Аксиома непрерывности Если послед. $B_1, B_2, \ldots, B_n, \ldots$ т.ч. каждое след. влечет за собой предыдущее и произв. член B_n - невозможное соб., то $P(B_n) \to 0$ при $n \to \infty$

Док-во. 1) пусть $B_1, \ldots, B_n$ т.ч. $B_1 \supset B_2 \supset \ldots \supset B_n \supset \ldots$ и при люб. $n \geq 1$ $\prod_{k \geq n} B_k = \varnothing$ (3), очевидно $B_n = \sum_{k=n}^{\infty} B_k \overline{B_{k+1}} + \prod_{k=n}^{\infty} B_k$ т.к. все соб. в сумме несовместимы, то по расширенной аксиоме сложения: $P(B_n) = \sum_{k=n}^{\infty} P(B_k \overline{B_{k+1}}) + P\left(\prod_{k=n}^{\infty} B_k\right)$ *[полная группа событий]* Но в силу (3) $\Rightarrow$

$P\left(\prod_{k=n}^{\infty} B_k\right) = 0 \Rightarrow P(B_n) = \sum_{k=n}^{\infty} P(B_k \overline{B_{k+1}})$, т.е. $P(B_n)$ - остаток сходящ. ряда:

$\sum_{k=1}^{\infty} P(B_k \overline{B_{k+1}}) = P(B_1)$ [т.к. $B_k \overline{B_{k+1}}$ - в-сть того ч. предыдущее не произошло т.к. оно зависит от последующего $\Rightarrow$ произошло только B_1 т.к. оно первое, а послед. не произошли в силу $B_k \overline{B_{k+1}}$ - в-ть ненаявления B_k и т.д.]

Из 1) $\Rightarrow$ **расширенная аксиома сложения** Пусть $A_1, \ldots, A_n$ - попарно несовместимы и $A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n + \ldots$, Положим $B_n = \sum_{k=n}^{\infty} A_k$, очевидно $B_{n+1} \subset B_n$ *[т.к. в-сть B_n - не наявление $A_1, \ldots, A_{n-1}$ и наявление A_n, B_{n+1} - ненаявление $A_1, \ldots, A_n$ и наявление A_{n+1}, в-ть такого события меньше: $P(B_n) > P(B_{n+1})$]* Если соб. B_n наступило, то события $A_i, A_{i+1}, \ldots, (i \geq n)$ не наступили, т.о. $B_{i+1}, B_{i+2}, \ldots$, невозможны $\Rightarrow$ невозм. соб. $\prod_{n \geq n}^{\infty} B_k$, по аксиоме непр. $P(B_n) \to 0$ при $n \to \infty$, т.к. $A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n + B_{n+1}$, то по аксиоме сложения: $P(A) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) + P(B_{n+1}) = \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} P(A_k) = \sum_{k=1}^{\infty} P(A_n)$

§7. Условная в-сть.

Пример 1. соб. A - сумма равна 8, соб. B - эта сумма - четное число ($2, 4, 6, 8, 10, 12, \ldots$) Всего благоприятств. A - 5 возможностей из 36 $(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)$, но если B - (четное число) произошло, то общ. кол-во благоприятств. условий равно 18 $\Rightarrow$

$P(A|B) = \dfrac{5}{18}$.