

HAI711I — DM1

Ivan Lejeune

13 octobre 2025

Table des matières

Exercice 1 Antigone des asso.

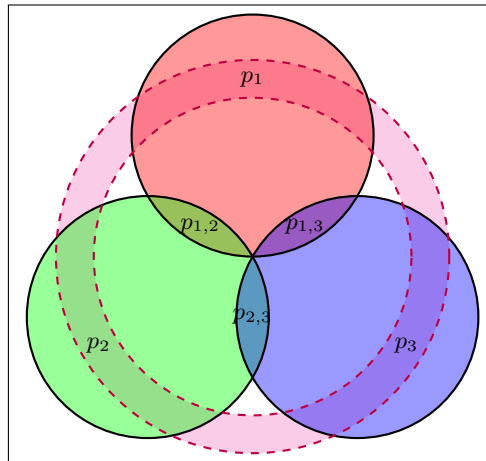
Un groupe de personnes est tel que :

1. Chaque personne est membre d'exactly deux associations,
2. chaque association comprend exactement trois membres,
3. deux associations ont toujours exactement un membre en commun.

Combien y a-t-il de personnes ? D'associations ?

Solution.

Il y a exactement 6 personnes et 4 associations avec l'arrangement qui suit :



On peut bien vérifier qu'avec les associations

- $A = \{p_1, p_{1,2}, p_{1,3}\}$,
- $B = \{p_2, p_{1,2}, p_{2,3}\}$
- $C = \{p_3, p_{1,3}, p_{2,3}\}$
- $D = \{p_1, p_2, p_3\}$

on respecte bien les trois contraintes :

1. Chaque personne est membre d'exactly deux associations :
 - p_1 est dans A et D ,
 - p_2 est dans B et D ,
 - p_3 est dans C et D ,
 - $p_{1,2}$ est dans A et B ,
 - $p_{1,3}$ est dans A et C ,
 - $p_{2,3}$ est dans B et C .

2. Chaque association comprend exactement trois membres :

$$|A| = |B| = |C| = |D| = 3$$

3. Deux associations ont toujours exactement un membre en commun :

- $A \cap B = \{p_{1,2}\}$,
- $A \cap C = \{p_{1,3}\}$,
- $A \cap D = \{p_1\}$,
- $B \cap C = \{p_{2,3}\}$,
- $B \cap D = \{p_2\}$,
- $C \cap D = \{p_3\}$.

 Exercice 2.

 Solution.