**微分幾何-曲線與曲面 ( Manfredo P. Do Carmo)**

Title: Differential geometry of curves and surfaces.

1-2 Parametrized curves

* 定義可微分參數化曲線

題目類型:

* 參數化圓的方程式，使其滿足軌跡為順時鐘方向產生，起點在特定位置
* 正交的條件
* 二階微分為零的曲線，代表?

1-3 Regular Curves ; Arc length

* 定義 Tangent line to a curve at point p /Regular curves / singular point of a curve
* 解釋弧長參數化的好處: 曲線速度大小為1

題目類型:

* 切線和某條線的交角為常數問題
* 擺線(cycloid)的參數化/極點/一個周期的弧長
* (雙)蔓業線(cissoid of Diocles)的參數化/極點/漸進線
* 曳物線(tractrix) 為可微分參數化曲線/極點/切點到y軸的距離為1
* 笛卡爾葉形線(folium of Descartes) 當t=0,切線平行x軸/漸進問題/漸進線
* 等角螺線(logarithmic spiral) 曲線趨近原點/曲線弧長為有限的

1-5 The local theory of curves parametrized by arc length

* 空間中的弧長參數化曲線r(s)，定義曲率(curvature)>0
* 在曲率不是0的地方，定義normal vector(法向量)

大小為1，其與r’’(s)平行 r’’(s)=k(s)\*n(s) => t’(s)=k(s)\*n(s)

* 由 r’(s) 與 n(s) 所決定出來的平面，就稱為osculating plane
* 在曲率為0的地方，不去定義n(s)，因為在練習題10會看到

n(s) 在曲率為0的點不連續。所以n(s), osculating plane都不存在

* Binormal vector b(s) 由 t(s) 與 n(s) 外積得到。我們得到一組正交單位基底{t,n,b},稱為Frenet trihedron at s.

1. The tb plane: rectifying plane
2. The tn plane: osculating plane
3. The nb plane: normal plane
4. 曲面的世界，在doCarmo的註解中有說道 定義曲面的方式和定義

曲線的方式略微不同。在曲面論中，作者以歐式空間的子集合來定義，曲線則是用映射的方式來定義，之後為了討論的方便，對想研究的曲面做一些篩選，篩選的原則是:避開不能定義切空間的曲面，而且能夠在曲面上微分。用幾何上的圖像來描述就是:曲面上不能有尖點、曲面不能有邊界、曲面不能互相纏繞。

這種曲面稱為regular surface.(111/10/29)

1. 從曲線的世界邁入曲面的世界，代表著我們從1維的空間擴展到2維的空間。1維的空間可以用單變數微積分處理，2維以上就需使用多變數的微積分了。我們學微積分也是先學單變數版本，再學習多變數版本。doCarmo推薦我們去看Buck寫的Advanced Calculus，這是一本標準的分析教科書(我在我們學校數圖有看過)