Mechanik - Übung 1

29.10.2020
Prof. Dr. Harbord

Nach den Komponenten der Resultierenden ist F_{res} nun selbst zu berechnen:

$$F_{res} = \sqrt{F_{res,x}^2 + F_{res,y}^2}$$

$$= \sqrt{(4{,}072\,kN)^2 + (-0{,}196\,kN)^2}$$

$$F_{res} = +4{,}077\,kN$$

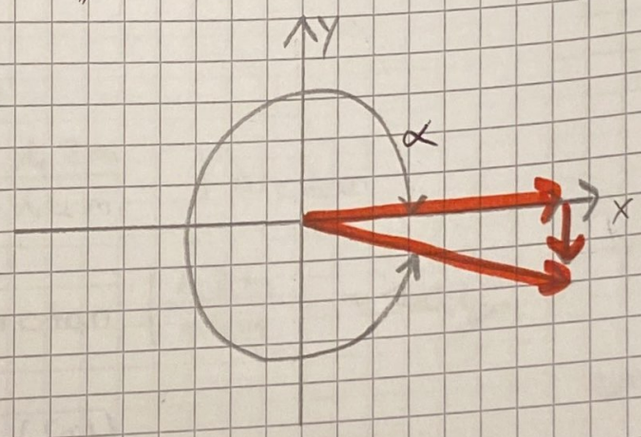
Die Richtung der Resultierenden ergibt sich zu:

$$\alpha^* = \arctan\left|\frac{F_{res,y}}{F_{res,x}}\right| = \arctan\left|\frac{-0{,}196\,kN}{4{,}072\,kN}\right|$$

$$\alpha^* = \arctan 0{,}048 = 2{,}76°$$

$$\alpha = 360° - \alpha^* = 360° - 2{,}76°$$

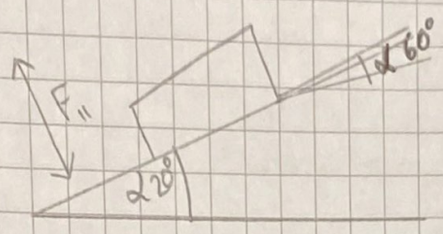
$$\alpha = 357{,}24°$$



Technische Mechanik Übung 1

Lösungen von Herrn Kothe (2019/20)

Aufgabe 3



$$\tan 40° = \frac{F_{\perp}}{F_{\parallel}} \quad | \cdot F_{\parallel}$$

$$F_{\perp} = \tan 40 \cdot F_{\parallel}$$

$$= 1{,}68\ kN$$

$$\cos 40° = \frac{F_{\parallel}}{F} \quad | \cdot F$$

$$F = \cos 40° \cdot F_{\parallel} \quad | : \cos 40°$$

$$F = \frac{F_{\parallel}}{\cos 40°} = \frac{2{,}0\,kN}{\cos 40°}$$

$$F = 2{,}611\,kN$$

Aufgabe 5

$$\tan \alpha = \frac{1{,}2\,m}{1{,}4\,m} \quad | \arctan$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1{,}2\,m}{1{,}4\,m}\right) = 40{,}6°$$

$S = 3{,}2\,kN$ (Seil)

$$S = \sin\alpha \cdot F \quad | : \sin\alpha$$

$$\left|\frac{S}{\sin\alpha}\right| = F$$

$$F = \frac{3{,}2\,kN}{\sin 40{,}6°}$$

a) $F = 4{,}917\,kN$

tan geht auch

$$F_x = \cos\alpha \cdot F$$

$$F_x = \cos 40{,}6° \cdot 4{,}917\,kN$$

b) $F_x = 3{,}73\,kN$

Vollständig bearbeitet + Lernzettel dran !

Flächenlast
Streckenlast

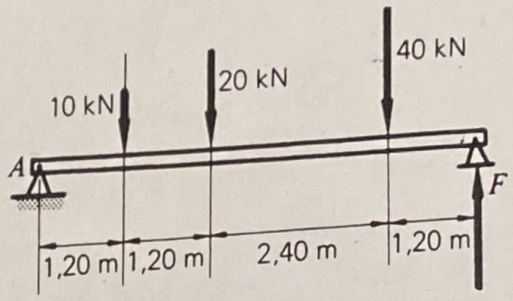
Fachhochschule Südwestfalen
Hochschule für Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

Übung 2

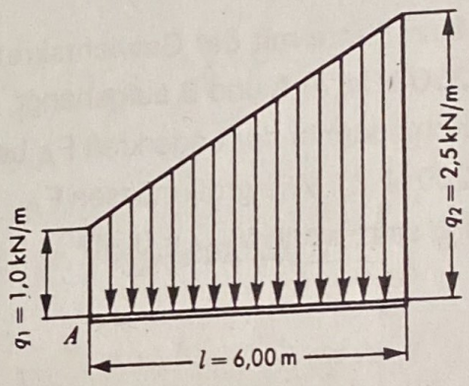
streckenlast

1. Wie groß muß die Kraft F sein, damit in bezug auf den Punkt A kein Moment wirkt?

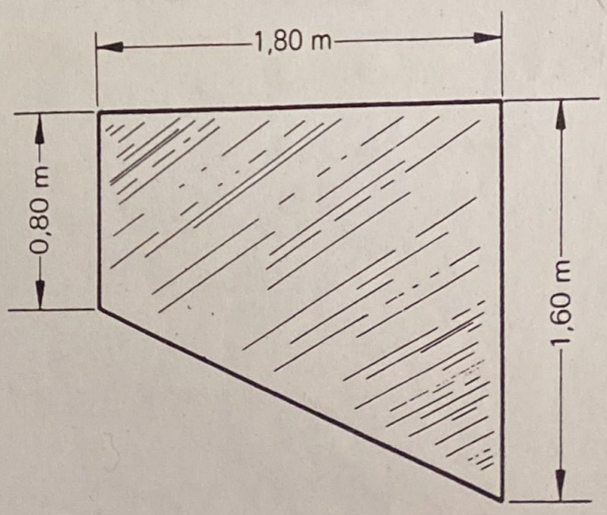
$M_{res} = 0$



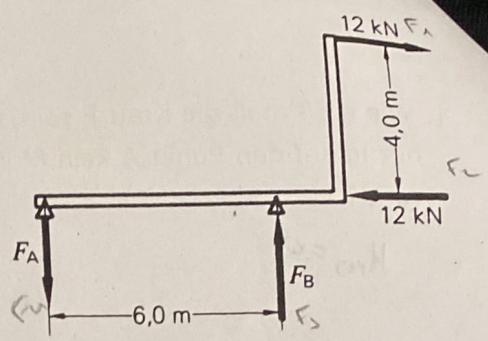
2. Die Resultierende der beiden Streckenlasten q_1 und q_2 ist nach Lage und Größe zu bestimmen.



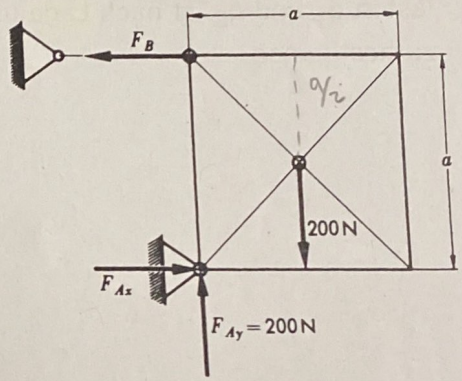
3. Die abgebildete Tafel ist aus Blech gefertigt, das 25 kg/m² wiegt. Zu bestimmen ist Lage und Größe der Gewichtskraft.



4. Wie groß müssen die an dem gebildeten Balken wirkenden Kräfte F_A und F_B sein, wenn $M_{res} = 0$ sein soll?



5. Eine Platte mit der Gewichtskraft von 200 N ist in A und B aufgehängt. Die y-Komponente der Lagerkraft F_A beträgt 200 N (↑). Wie groß müssen F_{Ax} und F_B sein, wenn $M_{res} = 0$ ist?



$M_{res}^{(A)} = \Sigma M_i = 0 = +F_{Ax} \cdot a - F_G \cdot \frac{a}{2} = 0$

$M_{res}^{(B)} = \Sigma M_i = 0 =$

Ergebniss 5

F_{Ax} & $F_B = 100N$

Technische Mechanik – Streckenlast Übungsblatt 2

Aufgabe 1)

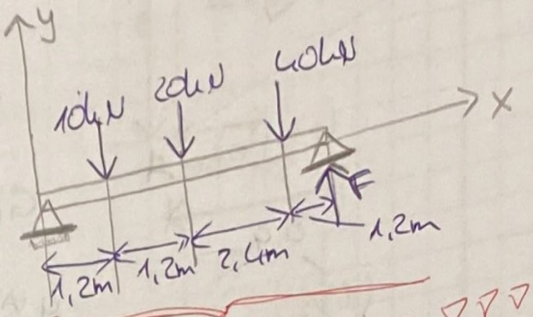
im Uhrzeigersinn −
gegen den –"– +

$M_1 = 10kN \cdot 1{,}2m = 12kNm$ $M_y = 0$

$M_2 = 20kN \cdot 2{,}4m = 48kNm$ $\boxed{M_{res} = \Sigma M_i}$

$M_3 = 40kN \cdot 4{,}8m = 192kNm$

$M_4 = F \cdot 6m$



$M_{res} = \Sigma M_i = -12kNm - 48kNm - 192kNm + F \cdot 6m = 0$

aufsummieren!!!

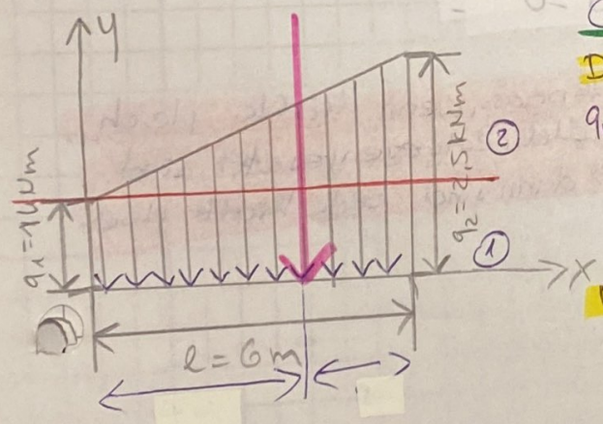
$\Leftrightarrow -252kNm + F \cdot 6m = 0 \quad | +252kNm \quad | :6m$

$\Leftrightarrow F = \frac{252kNm}{6m}$

$\rightarrow F = 42kNm = M_{res}$

Aufgabe 2)

Resultierende nach Lage und Größe bestimmen



Größe:

Dreieck → $F_{res_2} = 1/2 \cdot q_{max} \cdot l$

$= 1/2 \cdot (q_2 - q_1) \cdot l$

$q_{max} = 1{,}5kNm$

$F_{res_2} = 1/2 \cdot 1{,}5kNm \cdot 6m$

$= 4{,}5kN$

Rechteck → $F_{res_1} = q_0 \cdot l$

$= 1kNm \cdot 6m$

$F_{res_1} = 6kN$

$\Sigma F_{res} = -F_{res_1} - F_{res_2}$

$= -6kN - 4{,}5kN$

$\rightarrow F_{res} = -10{,}5kN$

Lage

$M_{res} = F_{res} = \Sigma_{res}$

$M_1 = F_{res_1} \cdot 3m = 18kNm$

$M_2 = F_{res_2} \cdot 4m = 18kNm$

$\rightarrow M_{res}^{(A)} = -M_1 - M_2 = -36kNm$

$\rightarrow l_{res} = \left|\frac{M_{res}}{F_{res}}\right| = 3{,}42m$

(B) $M_1 = F_{res_1} \cdot 3m = 18kNm$

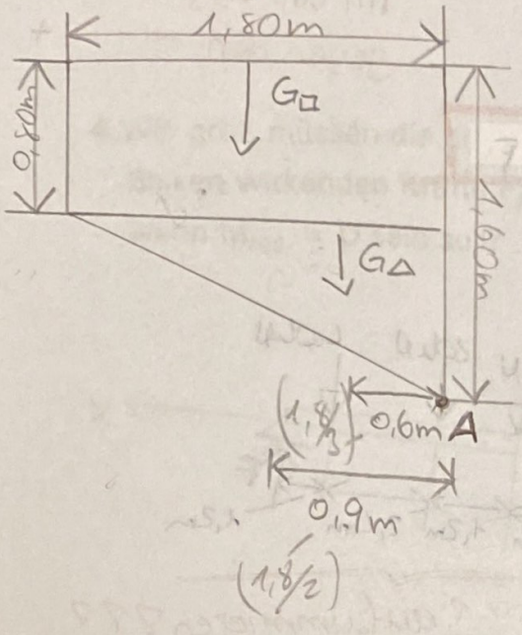
$M_2 = F_{res_2} \cdot 2m = 9kNm$

$M_{res}^{(B)} = +M_1 + M_2 = 27kNm$

$l_{res} = \left|\frac{M_{res}}{F_{res}}\right| = 2{,}57m$

Aufgabe 3)

Gewichtskraft



$A_\square = 0{,}8 \cdot 1{,}8 = 1{,}44\,m^2$

$A_\triangle = \frac{1}{2} \cdot 0{,}8 \cdot 1{,}8 = 0{,}72\,m^2$

$m_\square = 1{,}44 \cdot 25 = 36\,kg$

$m_\triangle = 0{,}72 \cdot 25 = 18\,kg$

$G_\square = 9{,}81 \cdot 36\,kg = 353{,}16\,N$

$G_\triangle = 9{,}81 \cdot 18\,kg = 176{,}58\,N$

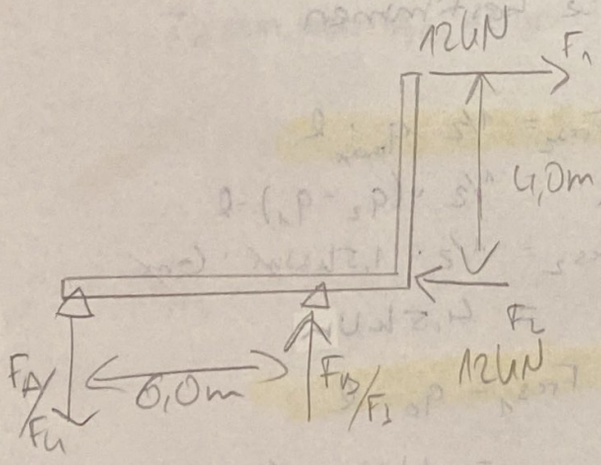
$G_{res} = G_\square + G_\triangle = 529{,}74\,N$

$M_{res}^{(A)} = +G_\square \cdot 0{,}9m + G_\triangle \cdot 0{,}6m$

$= 423{,}79\,Nm$

$l_{res} = \left| \frac{M_{res}}{G_{res}} \right| = 0{,}8m$

Aufgabe 4)



Kräftepaar, wenn Kräfte gleich, parallel, entgegengesetzt sind.
=> dann sind beide Kräfte gleich

$M_{res}^{(A)} = 0 = \Sigma M_i = -F_1 \cdot 4m + F_2 \cdot 0m + F_B \cdot 6m + F_A \cdot 0m$

$= -F_1 \cdot 4m + F_B \cdot 6m \quad | +F_1 \cdot 4m \quad | :6m$

$F_B = F_1 \cdot 4m / 6m$

$F_B = 8kN = F_A$

$M_{res}^{(B)} = 0 = \Sigma M_i = -F_1 \cdot 4m + \cancel{F_2 \cdot 0m} + \cancel{F_B \cdot 0} + F_1 \cdot 6m$

$= -F_1 \cdot 4 + F_A \cdot 6m = 0$

$F_A = \frac{F_1 \cdot 4\cancel{m}}{6\cancel{m}} = 8kN$

12.11.2020

Technische Mechanik

Aufgabe 5

2 Unbekannte (F_{AX} und F_B) => 2 Gleichungen

1. $\sum M_{(A)} = 0 = -G \cdot a/2 + F_B \cdot a$

$F_B = G \cdot a/2a$

$F_B = 100\,N$

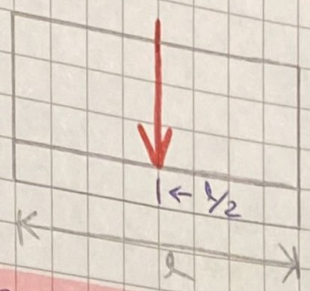
2. $\sum F_x = 0 = -F_B + F_{AX}$

$F_{AX} = F_B$

$F_{AX} = 100\,N$

Technische Mechanik Flächen- & Streckenlast

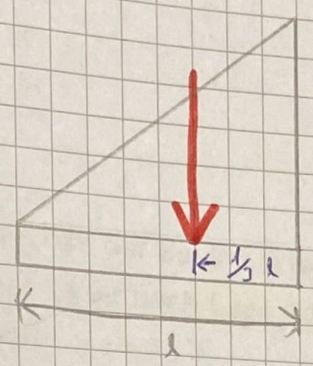
Konstante Streckenlast (Rechteckbelastung)



$q_0 = \text{konstant} = \left[\frac{N}{m}\right]$

- $F_{res} = q_0 \cdot l$

Linear sich ändernde Streckenlast (Dreiecksbelastung)



- $F_{res} = \frac{1}{2} \cdot q_{max} \cdot l$

$= \frac{1}{2} \cdot (q_2 - q_1) \cdot l$

Allgemeines Kräftesystem

a) Größe der Resultierenden

$$F_{res} = \sqrt{F_{res,x}^2 + F_{res,y}^2}$$

b) Richtung der Resultierenden

$$\tan \alpha^* = \left| \frac{F_{res,y}}{F_{res,x}} \right|$$

$$\alpha^* = \arctan = \left| \frac{F_{res,y}}{F_{res,x}} \right|$$

c) Lage der Resultierenden (MOMENTEN-SATZ)

$$M_{res} = F_{res} \cdot a_{res}$$

$$a_{res} = \left| \frac{M_{res}}{F_{res}} \right|$$

Körperschwerpunkt

$G = m \cdot g$ ⇒ Massen ziehen sich an: $F_z = m \cdot \frac{v^2}{r}$

$G_{res} = G_{\square} + G_{\triangle}$

$$l_{res} = \left| \frac{M_{res}}{G_{res}} \right|$$

Fachhochschule
Südwestfalen
Hochschule für
Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

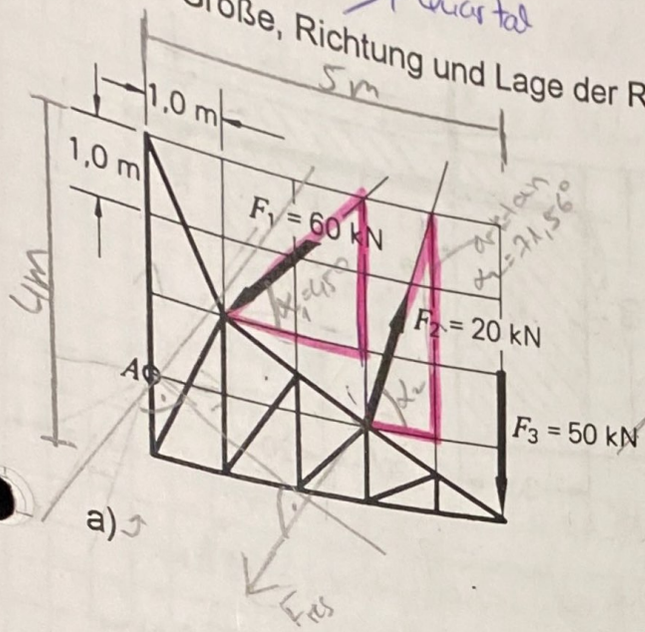
Klausurrelevant

vollständig bearbeitet

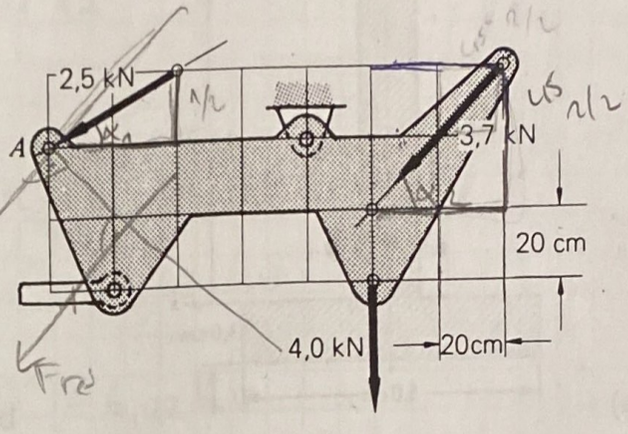
Übung 3

1. Die Größe, Richtung und Lage der Resultierenden der Kräfte sind zu bestimmen:

+ Quartal

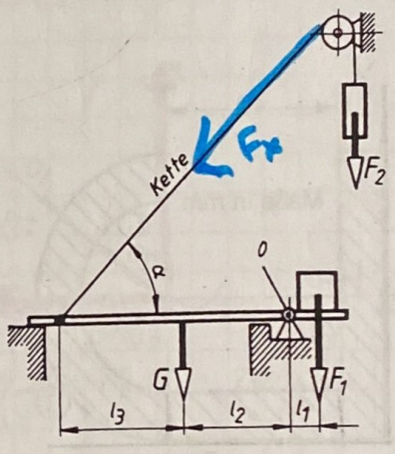


a)

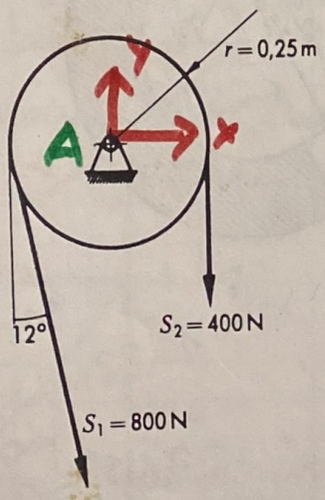


b)

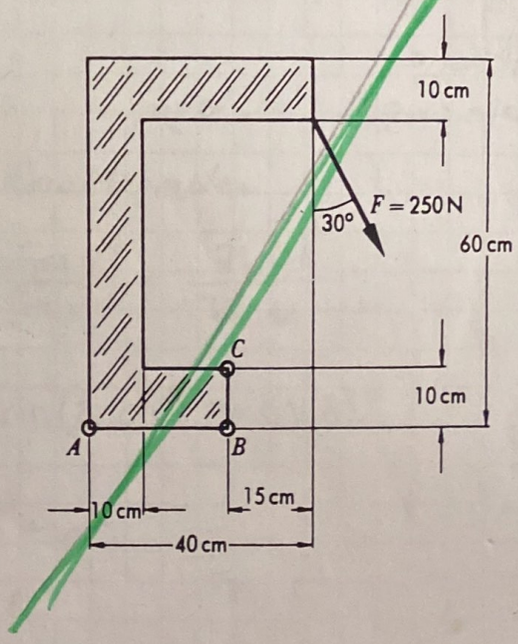
2. An einer Bodenklappe wirken ihre Gewichtskraft G= 2 kN, die Kraft F_1 = 1,5 kN und über eine Kette die Kraft F_2 = 0,5 kN. Die Abstände betragen l_1 = 0,2 m, l_2 = 0,8 m, l_3 = 0,9 m und der Winkel α = 45°. Wie groß ist der Betrag der Resultierenden, ihre Richtung und ihr Wirkabstand vom Klappendrehpunkt O?



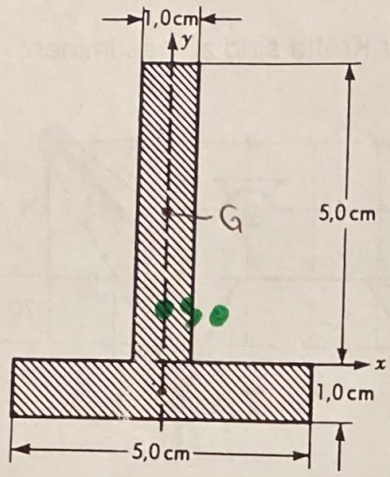
3. Die beiden an einer Seilscheibe angreifenden Kräfte sind durch eine Kraft und ein Moment in der Drehachse der Scheibe zu ersetzen.



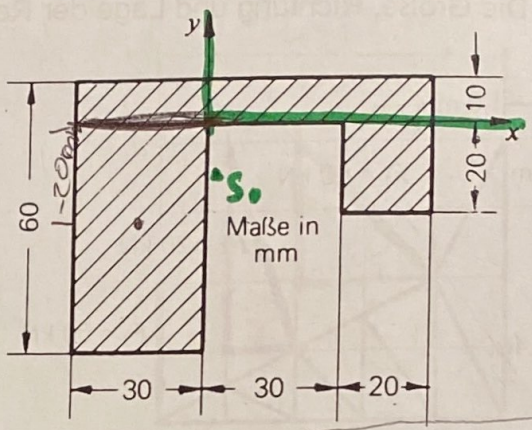
4. Die Kraft F ist durch eine Kraft und ein Moment im Punkt A zu ersetzen.



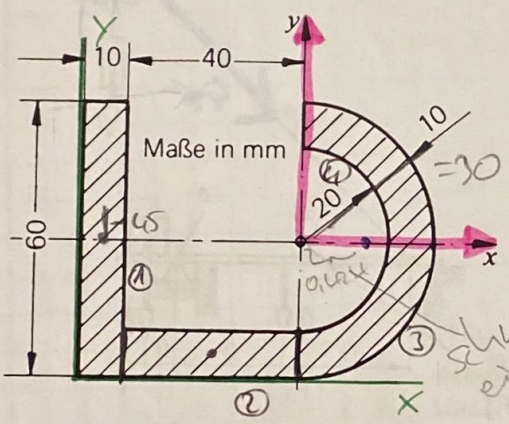
5. Zu bestimmen ist die Lage des Schwerpunktes der schraffierten Fläche.



a)



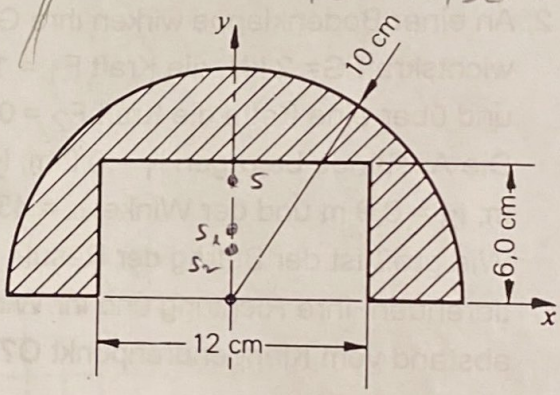
b)



c)

$x_0 = 0\,cm$

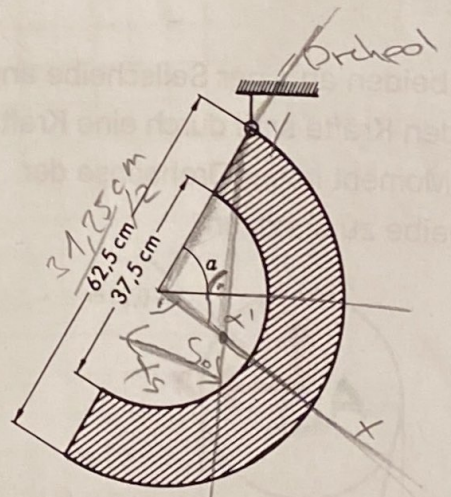
$y_0 = 5{,}3\,cm$



d)

6. Unter welchem Winkel α pendelt sich eine frei aufgehängte Platte der angegebenen Form ein?

Stabile Gleichgewichtslage



$x_s = 16{,}27\,cm$

$\alpha' = 27{,}45°$

$\alpha = 180° - 90° - 27{,}45°$

$\alpha = 62{,}55°$

Technische Mechanik

2.11.2020

Übung 3 / Aufgabe 1

a) Bestimmung der Winkel:

$$a_1 = \arctan(1/1) = 45{,}00°$$

$$a_2 = \arctan(3/1) = 71{,}57°$$

Kräftezerlegung:

$$F_{1x} = 60\,kN \cdot \cos 45° = 42{,}43\,kN$$

$$F_{1y} = 60\,kN \cdot \sin 45° = 42{,}43\,kN$$

$$F_{2x} = 20\,kN \cdot \cos 71{,}57° = 6{,}32\,kN$$

$$F_{2y} = 20\,kN \cdot \sin 71{,}57° = 18{,}97\,kN$$

$$F_{3x} = 0\,kN$$

$$F_{3y} = F_3 = 50{,}00\,kN$$

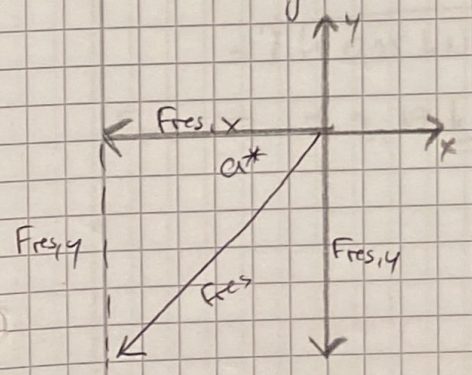
Bestimmung der Größe der Resultierenden

$$F_{Res,x} = \Sigma F_{ix} = -\cos 45° \cdot 60\,kN + \cos 71{,}6° \cdot 20\,kN$$
$$= -36{,}44\,kN$$

$$F_{Res,y} = \Sigma F_{iy} = -\sin 45° \cdot 60\,kN + \sin 71{,}6° \cdot 20\,kN - 50\,kN$$
$$= -73{,}45\,kN$$

$$F_{res} = \sqrt{F_{Res,x}^2 + F_{Res,y}^2} = \sqrt{(-36{,}44\,kN)^2 + (-73{,}45\,kN)^2}$$
$$= 81{,}84\,kN$$

Bestimmung der Richtung der Resultierenden



$$\tan \alpha^* = \left|\frac{F_{res,y}}{F_{res,x}}\right| = \frac{73{,}46}{36{,}44}$$

$$\alpha^* = \arctan(2{,}03) = 63{,}82°$$

$$\alpha = 180° + \alpha^*$$

$$\alpha = 243{,}82°$$

Bestimmung der Lage der Resultierenden

$M_{res,A} = \Sigma M_{iA} = +F_{1x} \cdot 1m - F_{1y} \cdot 1m + F_{2x} \cdot 0m + F_{2y} \cdot 3m - F_{3y} \cdot 5m$

$M_{res,A} = +42,43\,kN \cdot 1m - 42,43\,kN \cdot 1m + 18,97\,kN \cdot 3m - 50\,kN \cdot 5m$

$M_{res,A} = +18,97\,kN \cdot 3m - 50\,kN \cdot 5m$

$= -193,09\,Nm$

$$l_{res} = \left| \frac{M_{res,A}}{F_{res}} \right| = \frac{193,09\,Nm}{81,85\,kN}$$

$l_{res} = 2,36m$ (Abstand)

b) Bestimmung des Winkels von F_1:

$\alpha_1 = \arctan(1/2) = 26,57°$

Kräftezerlegung:

$F_{1x} = 2,5\,kN \cdot \cos 26,57° = 2,24\,kN$

$F_{1y} = 2,5\,kN \cdot \sin 26,57° = 1,12\,kN$

$F_{2x} = 3,7\,kN \cdot \cos 45° = 2,62\,kN$

$F_{2y} = 3,7\,kN \cdot \sin 45° = 2,62\,kN$

$F_{3x} = 0\,kN$

$F_{3y} = F_3 = 4,00\,kN$

res = 9,31 kN

$\alpha = 237,89°$

res $M_{(A)} = -7,14\,kNm$

res Wirk Abstand 0,78 m

Technische Mechanik Übung 3

19.11.2020

Aufgabe 2

r = Radius der Kettenumlenkrolle

A = Drehpol der Kettenumlenkrolle

$$\sum M_{res(A)} = 0 = -F_2 \cdot r + F_x \cdot r$$

$$F_x \cdot r = F_2 \cdot r$$

$$F_x = F_2$$

$G = 2kN$

$F_1 = 1{,}5kN$

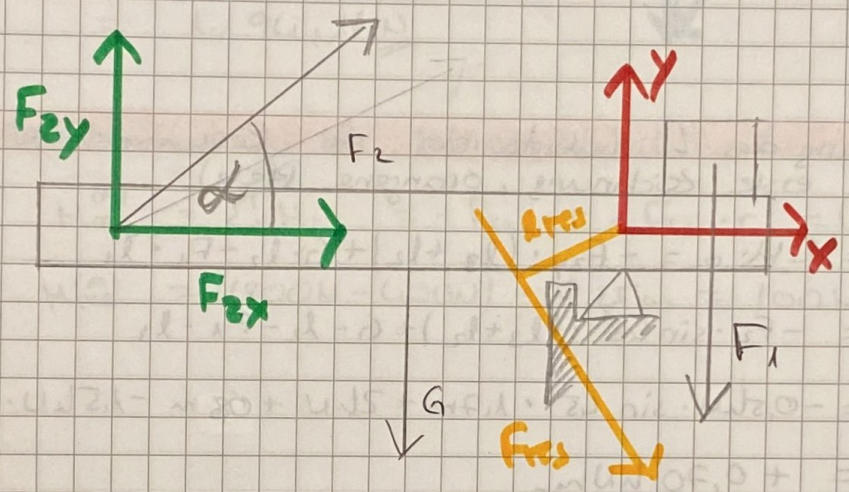
$F_2 = 0{,}5kN$

$l_1 = 0{,}2m$

$l_2 = 0{,}8m$

$l_3 = 0{,}9m$

$\alpha = 45°$



Bestimmung der Größe der Resultierenden:

$$F_{res,x} = \sum F_{ix} = +F_{1x} + F_{2x} + G_x \qquad F_{2x} = F_2 \cdot \cos\alpha$$

$$= 0 + 0{,}5kN \cdot \cos 45° + 0$$

$$F_{res,x} = +0{,}35\,kN$$

$$F_{res,y} = \sum F_{iy} = F_{1y} + F_{2y} - G_y \qquad F_{2y} = F_2 \cdot \sin\alpha$$

$$= -1{,}5kN + 0{,}5kN \cdot \sin 45° - 2{,}0kN$$

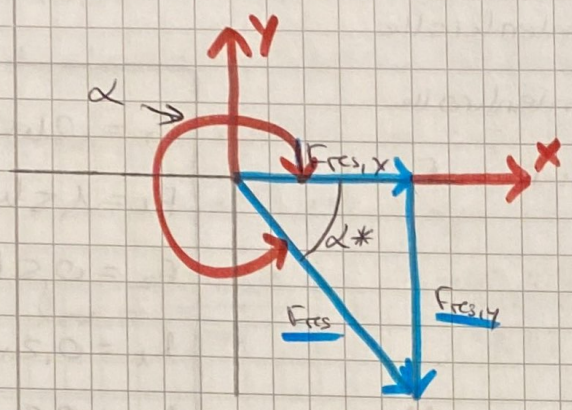
$$F_{res,y} = -3{,}15\,kN$$

$$F_{res} = \sqrt{F_{res,x}^2 + F_{res,y}^2}$$

$$= \sqrt{(+0{,}35\,kN)^2 + (-3{,}15\,kN)^2}$$

$$F_{res} = +3{,}17\,kN$$

Bestimmung der Richtung der Resultierenden



$$\tan \alpha^* = \left| \frac{F_{res,y}}{F_{res,x}} \right| = \frac{3{,}15}{0{,}35}$$

$$\alpha^* = \arctan 9{,}0 = 83{,}66°$$

$$\alpha = 360° - \alpha^*$$

$$\alpha = 276{,}34°$$

Bestimmung des Wirkabstandes der Resultierenden:

(siehe erste Zeichnung, orangene Pfeile)

$$M_{res,0} = \sum M_{i,0} = -F_{2y} \cdot (l_3 + l_2) + G \cdot l_2 - F_1 \cdot l_1$$

Null

$$= -F_2 \cdot \sin 45° \cdot (l_3 + l_2) + G \cdot l_2 - F_1 \cdot l_1$$

$$= -0{,}5\,kN \cdot \sin 45° \cdot 1{,}7\,m + 2\,kN + 0{,}8\,m - 1{,}5\,kN \cdot 0{,}2\,m$$

$$M_{res,0} = +0{,}70\,kNm$$

$$l_{res} = \left| \frac{M_{res,0}}{F_{res}} \right| = \frac{0{,}70\,kNm}{3{,}17\,kN}$$

$$l_{res} = 0{,}22\,m$$

Technische Mechanik Übung 3 19.11.2020

Aufgabe 3

Resultierende:

$$F_{res,x} = \sum F_{ix} = F_{S1} \cdot \sin 12° = 166{,}33\,N$$

$$F_{res,y} = \sum F_{iy} = -F_{S1} \cdot \cos 12° - F_{S2} = -782{,}5\,N - 400\,N$$

$$= 1.182{,}52\,N$$

$$F_{res} = \sqrt{F_{res,x}^2 + F_{res,y}^2} = \sqrt{(166{,}33\,N)^2 + (1.182{,}52\,N)^2}$$

$$= 1.194{,}16\,N$$

Drehmoment in der Drehachse:

$$M_{res}^{(A)} = \sum M_{iA} = -F_{S2} \cdot r + F_{S1} \cdot r = (F_{S1} - F_{S2}) \cdot r$$

$$M_{res}^{(A)} = (800\,N - 400\,N) \cdot 0{,}25\,m = 100\,Nm$$

Technische Mechanik Übung 3

→ Koordinaten des Schwerpunkts der Teilfläche ←

5c)

i	A_i [mm²]	x_i [mm]	$x_i \cdot A_i$ [mm³]	y_i [mm]	$y_i \cdot A_i$ [mm³]
1.	600	-45	-27.000	0	0
2.	400	-20	-8.000	-25	-10.000
3.	1.413,7	*20·0,424 12,72	17.982	0	0
4.	-628,3	8,48	-5.328	0	0
Σ	1.785,4	-12,53	-22.346	-5,60	-10.000

$\frac{\pi \cdot r^2}{2}$ → 3.

$x_s = 0{,}424 \cdot r$

r=30 = Schwerpunkt/Abstand

$$x_0 = \frac{\Sigma x_i \cdot A_i}{\Sigma A_i} = \frac{-22.346}{1.785{,}4} = -12{,}53 \text{ mm}$$

$$y_0 = \frac{\Sigma y_i \cdot A_i}{\Sigma A_i} = \frac{-10.000}{1.785{,}4} = -5{,}60 \text{ mm}$$

Grüne Koordinaten-Achse:

i	A_i [mm²]	x_i [mm]	$x_i \cdot A_i$ [mm³]	y_i [mm]	$y_i \cdot A_i$ [mm³]
1.	600	5	3000	30	18.000
2.	400	30	12.000	5	2.000
3.	1.413,7	62,72	88.667,6	30	42.411
4.	-628,3	58,48	-36.742,98	30	-18.849
Σ	1.785,4	37,48	-22345,9	24,40	-10.000

$x_s = -12{,}5$ mm

$y_s = -5{,}6$ mm

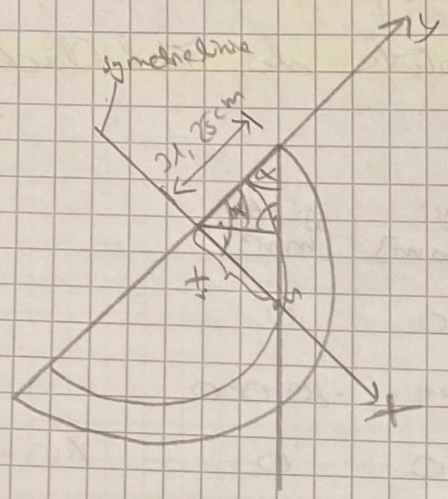
Lösung 5d)

$y_0 = 5{,}3$ cm

$x_0 = 0$

6)

Stabile Gleichgewichtslage



Aufgabe 5 d)

i	A [cm²]	x_i [cm]	$x_i \cdot A_i$ [cm³]	y_i [cm]	$y_i \cdot A_i$ [cm³]
1	157	0	0	4,24	665,7
2	-72	0	0	3	-216
Σ	85		0		449,7

Kreisfläche: $A = \pi \cdot r^2$

Schwerpunkt Halbkreisfläche: $y_s = 0{,}424 \cdot r$

$$x_s = \frac{\sum x_i \cdot A_i}{\sum A_i} = \frac{0\,mm^3}{85\,mm^2} = 0\,mm$$

$$y_s = \frac{\sum y_i \cdot A_i}{\sum A_i} = \frac{449{,}7\,mm^3}{85\,mm^2} = 5{,}3\,mm$$

$S\,(0\,mm\,|\,5{,}3\,mm)$

Technische Mechanik / Übungsblatt 3 26.11.2020

Aufgabe 6)

i	A_i [cm²]	x_i [cm]	$x_i \cdot A_i$ [cm³]	y_i [cm]	$y_i \cdot A_i$ [cm³]
1	1533,9	13,25	20.324,2	0	0
2	-552,2	7,95	-4.390,0	0	0
Σ	981,7		15.934,2		0

Schwerpunkt Halbkreisfläche: $x_s = 0{,}424 \cdot r$

$$x_s = \frac{15.934{,}2}{981{,}7} = 16{,}23\,cm$$

Der Schwerpunkt liegt unterhalb des Drehpols!

$$\tan \alpha' = \left|\frac{x_s}{r_1}\right| = \frac{16{,}23}{31{,}25} = 27{,}45°$$

$$\alpha = 180° - 90° - 27{,}45°$$
$$= 62{,}55°$$

Freimachen !

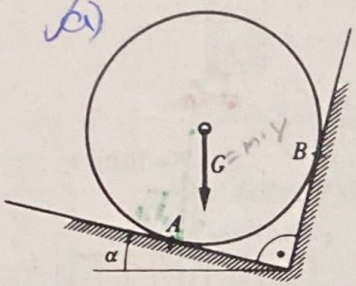
Fachhochschule
Südwestfalen
Hochschule für
Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

Übung 4

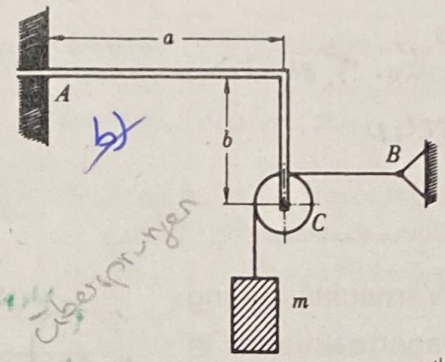
Gleichgewichtsbedingungen

1. Die abgebildeten Systeme sind unter Vernachlässigung der Eigengewichte freizumachen. Alle Gelenke und Oberflächen sollen reibungsfrei angenommen werden.

a)

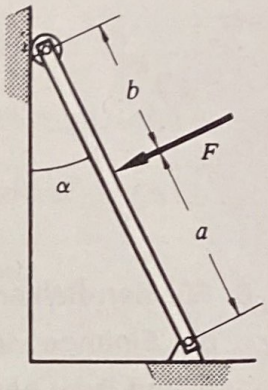


b)



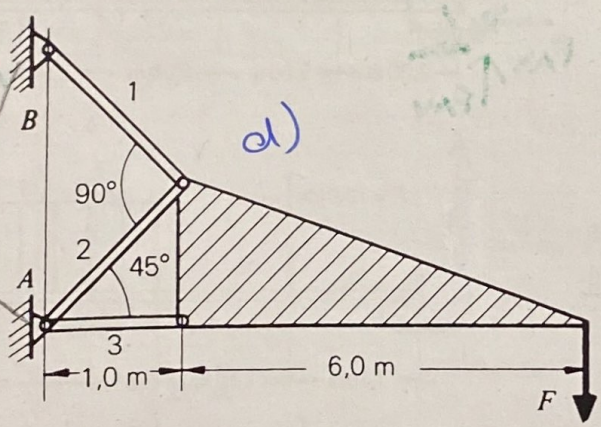
überspringen

c)

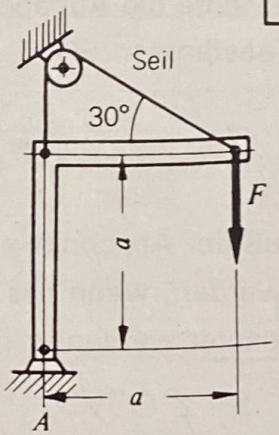


Anlagepunkte – Reaktion?

d)

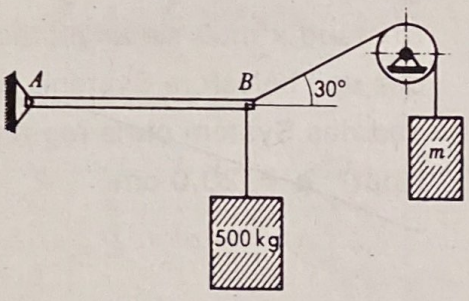


e)

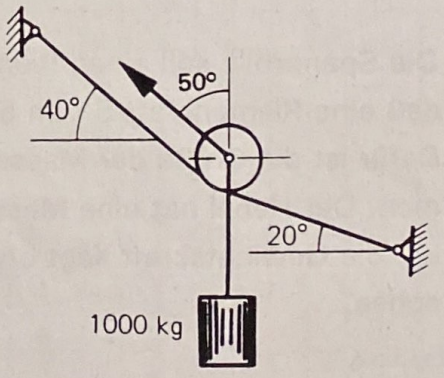


2. Für die in Aufgabe 1 gezeichnete Walze sind die Auflagerreaktionen in A und B zu bestimmen. G = 1,0 kN; α = 35°.

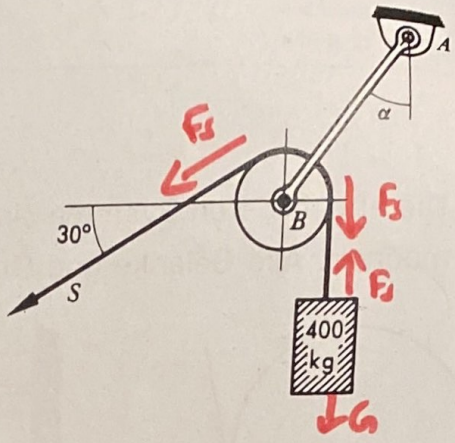
3. Für das skizzierte System ist die Masse m so zu bestimmen, daß der Balken AB horizontal bleibt. Für diesen Fall ist die Reaktionskraft in A zu bestimmen.



4. Eine Last wird an einem Seil hochgezogen. Für die gezeichnete Position ist die Kraft im Schlepp- und Tragseil zu bestimmen.



X 5. Über eine Rolle ist ein nach Skizze belastetes Seil gelegt. Unter welchen Winkel α stellt sich die Haltestange AB ein? Wie groß ist die Stangenkraft F_S?



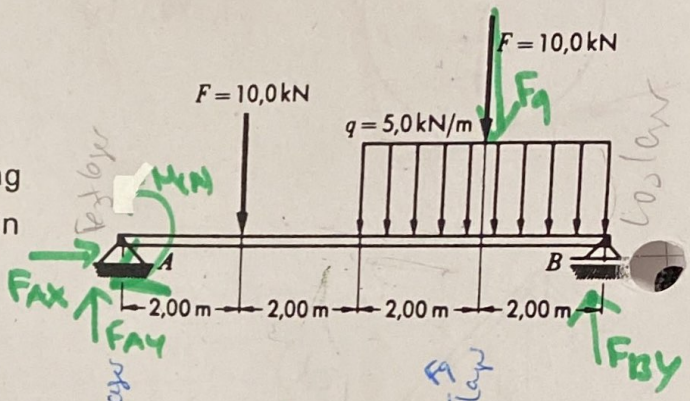
Lösung:

$\alpha = 30°$

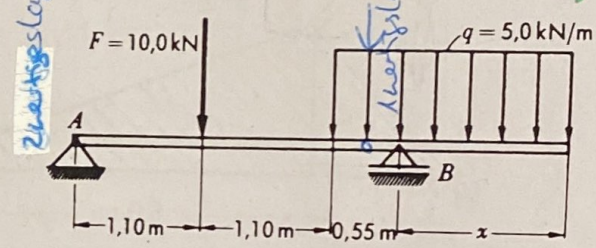
$F_S = 6.797 N$

$G = m \cdot g$
$= 400 kg \cdot 9{,}81 \, m/s^2$
$G = 3924 N$

6. Für den Balken sind unter Vernachlässigung der Eigengewichte die Auflagerreaktionen in A und B zu bestimmen.



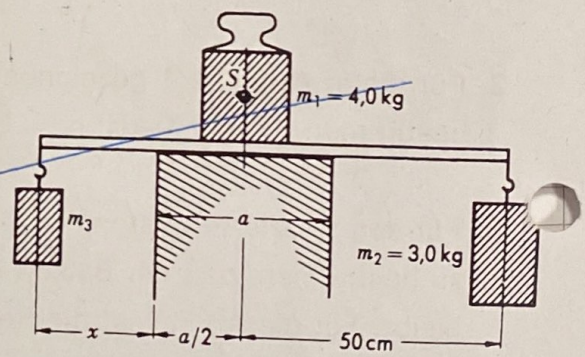
X 7. Wie lang muß der Abschnitt x des Balkens ausgeführt werden, wenn das Lager A vollkommen entlastet werden soll?



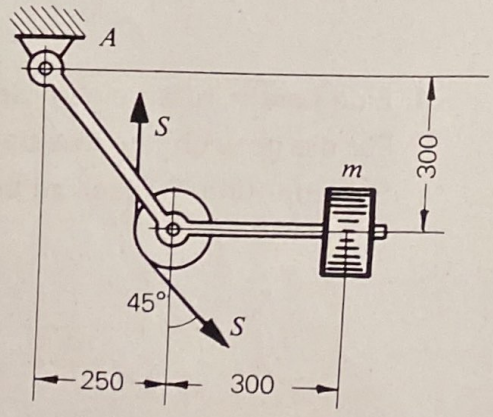
$F_{AX} = 0$
$F_{AY} = 0$

$x = 2{,}63 m$

8. Das System ist ein Modell für ein Auslegerkran mit Last und Gegengewicht. Wie groß muß die Masse m_3 sein und in welchem Abstand x muß sie angebracht sein, damit das voll belastete System nicht nach rechts und das System ohne m_2 nicht nach links kippt? a = 20,0 cm



X 9. Die Spannrolle soll einen Riemen so spannen, daß eine Riemenkraft S von 500 N entsteht. Dafür ist die Größe der Masse m zu bestimmen. Der Hebel hat eine Masse von etwa 10 kg, die Gewichtskraft liegt etwa in der Rollenachse.



Lösung:

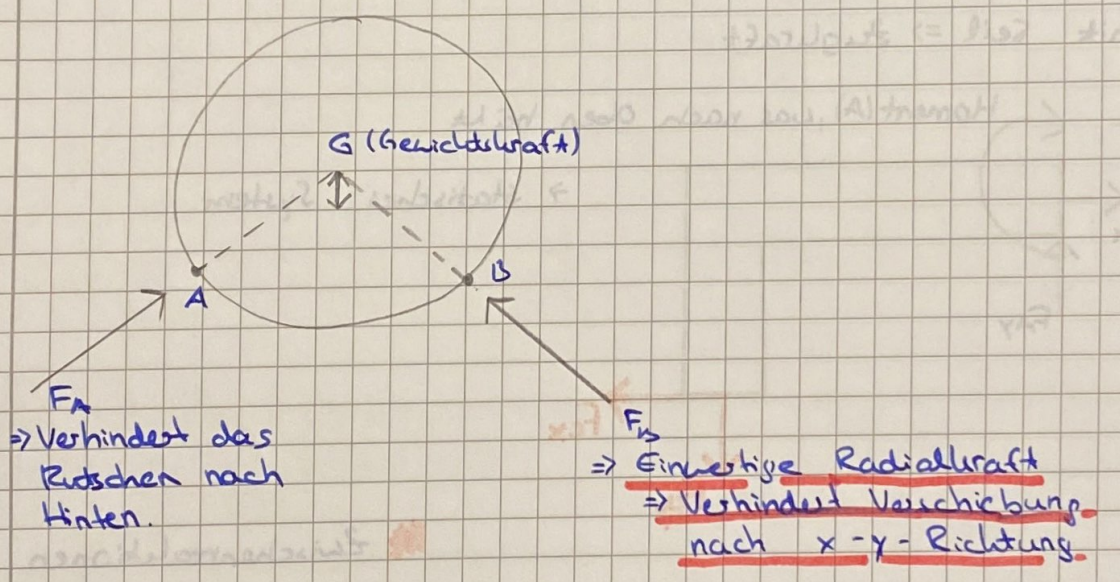
$m = 21{,}89 kg$

Technische Mechanik / Übung 4 / Freimachen!

Notizen:

- Auflagerreaktionen Fest- und Loslager
- Direkt mit der Umgebung berühren
- Zwischenlager ⇒ Kräfte, die zwischen Systemteilen reagieren
- Wertigkeit eines Lagers ⇒ Bewegungsmöglichkeiten
- Radialkraft ⇒ äußere Kraft, die auf den Körper wirkt
- Tangentialkraft ⇒ Kraft, die senkrecht zur Radialkraft wirkt ⇒ bedeutungsvoll bei kreisförmigen Bahnen

Aufgabe 1 a)



$\Sigma F_x = 0 : -F_B + G \cdot \sin 35° = 0$

$\Sigma F_y = 0 : +F_A - G \cdot \cos 35° = 0$

umstellen!

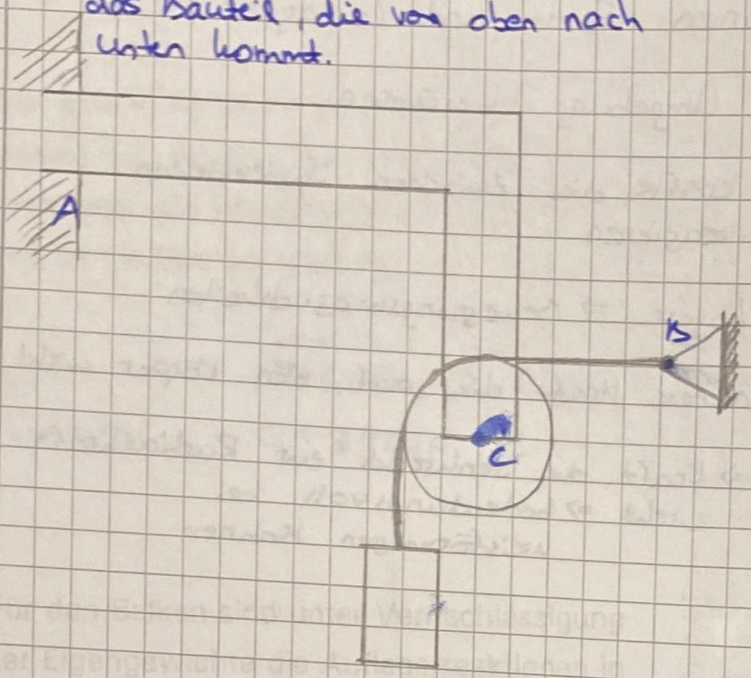
$F_A = 0{,}82\ kN$

$F_B = \cancel{-0{,}8}\ -0{,}57\ kN$

$$\left[\begin{array}{l} G_x = G \cdot \sin 35° \\ G_y = G \cdot \cos 35° \end{array}\right]$$

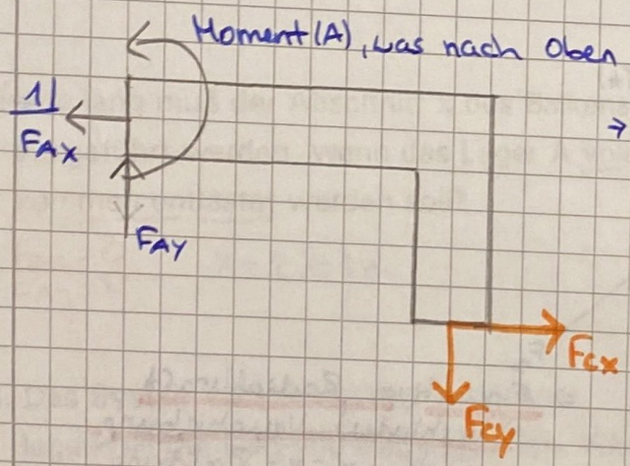
Aufgabe 1b)

Die Wand übt eine Kraft auf das Bauteil, die von oben nach unten kommt.



- mit Seil => Zugkraft

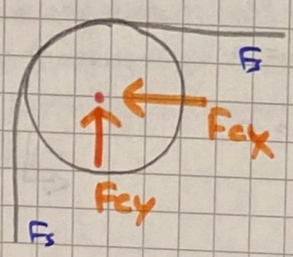
1)



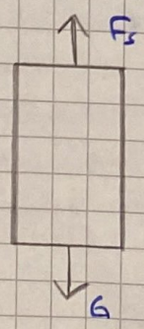
→ statisches System

Zwischenreaktionen

2)

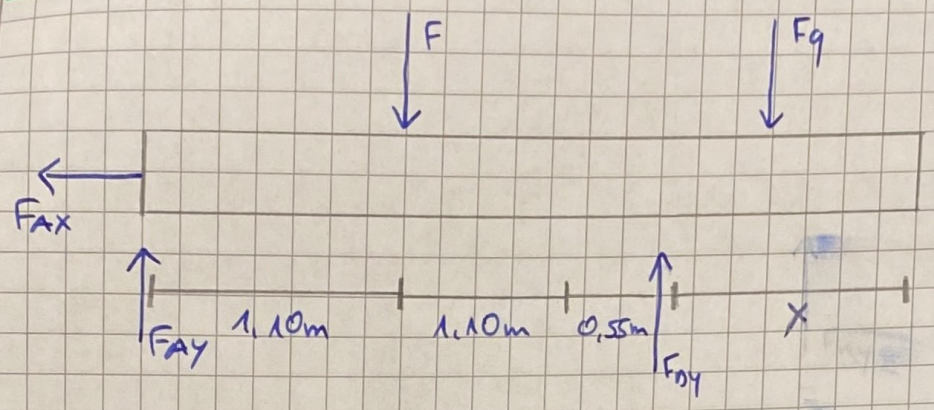


3)



Technische Mechanik / Übung 4 / Freimachen!

Aufgabe 7)



$\Sigma F_{ax} = 0$ (da es alleine steht)

$\Sigma F_{ay} = 0 := + F_{ay} - F_{By} - \overbrace{q \cdot (x + 0{,}55m)}^{q \cdot l} = 0$

$\Sigma M^{(A)} = 0 := - F \cdot 1{,}10m + F_B \cdot 2{,}75m$ (Summe) ↻ (mit)
$- q \cdot (x + 0{,}55m) \cdot (x + 0{,}55m) / 2 + 2{,}2 = 0$

Vollständig bearbeitet

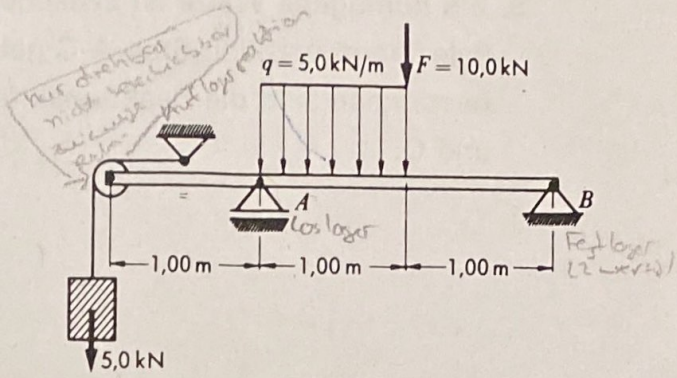
Technische Betriebswirtschaft
Technische Mechanik
Prof. Dr. K.-D. Kothe

Statik

Fachhochschule
Südwestfalen
Hochschule für
Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

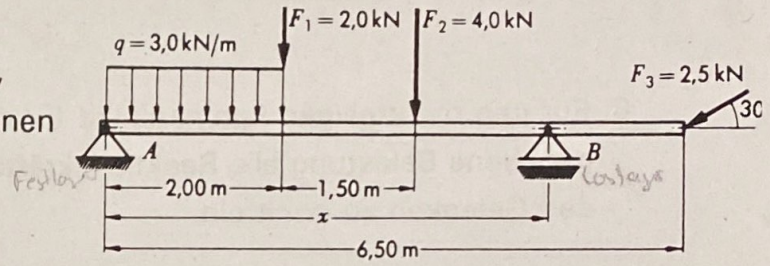
Übung 5

1. Für den abgebildeten Balken sind die Auflagerreaktionen in A un B zu bestimmen.



2. Der Lagerabstand x ist so zu bestimmen, daß die beiden vertikalen Auflagerreaktionen gleich groß sind.

x = 4,85 m



= 4 Unbekannte

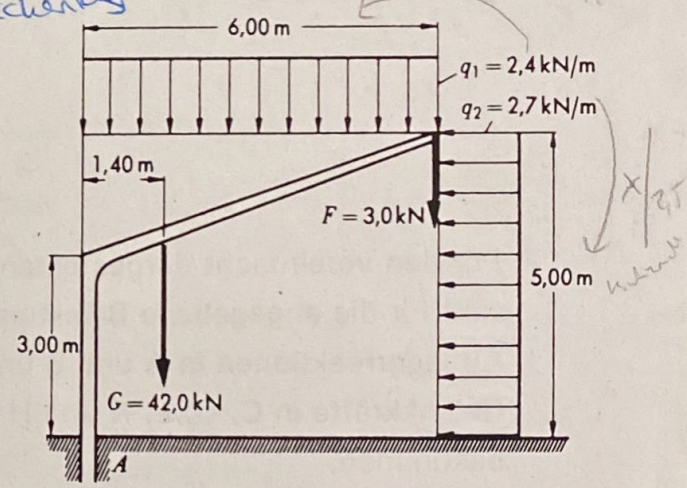
Reaktionen ↓ 3

Konstante Flächenlast

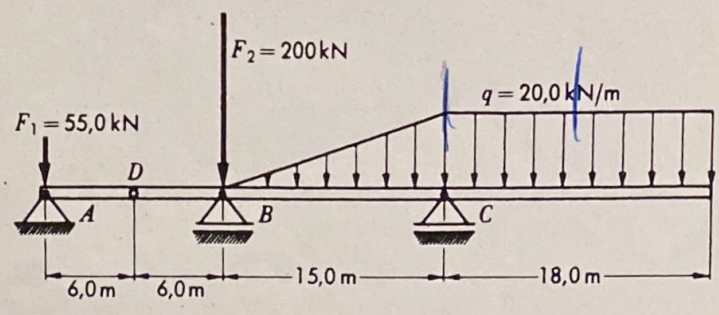
3. Für den Träger einer offenen Unterstellhalle sind die Einspannreaktionen in A zu bestimmen.

F_{Ax}

G = 42 kN
F = 3 kN
F_{q1} = 14,4 kN
F_{q2} = 13,5 kN

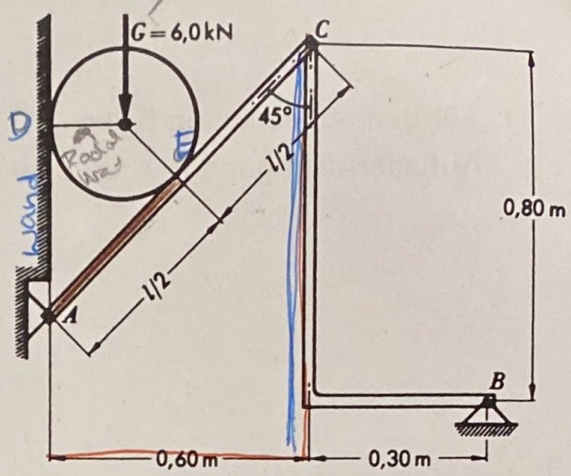


4. Für den dreifach gelagerten Gerberträger sind die Auflagerreaktionen in A, B und C zu bestimmen.

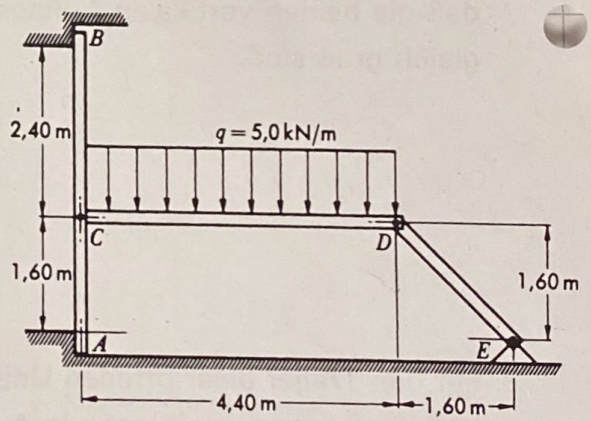


Klausurteil

5. Ein homogene Walze ist zwischen eine vertikale Wand und den Stab A-C gelegt. Zu bestimmen sind die Reaktionskräfte in A,B und C.



6. Für den mehrteiligen Rahmen sind für die angegebene Belastung alle Reaktionskräfte in den Gelenken zu ermitteln.



$F_{Ax} = 6{,}6$ kN $\quad F_{Ay} = 11$ kN

$F_{Dx} = 4{,}4$ kN

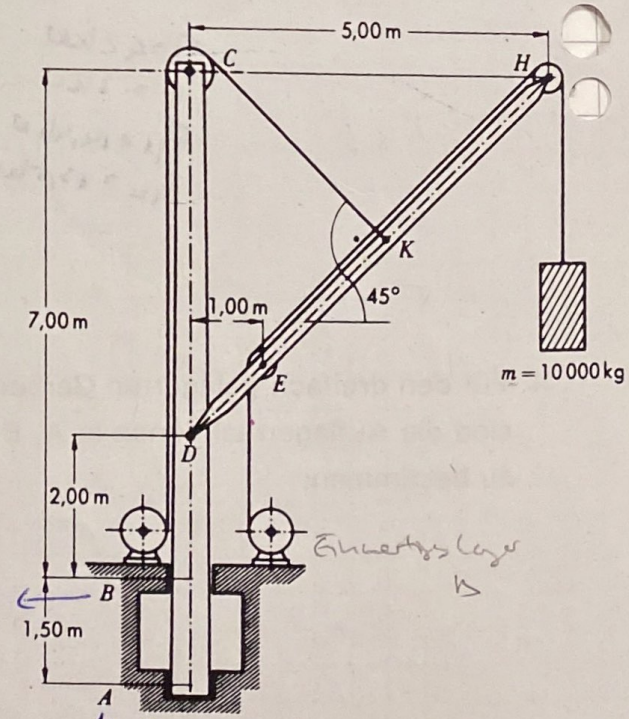
$F_{Cx} = 11$ kN $\quad F_{Cy} = 11$ kN

$F_{Bx} = 11$ kN $\quad F_{By}$ 11 kN

$F_{Ex} = 11$ kN $\quad F_{Ey}$ 11 kN

7. Für den vereinfacht dargestellten Hebebaum sind für die angegebene Belastung die Auflagerreaktionen in A und B und die Gelenkkräfte in C, D, E, K und H zu bestimmen.

in moodle



Einwertig x-Richtung verhindert

A+B keine Verschiebung und Drehung

↳ zweiwertig x & y-Verschiebung verhindert

Übung 5

Lösung

Aufgabe 6

$F_{Ax} = 6{,}6$ kN

$F_{Bx} = 4{,}4$ kN

$F_{Cx} = 11$ kN

$F_{Dx} = 11$ kN

$F_{Ex} = 11$ kN

$F_{Ay} = 11$ kN

$F_{Cy} = 11$ kN

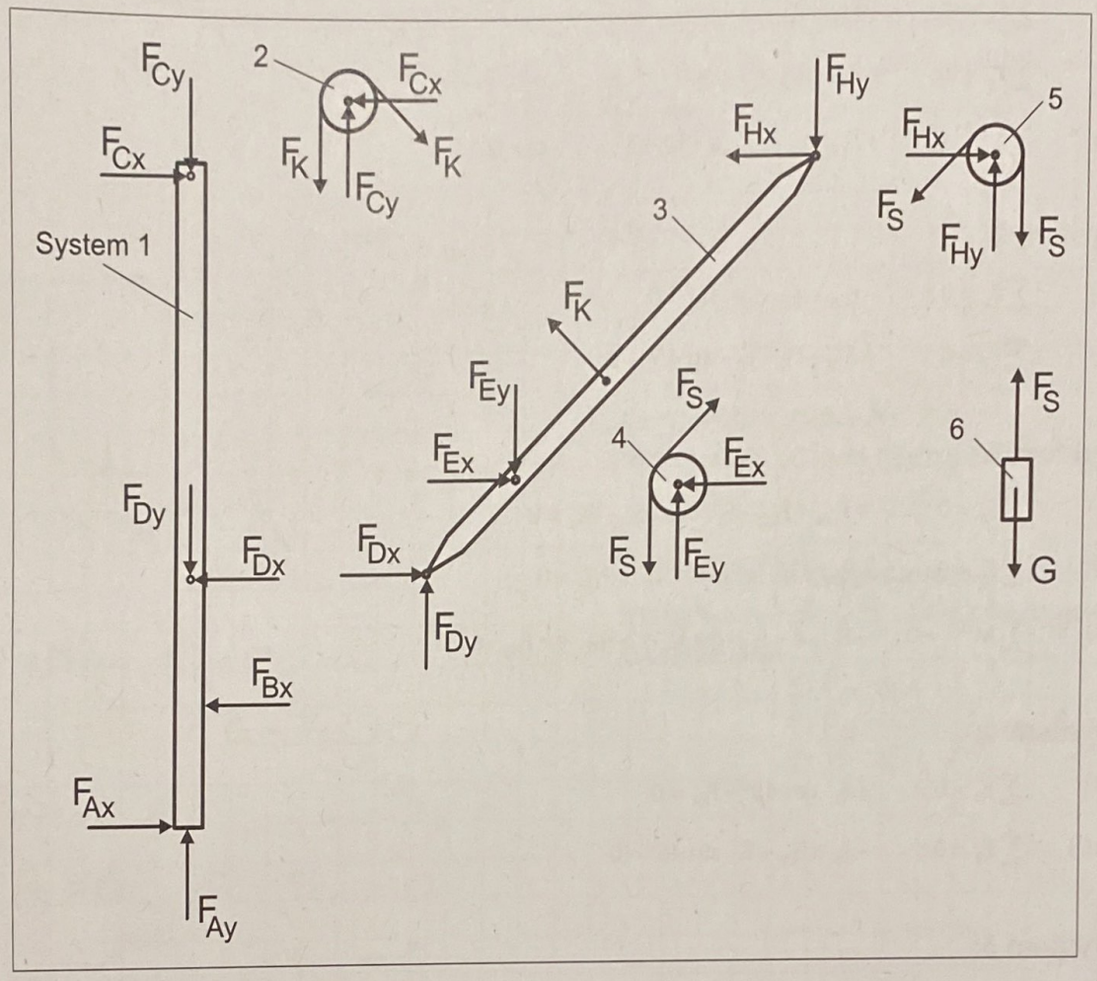
$F_{Dy} = 11$ kN

$F_{Ey} = 11$ kN

Ü5

Aufgabe 7

a) Freimachen



Abmessungen:

a = 1,5 m; b = 2,0 m; c = 7,0 m; d = 1,0 m; e = 5,0 m;

f = 5,0 m * sin 45° = 3,54 m

bekannt: G = 98,1 kN

unbekannt: F_{Ax}; F_{Ay}; F_{Bx}; F_{Cx}; F_{Cy}; F_{Dx}; F_{Dy}; F_{Ex}; F_{Ey}; F_{Hx}; F_{Hy}; F_K; F_S

b) Gleichgewichtsbedingungen

System 1:

(1) $\sum F_X = 0: \quad +F_{Ax} - F_{Bx} - F_{Dx} + F_{Cx} = 0$

(2) $\sum F_y = 0: \quad +F_{Ay} - F_{Dy} - F_{Cy} = 0$

(3) $\sum M^{(A)} = 0: \quad +F_{Bx} \cdot a + F_{Dx} \cdot (a+b) - F_{Cx} \cdot (a+c) = 0$

System 2:

(4) $\sum F_x = 0: \quad -F_{Cx} + F_K \cdot \cos 45° = 0$

(5) $\sum F_y = 0: \quad +F_{Cy} - F_K - F_K \cdot \sin 45° = 0$

System 3:

(6) $\sum F_x = 0: \quad +F_{Dx} + F_{Ex} - F_K \cdot \cos 45° - F_{Hx} = 0$

(7) $\sum F_y = 0: \quad +F_{Dy} - F_{Ey} + F_K \cdot \sin 45° - F_{Hy} = 0$

(8) $\sum M^{(D)} = 0: \quad -F_{Ex} \cdot d - F_{Ey} \cdot d + F_K \cdot f + F_{Hx} \cdot e - F_{Hy} \cdot e = 0$

System 4:

(9) $\sum F_x = 0: \quad +F_S \cdot \cos 45° - F_{Ex} = 0$

(10) $\sum F_y = 0: \quad -F_S + F_{Ey} + F_S \cdot \sin 45° = 0$

System 5:

(11) $\sum F_x = 0: \quad -F_S \cdot \sin 45° + F_{Hx} = 0$

(12) $\sum F_y = 0: \quad -F_S \cdot \cos 45° + F_{Hy} - F_S = 0$

System 6:

(13) $\sum F_y = 0: \quad -G + F_S = 0$

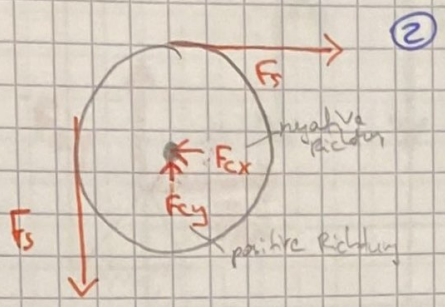
---

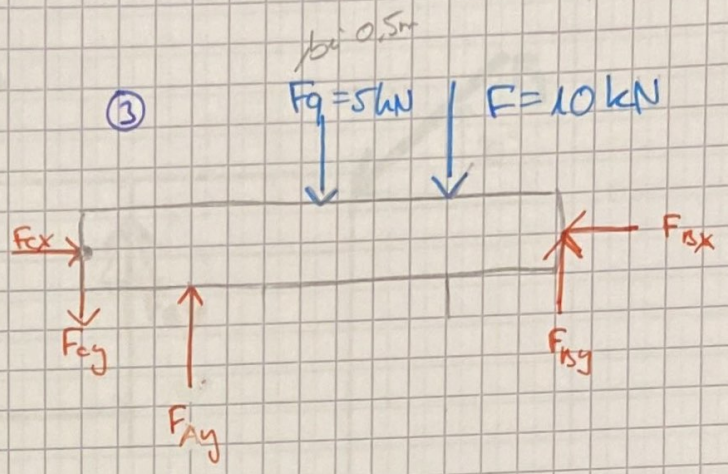
c) Ergebnisse

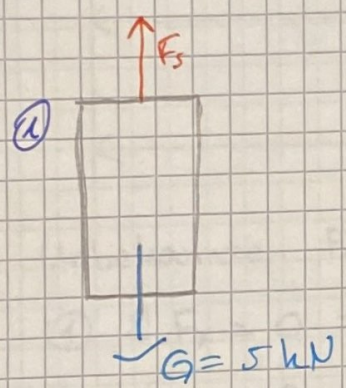
F_{Ax} = 391,83 kN	F_{Ay} = 362,47 kN
F_{Bx} = 391,83 kN	
F_{Cx} = 117,55 kN	F_{Cy} = 283,82 kN
F_{Dx} = 117,55 kN	F_{Dy} = 78,65 kN
F_{Ex} = 69,36 kN	F_{Ey} = 28,74 kN
F_{Hx} = 69,36 kN	F_{Hy} = 167,46 kN
F_K = 166,27 kN	F_S = 98,1 kN

Technische Mechanik

Übung 5 / Aufgabe 1







Zwischenreaktionen: paarweise, entgegengesetzt,

Bei 3 Teilsystemen kann man insgesamt 9 Gleichungen aufstellen.

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M = 0 \end{array}\right\} \text{pro Systemteil}$$

System 1

① $\Sigma F_y = 0: \; -G + F_s = 0$

System 2

② $\Sigma F_x = 0: \; +F_s - F_{cx} = 0$

③ $\Sigma F_y = 0: \; -F_s + F_{cy} = 0$

System 3

④ $\Sigma F_x = 0: \; +F_{cx} - F_{Bx} = 0$

⑤ $\Sigma F_y = 0: \; -F_{cy} + F_{Ay} - F_q - F + F_{By} = 0$

⑥ $\Sigma M^{(B)} = 0: \; -F_{Ay} \cdot 2m + F_{cy} \cdot 3m + F_q \cdot 1{,}5m + F \cdot 1m = 0$

① $F_s = G = 5kN$

② $F_{cx} = F_s = 5kN$

③ $F_{cy} = F_s = 5kN$

④ $F_{Bx} = F_{cx} = 5kN$

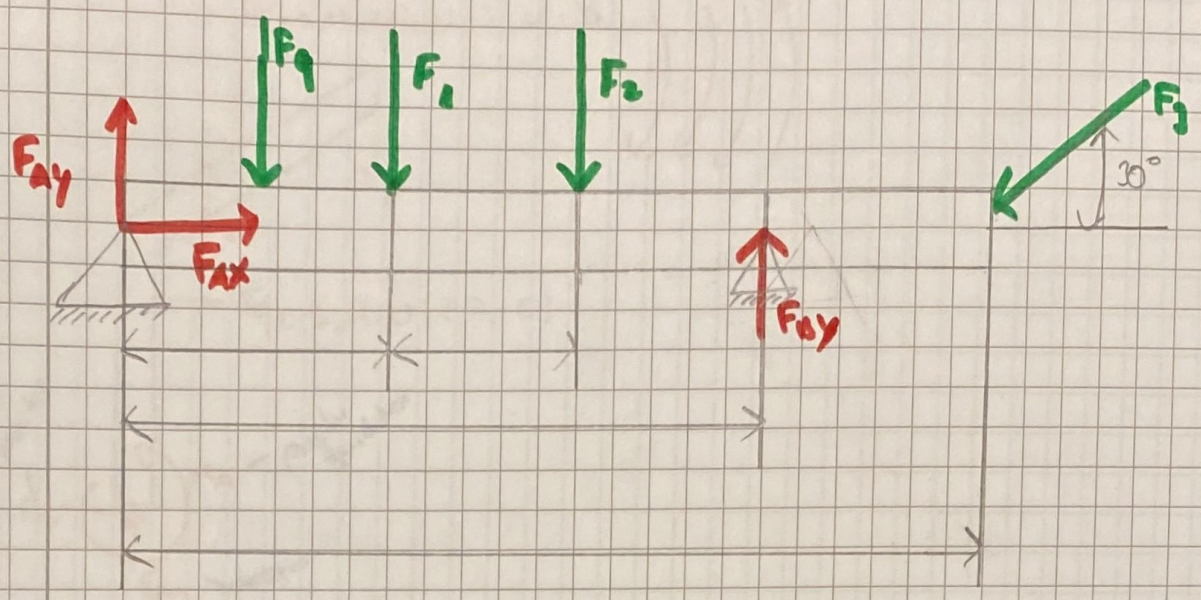
⑥ $F_{Ay} = \dfrac{F_{cy} \cdot 3m + F_q \cdot 1{,}5 + F \cdot 1m}{2m}$

$= 16{,}25kN$

⑤ $F_{By} - F_{cy} - F_{Ay} + F_q + F = +3{,}75kN$

Technische Mechanik / Übung 5

Aufgabe 2)



Unbekannte: F_{Ax}, F_{Ay}, F_{By}, x $\Rightarrow$ 4 Gleichungen

① $\Sigma F_x = 0 = +F_{Ax} - F_3 \cdot \cos 30°$

② $\Sigma F_y = 0 = +F_{Ay} - F_q - F_1 - F_2 + F_{By} - F_3 \cdot \sin 30°$

(wenn in x-Richtung cos verwendet wurde, muss in y-Richtung sin verwendet werden)

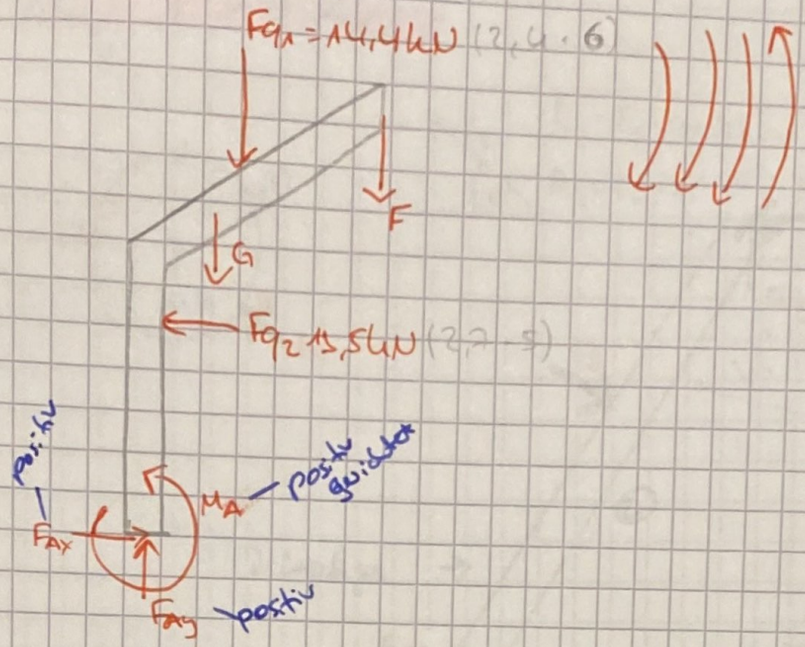
③ $\Sigma M(A) = 0 = -F_q \cdot 1m - F_1 \cdot 2m - F_2 \cdot 3{,}5m + F_{By} \cdot x - F_3 \cdot \sin 30° \cdot 6{,}5m$

④ $F_{Ay} = F_{By}$ (siehe Aufgabenstellung)

$x = 4{,}85m$

Technische Mechanik

Übung 5 / Aufgabe 3



① $\Sigma F_x = 0: \; +F_{Ax} - F_{q2} = 0$

② $\Sigma F_y = 0: \; +F_{Ay} - G - F_{q1} - F = 0$

③ $\Sigma M^{(A)} = 0: \; \boxed{+M_A} + F_{q2} \cdot 2{,}5\,m - G \cdot 1{,}4\,m - F_{q1} \cdot 3\,m - F \cdot 6\,m = 0$

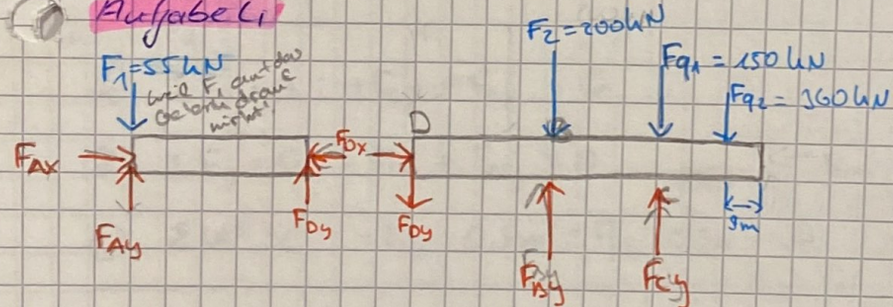
$F_{Ax} = F_{q2} = 15{,}5\,kN$

$F_{Ay} = G + F_{q1} + F = 59{,}4\,kN$

$M_A = -F_{q2} \cdot 2{,}5\,m + G \cdot 1{,}4\,m + F_{q1} \cdot 3\,m + F \cdot 6\,m$

$= 86{,}25\,kNm$

Aufgabe 4



System 1

① $\Sigma F_x = 0: \; +F_{Ax} - F_{Dx} = 0$

② $\Sigma F_y = 0: \; -F_1 + F_{Ay} + F_{Dy} = 0$

③ $\Sigma M^{(A)} = 0: \; +F_{Dy} \cdot 6\,m = 0$

System 2

④ $\Sigma F_x = 0: \; +F_{Dx} = 0$

⑤ $\Sigma F_y = 0: \; -F_{Dy} + F_{By} - F_2 - F_{q1} + F_{Cx} - F_{q2} = 0$

① $F_{Dy} = 0$

② $F_{Dx} = 0$

① $F_{Ax} = 0$

② $F_{Ay} = F_1 = 55\,kN$

⑥ $F_{Cy} = \dfrac{F_{q1} \cdot 10\,m + F_{q2} \cdot 2{,}4\,m}{15\,m} = 69{,}6\,kN$

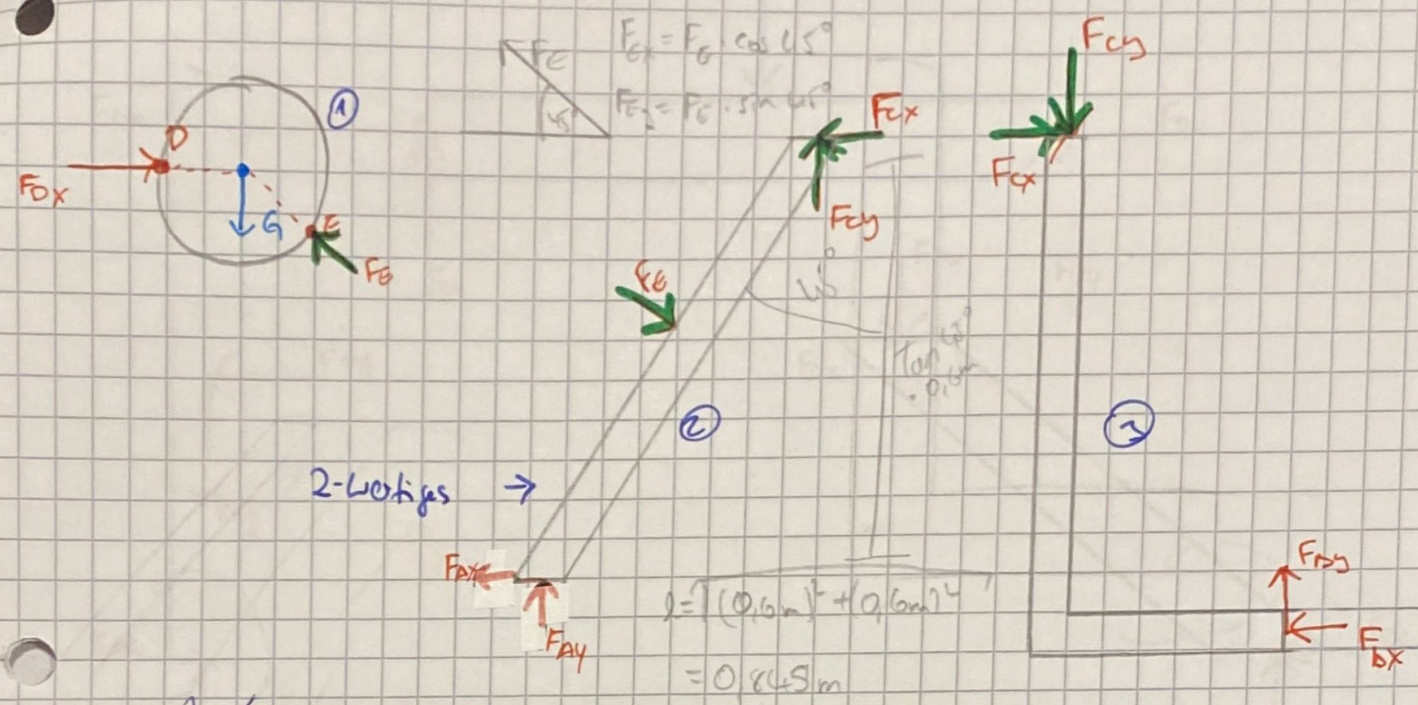
⑤ $F_{By} = F_{Dy} + F_2 + F_{q1} - F_{Cy} + F_{q2} = 341\,kN$

im Uhrzeigersinn

⑥ $\Sigma M^{(B)} = 0: \; -F_{Dy} \cdot 6\,m - F_{q1} \cdot 10\,m + F_{Cy} \cdot 15\,m - F_{q2} \cdot 2{,}4\,m = 0$

Technische Mechanik

Übung 5 / Aufgabe 5



System 1

① $\Sigma F_x = 0 : +F_{Dx} - F_E \cdot \cos 45° = 0$

Wirkungslinie D → keine Tangentialkraft
⇒ keine Momente

② $\Sigma F_y = 0 : -G + F_E \cdot \sin 45° = 0$

System 2

Aktionskraft : G
Zwischenreaktion:
gleichgroß, entgegengesetzt, paarweise

③ $\Sigma F_x = 0 : -F_{Ax} - F_{Cx} + F_E \cdot \cos 45° = 0$

④ $\Sigma F_y = 0 : +F_{Ay} + F_{Cy} - F_E \cdot \sin 45° = 0$

⑤ $\Sigma M^{(A)} = 0 : +F_{Cy} \cdot 0{,}6m + F_{Cx} \cdot 0{,}6m - F_E \cdot \frac{l}{2} = 0$

System 3

⑥ $\Sigma F_x = 0 : +F_{Cx} - F_{Dx} = 0$

⑦ $\Sigma F_y = 0 : -F_{Cy} + F_{Dy} = 0$

⑧ $\Sigma M^{(D)} = 0 : -F_{Cx} \cdot 0{,}8m + F_{Cy} \cdot 0{,}3m = 0$

---

② $F_E = \frac{G}{\sin 45°} = 8{,}49kN$

① $F_{Dx} = F_E \cdot \cos 45° = 6{,}0\,kN$

⑧ $F_{Cx} = F_{Cy} \cdot \frac{0{,}3m}{0{,}8m}$

⑤ $F_{Cy} \cdot 0{,}6 + F_{Cy} \cdot \frac{0{,}3m}{0{,}8m} \cdot 0{,}6m = F_E \cdot l/2$

$F_{Cy} \cdot \left[0{,}6 + \frac{0{,}3m}{0{,}8m} \cdot 0{,}6m\right] = 1/2\, F_E \cdot l$

$F_{Cy} = \frac{F_E \cdot l}{2 \cdot [\ldots]} = 4{,}368\,kN$

$F_{Cx} = F_{Cy} \cdot \frac{0{,}3m}{0{,}8m} = 1{,}638\,kN$

③ $F_{Ax} = -F_{Cx} + F_E \cdot \cos 45° = 4{,}364\,kN$

④ $F_{Ay} = F_E \cdot \sin 45° - F_{Cy} = 1{,}63\,kN$

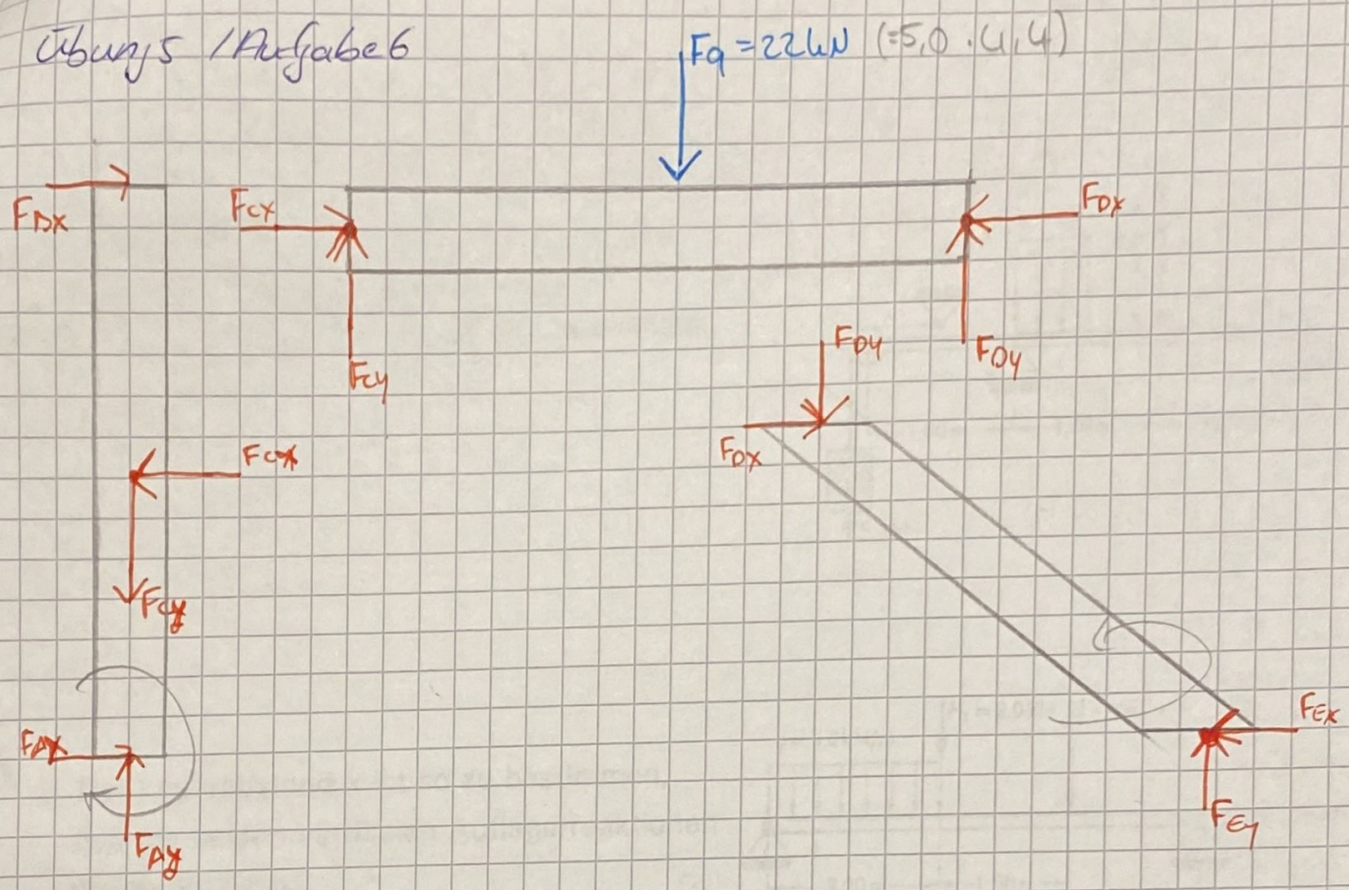
⑥ $F_{Dx} = F_{Cx} = 1{,}638\,kN$

⑦ $F_{Dy} = F_{Cy} = 4{,}368\,kN$

Technische Mechanik

CARMA-6Mai

Übung 5 / Aufgabe 6



Vollständig bearbeitet

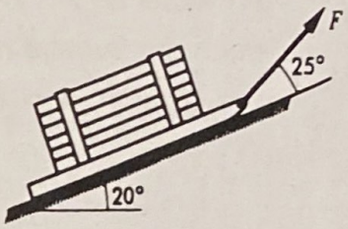
Technische Betriebswirtschaft
Technische Mechanik
Prof. Dr. K.-D. Kothe

Statik - Reibung

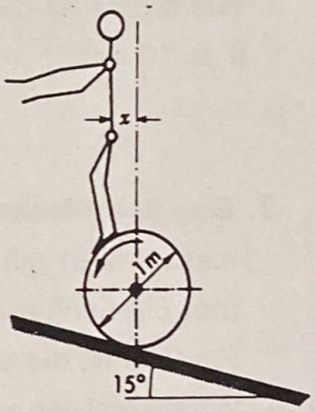
Fachhochschule Südwestfalen
Hochschule für Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

Übung 6

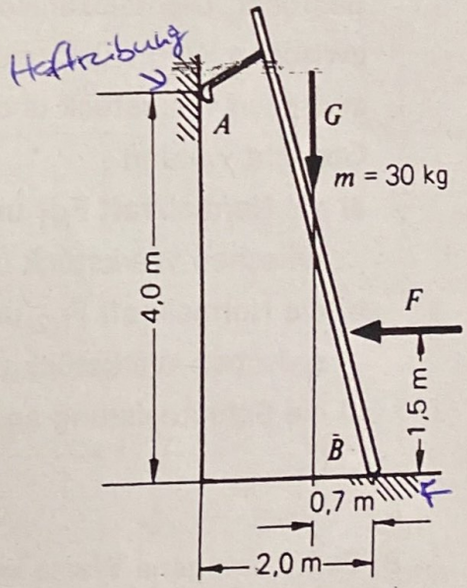
1. Eine Last von 1200 kg wird auf einem Schlitten eine Rampe hinaufgezogen. Die Reibungszahlen betragen $\mu_0 = 0{,}15$ und $\mu = 0{,}10$. Zu bestimmen sind
   a) die notwendige Kraft, um die Last in Bewegung zu setzen,
   b) die notwendige Kraft, um die Last mit konstanter Geschwindigkeit zu bewegen,
   c) die notwendige Kraft, um ein Zurückgleiten der Last im Stillstand zu vermeiden.



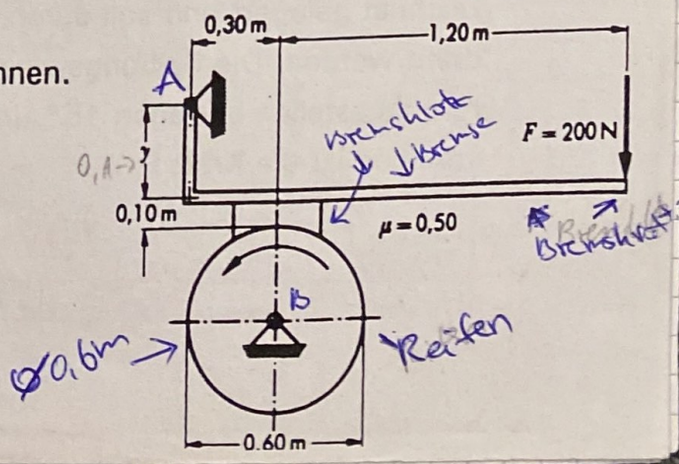
2. Ein Akrobat rollt eine Walze eine schiefe Ebene mit der Steigung von 15° hinauf. In welchem Abstand x vom Walzenmittelpunkt muß er "laufen", um die Walze mit konstanter Geschwindigkeit hinaufzurollen. Die Gewichtskräfte betragen für die Walze 450 N, für den Akrobaten 700 N. Zu bestimmen sind außerdem die notwendigen Reibungszahlen an der Laufstelle und auf der Rollbahn.



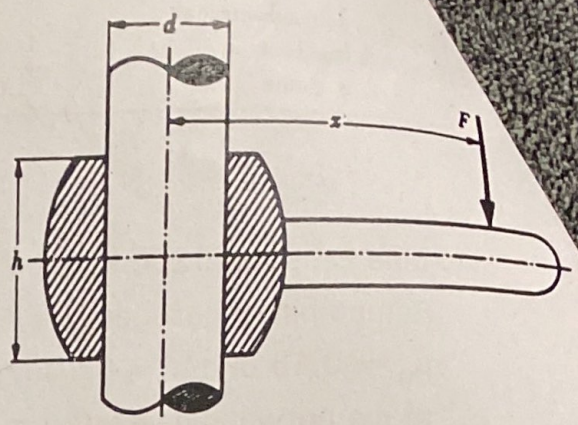
3. Die Leiter ist aus der angegebenen Position durch eine Kraft F umgeschmissen worden. Für die Reibungszahlen $\mu_{0A} = 0{,}20$ und $\mu_{0B} = 0{,}60$ ist abzuschätzen, wie groß F mindestens gewesen sein muß.



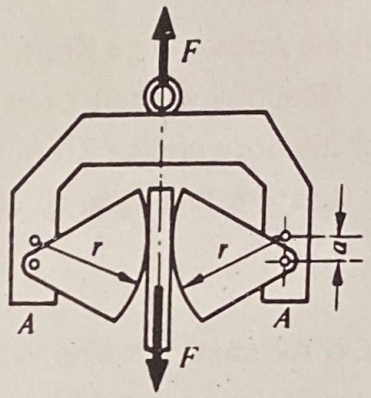
4. Für die Bremse ist das Bremsmoment zu berechnen. y = 0,1 m.



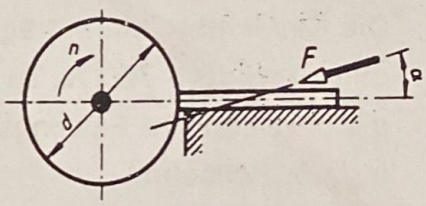
5. Eine Buchse ist mit geringem Spiel auf eine Welle gesteckt. Welchen Abstand x muß die am Hebel angreifende Kraft mindestens haben, wenn die Buchse nicht heruntergleiten soll? $h = 50$ mm, $d = 60$ mm, $\mu_0 = 0{,}25$.



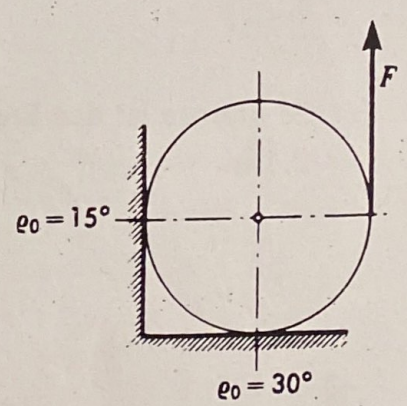
6. Die abgebildete Klemmvorrichtung dient zum Festhalten von Platten. Kann eine Platte $m = 100$ kg gehalten werden, wenn $\mu_0 = 0{,}2$ an der Klemmestelle ist.
Wie groß sind dann die Gelenkkräfte in A?
$a = 10$ mm, $r = 100$ mm.



7. ~~Eine Schleifscheibe von d = 300 mm Durch-~~ messer läuft mit der Drehzahl $n = 1400\ \text{min}^{-1}$ um. Ein flaches Werkstück wird mit einer Kraft $F = 200$ N, die unter einem Winkel $\alpha = 15°$ zur Waagerechten wirkt, gegen die Schleifscheibe gedrückt. Die Reibzahlen betragen $\mu_1 = 0{,}2$ zwischen Werkstück und Tisch und $\mu_2 = 0{,}6$ zwischen Werkstück und Schleifscheibe.
Gesucht werden
a) die Normalkraft F_{N1} und Reibkraft F_{R1} zwischen Werkstück und Tisch,
b) die Normalkraft F_{N2} und Reibkraft F_{R2} zwischen Werkstück und Schleifmaschine,
c) die Schnittleistung an der Schleifmaschine.



8. Eine homogene Walze von 30 Kg ist wie gezeichnet gelagert und soll durch die Kraft F gedreht werden. Die Reibungswinkel in den Berührungsstellen betragen 15° und 30°. Zu bestimmen ist die Kraft F.



Reibungswinkel über tan -Reibungskoeffizienten ausrechnen
von Winkel

$\mu_{01} = \tan \rho_0 = 0{,}2679$ $\quad F = 114{,}15\,N$
$\mu_{02} = \tan \rho_0 = 0{,}572$

Technische Mechanik

Reibung
Übung 6

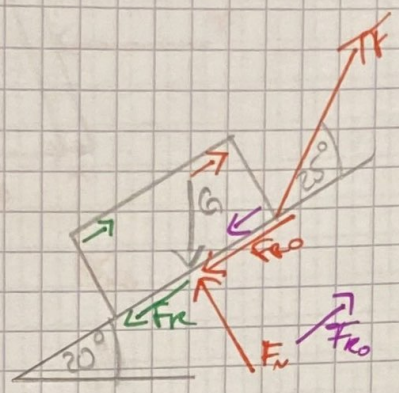
$F_{R0} = \mu_0 \cdot F_N$ ← Columbsche Gesetz

$F_R = \mu \cdot F_N$

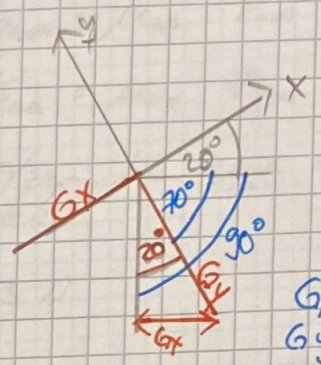
Aufgabe 1)

a) Haftreibung

a)
b)
c)



$G = 11{,}77\ kN$
$\Rightarrow 1200 \cdot 9{,}81 / 1000$



$G_x = G \cdot \sin 20°$
$G_y = G \cdot \cos 20°$

① $\Sigma F_x = 0: -G \cdot \sin 20° \overset{-F_R}{-} F_{R0} + F \cdot \cos 25° = 0$

② $\Sigma F_y = 0: +F_N - G_y \cdot \cos 20° + F \cdot \sin 25° = 0$

③ $\overset{F_R}{F_{R0}} = \overset{\mu}{\mu_0} \cdot F_N$ Columbsche Gesetz

2GS lösen: Bei mehr als 2 Unbekannte, dann (Columb) einsetzen.

① $-G \cdot \sin 20° - \mu_0 \cdot F_N + F \cdot \cos 25° = 0$

② $+F_N - G_y \cdot \cos 20° + F \sin 25° = 0$

Umstellen:

② $F_N = +G \cdot \cancel{\sin} \cos 20° - F \cdot \sin 25°$

① $-G \cdot \sin 20° - \mu_0 [G \cdot \cos 20° - F \cdot \sin 25°] + F \cdot \cos 25° = 0$

$-G \cdot \sin 20° - \mu_0 \cdot G \cdot \cos 20° + F \cdot \sin 25° + F \cdot \cos 25° = 0$

? $\Rightarrow \mu_0 \cdot F \cdot \sin 25° + F \cdot \cos 25° = G \cdot \sin 20° + \mu_0 \cdot G \cdot \cos 20°$

$F [\mu_0 \cdot \sin 25° + \cos 25°] = G \cdot [\sin 20° + \mu_0 \cdot \cos 20°]$ > nach F lösen

$F = G \cdot \frac{[\sin 20° + \mu_0 \cdot \cos 20°]}{[\mu_0 \cdot \sin 25° + \cos 25°]}$

$= 5{,}86\ kN$

b) $F = G \cdot \frac{[\sin 20° + \cos 20°]}{[\sin 25° + \cos 25°]}$

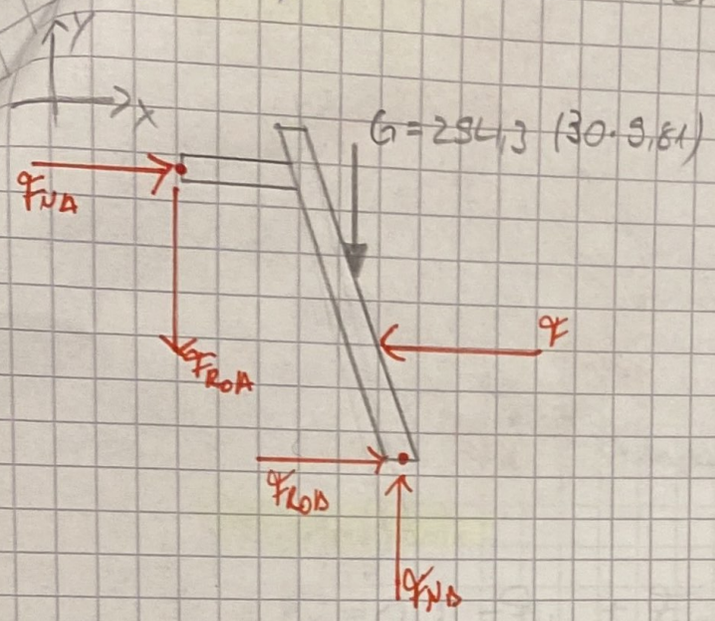
$= 5{,}41\ kN$

c) $F = G \cdot \frac{[\sin 20° - \mu_0 \cdot \cos 20°]}{[-\mu_0 \cdot \sin 25° + \cos 25°]}$

Übung 6

Aufgabe 3)

Welche Größe ist gesucht? → F



① $\Sigma F_x = 0: +F_{NA} - F + F_{RoB} = 0$

② $\Sigma F_y = 0: -F_{RoA} - G + F_{NB} = 0$

③ $\Sigma M^{(B)} = 0: +F \cdot 1{,}5m + G \cdot 0{,}7m + F_{RoA} + 2m - F_{NA} \cdot 4m = 0$

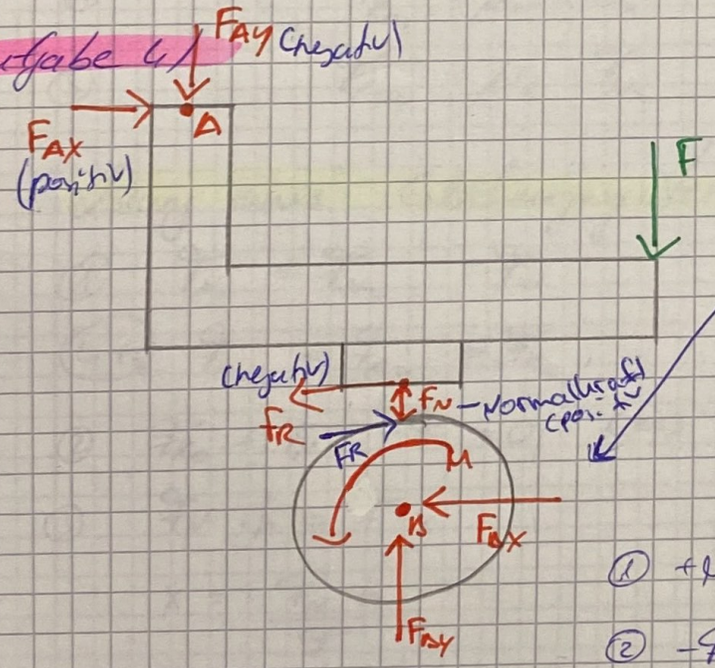
④ $F_{RoA} = \mu_{0A} \cdot F_{NA}$

⑤ $F_{RoB} = \mu_{0B} \cdot F_{NB}$

=> Einsetzen bis eine Gleichung entsteht

$F = 451{,}3\ N$

Aufgabe 4)



$M = ?$

Momentengleichung

① $\Sigma M^{(B)} = 0: +M - F_R \cdot 0{,}3m = 0$

② $\Sigma M^{(A)} = 0: -F \cdot 1{,}5m - F_R \cdot 0{,}2m + F_N \cdot 0{,}3m = 0$

③ $F_R = \mu \cdot F_N$

① $+M - \mu \cdot F_N \cdot 0{,}3m = 0$

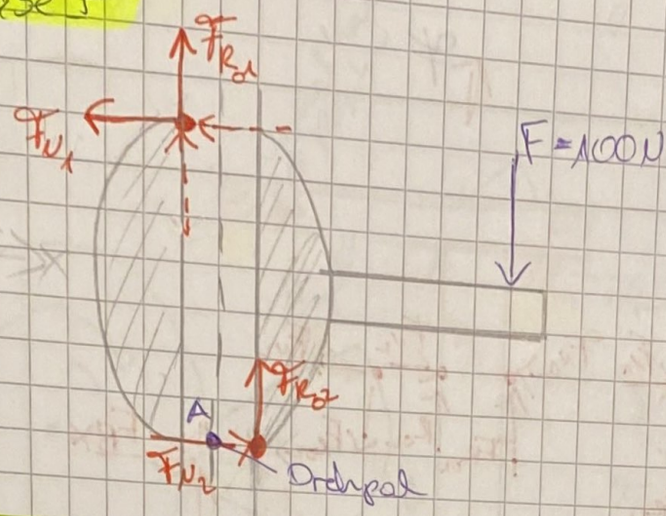
② $-F \cdot 1{,}5m - \mu \cdot F_N \cdot 0{,}2m + F_N \cdot 0{,}3m = 0$

$$F_N = \frac{F \cdot 1{,}5m}{[-\mu \cdot 0{,}2m + 0{,}3m]}$$

Lösung: $M = 225\ Nm$

Technische Mechanik – Übung 6

Aufgabe 5



Reibung

$F_N \rightarrow$ Senkrecht

$F_R \rightarrow$ Scheibe

entgegengesetzt zur

$x = ?$

Gleichungen:

① $\Sigma F_x = 0: \; -F_{N1} + F_{N2} = 0$

② $\Sigma F_y = 0: \; +F_{R01} + F_{R02} - F = 0$

③ $\Sigma M^{(A)} = 0: \; -F_{R01} \cdot d/2 + F_{N1} \cdot h + F_{R02} \cdot d/2 - F \cdot x = 0$

④ $F_{R01} = \mu_0 \cdot F_{N1}$

⑤ $F_{R02} = \mu_0 \cdot F_{N2}$

Lösung eines Gleichungssystem:

① $F_{N1} = F_{N2} = F_N$ $\qquad F_N = \frac{F_R}{\mu_0}$ umgestellt

④+⑤ $F_{R01} = F_{R02} = F_{R0}$ $\qquad = F/2 \cdot \mu_0$

② $F_{R0} + F_{R0} - F = 0 \iff 2 \cdot F_{R0} = F \iff F_{R0} = 1/2 \, F$

③ $F_N \cdot h = F \cdot x$

$x = \frac{F_N \cdot h}{F}$

$x = \frac{\cancel{F}}{2 \cdot \mu_0} \cdot \frac{h}{\cancel{F}}$

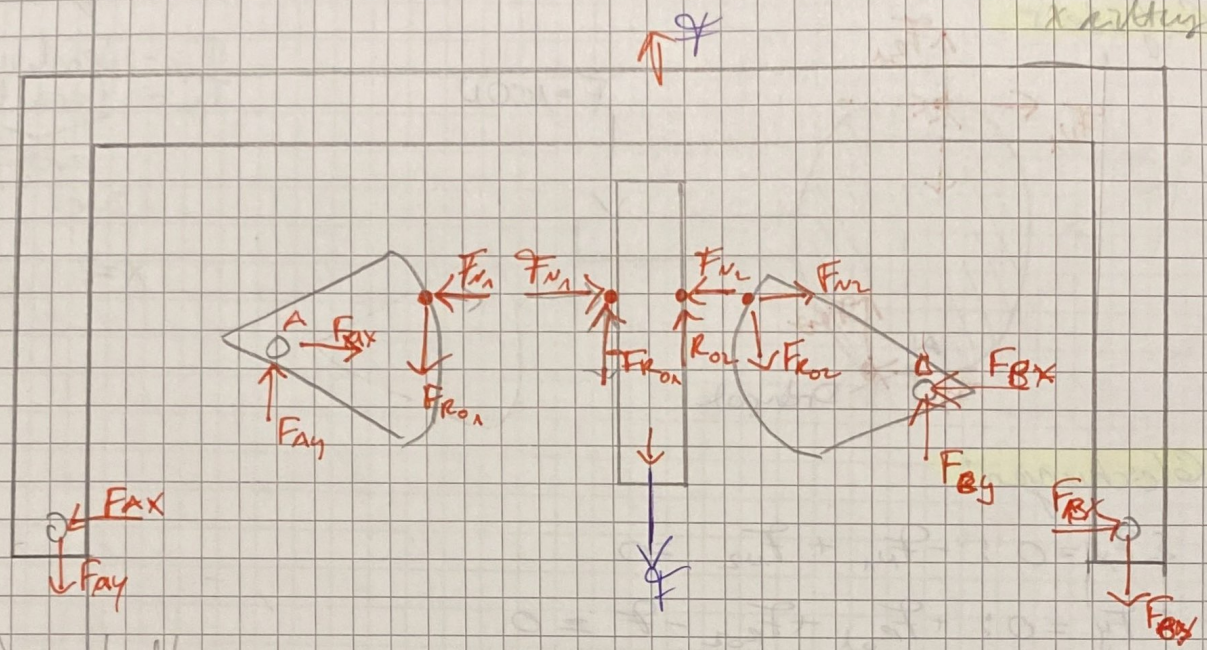
$x = \frac{h}{2\mu_0} = 100mm$

Egal wie groß F ist, Lord verhindern?

0.60 m

Aufgabe 6/

Bremsenradius
puschen gleichgeh. entsprechend
Normalkraft
x richtung positiv



Richtung
parallel zur Bremsfläche

$F_{N1} = F_{N2} = F_N$ → ähnlich aufgabe 5

$m \cdot g = 5\,881\,N \in F$

$F_{R0} + F_{R0} = F \rightarrow F_{R0} = \frac{1}{2} F$

$F_N = \frac{F_{R0}}{\mu_0}$

$F_{Ax} = F_N$

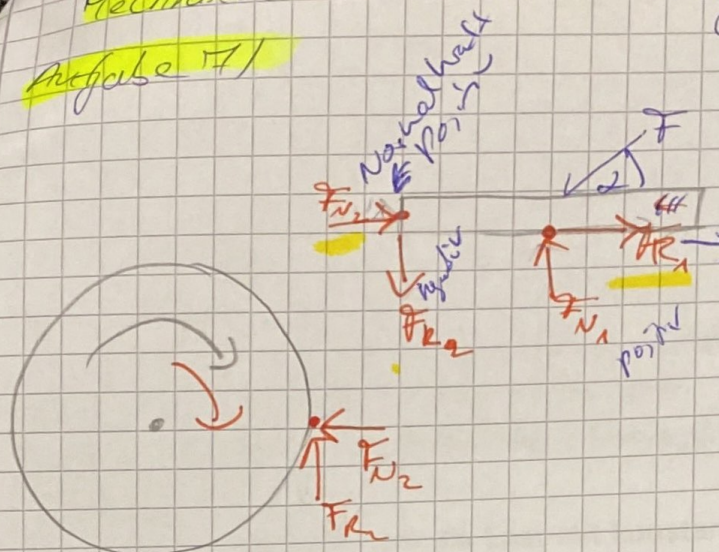
$F_{Ay} = F_{R0}$

$F_{Bx} = F_N$

$F_{By} = F_{R0}$

Technische Mechanik – Übung 6 Reibung

Aufgabe 71



Der Körper gleitet in Richtung positiv

Gleitung

Lösung:

$F_{N_1} = 145,7\,N$ ✓

$F_{R_1} = 25,55\,N$ ✓

$F_{N_2} = 163,3\,N$ ✓

$F_{R_2} = 87,85$ ✓

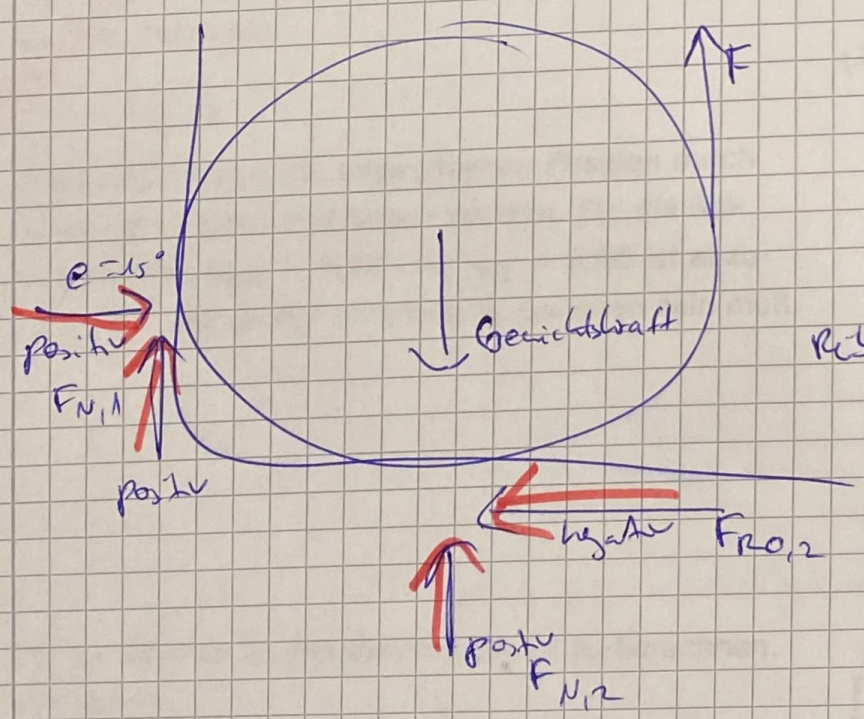
① $\Sigma F_x = 0: +F_{R_1} + F_{N_2} - F \cdot \cos\alpha$

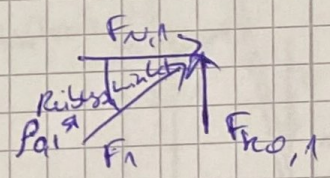
① $\Sigma F_y = 0: +F_{N_1} - F_{R_2} - F \cdot \sin\alpha$

① $F_{R_1} = \mu_1 \cdot F_{N_1}$

④ $F_{R_2} = \mu_2 \cdot F_{N,2}$

auflösen, dann ~~einsetzen~~ einsetzen in 4&3





$F_{R0} = \mu_0 \cdot F_N$ herleiten

Reibungswinkel:

$\mu_{0,1} = \tan\rho_{0,1} = \tan 15° = 0,2679$

* auswendig lernen

alles was R

0.60 m

Festigkeitslehre

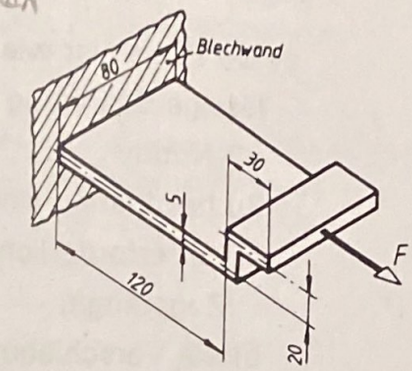
Technische Betriebswirtschaft
Technische Mechanik
Prof. Dr. K.-D. Kothe

Fachhochschule Südwestfalen
Hochschule für Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

Schweißnaht ≙ 3-Wertiges Lager = 3-Reaktionen

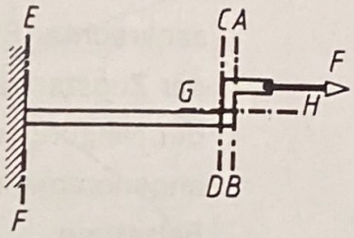
Übung 7

1. Das skizzierte Blech, z-förmig gebogen, ist an einer Blechwand angeschweißt und wird durch die Zugkraft F = 900 N belastet. Für die eingetragenen Schnitte A bis H sollen die inneren Kräftesysteme mit zugehöriger Spannungsart ermittelt werden.



[immer das linke Schnittufer nehmen?]

↳ Klausurrelevant

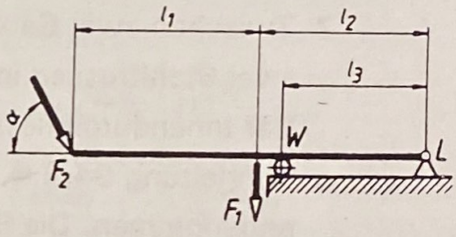


2. Das skizzierte Sprungbrett wird durch die Kräfte F_1 = 500 N und F_2 = 2 kN belastet. Die Abstände betragen l_1 = 2,6 m, l_2 = 2,4 m und l_3 = 2,1 m. Die Kraft F_2 schließt mit der Waagerechten den Winkel α = 60° ein.

   Gesucht sind

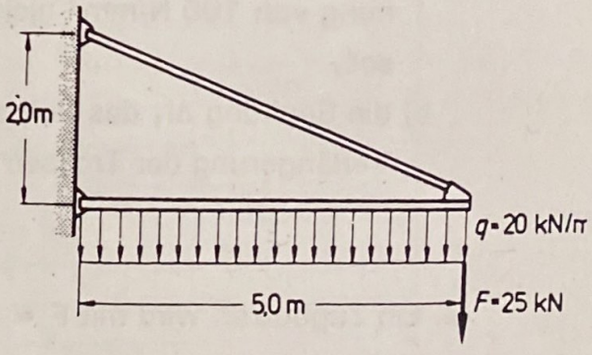
   a) das im Balken in der Mitte zwischen W und L wirkende innere Kräftesystem,

   b) das innere Kräftesystem in der Mitte zwischen den Kraftangriffsstellen F_1 und F_2.



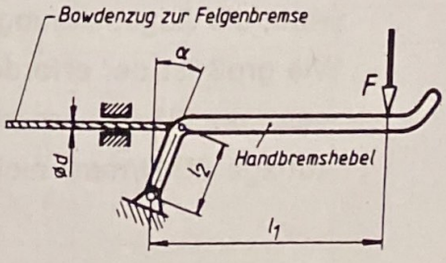
3. Ein Drahtseil soll 90 kN Last tragen. Wieviel Drähte von 1,6 mm Durchmesser muß das Seil haben, wenn 200 N/mm² Spannung pro Draht zulässig sind?

4. Für den abgebildeten Ausleger ist der Obergurt zu dimensionieren. Es soll ein U-Profil verwendet werden. Der Anschluß an den Enden ist so, daß die Krafteinleitung zentrisch erfolgt. Die zulässige Spannung beträgt 140 N/mm².



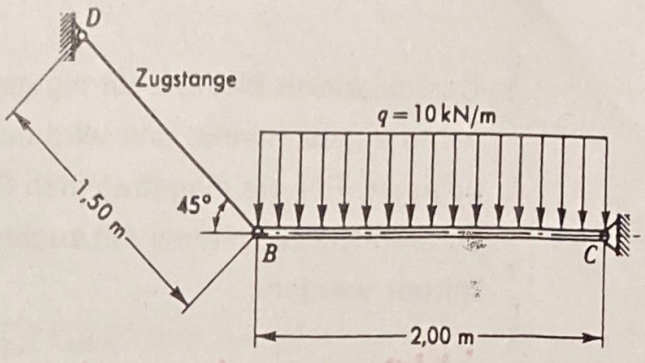
5. Die skizzierte Fahrradhandbremse wird mit F = 50 N belastet. Die Abmessungen betragen l_1 = 80 mm, l_2 = 25 mm, d = 1,5 mm, α = 20°.

   Gesucht ist die Zugkraft F_z und die Zugspannung im Bowdenzugdraht.

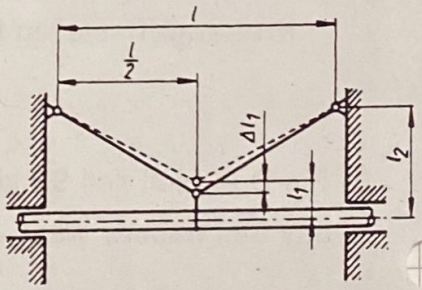


F_z = 170,27 N / σ = 96,35 N/mm²

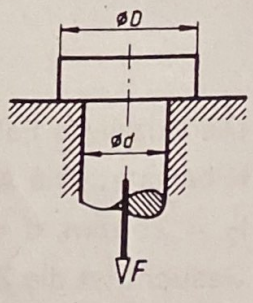
6. Ein Balken ist wie abgebildet gelagert. Die zulässige Spannung für die Zugstange beträgt 80 N/mm^2.
Zu bestimmen sind
a) der erforderliche Durchmesser der Zugstange, d = 15mm
b) die Verschiebung des Punktes B in senkrechter Richtung infolge der Dehnung der Zugstange,
c) der Neigungswinkel des als starr angenommenen Balkens infolge der Belastung.



7. Zwischen zwei Gebäuden liegt frei eine wasserführende Rohrleitung, die durch zwei Stahltrossen in der Mitte zwischen den Gebäuden abgefangen werden soll. Der Innendurchmesser der Rohrleitung beträgt 100 mm, die Gewichtskraft je Meter Rohrleitung 94,6 N. Für die Isolierung des Rohres werden 10% des Rohrgewichts angenommen. Die Berechnung ist auf 10 m Rohrlänge zu beziehen. Die Abmessungen betragen l = 10 m, l_1 = 1 m, l_2 = 3,5 m. Die Dichte des Wasser beträgt 1000 kg/m^3.
Gesucht sind
a) die Anzahl n der Stahldrähte von 1 mm Durchmesser je Trosse, wenn in dem Draht eine Spannung von 100 N/mm^2 nicht überschritten werden soll,
b) die Senkung Δl_1 des Rohres infolge der elastischen Verlängerung der Trossen bei Belastung.



8. Ein Zugbolzen wird mit F = 30 kN nach Skizze belastet.
Wie goß ist der erforderliche Bolzendurchmesser, wenn die Zugspannung 80 N/mm^2 eizuhalten ist?
Wie groß ist der erforderliche Kopfdurchmesser D, wenn die Flächenpressung zwischen Kopf und Auflage 60 N/mm^2 nicht überschreiten soll?

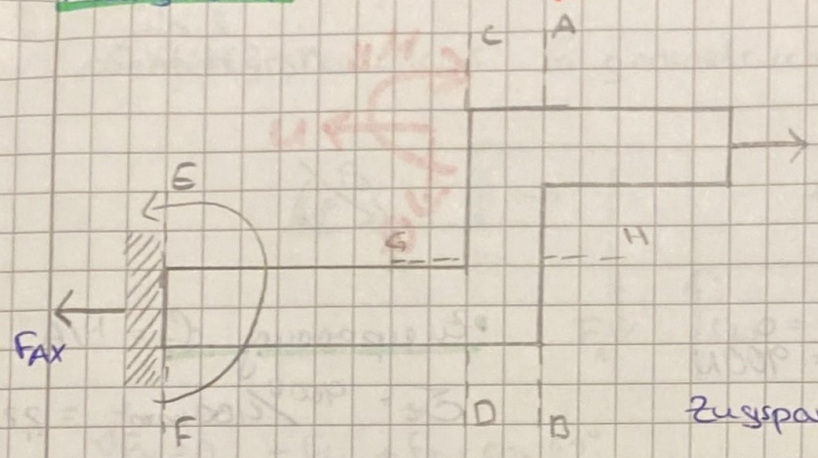


Technische Mechanik / Übung 7 / Festigkeitslehre

Aufgabe 1

Klausurrelevant

positiv = Zugspannung
negativ = Druckspannung



keine Bewegung = Zustand ist Lager
keine Kraft in y-Richtung
y+x-Richtung

$F_{AX} = 900\,N = F$

$M_A = 18\,Nm$

$F_{Ay} = 0$

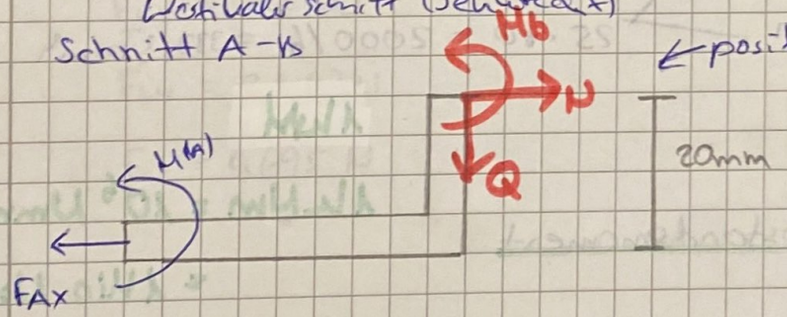
Zugspannung σ_z

$\sigma_z = N/A$

$= \frac{900\,N}{5mm \cdot 80mm}$

$= 2{,}25\,N/mm^2$

Vertikalschnitt (senkrecht)
Schnitt A-B



← positive Schnittufer

$1m^2 = 10^6\,mm$

$1mm^2 = 10^{-6}\,m^2$

↳ $mm^2 = m^2 (1000mm \cdot 1000mm)$
$= 10^{-6} m^2$

$\Sigma F_x = 0: -F_{AX} + N = 0$
$N = F_{AX} = 900\,N$

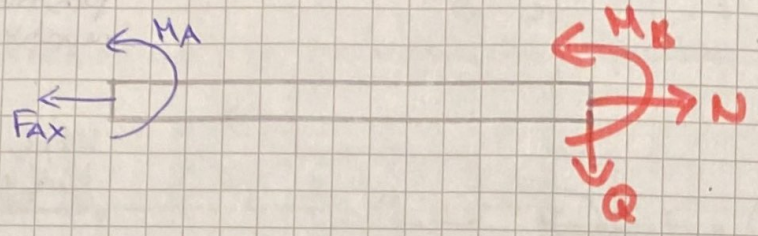
senkrecht stehende Kraft
⇒ Normalkraft

$\Sigma F_y = 0: -Q = 0\,N$

$\Sigma M^{(b)} = 0: +M_b + M_A - F_{AX} \cdot 0{,}02m = 0$

$M_b = -M_A + F_{AX} \cdot 0{,}02m = 0\,Nm$

Schnitt C–D



linke Schnittseite

$\Sigma F_x = 0: \; -F_{AX} + N = 0$
$N = F_{AX} = 900\,N$

$\Sigma F_y = 0: \; -Q = 0$

$\Sigma M^b = 0: \; -18\,Nm = -M_A$

↳ $\Sigma M^{(Summe)} = 0: \; +M_A + M_b = 0$

• **Zugspannung** $\sigma_z = N/A$

$\sigma_z = 900\,N / 400\,mm^2 = 2{,}25\,N/mm^2$

• **Biegemoment** $\sigma_b = M_b / W_{ax}$

$\sigma_b = 18\,Nm / 333{,}3\,mm^3$ → $25 \cdot 80 = 2000/6 = 333{,}3\,mm^3$

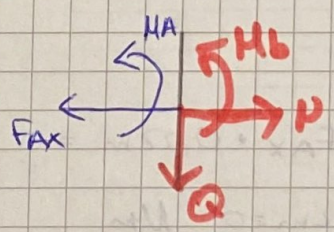
$= 54\,N/mm$

$1\,kNm = 10^6\,Nmm$
$= 1\,Mio\,Nmm$

• **Rechteckfläche Widerstandsmoment**

$W_{ax} = 1/6 \cdot b \cdot h$

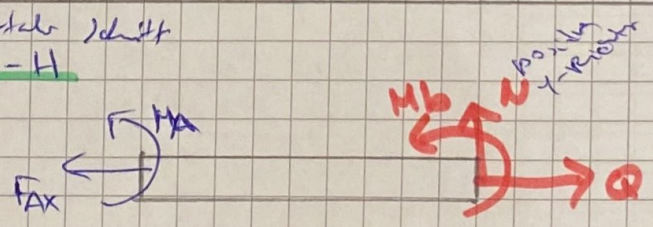
Schnitt E–F



Rechnung: siehe Schnitt C–D

Horizontaler Schnitt

Schnitt G–H



Steht senkrecht auf der Fläche

Abscheerung $N = 0$ (kein Zug/Druck)
→ $Q = F_{AX}$

$\tau_a = Q/A$

$\Sigma M^{(Summe)} = 0: \; +M_A + M_b - F_{AX} \cdot 0{,}0025\,m = 0$
$M_b = -M_A + F_{AX} \cdot 0{,}0025\,m = -15{,}75\,Nm$ //

$\tau_a = Q/A = 900\,N / 5 \cdot 80 = 900\,N / 400\,mm^2 = 2{,}25\,N/mm^2$

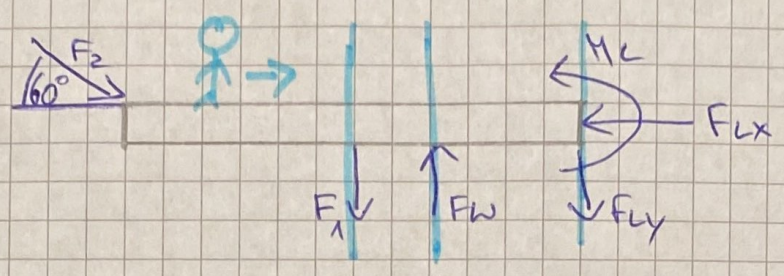
$\sigma_b = \frac{15{,}75\,Nm}{333{,}3\,mm^2} = 47{,}25\,N/mm^2$ ($\cdot 1000 = mm^2$)

Technische Mechanik / Übung 7 / Festigkeitslehre!

Aufgabe 21

(Freimachen)

Schnittgrößenverlauf in geometrischer Strecke



$\Sigma F_x = 0: \; -F_{Ly} + F_2 \cdot \cos 60°$
$+ F_{Ly} = 1kN$

$\Sigma F_y = 0: \; -F_2 \cdot \sin 60° - F_1 + F_W - F_{Ly} = 0$

$\Sigma M^{(L)} = -F_W \cdot l_3 + F_1 \cdot l_2 + F_2 \cdot \sin 60° \cdot (l_1 + l_2) = 0$

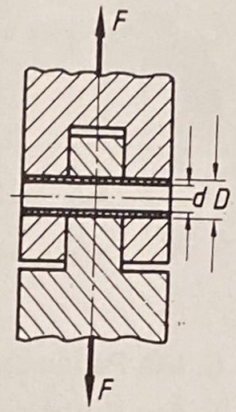
$F_{Lx} = 1000N$

$F_{Ly} = 2463N$

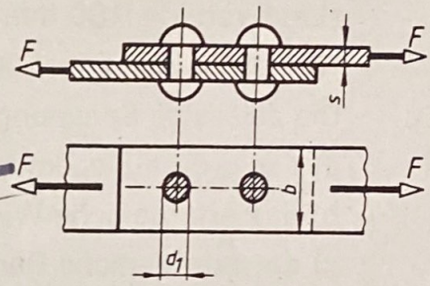
$F_W = 4695 N$

Fachhochschule Südwestfalen
Hochschule für Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

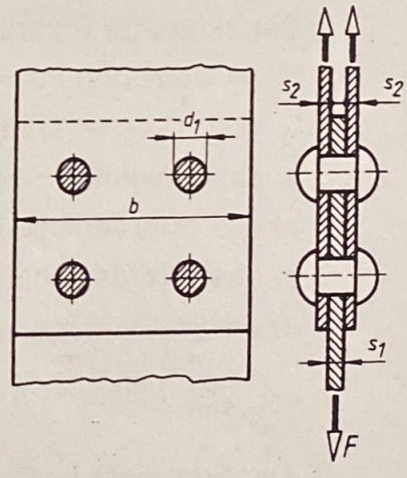
Übung 8



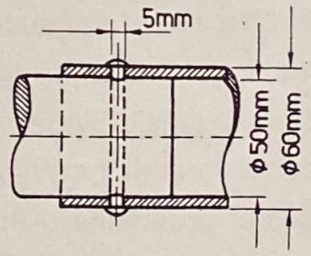
1. Die Skizze zeigt das Detail einer Sollbruchstelle. Die eingeschobene Buchse soll bei einer Kraft F = 24 kN brechen. Für den Werkstoff der Buchse gilt τ_{aB} = 480 N/mm². Zu bestimmen ist der Innendurchmesser d für D = 10 mm.



2. Die einschnittige Nietverbindung hat mit 2 Nieten eine Zugkraft F = 30 kN aufzunehmen. Gesucht ist
   a) der Nietdurchmesser d_1 des geschlagenen Nietes (= Lochdurchmesser), wenn eine zulässige Abscherspannung von 140 N/mm² vorgeschrieben ist,
   ~~b) der vorhandene Lochleibungsdruck bei s = 8 mm,~~
   ~~c) die Breite b der Flachstähle (ohne Berücksichtigung des außermittigen Kraftangriffs), wenn die zulässige Spannung 140 N/mm² eingehalten werden muß.~~

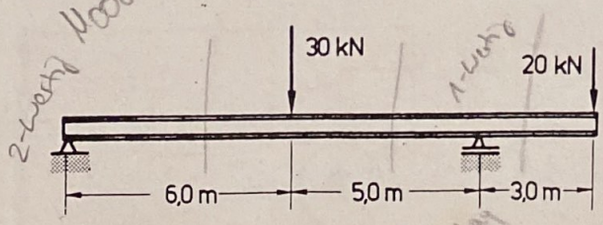


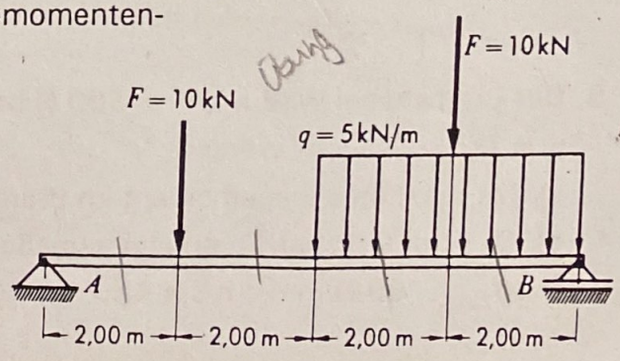
3. Die skizzierte Nietverbindung hat die folgenden Abmessungen: s_1 = 8 mm, s_2 = 6 mm, d_1 = 17 mm. Die Verbindung wird mit 80 kN belastet. Gesucht werden
   a) die Abscherspannung im Niet,
   b) der größte Lochleibungsdruck,
   c) die erforderliche Flachstahlbreite b für eine zulässige Spannung von 120 N/mm².

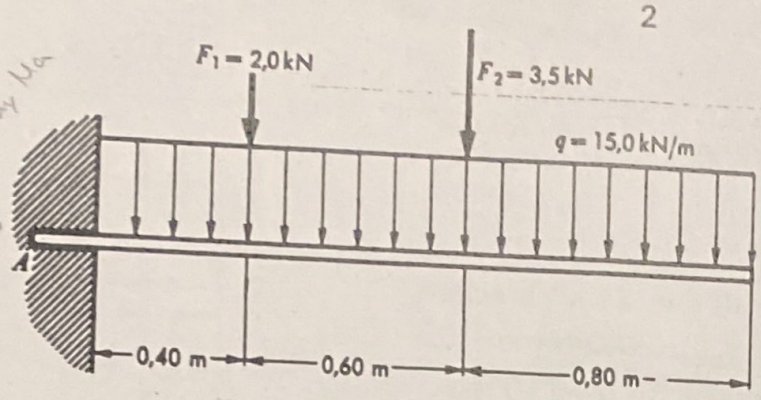


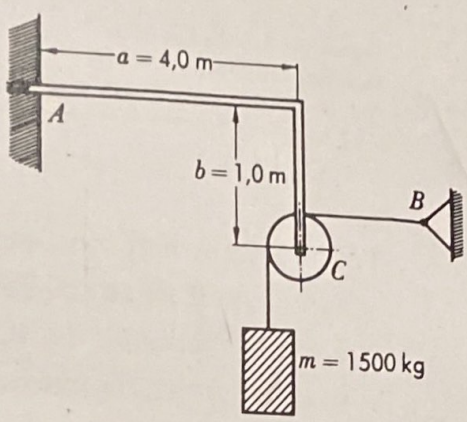
4. Die skizzierte Verbindung soll eine axiale Kraft von 3 kN und ein Drehmoment von 75 Nm übertragen. Zu bestimmen ist die Abscherspannung am Stift.

5. Für die abgebildeten Träger sind das Biegemomenten- und Querkraftdiagramm zu bestimmen.

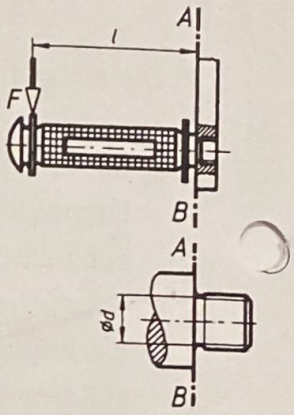




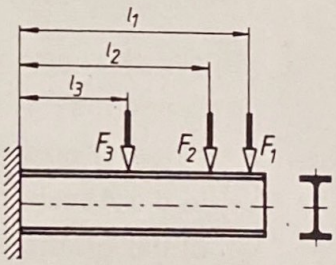




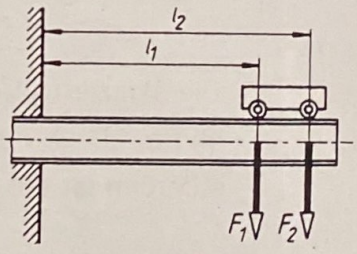
6. Die Pedalachse eines Fahrrades ist mit einem Gewindeansatz in den Kurbelarm eingeschraubt. Im ungünstigsten Fall kann im Abstand von $l = 100$ mm vom Kurbelarm das Pedal belastet werden, wobei $F = 500$ N Höchstlast vorgesehen sein sollen. Die zulässige Spannung beträgt 280 N/mm². Gesucht werden
   a) das größte Biegemoment für die Pedalachse,
   b) das erforderliche Widerstandsmoment,
   c) der erforderliche Durchmesser d,
   d) die vorhandene Abscherspannung infolge der Querkraft.



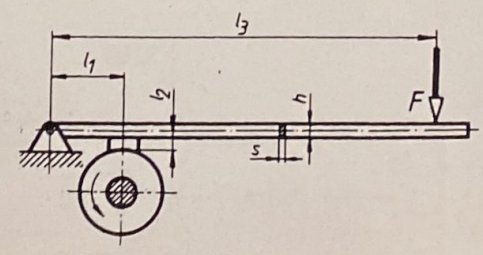
7. Der skizzierte Freiträger mit I-Profil soll die Lasten F1 = 15 kN, F2 = 9 kN und F3 = 20 kN aufnehmen. Die Abstände betragen $l_1 = 2$ m, $l_2 = 1{,}5$m, $l_3 = 0{,}8$ m. Gesucht werden
   a) das maximale Biegemoment,
   b) das erforderliche Widerstandsmoment ($\sigma_{zul} = 120$ N/mm²),
   c) das erforderliche IPE-Profil und dessen Widerstandsmoment,
   d) die im Freiträger auftretende Höchstspannung.



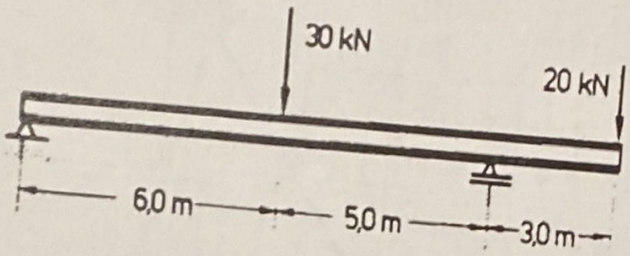
8. Der Freiträger besteht aus 2 U-Profilen und wird durch die Radkräfte einer Laufkatze $F_1 = 10$ kN und $F_2 = 12{,}5$ kN belastet. ($l_1 = 1{,}5$ m; $l_2 = 1{,}85$ m). Gesucht werden
   a) das maximale Biegemoment für den Freiträger,
   b) das erforderliche Widerstandsmoment ($\sigma_{zul} = 140$ N/mm²),
   c) das erforderliche U-Profil.



9. Der Bremshebel wird mit $F = 500$ N belastet. ($l_1 = 0{,}3$ m; $l_2 = 0{,}1$ m; $l_3 = 1{,}6$ m; $\mu = 0{,}5$). Gesucht werden
   a) das maximale Biegemoment im Bremshebel,
   b) die erforderlichen Querschnittsmaße ($\sigma_{zul} = 60$ N/mm²; $h/s \approx 4$).



Übungsblatt 8 Aufgabe 5a



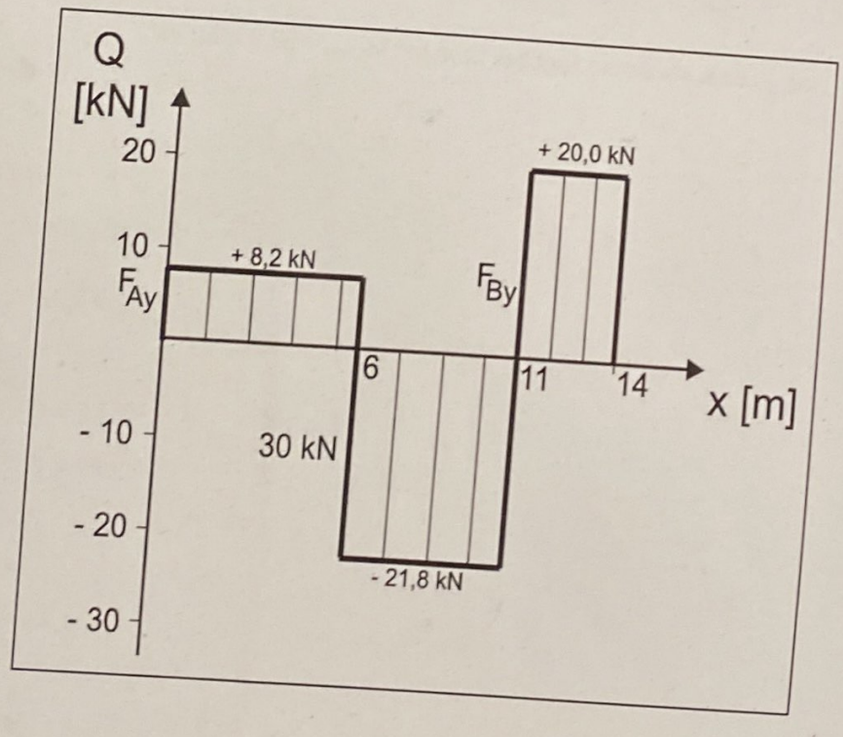
a) Freimachen:

$F_{Ax} = 0;$ $F_{Ay} = 8{,}2\ kN;$ $F_{By} = 41{,}8\ kN.$

b) Freischneiden:

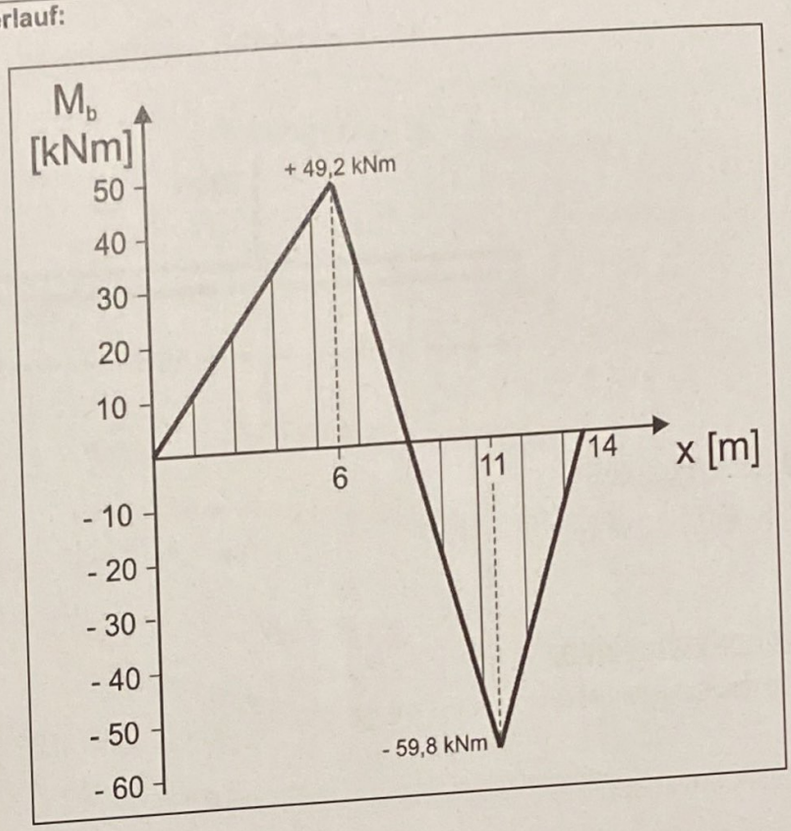
Für alle Schnitte gilt N = 0, da $F_{Ax} = 0$ ist.

Querkraftverlauf:



Die Querkraftlinie schneidet bei 6 m und 11 m die x-Achse. An diesen Nulldurchgängen muss das Biegemoment Extremwerte aufweisen.

Biegemomentenverlauf:



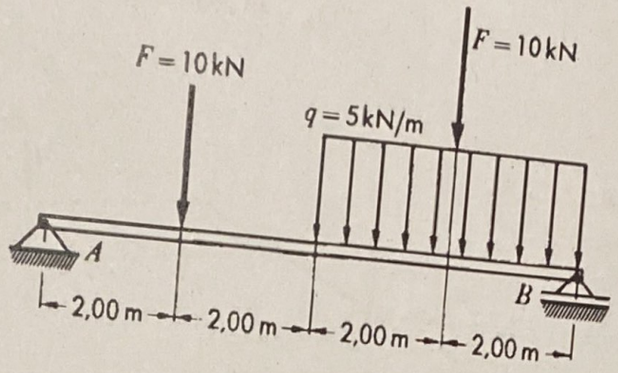
Das globale Maximum liegt bei 11 m mit $M_{b,max}$ = 59,8 kNm vor.

Freischneiden!

Fachhochschule
Südwestfalen
Hochschule für
Technik und Wirtschaft

Technische Betriebswirtschaft
Übung Technische Mechanik

Übungsblatt 8 Aufgabe 5b



a = 2,0 m

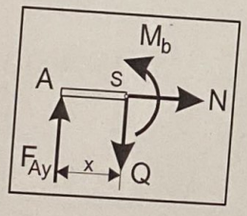
a) Freimachen:

$F_{Ax} = 0;$ $F_{Ay} = 15\ kN;$ $F_{By} = 25\ kN.$

b) Freischneiden:

Für alle Schnitte gilt N = 0, da $F_{Ax} = 0$ ist.

1. Schnitt (0 < x < a):



$\sum F_y = 0:$ $-Q + F_{Ay} = 0$

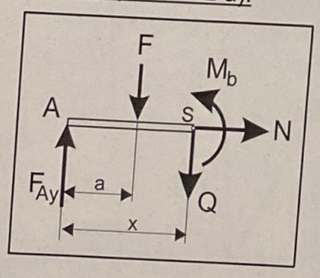
$\sum M^{(S)} = 0:$ $M_b - F_{Ay} \cdot x = 0$

Grenzwerte:

$x = 0:$ $Q = 15\ kN;$ $M_b = 0$

$x = a = 2\ m:$ $Q = 15\ kN;$ $M_b = 30\ kNm$

2. Schnitt (a < x < 2 a):



$\sum F_y = 0:$ $-Q + F_{Ay} - F = 0$

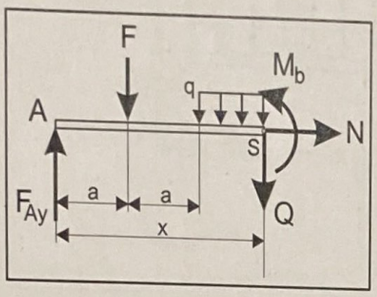
$\sum M^{(S)} = 0:$ $M_b - F_{Ay} \cdot x + F \cdot (x - a) = 0$

Grenzwerte:

$x = a = 2\ m$: $Q = 5\ kN$; $M_b = 30\ kNm$

$x = 2a = 4\ m$: $Q = 5\ kN$; $M_b = 40\ kNm$

3. Schnitt (2 a < x < 3 a):



$\sum F_y = 0$: $-Q + F_{Ay} - F - [q \cdot (x - 2a)] = 0$

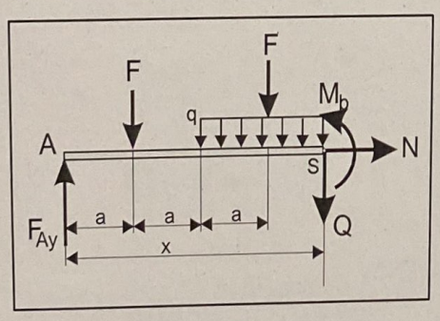
$\sum M^{(S)} = 0$: $M_b - F_{Ay} \cdot x + F \cdot (x - a) + [q \cdot (x - 2a)] \cdot \frac{1}{2} \cdot (x - 2a) = 0$

Grenzwerte:

$x = 2a = 4\ m$: $Q = 5\ kN$; $M_b = 40\ kNm$

$x = 3a = 6\ m$: $Q = -5\ kN$; $M_b = 40\ kNm$

4. Schnitt (3 a < x < 4 a):



$\sum F_y = 0$: $-Q + F_{Ay} - F - [q \cdot (x - 2a)] - F = 0$

$\sum M^{(S)} = 0$: $M_b - F_{Ay} \cdot x + F \cdot (x - a) + [q \cdot (x - 2a)] \cdot \frac{1}{2} \cdot (x - 2a) + F \cdot (x - 3a) = 0$

Grenzwerte:

$x = 3a = 6\ m$: $Q = -15\ kN$; $M_b = 40\ kNm$

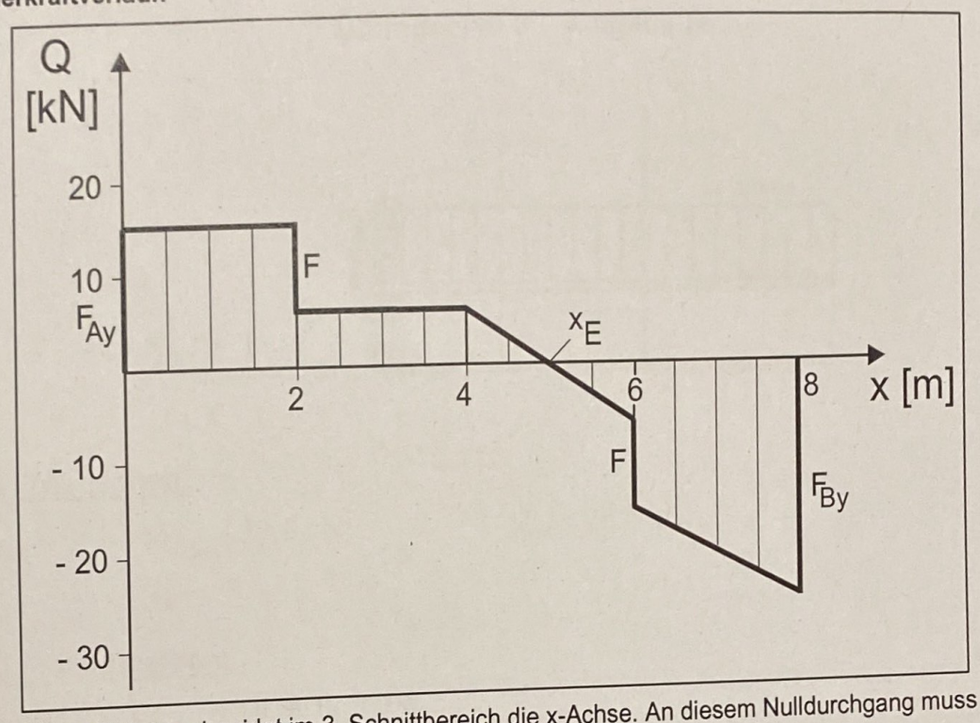
$x = 4a = 8\ m$: $Q = -25\ kN$; $M_b = 0$

Freischneiden!

Fachhochschule
Südwestfalen
Hochschule für
Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

Technische Betriebswirtschaft
Übung Technische Mechanik

Querkraftverlauf:



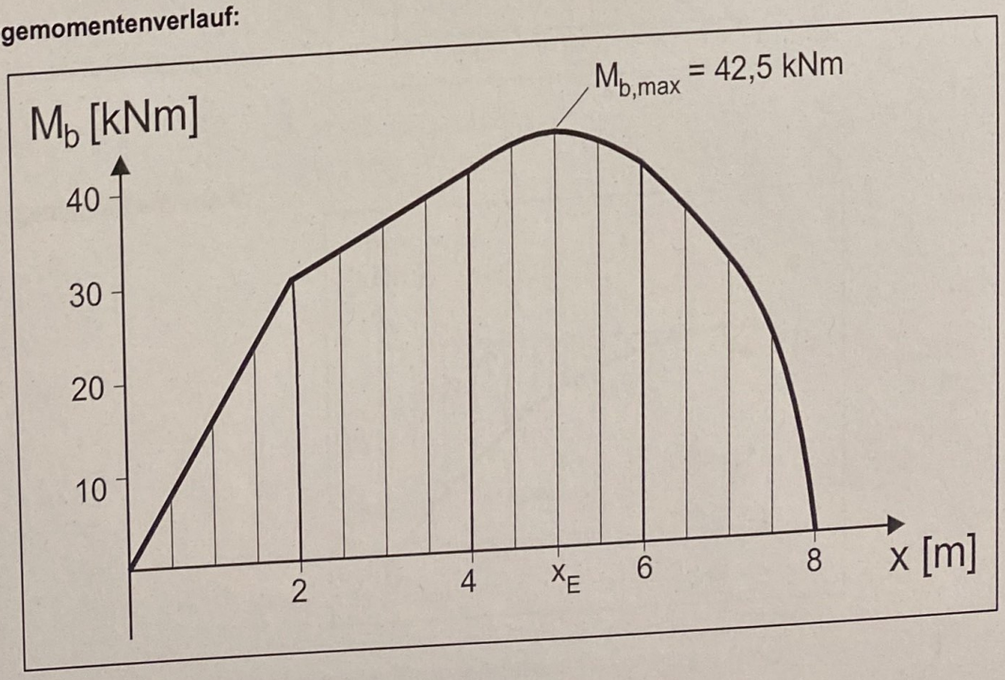
Die Querkraftlinie schneidet im 3. Schnittbereich die x-Achse. An diesem Nulldurchgang muss das Biegemoment einen Extremwert aufweisen:

$$Q(x = x_E) = 0: \quad +F_{Ay} - F - [q \cdot (x_E - 2a)] = 0 \qquad \text{(s. 3.Schnitt)}$$

$$x_E = 2\,a + \frac{F_{Ay} - F}{q} = 5{,}0\ \text{m}$$

$$M_{b,max} = +F_{Ay} \cdot x_E - F \cdot (x_E - a) - [q \cdot (x_E - 2\,a)] \cdot \frac{1}{2} \cdot (x_E - 2\,a) = 42{,}5\ \text{kNm}$$

Biegemomentenverlauf:



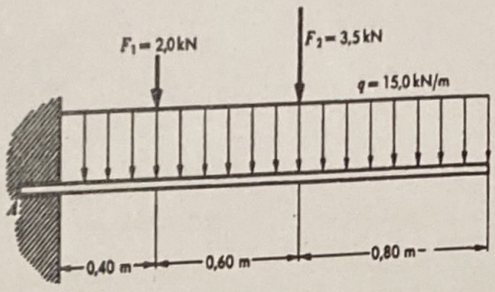
Freischneiden!

Fachhochschule
Südwestfalen
Hochschule für
Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

Technische Betriebswirtschaft
Übung Technische Mechanik

Übungsblatt 8 Aufgabe 5c

1. Frage
kaç kesim



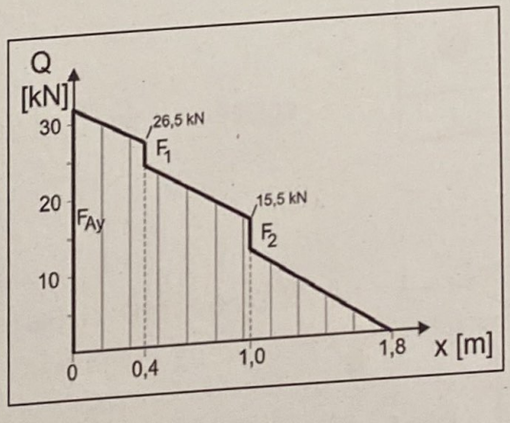
a) Freimachen:

$F_{Ax} = 0;$ $F_{Ay} = 32{,}5$ kN; $M_A = 28{,}6$ kNm.

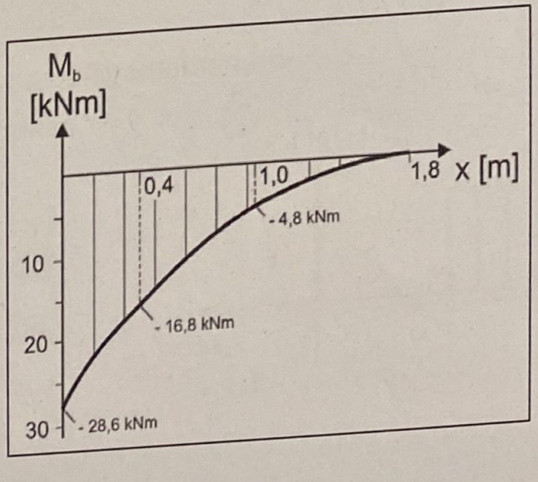
b) Freischneiden:

Für alle Schnitte gilt N = 0, da $F_{Ax} = 0$ ist.

Querkraftverlauf:



Biegemomentenverlauf:



Positive Neigung

Das größte Biegemoment liegt an der Einspannstelle x = 0 vor.

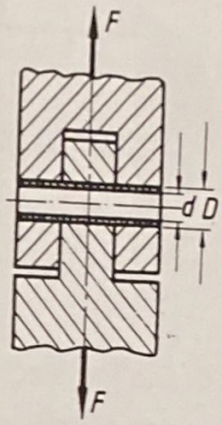
$\sigma_b = \frac{M_b}{W_{ot}}$

Technische Betriebswirtschaft
Technische Mechanik
Prof. Dr. K.-D. Kothe

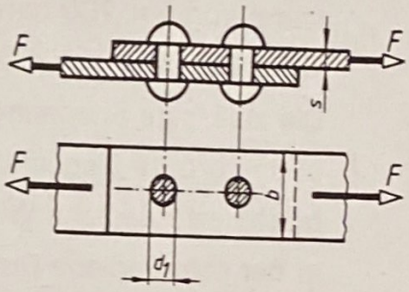
Freischneiden!

Fachhochschule Südwestfalen
Hochschule für Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

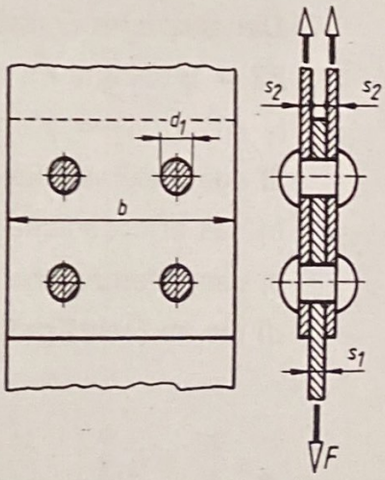
Übung 8



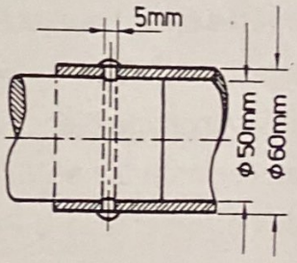
1. Die Skizze zeigt das Detail einer Sollbruchstelle. Die eingeschobene Buchse soll bei einer Kraft F = 24 kN brechen. Für den Werkstoff der Buchse gilt τ_{aB} = 480 N/mm². Zu bestimmen ist der Innendurchmesser d für D = 10 mm.



2. Die einschnittige Nietverbindung hat mit 2 Nieten eine Zugkraft F = 30 kN aufzunehmen. Gesucht ist
   a) der Nietdurchmesser d_1 des geschlagenen Nietes (= Lochdurchmesser), wenn eine zulässige Abscherspannung von 140 N/mm² vorgeschrieben ist,
   b) der vorhandene Lochleibungsdruck bei s = 8 mm,
   c) die Breite b der Flachstähle (ohne Berücksichtigung des außermittigen Kraftangriffs), wenn die zulässige Spannung 140 N/mm² eingehalten werden muß.



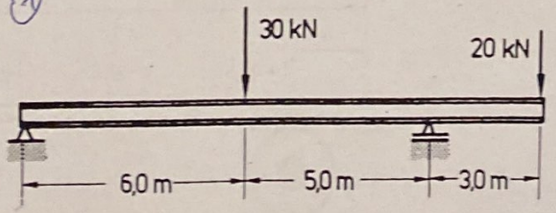
3. Die skizzierte Nietverbindung hat die folgenden Abmessungen: s_1 = 8 mm, s_2 = 6 mm, d_1 = 17 mm. Die Verbindung wird mit 80 kN belastet. Gesucht werden
   a) die Abscherspannung im Niet,
   b) der größte Lochleibungsdruck,
   c) die erforderliche Flachstahlbreite b für eine zulässige Spannung von 120 N/mm².



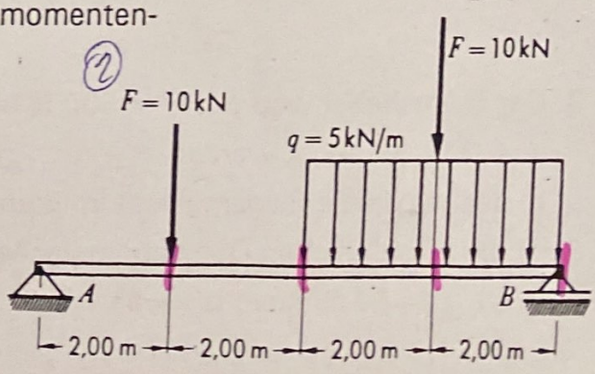
4. Die skizzierte Verbindung soll eine axiale Kraft von 3 kN und ein Drehmoment von 75 Nm übertragen. Zu bestimmen ist die Abscherspannung am Stift.

5. Für die abgebildeten Träger sind das Biegemomenten- und Querkraftdiagramm zu bestimmen.

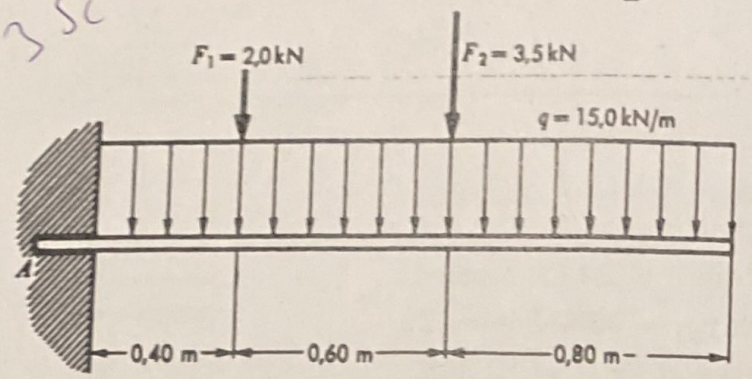
1

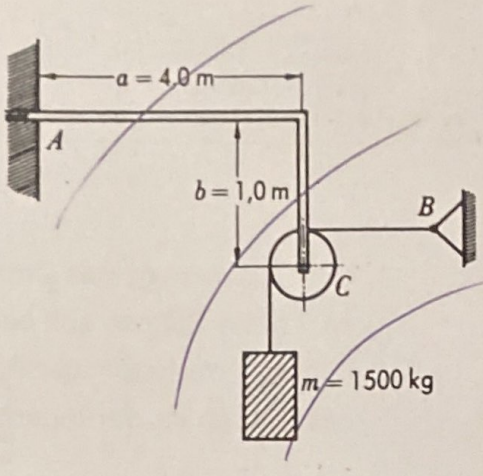


2

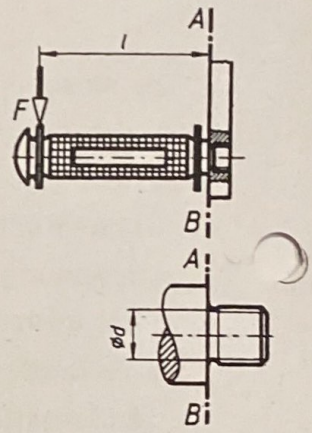


3 Seite

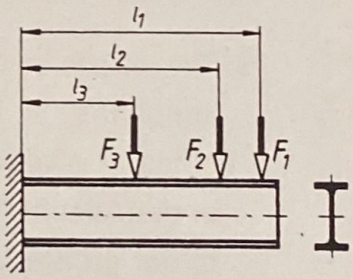




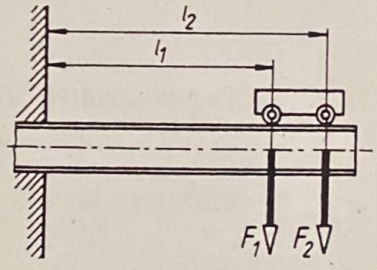
6. Die Pedalachse eines Fahrrades ist mit einem Gewindeansatz in den Kurbelarm eingeschraubt. Im ungünstigsten Fall kann im Abstand von l = 100 mm vom Kurbelarm das Pedal belastet werden, wobei F = 500 N Höchstlast vorgesehen sein sollen. Die zulässige Spannung beträgt 280 N/mm². Gesucht werden
   a) das größte Biegemoment für die Pedalachse,
   b) das erforderliche Widerstandsmoment,
   c) der erforderliche Durchmesser d,
   d) die vorhandene Abscherspannung infolge der Querkraft.



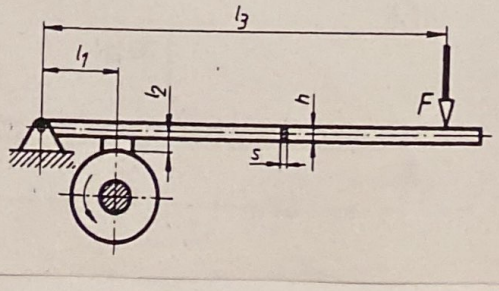
7. Der skizzierte Freiträger mit I-Profil soll die Lasten F1 = 15 kN, F2 = 9 kN und F3 = 20 kN aufnehmen. Die Abstände betragen l_1 = 2 m, l_2 = 1,5m, l_3 = 0,8 m. Gesucht werden
   a) das maximale Biegemoment,
   b) das erforderliche Widerstandsmoment (σ_{zul} = 120 N/mm²),
   c) das erforderliche IPE-Profil und dessen Widerstandsmoment,
   d) die im Freiträger auftretende Höchstspannung.



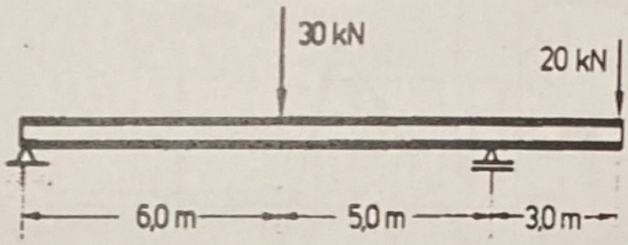
8. Der Freiträger besteht aus 2 U-Profilen und wird durch die Radkräfte einer Laufkatze F_1 = 10 kN und F_2 = 12,5 kN belastet. (l_1 = 1,5 m; l_2 = 1,85 m). Gesucht werden
   a) das maximale Biegemoment für den Freiträger,
   b) das erforderliche Widerstandsmoment (σ_{zul} = 140 N/mm²),
   c) das erforderliche U-Profil.



9. Der Bremshebel wird mit F = 500 N belastet. (l_1 = 0,3 m; l_2 = 0,1 m; l_3 = 1,6 m; μ = 0,5). Gesucht werden
   a) das maximale Biegemoment im Bremshebel,
   b) die erforderlichen Querschnittsmaße (σ_{zul} = 60 N/mm²; h/s ≈ 4).



Übungsblatt 8 Aufgabe 5a



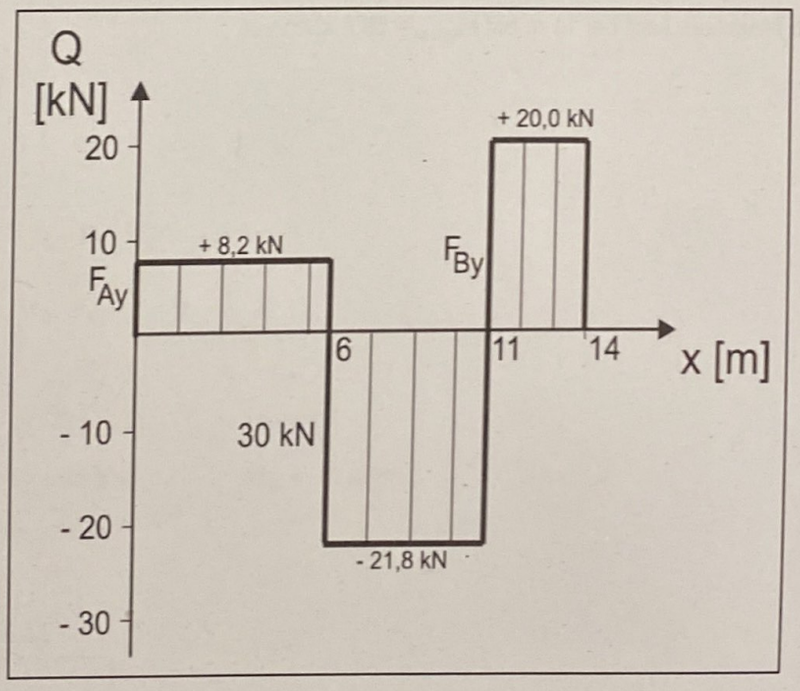
a) Freimachen:

$F_{Ax} = 0;$ $F_{Ay} = 8{,}2\ \text{kN};$ $F_{By} = 41{,}8\ \text{kN}.$

b) Freischneiden:

Für alle Schnitte gilt N = 0, da $F_{Ax} = 0$ ist.

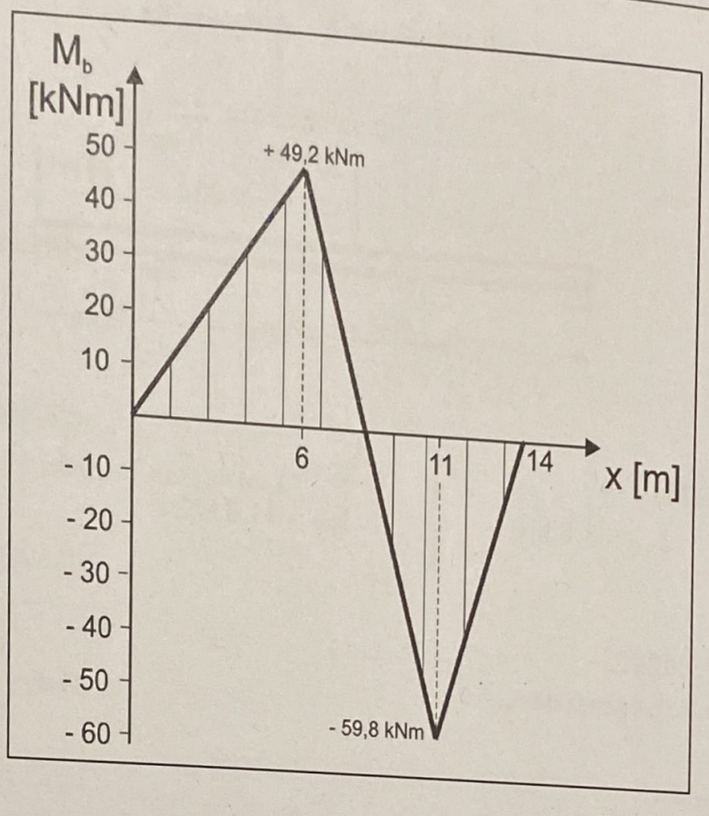
Querkraftverlauf:



Die Querkraftlinie schneidet bei 6 m und 11 m die x-Achse. An diesen Nulldurchgängen muss das Biegemoment Extremwerte aufweisen.

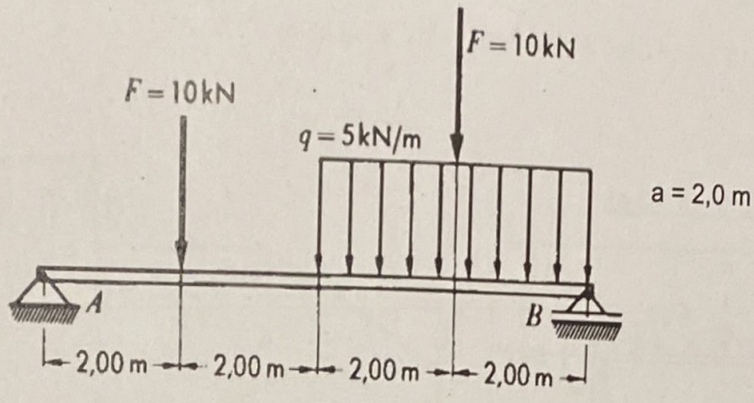
Technische Betriebswirtschaft
Übung Technische Mechanik

Biegemomentenverlauf:



Das globale Maximum liegt bei 11 m mit $M_{b,max}$ = 59,8 kNm vor.

Übungsblatt 8 Aufgabe 5b



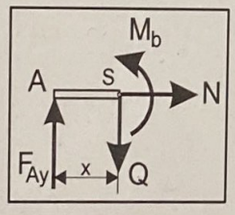
a) Freimachen:

$F_{Ax} = 0;$ $F_{Ay} = 15$ kN; $F_{By} = 25$ kN.

b) Freischneiden:

Für alle Schnitte gilt N = 0, da $F_{Ax} = 0$ ist.

1. Schnitt (0 < x < a):



$\sum F_y = 0:$ $-Q + F_{Ay} = 0$

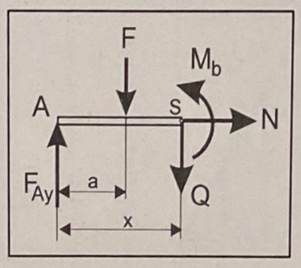
$\sum M^{(S)} = 0:$ $M_b - F_{Ay} \cdot x = 0$

Grenzwerte:

$x = 0:$ $Q = 15$ kN; $M_b = 0$

$x = a = 2$ m: $Q = 15$ kN; $M_b = 30$ kNm

2. Schnitt (a < x < 2 a):



$\sum F_y = 0:$ $-Q + F_{Ay} - F = 0$

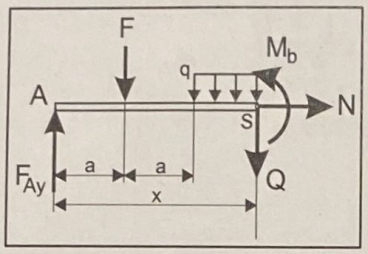
$\sum M^{(S)} = 0:$ $M_b - F_{Ay} \cdot x + F \cdot (x - a) = 0$

Grenzwerte:

$x = a = 2\ m:$ $\quad Q = 5\ kN;$ $\quad M_b = 30\ kNm$

$x = 2a = 4\ m:$ $\quad Q = 5\ kN;$ $\quad M_b = 40\ kNm$

3. Schnitt (2 a < x < 3 a):



$\sum F_y = 0:$ $\quad -Q + F_{Ay} - F - [q \cdot (x - 2a)] = 0$

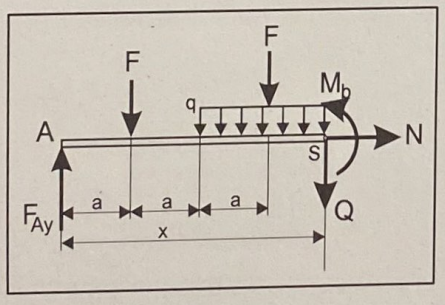
$\sum M^{(S)} = 0:$ $\quad M_b - F_{Ay} \cdot x + F \cdot (x - a) + [q \cdot (x - 2a)] \cdot \frac{1}{2} \cdot (x - 2a) = 0$

Grenzwerte:

$x = 2a = 4\ m:$ $\quad Q = 5\ kN;$ $\quad M_b = 40\ kNm$

$x = 3a = 6\ m:$ $\quad Q = -5\ kN;$ $\quad M_b = 40\ kNm$

4. Schnitt (3 a < x < 4 a):



$\sum F_y = 0:$ $\quad -Q + F_{Ay} - F - [q \cdot (x - 2a)] - F = 0$

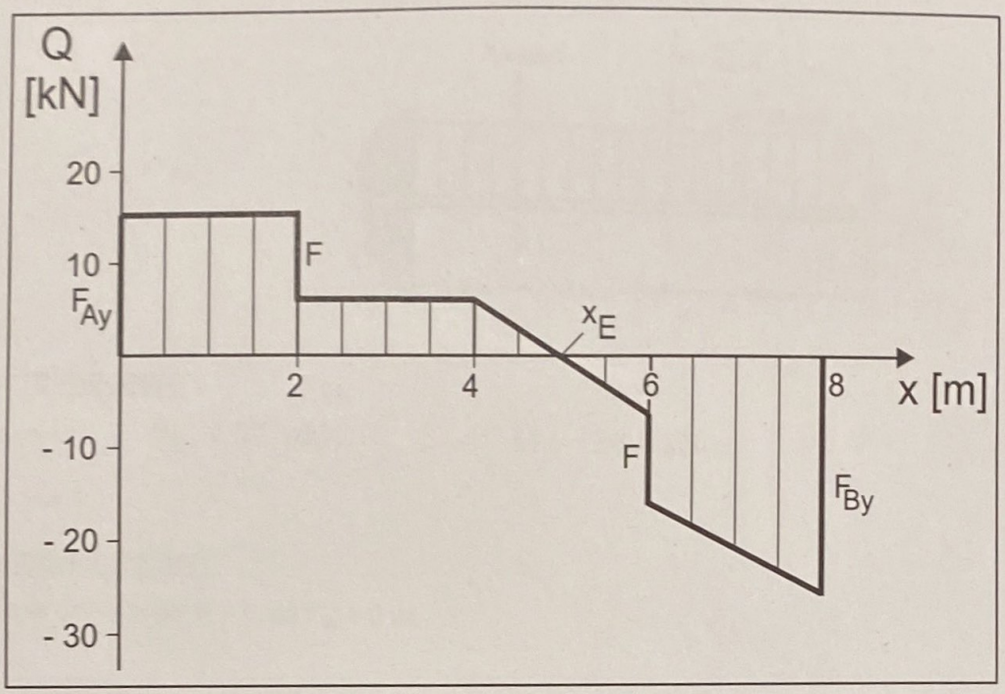
$\sum M^{(S)} = 0:$ $\quad M_b - F_{Ay} \cdot x + F \cdot (x - a) + [q \cdot (x - 2a)] \cdot \frac{1}{2} \cdot (x - 2a) + F \cdot (x - 3a) = 0$

Grenzwerte:

$x = 3a = 6\ m:$ $\quad Q = -15\ kN;$ $\quad M_b = 40\ kNm$

$x = 4a = 8\ m:$ $\quad Q = -25\ kN;$ $\quad M_b = 0$

Querkraftverlauf:



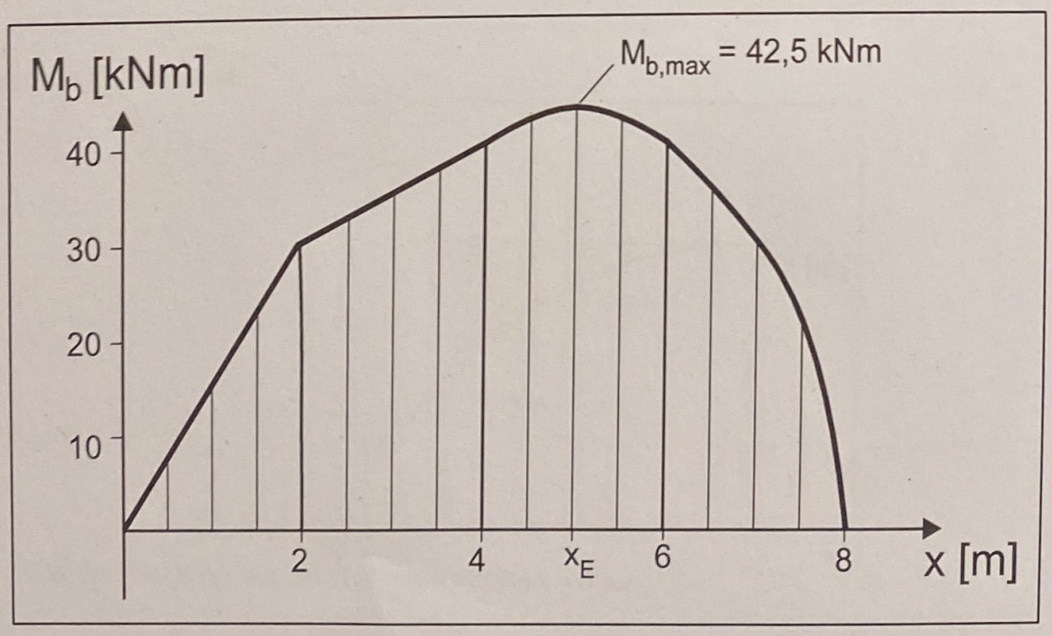
Die Querkraftlinie schneidet im 3. Schnittbereich die x-Achse. An diesem Nulldurchgang muss das Biegemoment einen Extremwert aufweisen:

$$Q(x = x_E) = 0: \quad +F_{Ay} - F - [q \cdot (x_E - 2a)] = 0 \qquad \text{(s. 3.Schnitt)}$$

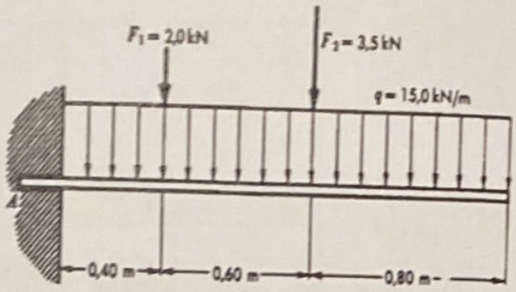
$$x_E = 2\,a + \frac{F_{Ay} - F}{q} = 5{,}0\ \text{m}$$

$$M_{b,max} = +F_{Ay} \cdot x_E - F \cdot (x_E - a) - [q \cdot (x_E - 2a)] \cdot \frac{1}{2} \cdot (x_E - 2a) = 42{,}5\ \text{kNm}$$

Biegemomentenverlauf:



Übungsblatt 8 Aufgabe 5c



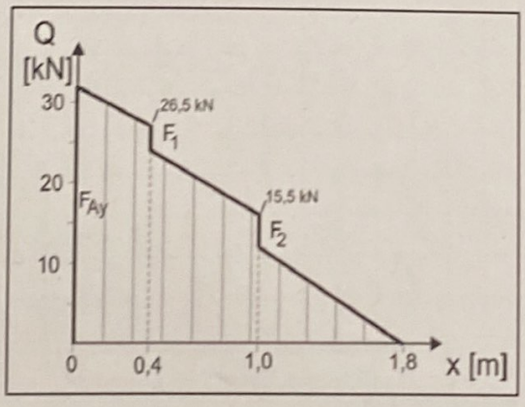
a) Freimachen:

$F_{Ax} = 0;$ $F_{Ay} = 32,5\ \text{kN};$ $M_A = 28,6\ \text{kNm}.$

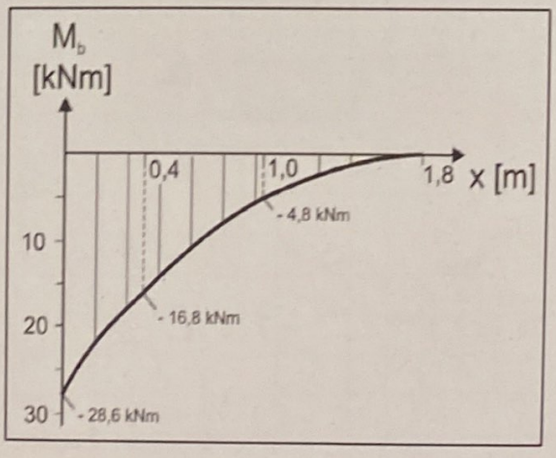
b) Freischneiden:

Für alle Schnitte gilt N = 0, da $F_{Ax} = 0$ ist.

Querkraftverlauf:



Biegemomentenverlauf:



Das größte Biegemoment liegt an der Einspannstelle x = 0 vor.

Technische Mechanik Übung 8

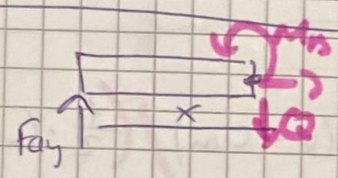
A5/2

$F_{ax} = 0\ kN$

$F_{ay} = 15\ kN \quad (\uparrow)$

$F_{by} = 25\ kN \quad (\uparrow)$

1Schnitt $(0 < x < 2m)$



$\Sigma F_y = 0: \quad +F_{ay} - Q = 0 \qquad Q = +F_{ay}$

$\Sigma M^{(S)} = 0: \quad +M_b - F_{ay} \cdot x = 0$

$M_b = +F_{ay} \cdot x$

Grenzwerte:

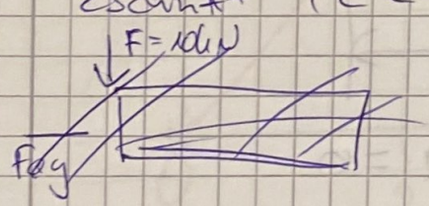
$x = 0\ m: \quad M_b = 0$

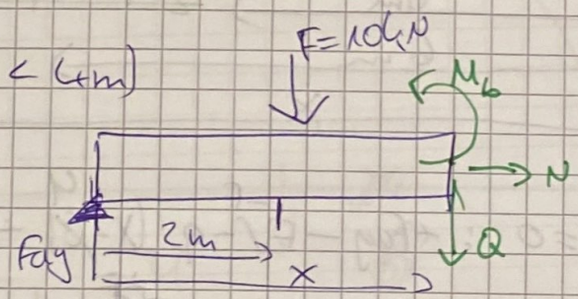
$Q = 15\ kN$

$x = 2m: \quad Q = 15\ kN$

$M_b = 30\ kNm$

2Schnitt $(2 < x < 4m)$





$\Sigma F_y = 0: \quad +F_{ay} - F - Q = 0 \qquad Q = +F_{ay} - F$

$\Sigma M = 0: \quad +M_b - F_{ay} \cdot x + F \cdot (x - 2m) = 0$

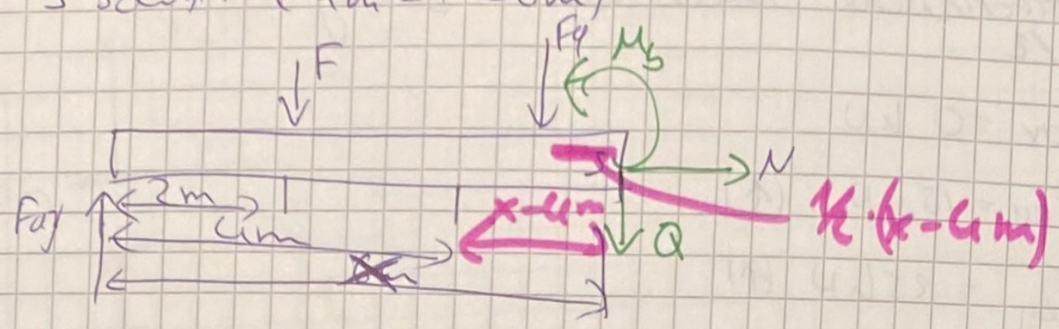
$M_b = F_{ay} \cdot x - F \cdot (x - 2m)$

Grenzwerte:

$x = 2m; \quad Q = 5\ kN \qquad M_b = 20\ kNm$

$x = 4m; \quad Q = 5\ kN \qquad M_b = 40\ kNm$

3 Schnitt ($4m < x < 6m$)



$$\Sigma F_y = 0: +F_{ay} - F - q\cdot(x-4m) - Q = 0$$

$$Q = +F_{ay} - F - q\cdot(x-4m)$$

Momente = Kraft · Hebelarm

$$M_b^{(S)} = 0: -F_{ay}\cdot x + F\cdot(x-2m) + q\cdot(x-4m)\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot(x-4m)\right) + M_b = 0$$

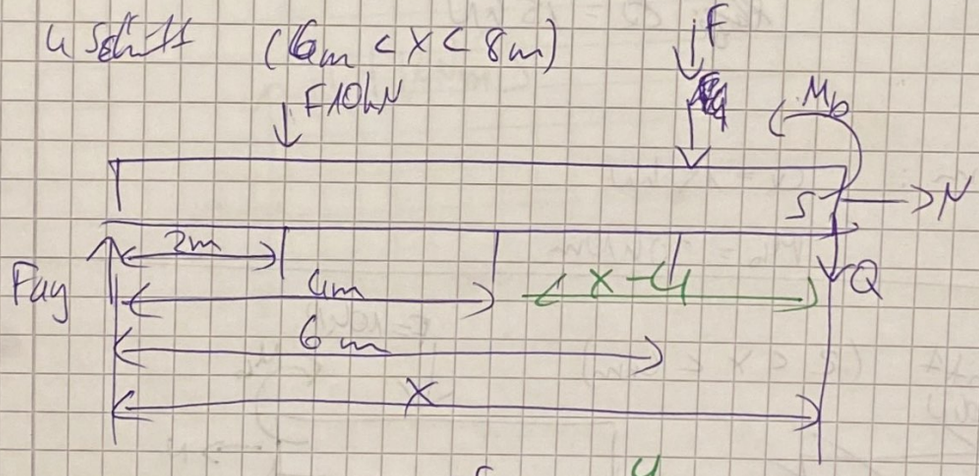
$$M_b = +F_{ay}\cdot x - F\cdot(x-2m) - \frac{1}{2}q\cdot(x-4m)^2 = 0$$

Grenzwert:

$x = 4m$; $M_b = 40kNm$
$Q = 5kN$

$x = 6m$; $Q = -5kN$
$M_b = 40kNm$

4 Schnitt ($6m < x < 8m$)



$$\Sigma F_y = 0: +F_{ay} - F - F - q\cdot(x-4) - Q = 0$$

$$Q = +F_{ay} - F - F - q\cdot(x-4)$$

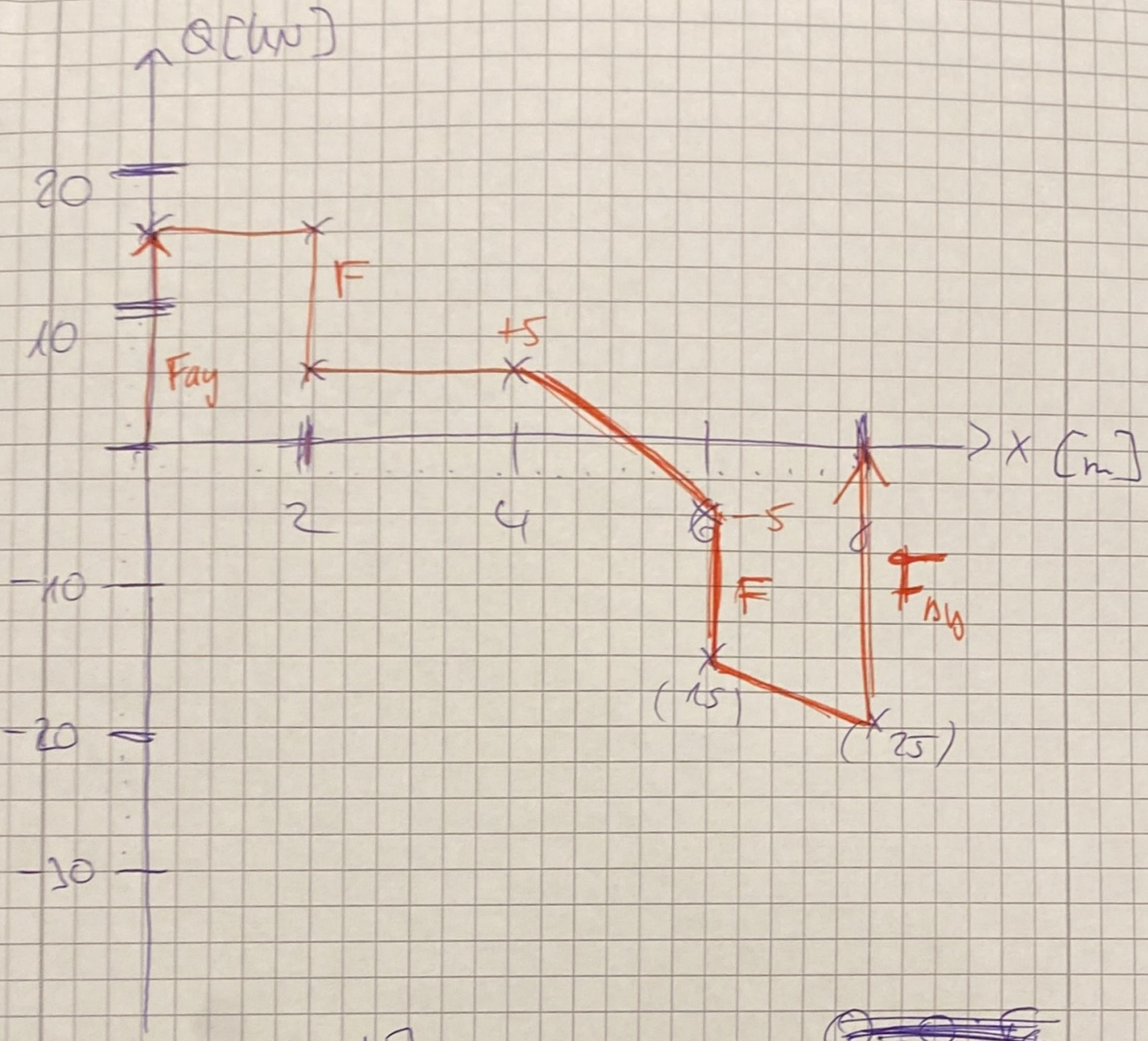
$$\Sigma M_b^{(S)} = 0: -F_{ay}\cdot x + F\cdot(x-2m) + F\cdot(x-6m) + q\cdot(x-4m)\cdot\frac{1}{2}\cdot(x-4m) + M_b = 0$$

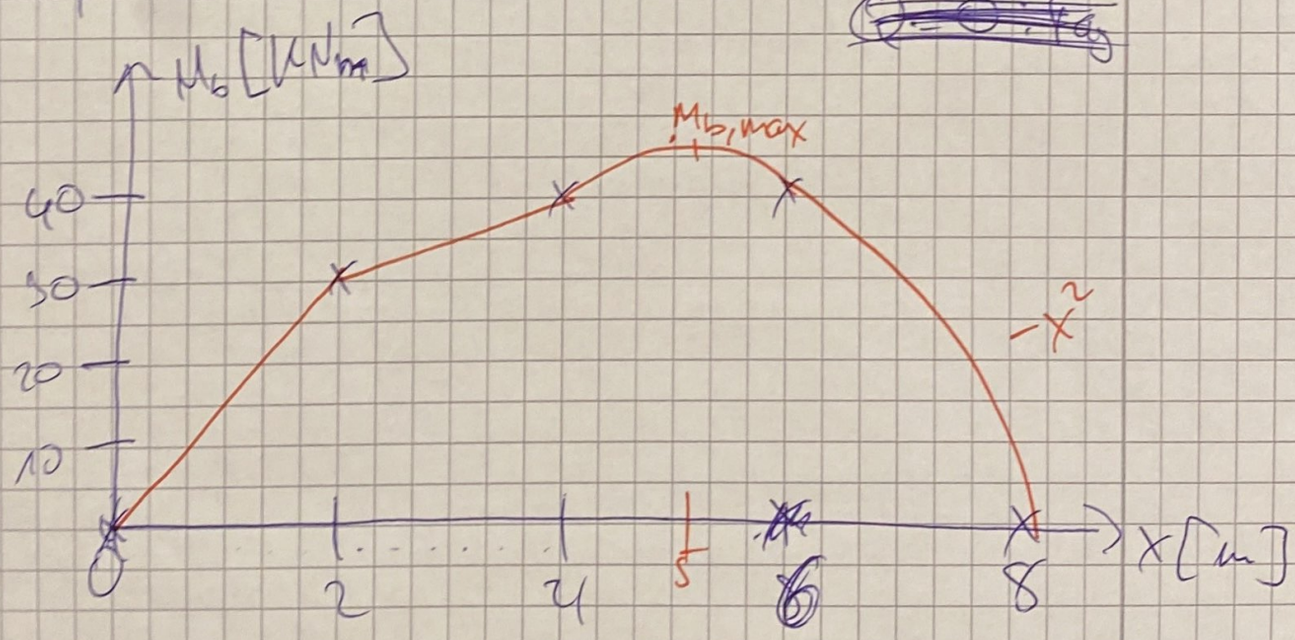
$$M_b = +F_{ay}\cdot x - F\cdot(x-2m) - F\cdot(x-6m) - \frac{1}{2}q\cdot(x-4m)^2$$

Grenzwert:

$x = 6m$; $Q = -15kN$ / $M_b = 40kNm$

$x = 8m$; $Q = -25kN$ / $M_b = 0$





$Q_{(x_E)} = 0 : F_{ay} - F - q \cdot (x_E - 4m) = 0$

$x_E - 4m = \frac{F_{ay} - F}{q}$

$x_E = 4m + \frac{F_{ay} - F}{q} = 5m$

$M_{b,max} = 42{,}5 kNm$