

1. (40 分) 已知圆环上的电荷线密度为 α ，圆环半径为 R 。[图片：一个圆]
- (a) 使用数值积分方法，求解圆环所在平面的电势，并分析算法产生误差的大小、来源，以及可能的解决方案。
 - (b) 使用数值微分方法，求解圆环所在平面的电场强度。

2. (30 分) 使用四阶龙格库塔法, 求解给定运动方程 $a \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + c \cos x = 0$ 和初始条件 $x_0, \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0}$ 的运动。

3. (30 分) 已知朗之万方程:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\lambda \frac{dx}{dt} + f(t) \quad (1)$$

其中随机力 $f(t)$ 满足

$$\langle f(t) \rangle = 0 \quad (2)$$

$$\langle f(t)f(t') \rangle = 2\lambda k_B T \delta(t - t') \quad (3)$$

小球在势场 $V(x) = (x - 1)^2(x + 2)^2$ 中从 $x = -5/2$ 开始运动。求:

- (a) 小球在各个时刻的位置, 并进行误差分析, 提出可能的改进误差的方法。
- (b) 小球各个时刻位置的均值、方差, 小球在各处出现的概率密度。
- (c) 小球在某一时刻分别处于两侧势场的概率。
- (d) 小球在左侧势场, 即 $x < -1/2$ 处每次停留的平均时长。