Теория информации и кодирования

Лекция 1.

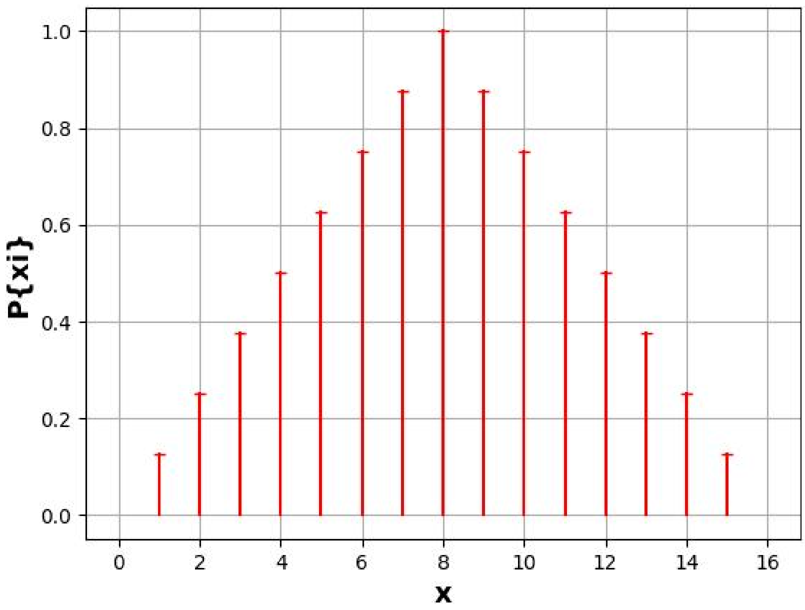
Глава 1. Элементы теории случайных процессов(далее СП)

1.1 Определение и вероятностное описание СП

x(t) – детерминированная функция времени.

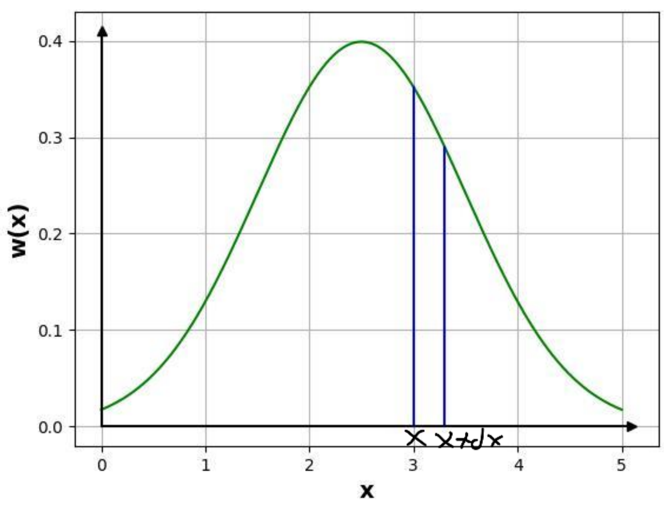
Определение 1.

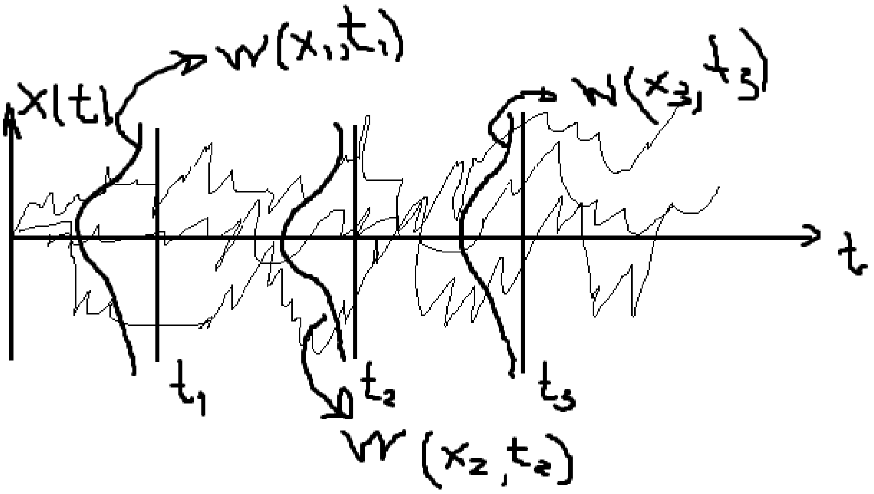
x = x(t), $t \rightarrow X$, X – случайная величина (**далее СВ**) => задан СП.



$w(x)dx \cong P\{x \leq X < x + dx\}$

x – нижняя граница, x+dx – верхняя граница, X - СВ

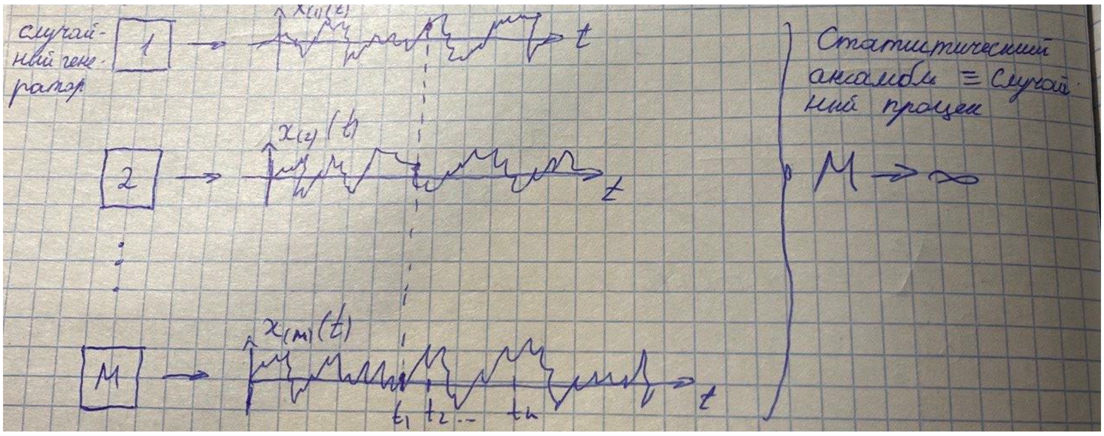




<u>Определение 2.</u>

Случайная функция $x(t)$ → множество реализаций $x_{(k)}(t)$ (детерминированных функций) с заданной вероятностной мерой их появления

Физическая интерпретация СП

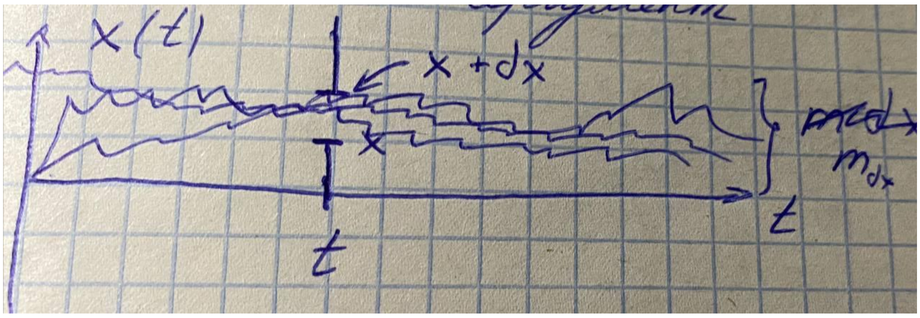


$\{X(t,\omega), t \in T, \omega \in \Omega\}, \Omega -$ выборочное пространство, $x(t,\omega_2)$ $-$ реализация, $x(t_2,\omega) -$ СВ

Вероятностное описание СП. Одномерная плотность вероятности.

$$w(x,t)dx \cong P\{x \leq x(t) < x + dx\} = \lim_{M\to\infty} \frac{m_{dx}}{M}$$

M – общее количество реализаций, t – параметр, x – истинный аргумент.



Зная одномерную плотность вероятности, по ней можно вычислить одномерные(одномоментные) характеристики СП.

Среднее значение СП

$$(1.1.1)\begin{cases} < x(t) > \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot w(x,t)dx = \lim\limits_{M\to\infty} \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^{M} x_{(k)}(t) \\ < x^2(t) > \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot w(x,t)dx = \lim\limits_{M\to\infty} \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^{M} x^2{}_{(k)}(t) \\ < f[x(t)] > \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot w(x,t)dx \end{cases}$$

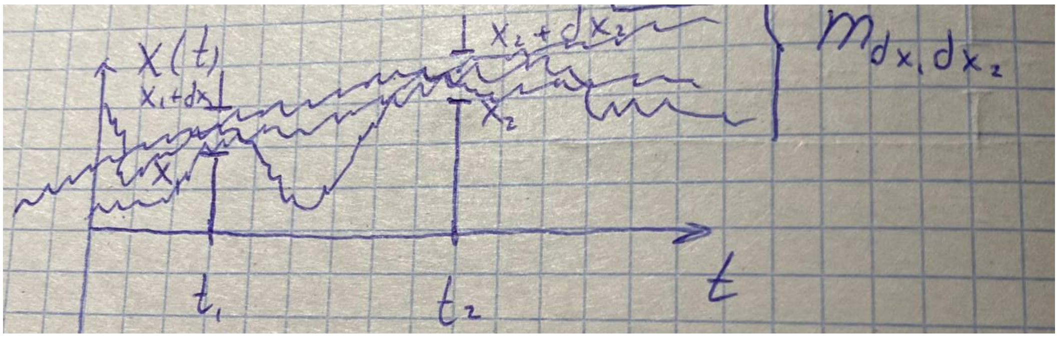
σ_x^2 – дисперсия

σ_x – среднее квадратичное отклонение

$\sigma_x^2 = < [x(t) - < x(t) >]^2 \equiv < x^2(t) > - < x(t) >^2$

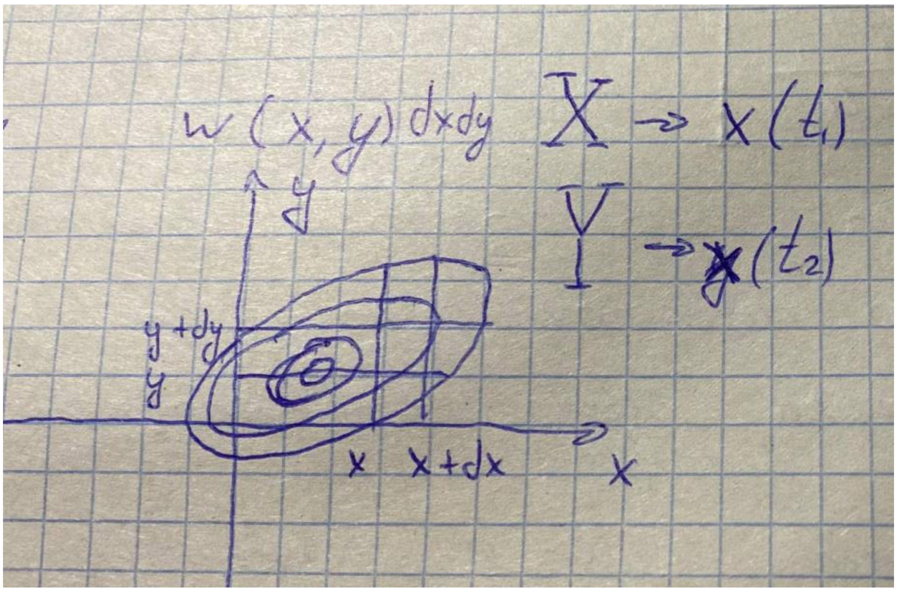
Двумерная плотность вероятности.

$$w(x_1, t_1;\ x_2, t_2)dx_1 dx_2 \cong P\{x_1 \leq x(t_1) < x_1 + dx_1, x_2 \leq x(t_2) < x_2 + dx_2\}$$
$$= \lim_{M\to\infty} \frac{m_{dx_1 dx_2}}{M}$$



Из теории вероятности (далее ТВ)

$\{\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}\}$



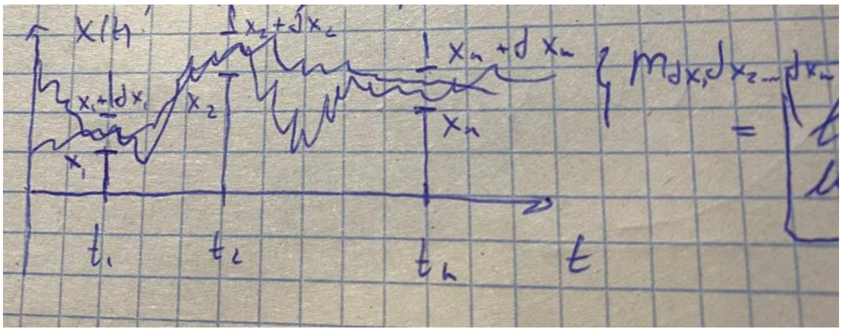
$\boldsymbol{X \rightarrow x(t_1)}$

$\boldsymbol{Y \rightarrow x(t_2)}$

n-мерная плотность вероятности.

$$w(x_1, t_1;\ \dots;\ x_n, t_n)dx_1\ \dots\ dx_n \cong P\{x_i \le x(t_i) < x_i + dx_i\} = \lim_{M\to\infty}\frac{m_{dx_1 \dots dx_n}}{M}$$

$$i = \overline{1, n}$$



Мы считаем, что СП полностью описан, если задана его n-мерная плотность вероятности для $\forall n$, сколь угодно больших и всех моментов времени $t_1 \dots t_n$

Лекция 2.