

# Защита лабораторной работы №7

## Модель распространения рекламы

Математическое моделирование

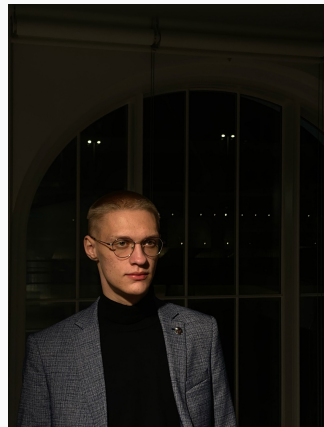
---

Махорин И. С.

2024

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, Москва, Россия

- Махорин Иван Сергеевич
- Студент группы НПИбд-02-21
- Студ. билет 1032211221
- Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы



- Изучить и построить модель эффективности рекламы

Мальтузианская модель роста (англ. Malthusian growth model), также называемая моделью Мальтуса — это экспоненциальный рост с постоянным темпом. Модель названа в честь английского демографа и экономиста Томаса Мальтуса. [4]

## Теоретическое введение. Построение математической модели (1)

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $\alpha_1 > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ . эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

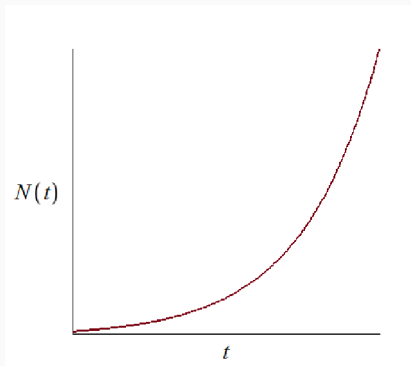


Рис. 1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  получаем уравнение логистической кривой

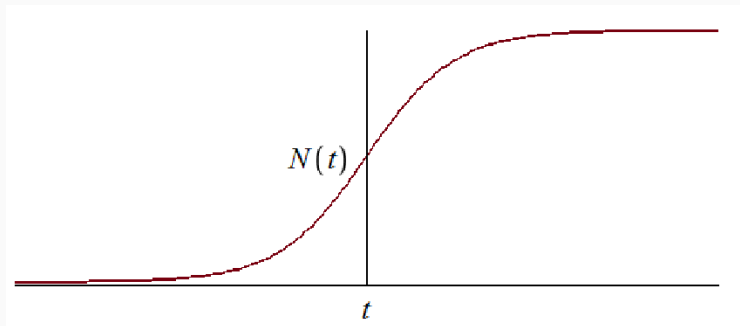


Рис. 2: График логистической кривой



Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $\frac{dn}{dt} = (0.74 + 0.000047n(t))(N - n(t))$
2.  $\frac{dn}{dt} = (0.000047 + 0.84n(t))(N - n(t))$
3.  $\frac{dn}{dt} = (0.84 \sin t + 0.84 * t * n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 709$ , в начальный момент о товаре знает 4 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

## Ход выполнения лабораторной работы

---

По представленному выше теоретическому материалу были составлены модели на обоих языках программирования.

## Решение с помощью программ

---

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для первого случая  $\frac{dn}{dt} = (0.74 + 0.000047n(t))(N - n(t))$ :

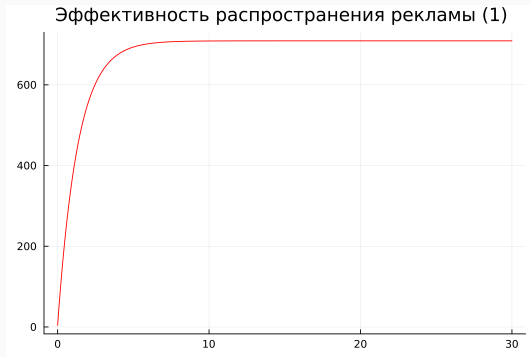


Рис. 3: “График, построенный на языке Julia”

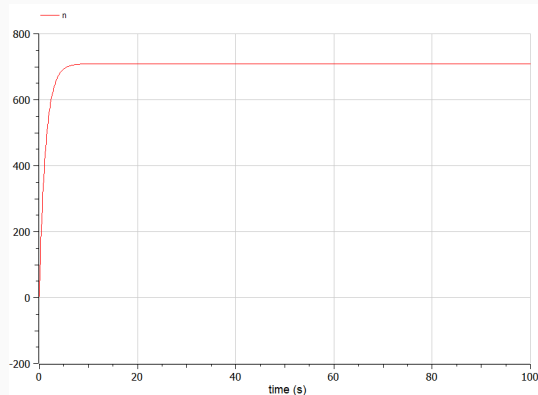


Рис. 4: “График, построенный на языке Open Modelica”

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для случая  $\frac{dn}{dt} = (0.000047 + 0.84n(t))(N - n(t))$ :

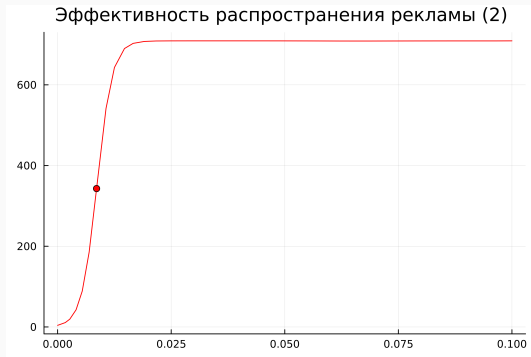


Рис. 5: “График, построенный на языке Julia”

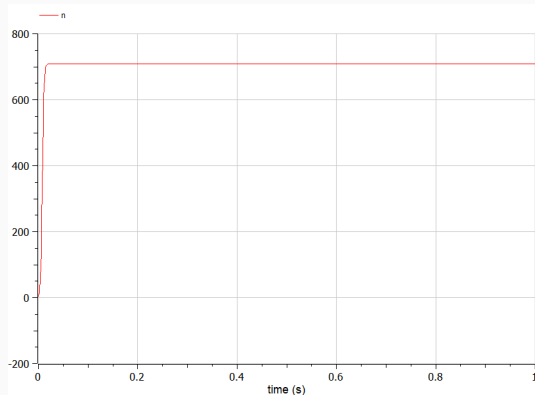


Рис. 6: “График, построенный на языке Open Modelica”

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для случая  $\frac{dn}{dt} = (0.84 \sin t + 0.84 * t * n(t))(N - n(t))$ :



Рис. 7: “График, построенный на языке Julia”

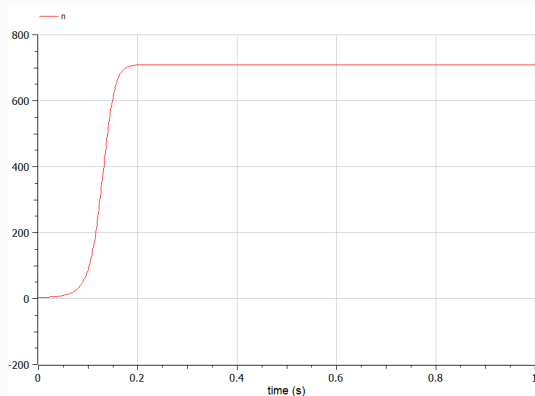


Рис. 8: “График, построенный на языке Open Modelica”

- В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia
- Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени  $t$  по умолчанию, что упрощает нашу работу



## Вывод

---

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Мальтузианская модель роста:  
<https://www.stolaf.edu//people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>