Отчёт по лабораторной работе №7  
Математическое моделирование

Модель распространения рекламы. Вариант №59

Выполнил: Махорин Иван Сергеевич,  
НПИбд-02-21, 1032211221

Содержание

# 1 Цель работы

Изучить и построить модель эффективности рекламы.

# 2 Теоретическое введение. Построение математической модели.

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытиться, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени из числа потенциальных покупателей знает лишь покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, - время, прошедшее с начала рекламной кампании, - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом , где - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной . эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

При получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

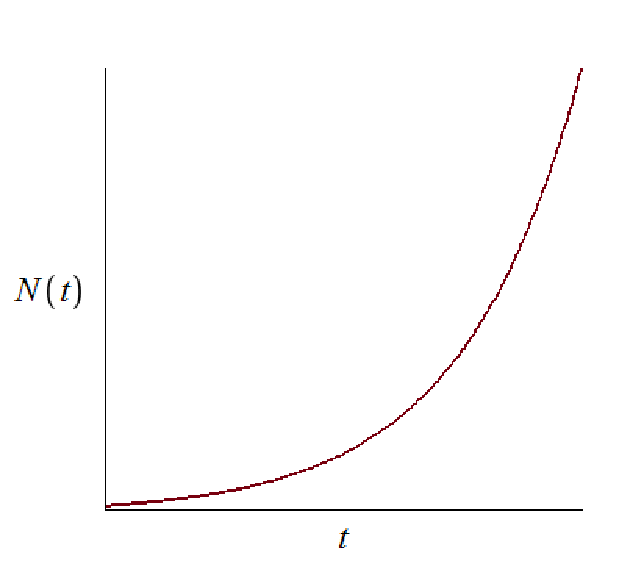


Рис. 1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае получаем уравнение логистической кривой

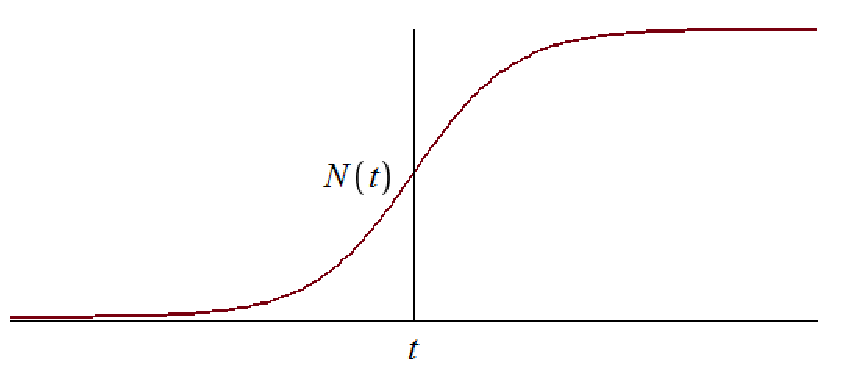


Рис. 2: График логистической кривой

# 3 Задание

**Вариант 59**

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

При этом объем аудитории , в начальный момент о товаре знает 4 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

# 4 Выполнение лабораторной работы

## 4.1 Решение с помощью программ

### 4.1.1 Julia

Код программы для первого случая :

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 709  
n0 = 4  
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 (n) = u  
 du[1] = (0.74 + 0.000047\*u[1])\*(N - u[1])  
end  
  
v0 = [n0]  
tspan = (0.0, 30.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)  
n = [u[1] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(  
 dpi = 600,  
 title = "Эффективность распространения рекламы (1) ",  
 legend = false)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 n,  
 color = :red)  
  
savefig(plt, "lab7\_julia\_1.png")

Код программы для второго случая :

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 709  
n0 = 4  
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 (n) = u  
 du[1] = (0.000047 + 0.84\*u[1])\*(N - u[1])  
end  
  
v0 = [n0]  
tspan = (0.0, 0.1)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob)  
n = [u[1] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
max\_dn = 0;  
max\_dn\_t = 0;  
max\_dn\_n = 0;  
for (i, t) in enumerate(T)  
 if sol(t, Val{1})[1] > max\_dn  
 global max\_dn = sol(t, Val{1})[1]  
 global max\_dn\_t = t  
 global max\_dn\_n = n[i]  
 end  
end  
  
plt = plot(  
 dpi = 600,  
 title = "Эффективность распространения рекламы (2) ",  
 legend = false)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 n,  
 color = :red)  
plot!(  
 plt,  
 [max\_dn\_t],  
 [max\_dn\_n],  
 seriestype = :scatter,  
 color = :red)  
  
savefig(plt, "lab7\_julia\_2.png")

Код программы для третьего случая :

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 709  
n0 = 4  
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 (n) = u  
 du[1] = (0.84\*sin(t) + 0.84\*t\*u[1])\*(N - u[1])  
end  
  
v0 = [n0]  
tspan = (0.0, 0.1)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)  
n = [u[1] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(  
 dpi = 600,  
 title = "Эффективность распространения рекламы (3) ",  
 legend = false)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 n,  
 color = :red)  
  
savefig(plt, "lab7\_julia\_3.png")

### 4.1.2 Результаты работы кода на Julia

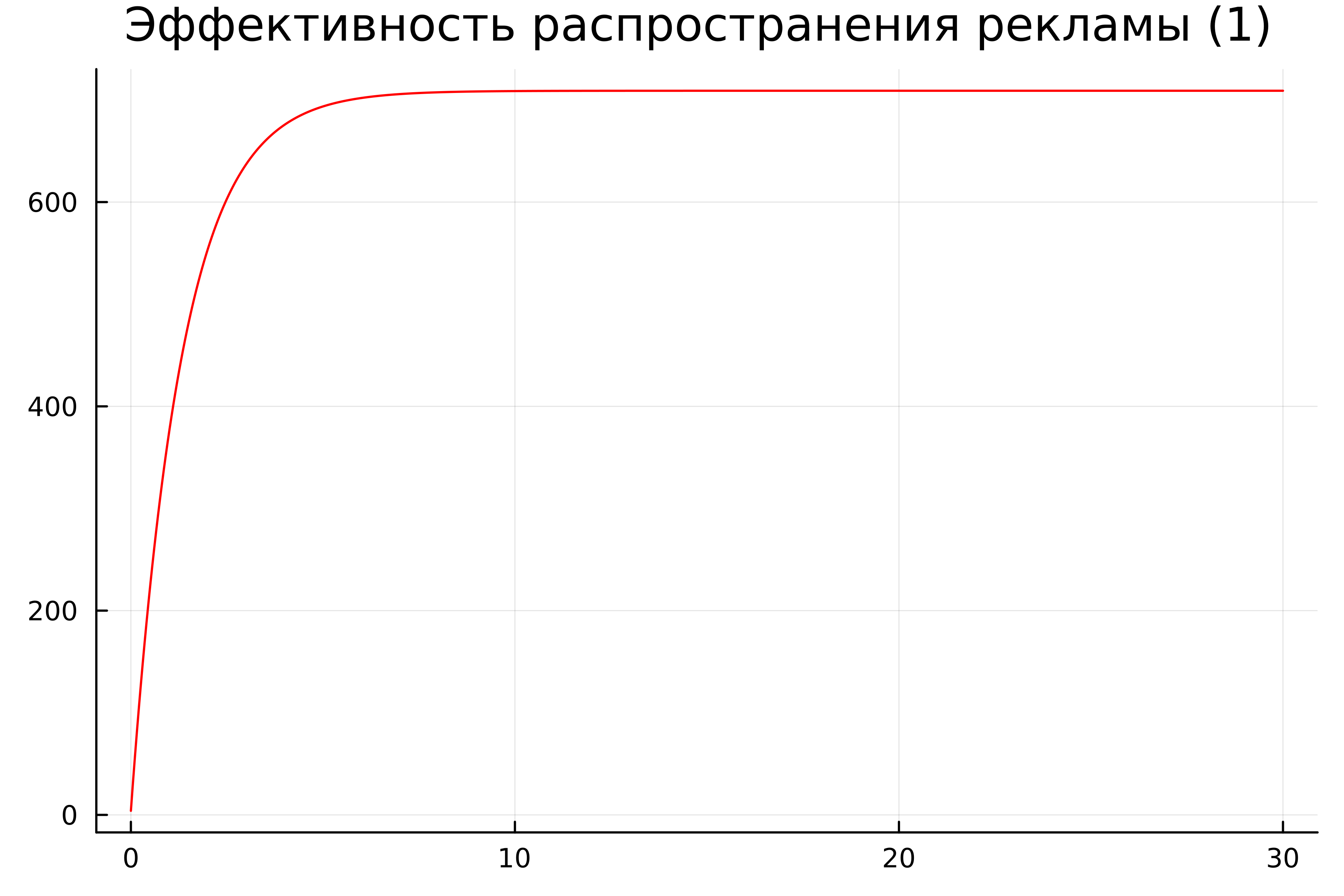


Рис. 3: График распространения рекламы для первого случая, построенный на языке Julia

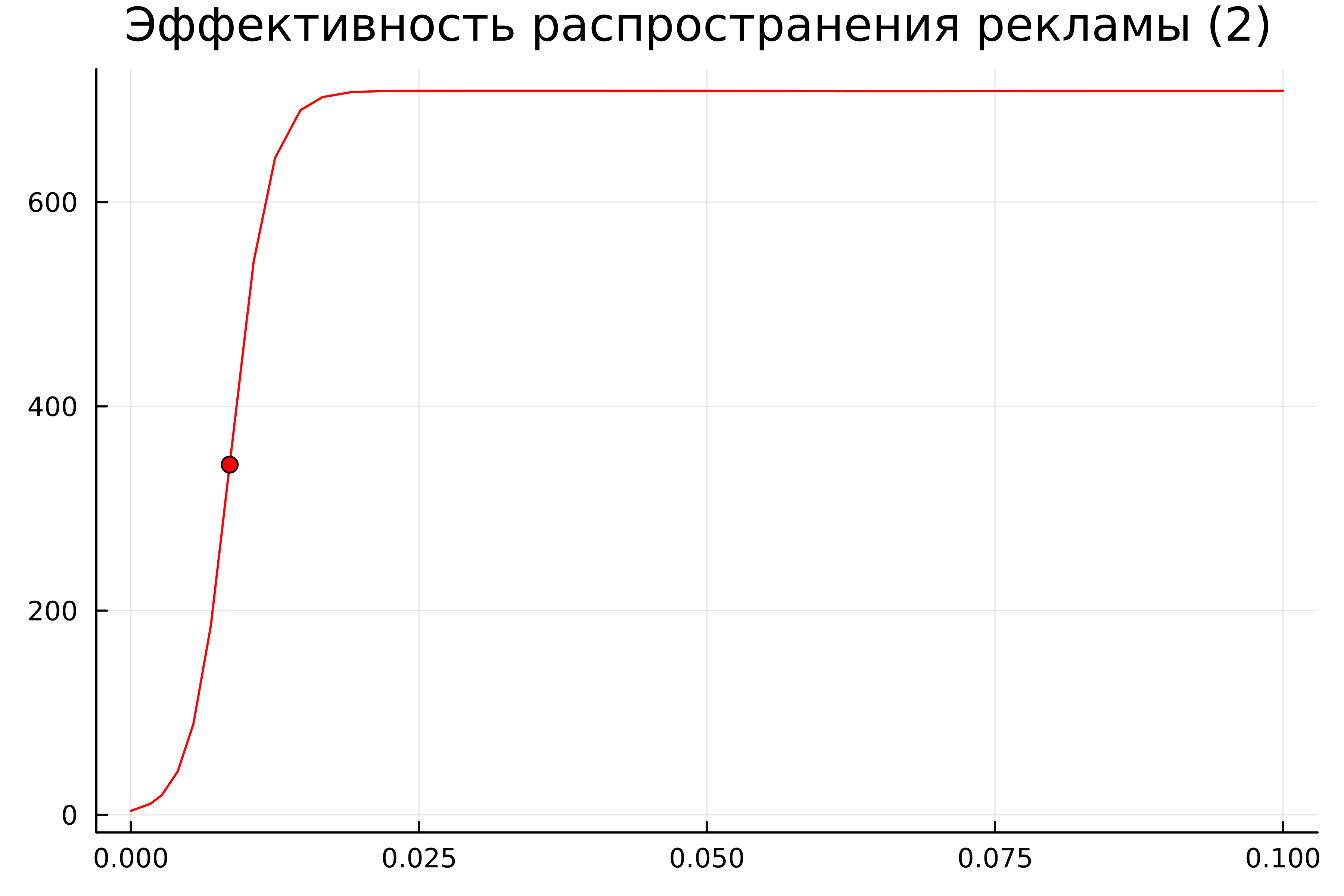


Рис. 4: График распространения рекламы для второго случая, построенный на языке Julia

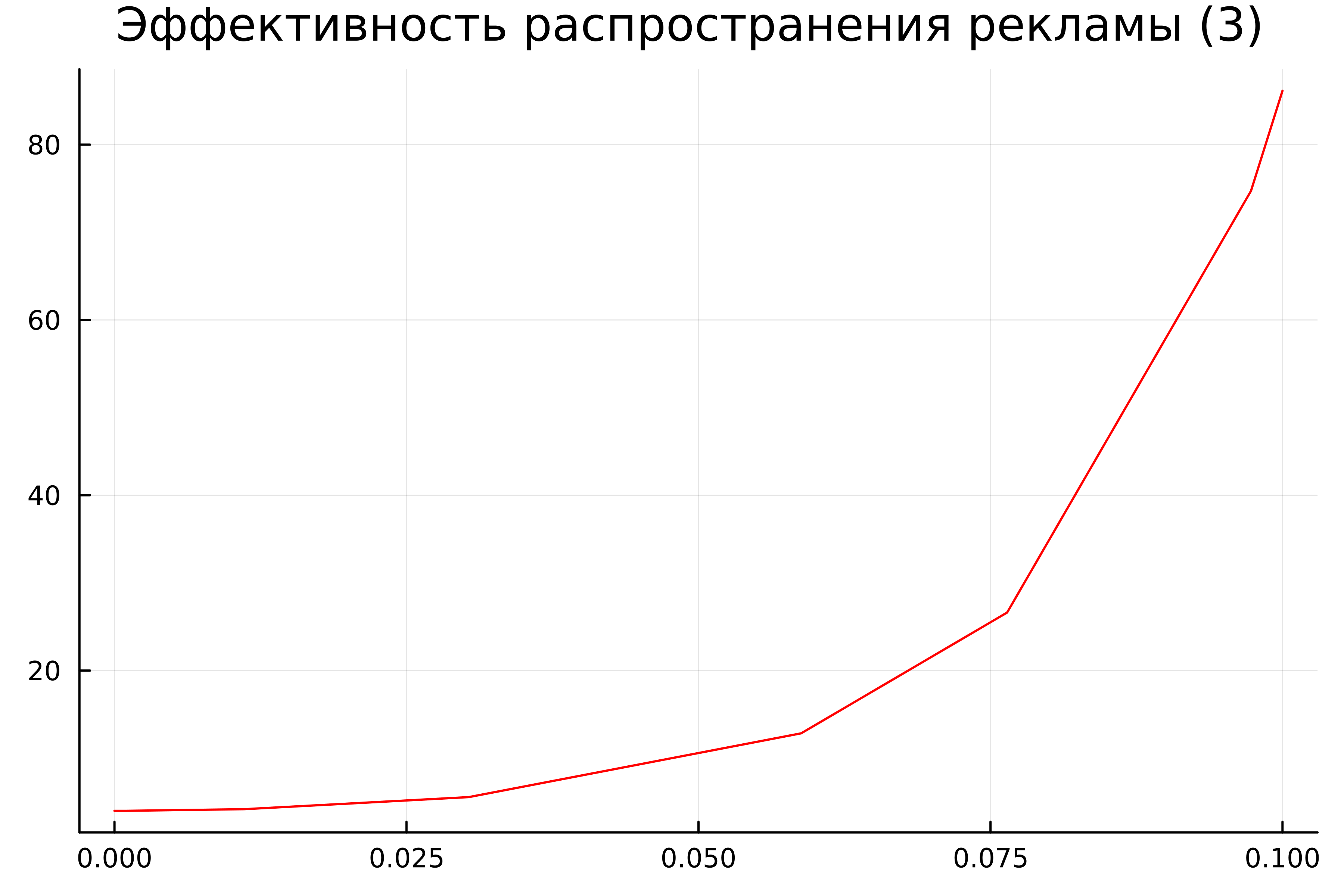


Рис. 5: График распространения рекламы для третьего случая, построенный на языке Julia

## 4.2 OpenModelica

Код программы для первого случая :

model lab7\_1  
Real N = 709;  
Real n;  
initial equation  
n = 4;  
equation  
der(n) = (0.74 + 0.000047\*n)\*(N-n);  
end lab7\_1;

Код программы для второго случая :

model lab7\_2  
Real N = 709;  
Real n;  
initial equation  
n = 4;  
equation  
der(n) = (0.000047 + 0.84\*n)\*(N-n);  
end lab7\_2;

Код программы для третьего случая :

model lab7\_3  
Real N = 709;  
Real n;  
initial equation  
n = 4;  
equation  
der(n) = (0.84\*sin(time) + 0.84\*time\*n)\*(N-n);  
end lab7\_3;

### 4.2.1 Результаты работы кода на OpenModelica

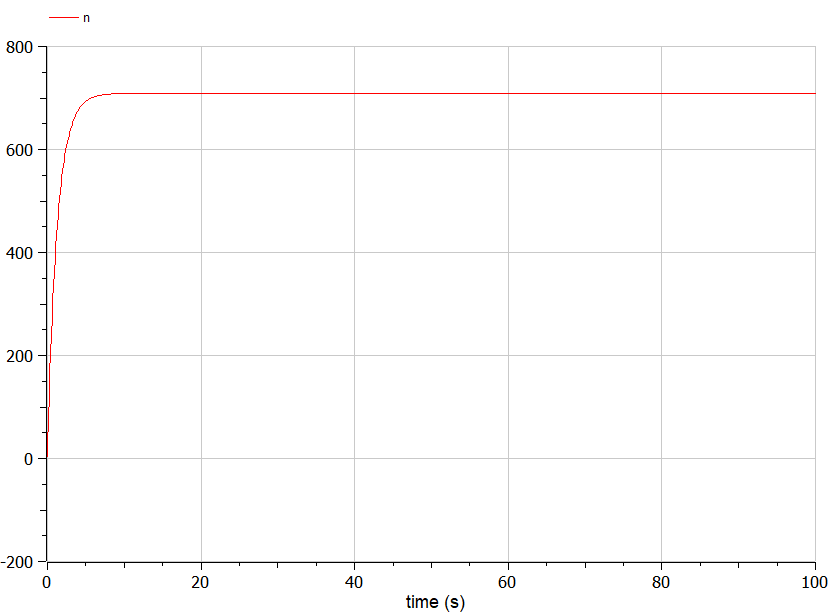


Рис. 6: График распространения рекламы для первого случая, построенный с помощью OpenModelica

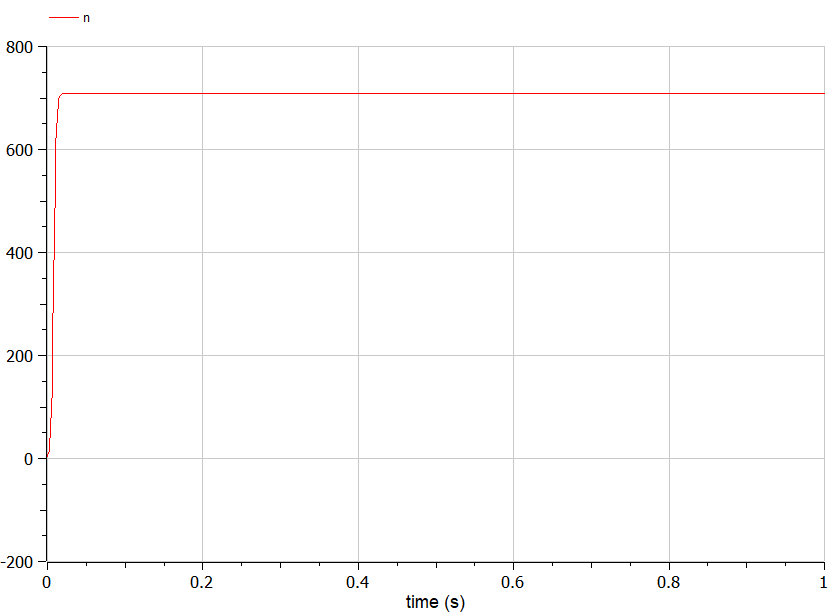


Рис. 7: График распространения рекламы для второго случая, построенный с помощью OpenModelica

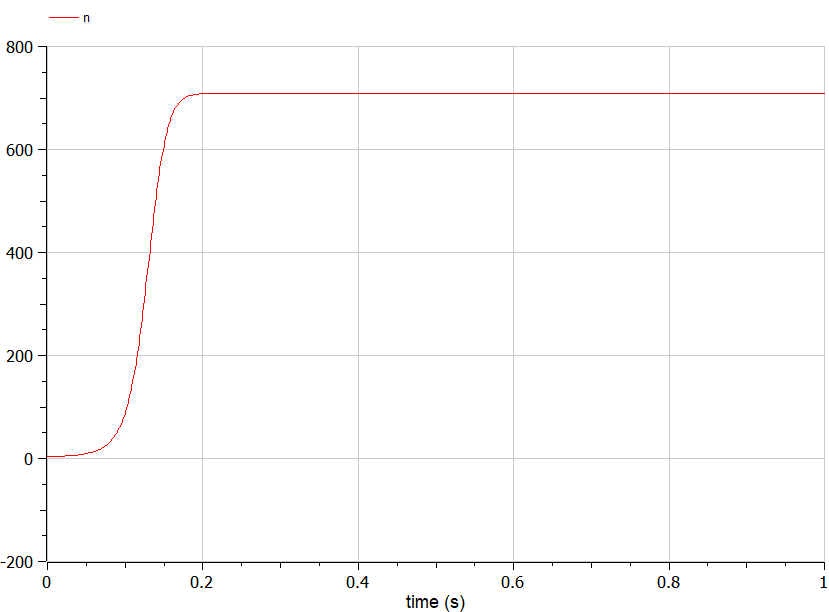


Рис. 8: График распространения рекламы для третьего случая, построенный с помощью OpenModelica

# 5 Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

# 6 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

# 7 Список литературы. Библиография.

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[4] Мальтузианская модель роста: https://www.stolaf.edu//people/mckelvey/envision.dir/malthus.html