本科生实验报告

课程：信号与系统

实验：Lab3

姓名：张文沁

学号：20337268

1.简述实验目的及实验原理

一、 实验目的

1．熟悉傅里叶变换的性质

2．熟悉常见信号的傅里叶变换

3．了解傅里叶变换的 MATLAB 实现方法

4．学会用 MATLAB 分析 LTI 系统的频域特性

5．学会用 MATLAB 分析 LTI 系统的输出响应

二、 实验原理

傅里叶变换是信号分析 的最重要的内容之一。从已知信号f(t) 求出相应的频谱函数 F(jω) 的数学表示为：

$$F(j\omega) = \int f(t)e^{(} - j\omega t^{)} dt$$

f (t) 的傅里叶变换存在的充分条件是f(t) 在无限区间内绝对可积， 即f(t) 满足下式：

$$\int |f(t)|dt < \infty$$

但上 式并非 傅里叶变换存在的必要条件。在引入广义函数概念之后，使一些不满足绝对可 积条件的函数也能进行傅里叶变换。

傅里叶反变换 的定义为：

$$f(t) = \int F(j\omega)e^(j\omega t)d\omega$$

在这一部分的学习中，大家都体会到了这种数学运算的麻烦。在 MATLAB 语言中有专 门对信号进行正反傅里叶变换的语句，使得傅里叶变换很容易在 MATLAB 中实现。在 MATLAB 中实现傅里叶变换的方法有两种，一种是利用 MATLAB 中的 `Symbolic Math Toolbox` 提供的专用函数直接求解函数的傅里叶变换和傅里叶反变换， 另一种是傅里叶变换的数值计算实现法。

2.实验内容及结果分析：

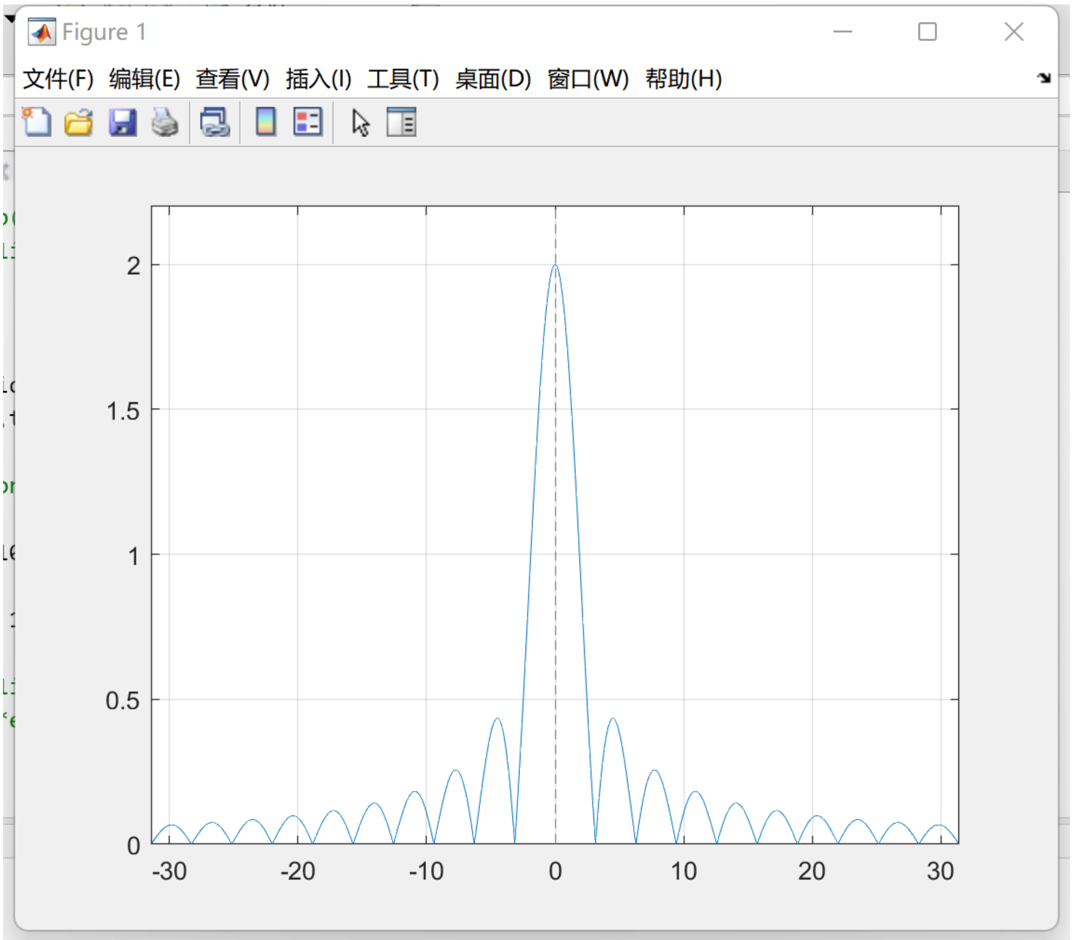
1.验证实验原理中所述的相关程序

1. **例一**
    1. **代码**

    ```
    syms t w    %声明变量
    Gt=sym(heaviside(t+1)-heaviside(t-1));      %定义门函数
    Fw=fourier(Gt,t,w);      %进行傅里叶变换
    Fw      %输出傅里叶变换之后的值
    FFP=abs(Fw);     %求幅度
    fplot(FFP,[- 10*pi 10*pi]);      %绘制频谱图
    grid;        %网格
    axis([- 10*pi 10*pi 0 2.2])      %限制上下界
    ```

    2. **结果**

    > \>> lab3
    >
    > Fw =
    >
    > \- (- sin(w) + cos(w)*1i)/w + (sin(w) + cos(w)*1i)/w



2. 例二

1. 代码

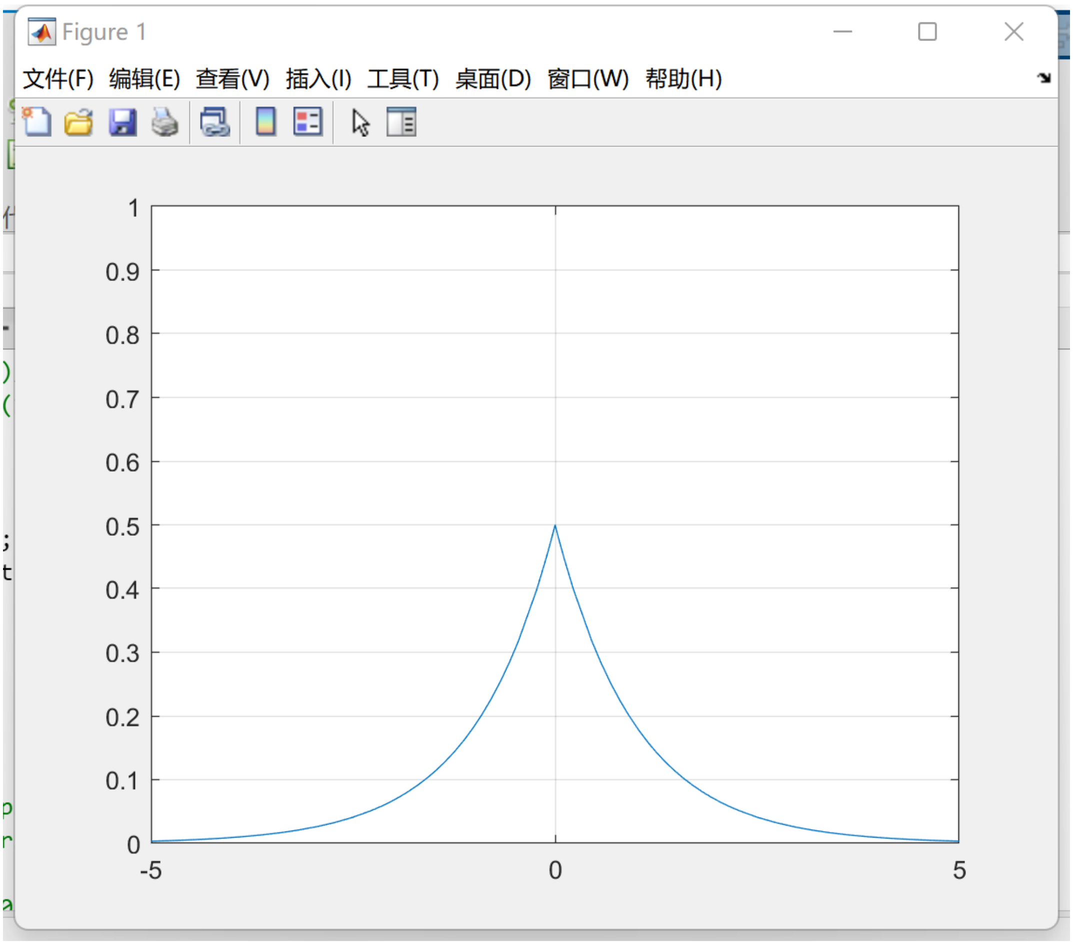
```
syms t w     %声明变量
Fw=sym(1/(1+w^2));  %定义函数
ft=ifourier(Fw,w,t);     %傅里叶反变换
ft  %输出反傅里叶变换的值
fplot(ft,[-5 5]);    %绘制反傅里叶变换的结果
grid;    %网格
axis([-5 5 0 1])     %限制上下界
```

2. 结果

```
>> lab3

ft =

exp(-abs(t))/2
```



3. **例三**

   1. **代码**

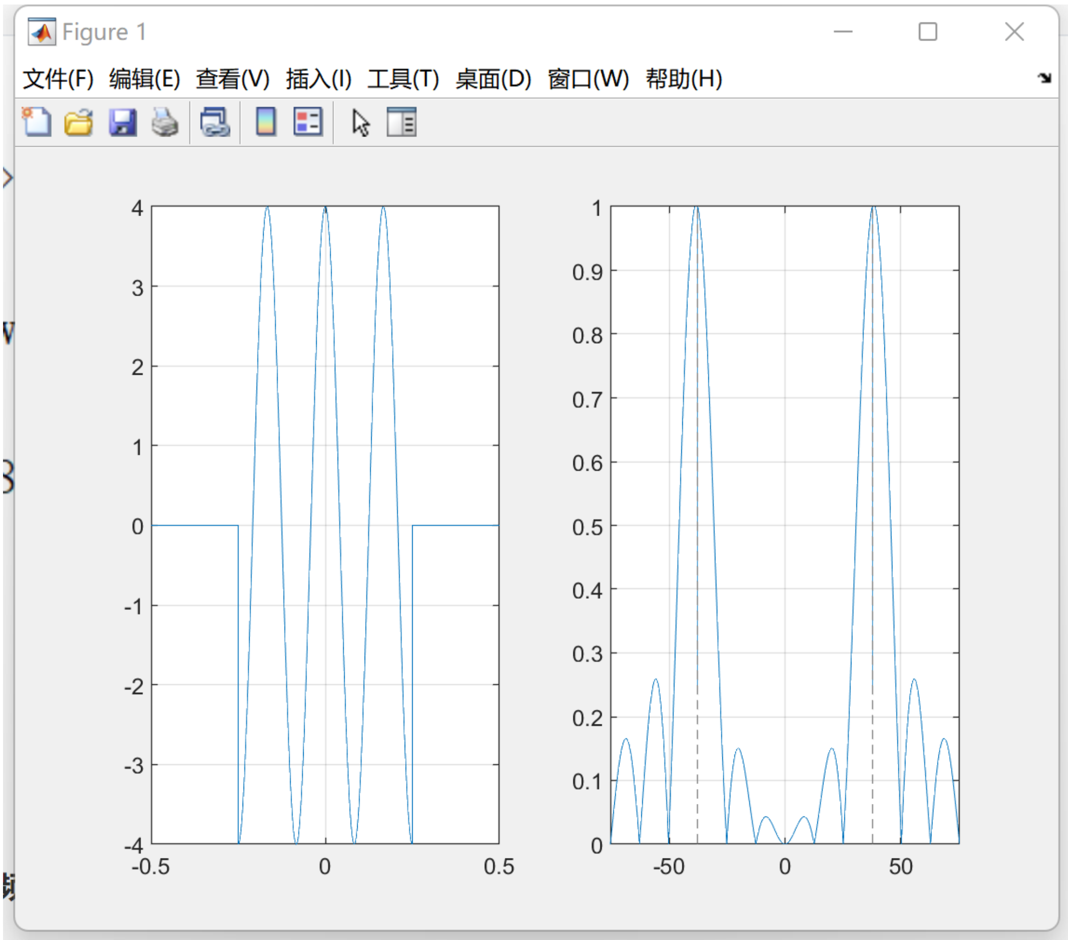
```
ft=sym(4*cos(2*pi*6*t)*(heaviside(t+1/4)-heaviside(t- 1/4)));   %定义函数
Fw=simplify(fourier(ft))    %调制函数
subplot(121)    %分区画图
fplot(ft,[-0.5 0.5]);    %原函数图像
grid;
subplot(122)
fplot(abs(Fw),[-24*pi 24*pi]);   %调制函数的频谱
grid;
```

   2. **结果**

```
>> lab3

Fw =

(8*w*sin(w/4))/(144*pi^2 - w^2)
```



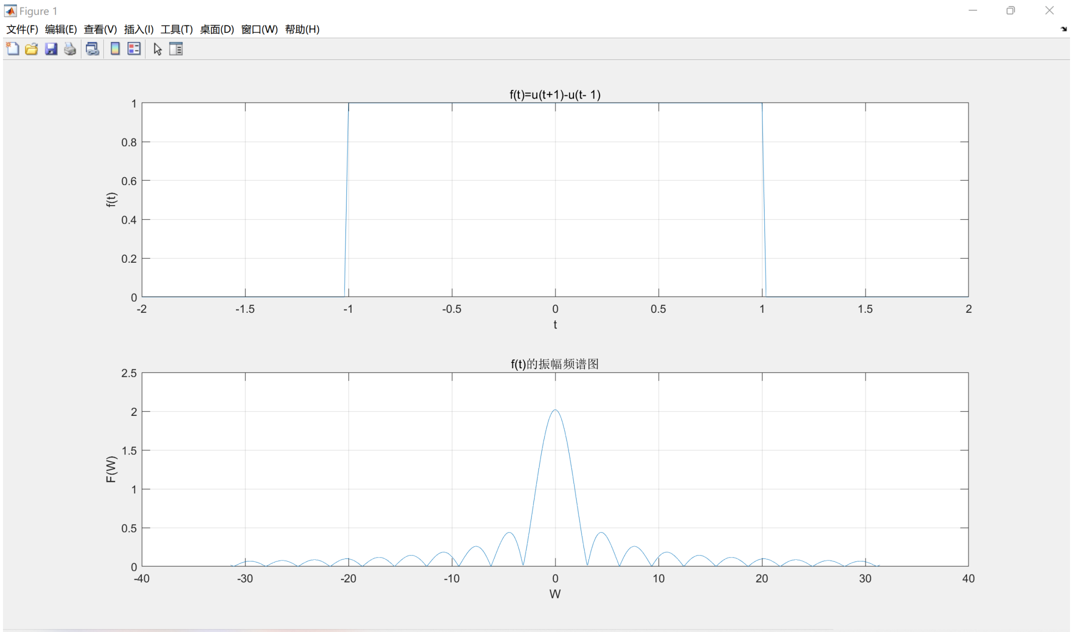
4. 例四

1. 代码

```
R=0.02;
t=-2:R:2;
%取样间隔τ=0.02
% t 为从-2 到 2, 间隔为 0.02 的行向量,有 201 个样本点
ft=[zeros(1,50),ones(1,101),zeros(1,50)];
%产生f(t)的样值矩阵(即f(t)的样本值组成的行向量)
W1=10*pi;   %取要计算的频率范围
M=500;      %频域采样数
k=0:M;      %计数器
w=k*W1/M;   %频域采样数为M,w为频率正半轴的采样点
Fw=ft*exp(-1j*t'*w)*R;  %求傅氏变换F(jw)
FRw=abs(Fw);    %取振幅
W=[-fliplr(w),w(2:501)];
%由信号双边频谱的偶对称性, 利用fliplr(w)形成负半轴的点w(2:501)为正半轴的点,  函数
fliplr(w) 对矩阵 w 行向量作 180 度反转
FW=[fliplr(FRw),FRw(2:501)];
subplot(2,1,1);
plot(t,ft);
grid;
%形成对应于 2M+1 个频率点的值
%画出原函数 f(t)的波形, 并加网格
xlabel('t') ;
ylabel('f(t)');%原函数
title('f(t)=u(t+1)-u(t-1)');
subplot(2,1,2);
plot(W,FW);
```

```
grid on;
xlabel ('W');
ylabel ('F(W)');%傅里叶变换之后的函数
title('f(t)的振幅频谱图');
```

2. **结果**

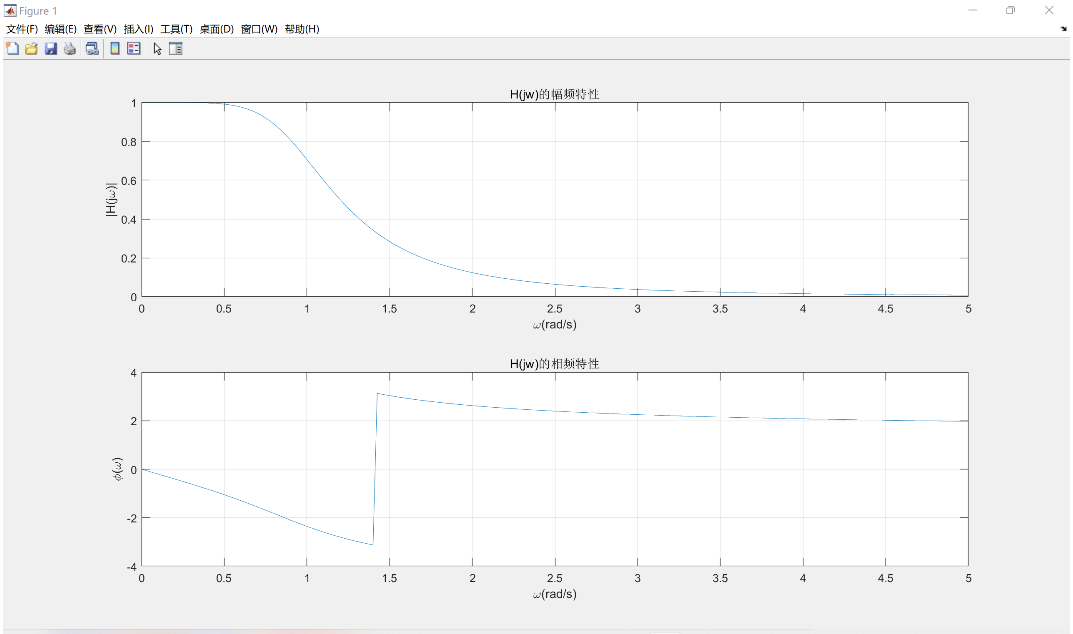


5. **例五**

1. **代码**

```
w=0:0.025:5;     %所取的点和间距
b=[1];           %分子的系数向量
a=[1,2,2,1];     %分母的系数向量
H=freqs(b,a,w); %求解模拟滤波器的频率响应
subplot(2,1,1); %绘图
plot(w,abs(H)); %幅度图像
grid;
xlabel('\omega(rad/s)');
ylabel('|H(j\omega)|');
title('H(jw)的幅频特性');
subplot(2,1,2);
plot(w,angle (H)); %相频图像
grid;
xlabel('\omega(rad/s)');
ylabel('\phi(\omega)');
title('H(jw)的相频特性');
```

2. **结果**



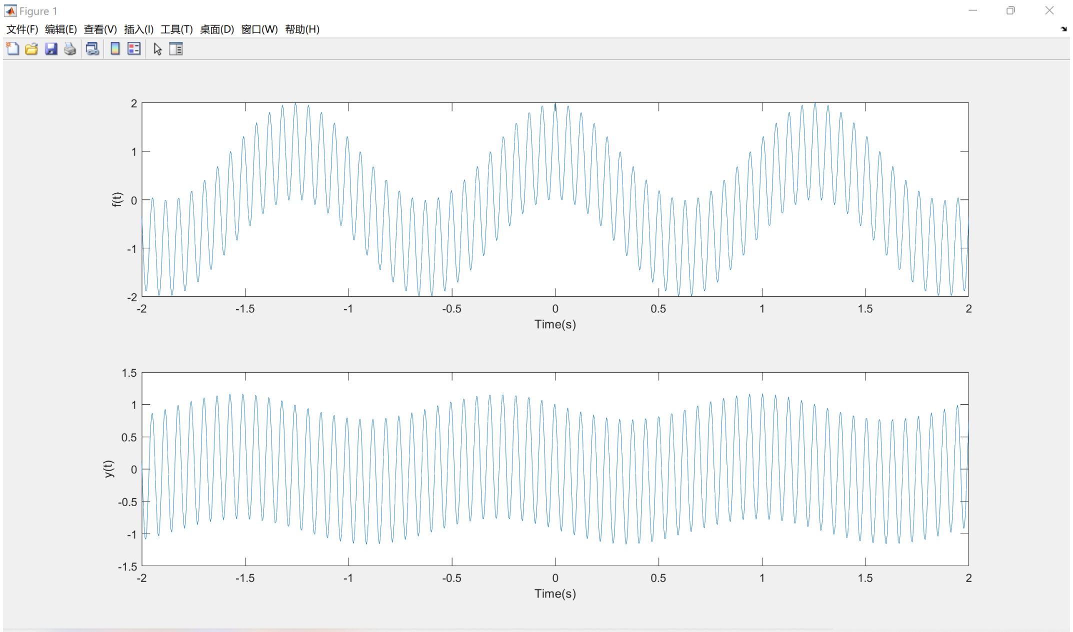
6. 例六

$$y(t) = H(jw0)cos(\omega 0t + \phi(\omega 0))$$

1. 代码

```
RC=0.04;                    %RC值
t=linspace(-2,2,1024);  %产生x1,x2之间的N点行矢量
w1=5;
w2=100;
H1=1j*w1/(1j*w1+1/RC);
H2=1j*w2/(1j*w2+1/RC);
f=cos(5*t)+cos(100*t);  %原函数
y=abs(H1)*cos(w1*t+angle(H1))+ abs(H2)*cos(w2*t+angle(H2)); %系统响应
subplot(2,1,1); %绘图
plot(t,f);
ylabel('f(t)');
xlabel('Time(s)');
subplot(2,1,2);
plot(t,y);
ylabel('y(t)');
xlabel('Time(s)');
```

2. 结果



2.编程实现求下列信号的幅度频谱

(1) 求出f1 (t) = ε(2t +1) − ε(2t −1) 的频谱函数 F1 (jω)，请将它与上面门宽为 2 的门 函数f (t) = ε(t +1) −ε(t −1) 的频谱进行比较，观察两者的特点， 说明两者的关系。

1. **代码**

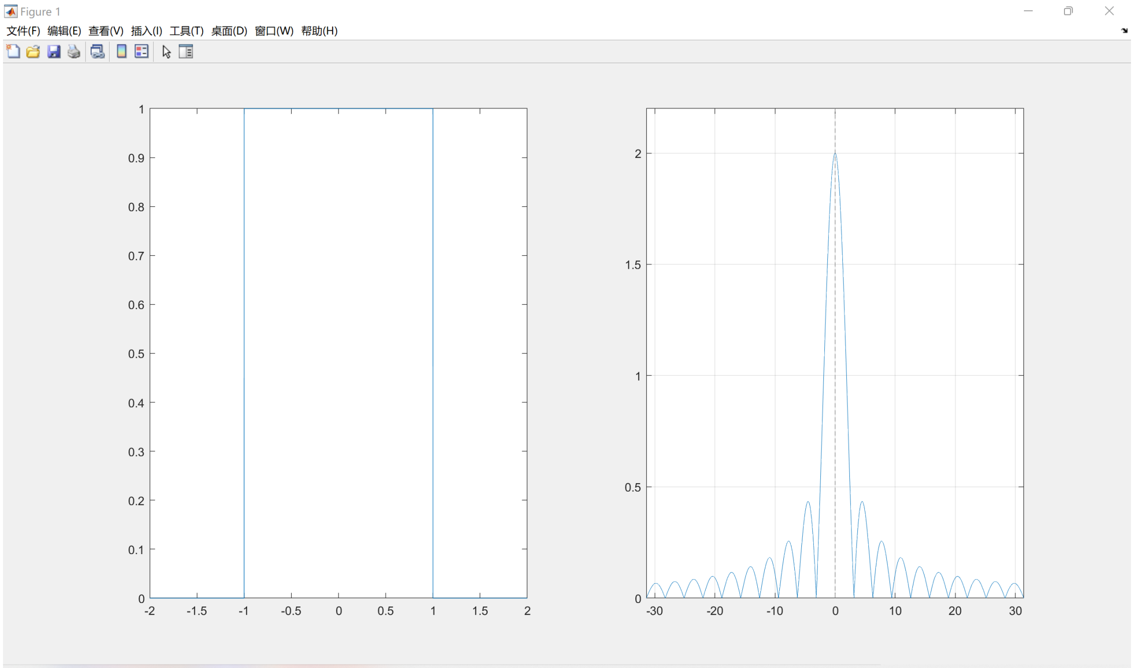
```
syms t w %定义变量
Gt = sym(heaviside(2*t+1)-heaviside(2*t-1)); %声明函数
subplot(121)            %绘制原函数图像
fplot(Gt,[-2 2])
Fw = fourier(Gt,t,w);   %求傅里叶变换
Fw
FFP = abs(Fw);          %求幅度
subplot(122)            %绘制幅度图像
fplot(FFP,[-10*pi 10*pi]);
grid;
axis([-10*pi 10*pi 0 2.2]);
```

2. **结果**

   1. **例一结果：**

$$f1(t) = \varepsilon(t+1) - \varepsilon(t-1)$$

> ```
> Fw =
>
> - (- sin(w) + cos(w)*1i)/w + (sin(w) + cos(w)*1i)/w
> ```

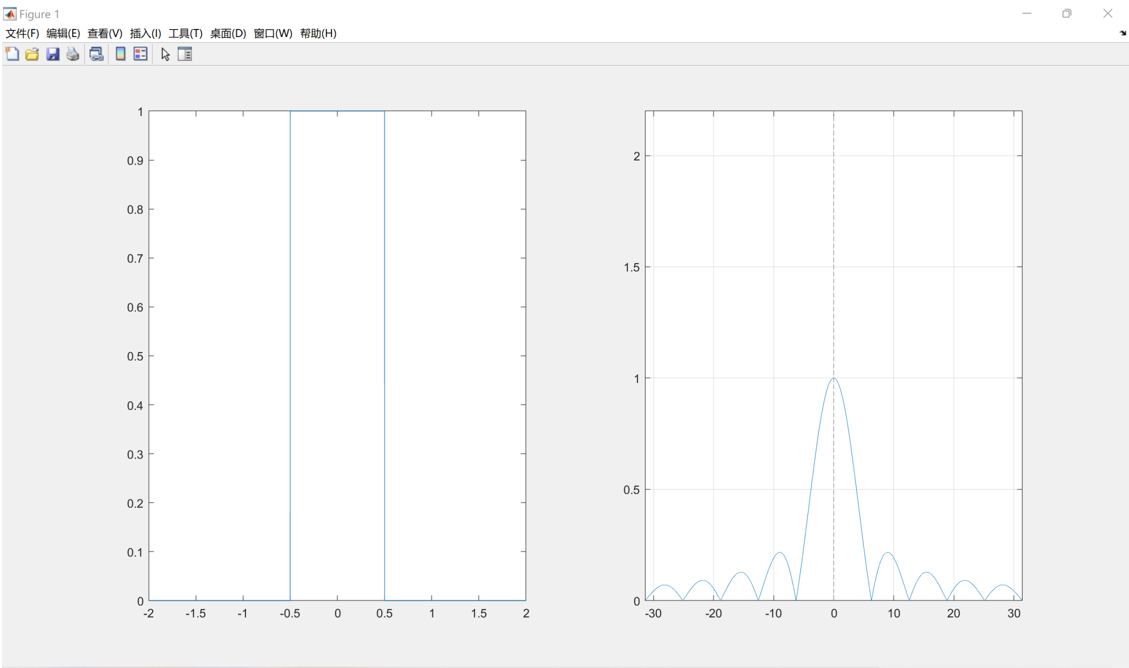


2. **本题结果**

$$f1(t) = \varepsilon(2t+1) - \varepsilon(2t-1)$$

Fw =

(cos(w/2)*1i + sin(w/2))/w - (cos(w/2)*1i - sin(w/2))/w



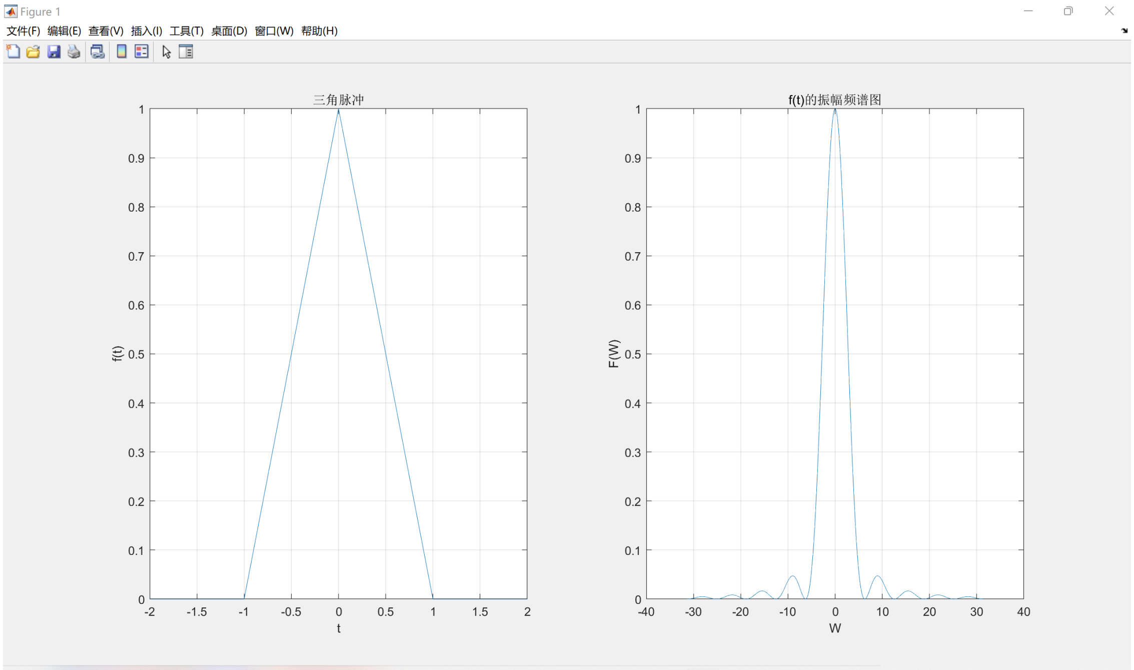
分析：

> **原函数由 t 变成 2t， 频谱图象其幅度缩小为一半，主瓣宽度增加。频谱函数omega值减小为一半，即周期增大为两倍，综上与课堂所学知识相符合**
>
> **(2) 三角脉冲 f2 (t) =** $\begin{cases} 1-|t| & |t|\le 1 \\ 0 & |t|>1 \end{cases}$

1. **代码**

```
sym t       %声明变量
R=0.02;     %取样间隔
            %取样间隔 τ=0.02
            % t 为从-2 到 2，间隔为 0.02 的行向量，有 201 个样本点
t = -2:R:2; %三角脉冲函数X取值范围
w = 2;      %三角脉冲函数的脉冲跨度
Ft = sym(tripuls(t,w)); %三角脉冲函数
W1=10*pi;   %取要计算的频率范围
M=500;      %计数器
k=0:M;
w=k*W1/M;   %频域采样数为 M, w 为频率正半轴的采样点
Fw=Ft*exp(-1j*t'*w)*R;  %求傅氏变换 F(jw)
FRw=abs(Fw);            %取振幅
W=[-fliplr(w),w(2:501)];
%由信号双边频谱的偶对称性，利用fliplr(w)形成负半轴的点
% w(2:501)为正半轴的点，函数 fliplr(w) 对矩阵 w 行向量作 180 度反转
Fw=[fliplr(FRw),FRw(2:501)]; %形成对应于 2M+1 个频率点的值
subplot(1,2,1);
plot(t,Ft);             %原函数图像
grid;
xlabel('t') ;
ylabel('f(t)');
title('三角脉冲');
subplot(1,2,2);
plot(W,Fw);             %振幅频谱图像
grid;
xlabel ('W');
ylabel ('F(W)');
title('f(t)的振幅频谱图');
```

2. **结果**



3. **分析：**

> **因为三角脉冲函数为离散函数，于是不能使用fourier函数直接进行计算，此处使用了数值计算的方法进行计算。**

(3) 单边指数 信号

$$f3(t) = e^(-t)\varepsilon(t)$$

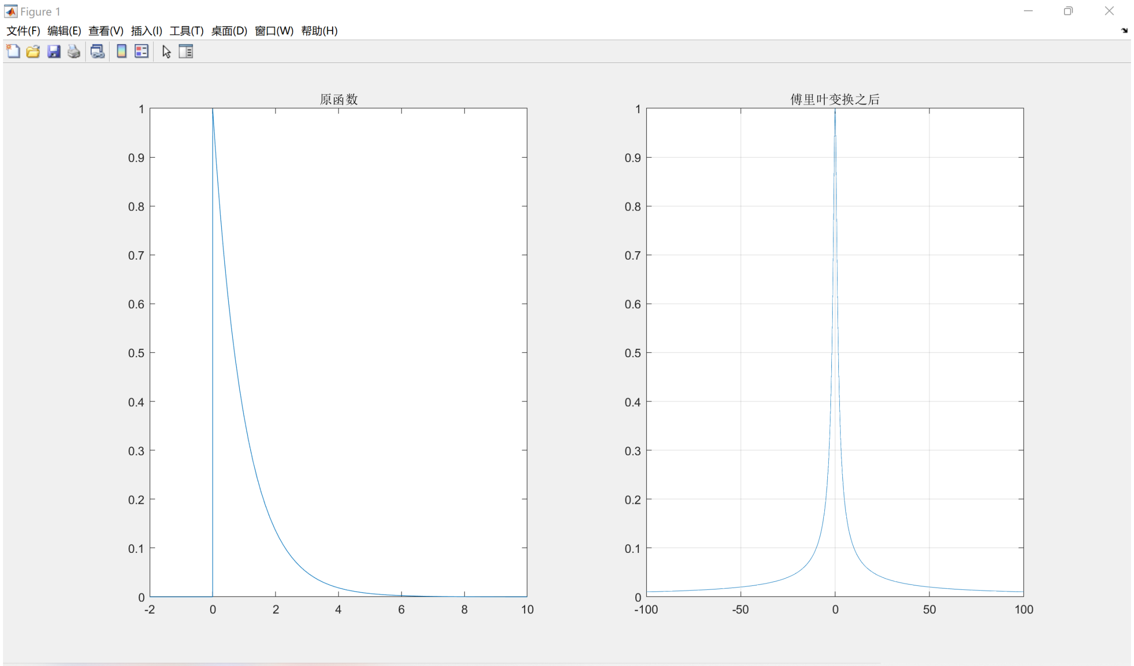
1. **代码**

```
syms t w        %声明变量
Ft = sym(heaviside(t)*exp(-t)); %原函数
subplot(121)
fplot(Ft,[-2 10]);               %绘制原函数图像
title('原函数')
Fw = fourier(Ft,t,w);            %求傅里叶变换
Fw                               %输出傅里叶变换之后的函数
FFP = abs(Fw);                   %求幅度
subplot(122)
fplot(FFP,[-100 100]);           %输出幅度频谱
grid;
axis([-100 100 0 1]);
title('傅里叶变换之后')
```

2. **结果**

```
Fw =

1/(1 + w*1i)
```



(4) 高斯信号

$$f3(t) = e^{(} - t^2)$$

1. 代码

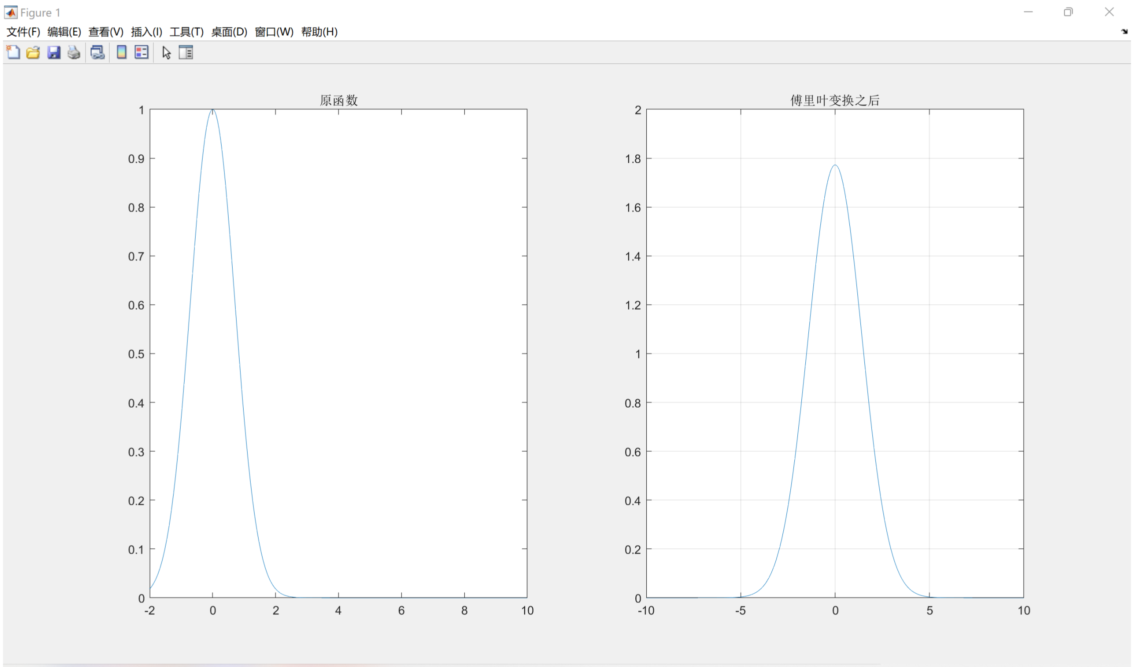
```
%同（3）代码逻辑，不多做解释
syms t w
Ft = sym(exp(-(t^2)));
subplot(121)
fplot(Ft,[-2 10]);
title('原函数')
Fw = fourier(Ft,t,w);
Fw
FFP = abs(Fw);
subplot(122)

fplot(FFP,[-100 100]);
grid;
axis([-10 10 0 2]);
title('傅里叶变换之后')
```

2. 结果

```
Fw =

pi^(1/2)*exp(-w^2/4)
```



3.利用 ifourier( ) 函数求下列频谱函数的傅氏反变换

(1) $F(j\omega) = -j\dfrac{2\omega}{16+\omega^2}$

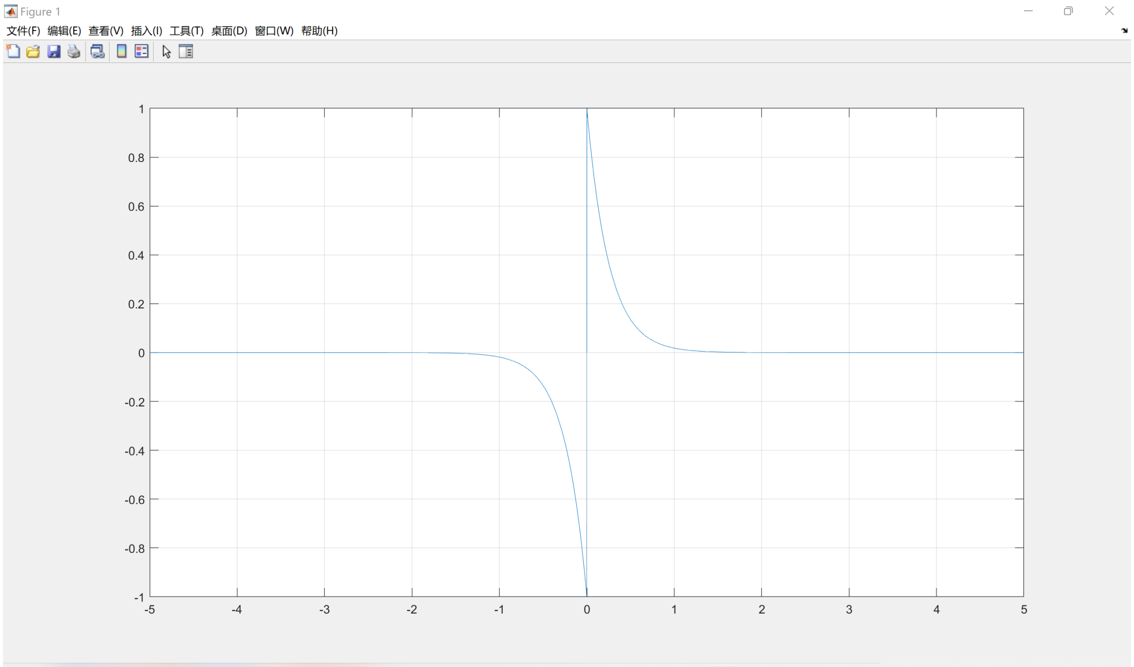
1. 代码

```
syms t w                      %声明变量
Fw=sym(-1j*(2*w/(16+w^2)));  %原函数
Ft=ifourier(Fw,w,t);          %傅里叶反变换
Ft                            %输出傅里叶反变换之后的函数
fplot(Ft,[-5 5]);             %绘制傅里叶反变换之后的函数
grid;
axis([-5 5 -1 1])
```

2. 结果

```
Ft =

exp(-4*abs(t))*sign(t)
```



(2) F(jω) = $\dfrac{(j\omega)^2+5j\omega-8}{(j\omega)^2+6j\omega+5}$

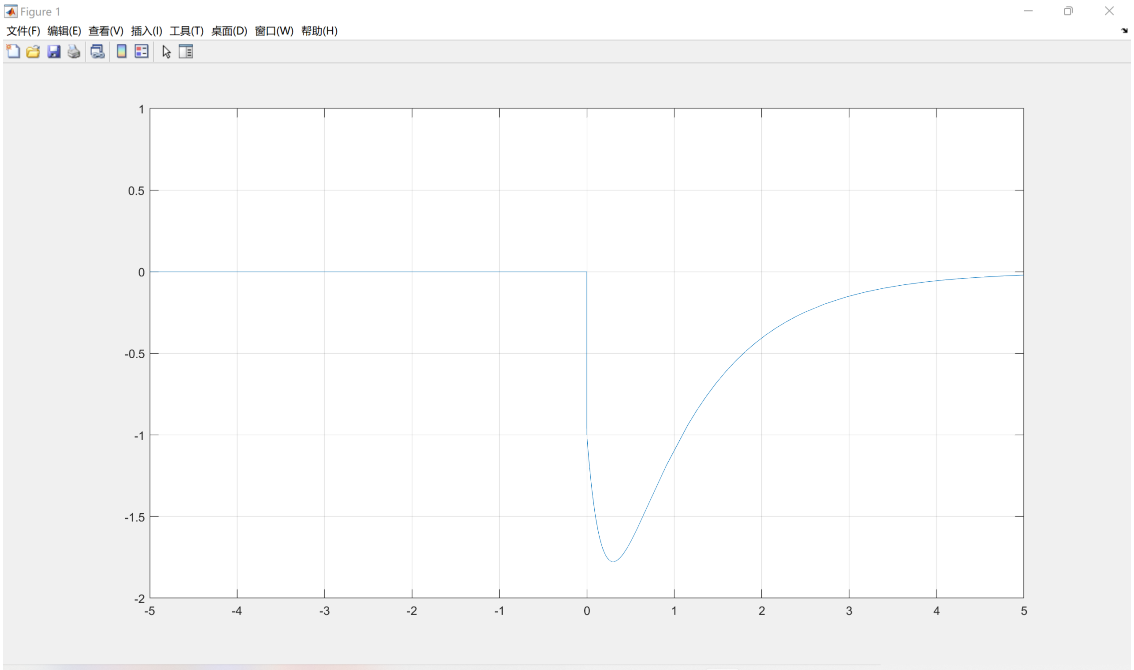
1. 代码

```
%代码逻辑同（1），不多做解释
syms t w
Fw=sym(((1j*w)^2+5*1j*w-8)/((1j*w)^2+6*1j*w+5));
Ft=ifourier(Fw,w,t);
Ft
fplot(Ft,[-5 5]);
grid;
axis([-5 5 -2 1])
```

2. 结果

```
Ft =

(2*pi*dirac(t) - 3*pi*exp(-t)*(sign(t) + 1) + 2*pi*exp(-5*t)*(sign(t) + 1) - (pi*exp(-t)*dirac(t))/2 + (pi*exp(-5*t)*dirac(t))/2)/(2*pi)
```

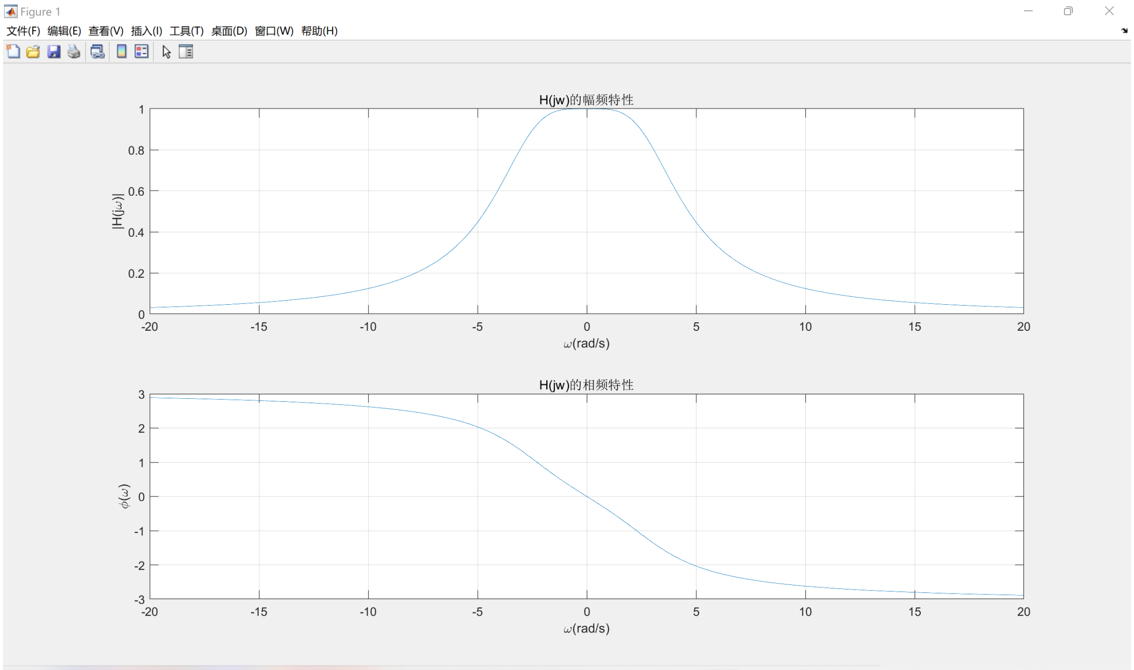


4.设H(jw) = $\dfrac{1}{0.08(jw)^2+0.4jw+1}$ ，试用 MATLAB 画出该系统的幅频特性 H(jw) 和相频特性φ(ω)，并分析系统具有什么滤波特性。

1. 代码

```
w=-10:0.025:10; %自变量取值和间距
b=[1];          %分子系数向量
a=[0.08,0.4,1]; %分母系数向量
H=freqs(b,a,w); %求解模拟滤波器的频率响应
subplot(2,1,1);
plot(w,abs(H)); %绘制幅频图像
grid;
xlabel('\omega(rad/s)');
ylabel('|H(j\omega)|');
title('H(jw)的幅频特性');
subplot(2,1,2); %绘制相频图像
plot(w,angle (H));
grid;
xlabel('\omega(rad/s)');
ylabel('\phi(\omega)');
title('H(jw)的相频特性');
```

2. 结果



3. **分析**

> **由图像观察可知H（jw）为低通滤波器**

3. 实验总结(收获及体会)

> **1. 本次实验了解到了在matlab中傅里叶变换的两种实现方式，增加了对傅里叶变换过程的理解，相信今后一定会更加得心应手**
>
> **2. 本次实验中增加了对matlab中库的了解Symbolic Math Toolbox**
>
> **3. 了解了各种离散函数的脉冲表示，例如tripuls（）函数可以生成三角脉冲函数**