## Algoritmos Exactos y Metaheurísticas

**Primer Semestre 2025** 

Universidad Diego Portales Prof. Víctor Reyes Rodríguez

## **Objetivos**

Simulated Annealing (SA)

#### Simulated Annealing

- Se basa en el trabajo Metropolis et al. (1953) en el campo de la termodinámica estadística.
- Modelamiento del proceso de los cambios energéticos en un sistema de partículas conforme decrece la temperatura, hasta que converge a un estado estable (congelado).
- Incorpora una estrategia explícita para impedir óptimos locales. (así como el Tabu Search)

#### Idea

- Permitir movimientos a soluciones que empeoren la función objetivo, de forma de poder escapar de los óptimos locales.
- Permitir movimientos que empeoran la calidad de la función objetivo de acuerdo a una probabilidad asociada a la temperatura del sistema.
- Al comienzo, la temperatura es alta y cualquier transición entre estados es permitida y soluciones que empeoren la función objetivo pueden ser aceptadas con mayor probabilidad que más tarde cuando la temperatura disminuye.
- Mientras que las soluciones que mejoran la función objetivo siempre son aceptadas, las soluciones que la empeoran son aceptadas con mayor probabilidad si la temperatura es más alta.

## Probabilidad de aceptación y temperatura

Esta probabilidad de aceptación sigue la distribución de Boltzmann:

$$P(\text{temperatura,sol-nueva,sol-actual}) = e^{\Delta_{obj}/T}$$

con obj: objetivo, T: temperatura, en donde:

$$\Delta_{obj} = -|\text{sol-nueva} - \text{sol-actual}|$$

su valor es siempre negativo, pues implica un empeoramiento de la calidad de las soluciones.

# Probabilidad de aceptación y temperatura

- La temperatura (parámetro), determina la probabilidad de aceptación de soluciones que no mejoran la solución actual.
- A una cierta temperatura, varios intentos de nueva solución son explorados.
- Cuando se alcanza un estado de equilibrio, la temperatura disminuye gradualmente.

### Algoritmo general

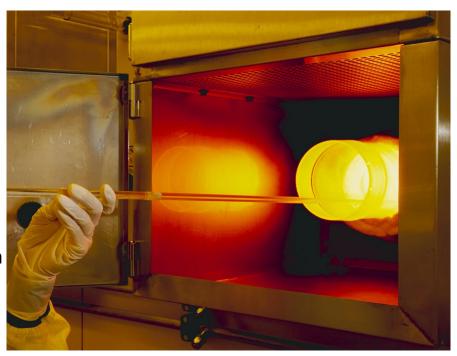
Algorithm 2.3 Template of simulated annealing algorithm.

```
Input: Cooling schedule.
s = s_0; /* Generation of the initial solution */
T = T_{max}; /* Starting temperature */
Repeat
   Repeat /* At a fixed temperature */
     Generate a random neighbor s';
     \Delta E = f(s') - f(s);
     If \Delta E \leq 0 Then s = s' /* Accept the neighbor solution */
     Else Accept s' with a probability e^{-\Delta E \over T};
   Until Equilibrium condition
   /* e.g. a given number of iterations executed at each temperature T */
   T = g(T); /* Temperature update */
Until Stopping criteria satisfied /* e.g. T < T_{min} */
Output: Best solution found.
```

## Ingredientes

Entonces, los ingredientes para el SA serían:

- Ingredientes de HC (representación, evaluación, operadores de vecindario)
- Función de probabilidad de aceptación (Boltzmann)
- Temperatura inicial y final
- Proceso de enfriamiento: Esto es clave para la eficiencia y efectividad del algoritmo.



#### Aceptación de movimientos

La probabilidad de aceptación de un movimiento que no mejora la solución actual es:

$$P(\Delta_{obj}, T) > R$$

en donde R es un número aleatorio entre [0,1] generado a partir de una distribución uniforme

- ¿Qué ocurre con temperaturas altas? (pensemos en T=∞)
- ¿Qué ocurre con temperaturas bajas? (pensemos en T=0)

#### Estado de equilibrio

Para alcanzar el estado de equilibrio en cada temperatura, un número suficiente de movimientos deben ser aplicados. Tenemos dos formas:

- Estático: Se determina antes de la búsqueda. En general, una proporción de la vecindad N(s) se genera. A mayor proporción, más caro el algoritmo y mejores resultados se obtienen.
- Adaptativo: Si la solución mejora, no se revisa en la proporción establecida, y pasa directamente al paso de enfriamiento. Otra forma es guardar el mejor valor de la función objetivo (f<sub>h</sub>) y peor valor de función objetivo (f<sub>l</sub>). Luego el número de iteraciones en la siguiente iteración estará dado por:

$$L = L_B + \lfloor LB \cdot F_{-} \rfloor$$

con  $F_=1-e^{-(f_h-f_l)/f_h}$  y  $L_B$  es el número inicial de iteraciones.

#### **Enfriamiento**

En el algoritmo SA tenemos dos condiciones sobre la temperatura:

- T<sub>i</sub>>0, para todo i.
- El límite cuando i→∞ de T<sub>i</sub> debe ser 0.

La temperatura se puede actualizar de varias formas:

- Lineal:  $T=T-\beta$ , con  $\beta$  constante. (osea  $T_i=T_0^-i^*\beta$ ).
- Geométrica:  $T=\alpha T$ , con  $\alpha=]0,1[$ . Es la más popular, y se sugiere un  $\alpha$  entre 0.5 y 0.99
- Logarítmico: T<sub>i</sub>=T<sub>0</sub>/log(i). En general es lento en la práctica.

#### Condiciones de término

 Llegar a una temperatura final T<sub>f</sub> (es el más popular), tiene que ser baja (por ej 0.01)

- Tiempo
- Número de iteraciones
- Número de iteraciones sin poder mejorar la mejor solución encontrada.