Лабораторная работа №4

Математические основы защиты информации и информационной безопасности

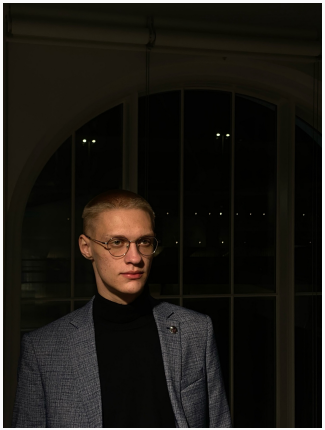
Махорин И. С.

2025

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, Москва, Россия

Докладчик

- Махорин Иван Сергеевич
- Студент группы НФИмд-02-25
- Студ. билет 1032259380
- Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы



Цель лабораторной работы

- Изучить алгоритмы нахождения наибольшего общего делителя и научиться их реализовывать.

Выполнение лабораторной работы

Реализация алгоритма Евклида

```julia
# Алгоритм Евклида

function euclidean_algorithm(a::Int, b::Int)::Int
    # Проверяем, что b не равно 0
    b == 0 && throw(DomainError(b, "b must not be zero"))

    # Шаг 1: Инициализация
    r_prev, r_curr = a, b
    i = 1

    # Шаг 2-3: Повторное деление с остатком
    while true
        # Находим остаток от деления
        r_next = r_prev % r_curr

        # Если остаток равен 0, возвращаем текущий делитель
        if r_next == 0
            return abs(r_curr)  # Возвращаем абсолютное значение
        end

        # Обновляем значения для следующей итерации
        r_prev, r_curr = r_curr, r_next
        i += 1
    end
end
```

Рис. 1: Реализация алгоритма Евклида

Реализация алгоритма Евклида

```
test_cases = [
    (12345, 24690),
    (12345, 54321),
    (12345, 12541),
    (91, 105),
    (105, 154),
    (91, 154)
]

for (a, b) in test_cases
    gcd_val = euclidean_algorithm(a, b)
    println("НОД($a, $b) = $gcd_val")
end
println()
```

Рис. 2: Реализация алгоритма Евклида

Проверка

```
НОД(12345, 24690) = 12345
НОД(12345, 54321) = 3
НОД(12345, 12541) = 1
НОД(91, 105) = 7
НОД(105, 154) = 7
НОД(91, 154) = 7
```

Рис. 3: Проверка

Реализация бинарного алгоритма Евклида

```julia
# Бинарный алгоритм Евклида

function binary_euclidean_algorithm(a::Int, b::Int)::Int
    # Проверяем, что b не равно 0
    b == 0 && throw(DomainError(b, "b must not be zero"))

    # Шаг 1: Инициализация
    g = 1

    # Шаг 2: Убираем общие множители 2
    while iseven(a) && iseven(b)
        a ÷= 2
        b ÷= 2
        g *= 2
    end

    # Шаг 3: Инициализация u и v
    u, v = a, b

    # Шаг 4: Основной цикл
    while u != 0
        # Убираем множители 2 из u
        while iseven(u)
            u ÷= 2
        end

        # Убираем множители 2 из v
        while iseven(v)
            v ÷= 2
        end
```

Рис. 4: Реализация бинарного алгоритма Евклида

Реализация бинарного алгоритма Евклида

```
        # Вычитаем меньшее из большего
        if u >= v
            u = u - v
        else
            v = v - u
        end
    end

    # Шаг 5: Возвращаем результат
    return g * v
end

test_cases = [
    (12345, 24690),
    (12345, 54321),
    (12345, 12541),
    (91, 105),
    (105, 154),
    (91, 154)
]

for (a, b) in test_cases
    gcd_val = binary_euclidean_algorithm(a, b)
    println("НОД($a, $b) = $gcd_val")
end
println()
```

Рис. 5: Реализация бинарного алгоритма Евклида

Проверка

```
НОД(12345, 24690) = 12345
НОД(12345, 54321) = 3
НОД(12345, 12541) = 1
НОД(91, 105) = 7
НОД(105, 154) = 7
НОД(91, 154) = 7
```

Рис. 6: Проверка

Реализация расширенного алгоритма Евклида

```julia
# Расширенный алгоритм Евклида

function extended_euclidean_algorithm(a::Int, b::Int)::Tuple{Int, Int, Int}
    # Проверяем, что b не равно 0
    b == 0 && throw(DomainError(b, "b must not be zero"))

    # Шаг 1: Инициализация
    r_prev, r_curr = a, b
    x_prev, x_curr = 1, 0
    y_prev, y_curr = 0, 1
    i = 1

    # Шаг 2-3: Основной цикл
    while true
        # Находим частное и остаток
        q = r_prev ÷ r_curr
        r_next = r_prev % r_curr

        # Если остаток равен 0, возвращаем результат
        if r_next == 0
            return (r_curr, x_curr, y_curr)
        end

        # Вычисляем новые коэффициенты
        x_next = x_prev - q * x_curr
        y_next = y_prev - q * y_curr

        # Обновляем значения для следующей итерации
        r_prev, r_curr = r_curr, r_next
        x_prev, x_curr = x_curr, x_next
        y_prev, y_curr = y_curr, y_next
        i += 1
    end
end
```

Рис. 7: Реализация расширенного алгоритма Евклида

Реализация расширенного алгоритма Евклида

```
test_cases = [
    (12345, 24690),
    (12345, 54321),
    (12345, 12541),
    (91, 105),
    (105, 154),
    (91, 154)
]

for (a, b) in test_cases
    gcd_val, x, y = extended_euclidean_algorithm(a, b)
    println("НОД($a, $b) = $gcd_val")
    println("Коэффициенты Безу: x = $x, y = $y")
    println("Проверка: $a * $x + $b * $y = $(a*x + b*y)")
    println()
end
```

Рис. 8: Реализация расширенного алгоритма Евклида

Проверка

```
НОД(12345, 24690) = 12345
Коэффициенты Безу: x = 1, y = 0
Проверка: 12345 * 1 + 24690 * 0 = 12345

НОД(12345, 54321) = 3
Коэффициенты Безу: x = 3617, y = -822
Проверка: 12345 * 3617 + 54321 * -822 = 3

НОД(12345, 12541) = 1
Коэффициенты Безу: x = 4159, y = -4094
Проверка: 12345 * 4159 + 12541 * -4094 = 1

НОД(91, 105) = 7
Коэффициенты Безу: x = 7, y = -6
Проверка: 91 * 7 + 105 * -6 = 7

НОД(105, 154) = 7
Коэффициенты Безу: x = 3, y = -2
Проверка: 105 * 3 + 154 * -2 = 7

НОД(91, 154) = 7
Коэффициенты Безу: x = -5, y = 3
Проверка: 91 * -5 + 154 * 3 = 7
```

Рис. 9: Проверка

Реализация расширенного бинарного алгоритма Евклида

```julia
# Расширенный бинарный алгоритм Евклида

function extended_binary_euclidean_algorithm(a::Int, b::Int)::Tuple{Int, Int, Int}
    # Проверяем, что b не равно 0
    b == 0 && throw(DomainError(b, "b must not be zero"))

    # Шаг 1: Инициализация
    g = 1

    # Шаг 2: Убираем общие множители 2
    while iseven(a) && iseven(b)
        a ÷= 2
        b ÷= 2
        g *= 2
    end

    # Шаг 3: Инициализация переменных
    u, v = a, b
    A, B, C, D = 1, 0, 0, 1

    # Шаг 4: Основной цикл
    while u != 0
        # Шаг 4.1: Обработка четного u
        while iseven(u)
            u ÷= 2
            if iseven(A) && iseven(B)
                A ÷= 2
                B ÷= 2
            else
```

Рис. 10: Реализация расширенного бинарного алгоритма Евклида

Реализация расширенного бинарного алгоритма Евклида

```
            else
                A = (A + b) ÷ 2
                B = (B - a) ÷ 2
            end
        end

        # Шаг 4.2: Обработка четного v
        while iseven(v)
            v ÷= 2
            if iseven(C) && iseven(D)
                C ÷= 2
                D ÷= 2
            else
                C = (C + b) ÷ 2
                D = (D - a) ÷ 2
            end
        end

        # Шаг 4.3: Вычитание
        if u >= v
            u = u - v
            A = A - C
            B = B - D
        else
            v = v - u
            C = C - A
            D = D - B
        end
    end
```

Рис. 11: Реализация расширенного бинарного алгоритма Евклида

Реализация расширенного бинарного алгоритма Евклида

```
    # Шаг 5: Возвращаем результат
    return (g * v, C, D)
end

test_cases = [
    (12345, 24690),
    (12345, 54321),
    (12345, 12541),
    (91, 105),
    (105, 154),
    (91, 154)
]

for (a, b) in test_cases
    gcd_val, x, y = extended_binary_euclidean_algorithm(a, b)
    println("НОД($a, $b) = $gcd_val")
    println("Коэффициенты Безу: x = $x, y = $y")
    println("Проверка: $a * $x + $b * $y = $(a*x + b*y)")
    println()
end
```

Рис. 12: Реализация расширенного бинарного алгоритма Евклида

Проверка

```
НОД(12345, 24690) = 12345
Коэффициенты Безу: x = 12345, y = -6172
Проверка: 12345 * 12345 + 24690 * -6172 = 12345

НОД(12345, 54321) = 3
Коэффициенты Безу: x = -14490, y = 3293
Проверка: 12345 * -14490 + 54321 * 3293 = 3

НОД(12345, 12541) = 1
Коэффициенты Безу: x = 4159, y = -4094
Проверка: 12345 * 4159 + 12541 * -4094 = 1

НОД(91, 105) = 7
Коэффициенты Безу: x = 52, y = -45
Проверка: 91 * 52 + 105 * -45 = 7

НОД(105, 154) = 7
Коэффициенты Безу: x = 113, y = -77
Проверка: 105 * 113 + 154 * -77 = 7

НОД(91, 154) = 7
Коэффициенты Безу: x = -5, y = 3
Проверка: 91 * -5 + 154 * 3 = 7
```

Рис. 13: Проверка

Вывод

Вывод

- В ходе выполнения лабораторной работы были изучены алгоритмы нахождения наибольшего общего делителя, а также написаны их алгоритмы на языке Julia.

Список литературы. Библиография

Список литературы. Библиография

[1] Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/