
Algoritmos Exactos y Metaheurísticas

Primer Semestre 2025

Universidad Diego Portales
Prof. Víctor Reyes Rodríguez

Objetivos

- Modelamiento de problemas: continuación.
 - Métodos completos: Resolución a través de árboles de búsqueda.
 - Backtracking
-

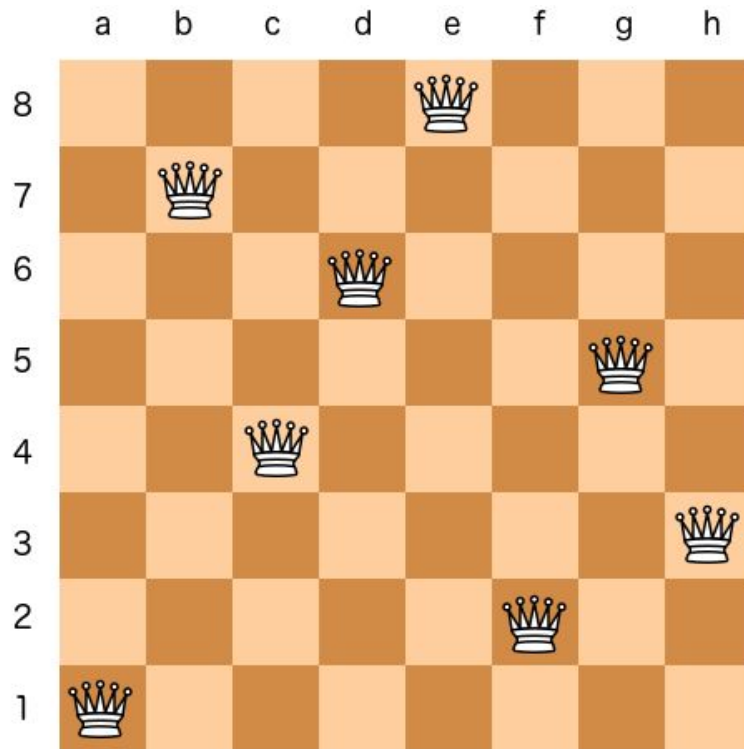
Repaso: CSP

¿Qué es un problema de satisfacción con restricciones (CSP)?

Es un problema en donde dado un conjunto de variables X , un conjunto de dominios D y un conjunto de restricciones C , debemos encontrar asignaciones a las variables en D de tal manera de satisfacer todas las restricciones de C .

CSP: N-Reinas

- Posicionar en un tablero de $N \times N$, N reinas de tal manera que no se ataquen entre ellas.
 - Definir variables y dominios.
 - Definir restricciones.
 - ¿Cuál es el espacio de búsqueda?



CSP: N-Reinas

- Podríamos tener N variables, cada una podría tomar un valor entre 1 y N^2 . Cada valor representará donde se colocará la i -ésima variable. Supongamos que $N=4$. Un ejemplo de solución sería: $Q_1=3$, $Q_2=5$, $Q_3=12$ y $Q_4=14$. ¿Cuál sería el tamaño del espacio de búsqueda en este caso?
 - Otra representación: Cada columna sólo puede contener una reina, por tanto, sólo necesitamos saber en qué fila estará la reina i -ésima. Por tanto tendríamos N variables, cada una podría tomar un valor entre 1 y N . Una solución sería $Q_1=2$, $Q_2=4$, $Q_3=1$ y $Q_4=3$. ¿Cuál sería el tamaño del espacio de búsqueda en este caso?
-

CSP: N-Reinas

- Si nos enfocamos en la última representación, las restricciones serían:
 - $Q_i \neq Q_j$, con $i \neq j$. Para todo $i, j = 1, \dots, n$ (horizontal)
 - $|Q_i - Q_j| \neq |i - j|$, con $i \neq j$. Para todo $i, j = 1, \dots, n$ (diagonal)
-

Proceso de búsqueda

- Búsqueda Completa
 - Se explora el espacio de búsqueda del problema, de manera exhaustiva y ordenada.
 - El proceso termina cuando:
 - Se encuentra una solución o todas (CSP), la óptima (COP).
 - Se demuestra que no hay solución
 - Se agotan los recursos computacionales (RAM).
 - Hay timeout (se llega al tiempo límite)
-

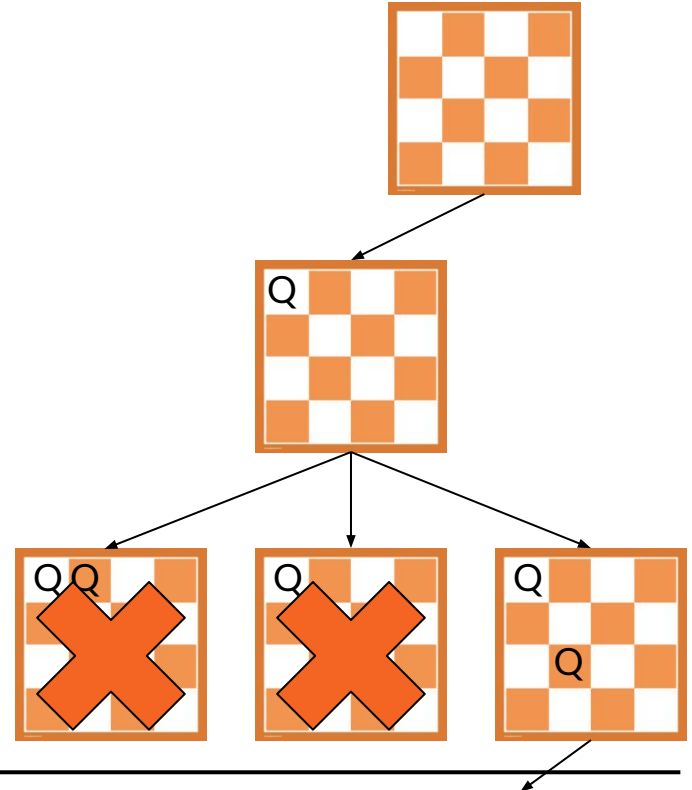
Proceso de búsqueda: árbol

Elementos presentes:

- Estado inicial: nodo raíz, ejemplo: tablero vacío sin reinas.
 - Estado : Nodo que representa la “Foto” del momento de la búsqueda. Por ejemplo, ubicación de las reinas. Los nodos no-hoja corresponden a soluciones incompletas.
 - Acciones: A partir de un estado, que conjunto (finito) de acciones podemos realizar. Estas podrían tener un costo asociado. Generan nodos hijo.
 - Nodos hojas: si cumplen con las restricciones del problema, serían soluciones.
-

Backtracking cronológico (BT)

- Se realiza en profundidad
- En cada rama del árbol hacemos una asignación, es decir le asignamos un valor a una variable o hacemos una acción dependiendo del problema.
- Cada vez que hacemos una asignación debemos chequear si esta es **consistente**. Esto quiere decir que todas las otras variables **tienen al menos un valor** en su dominio que soporta dicha asignación.



Backjumping

- ¿Hay algún problema con lo anterior?
 - Si, como se puede ver en el ejemplo, la primera asignación es incompatible con todas las decisiones posteriores.
 - Generamos nodos innecesarios en la búsqueda. Esto es conocido como Thrashing.
 - Una solución: Técnicas Look-Back
 - Hacer saltos hacia atrás más eficientes (Backjumping)
 - Salta a una variable responsable del bloqueo.
 - No enumera algunas asignaciones parciales que no conducen a una posible solución.
 - Reduce el Thrashing.
 - **IMPORTANTE:** Sigue siendo completa la búsqueda.
-

Backjumping dirigido por conflictos (CBJ)

- Salta a la variable responsable del bloqueo
 - No enumera algunas asignaciones parciales que no conducen a la solución.
 - Para cada variable, guardar el conjunto de conflictos **Conf**(x_i)
 - Por cada valor erróneo, registrar en **Conf**(x_i) la variable más prematuramente instanciada (o todas las variables asociadas a la restricción donde esté la más prematuramente instanciada) y en conflicto con el intento actual de instanciación.
 - Cuando no queden valores por intentar, el conjunto entrega las causas del problema y el punto de regreso será la variable más reciente en el conjunto de conflictos.
-

Backjumping dirigido por conflictos: Ejemplo

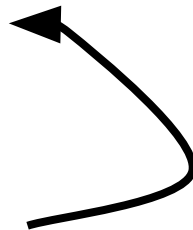
8	Q							
7	1	1	Q					
6	1	2	1	2	Q			
5	1	Q						
4	1	4	2	Q				
3	1	3	2	4	3	1	2	3
2								
1								
	a	b	c	d	e	f	g	h

Backjumping dirigido por conflictos

- Hemos llegado a un camino sin salida (deadend). Esto debido a que existe un vacío de dominio (domain wipe-out)
 - Dado que la última variable que está en conflicto es X_4 , entonces volvemos a ese punto del árbol.
 - No se pierden soluciones en este proceso, es decir, la técnica sigue siendo completa.
-

Backjumping dirigido por conflictos: Ejemplo

8	Q							
7	1	1	Q					
6	1	2	1	2	Q			
5	1	Q						
4	1	4	2	Q				
3	1	3	2	4	3	1	2	3
2								
1								
	a	b	c	d	e	f	g	h



Resumen

- Hemos estudiado el problema de las N-Reinas (aunque solo útil del punto de vista académico)
 - Estudiamos técnicas de backtracking y una técnica look-back.
 - Próxima clase técnicas Look-Ahead y heurísticas de selección de variable.
-