

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 1951

**RAZVOJ APLIKACIJE ZA PROCJENU RIZIKA U  
INVESTICIJSKIM PORTFELJIMA UZ POMOĆ  
MONTE CARLO SIMULACIJA**

Ivan Džanija

Zagreb, lipanj, 2025.

## ZAVRŠNI ZADATAK br. 1951

Pristupnik: **Ivan Džanija (0036547433)**  
Studij: Elektrotehnika i informacijska tehnologija i Računarstvo  
Modul: Računarstvo  
Mentorica: izv. prof. dr. sc. Mihaela Vranić

Zadatak: **Razvoj aplikacije za procjenu rizika u investicijskim portfeljima uz pomoć Monte Carlo simulacija**

### Opis zadatka:

Monte Carlo simulacije su moćan alat koji investitorima pomaže u procjeni rizika i potencijalnih povrata na ulaganja u investicijskim portfeljima. Ova metoda omogućuje investitorima da bolje razumiju raspon mogućih ishoda i donose informiranije odluke o alokaciji imovine. Cilj ovog završnog rada je razviti aplikaciju koja implementira Monte Carlo simulacije za procjenu rizika i potencijalnih povrata u investicijskim portfeljima. Aplikacija treba koristiti javno dostupne podatke o kretanju cijena različitih vrijednosnih papira te omogućiti korisnicima analizu osjetljivosti portfelja na promjene tržišnih uvjeta. Ključne funkcionalnosti uključuju generiranje velikog broja simulacija kako bi se procijenio raspon mogućih ishoda, vizualizaciju rezultata u obliku distribucija i ključnih metrika rizika te intuitivno korisničko sučelje koje olakšava donošenje informiranih odluka o alokaciji imovine. U sklopu rada potrebno je detaljno dokumentirati razvijenu aplikaciju, prikazati reprezentativne slučajeve uporabe, te kritički analizirati prednosti i ograničenja razvijenog rješenja. Radu treba priložiti izvorni programski kod, korištene skupove podataka i upute za korištenje aplikacije.

Rok za predaju rada: 23. lipnja 2025.

*Hvala na svemu puno. ovo je test i opet*

# Sadržaj

<b>1. Uvod</b>	<b>2</b>
<b>2. Teorija portfelja</b>	<b>3</b>
2.1. Povrati	3
2.2. Volatilnost	4
2.3. Portfelj	4
<b>3. Rezultati i rasprava</b>	<b>6</b>
<b>4. Zaključak</b>	<b>8</b>
<b>Literatura</b>	<b>9</b>
<b>Sažetak</b>	<b>10</b>
<b>Abstract</b>	<b>11</b>
<b>A: The Code</b>	<b>12</b>

# 1. Uvod

Modeliranje ponašanja portfelja je jedna od ključnih metoda pri odabiru investicijskih ulaganja ili sigurnih financijskih rezervi.

Neki od radova koje ćemo citirati su [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Trebaju nam samo radi testiranja kako izgleda referenciranje rada s konferencije, rada iz časopisa, knjige i Internetske stranice.



**Slika 1.1.** Moja prva slika

Referenciramo se na sliku 1.1. u sredini rečenice, zatim prije zareza 1.1., te zatim na kraju rečenice 1.1. Upravo smo testirali radi li naredba `\ref` ispravno u slučaju kada nakon nje slijedi točka.

Sada slijedi jedna jednadžba:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = F(\omega) \tag{1.1}$$

Jednadžba (1.1) je moja prva jednadžba koja defnira par  $f(t) \circ \bullet F(\omega)$  ili  $F(\omega) \bullet \circ f(t)$ .

## 2. Teorija portfelja

Teorija portfelja daje strogu matematičku definiciju financijskim pojmovima i predstavlja temelj matematičnog modeliranja investicija i drugih financijskih instrumenata. Trebam navesti još zacetnika i početak teorije portfelja te formulirati optimizacijski problem -> povećanje povrata i smanjenje rizika

### 2.1. Povrati

Povrat definiramo kao postotnu promjene cijene financijskog instrumenta kroz određeni vremenski period.

**Definicija 1.** *Neka je  $P_t$  cijena financijskog instrumenta u trenutku  $t$  te  $P_0$  početna cijena istog instrumenta. Povrat  $R_t$  definiramo kao:*

$$R_t = \frac{P_t}{P_0} - 1 = \frac{P_t - P_0}{P_0}$$

Neka buduća cijena nam neće biti poznata pri investiranju te zato povrat promatramo kao slučajnu varijablu. Vidimo kako je moguće imati negativan povrat ako je cijena koju promatramo manja od početne cijene i to je upravo situacija koju pokušavamo izbjeći.

**Definicija 2.** *Očekivani povrat promatramo kao srednju vrijednost prijašnjih povrata jer je upravo srednja vrijednost nepristran procjenitelj očekivanja slučajne varijable  $R_t$  za koji vrijedi:*

$$E(R_t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i$$

## 2.2. Volatilnost

Drugi dio optimizacijskog problema teorije portfelja je smanjenje rizika. Volatilnost je upravo jednostavna mjera rizika koja ima pogodna matematička svojstva. Promatramo je kao standardnu devijaciju slučajne varijable  $R_t$ , a ima je smisla tako promatrati jer će nam upravo takva mjera kvantificirati kretanje povrata.

**Definicija 3.** *Volatilnost investicije definiramo kao nepristran procjenitelj standardne devijacije slučajne varijable  $R_t$ :*

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [R_i - E(R_t)]^2}$$

Kod ovakvog jednostavnog modela rizika imamo problem što jednako tretiramo i pozitivne i negativne povrate. U slučajevima kada modeliramo kretanje povrata sa simetričnom distribucijom ovo ne mora biti problem, ali to nije uvijek slučaj.

## 2.3. Portfelj

Investicijske portfelje matematički prikazujemo kao linearnu kombinaciju pojedinih investicija sa vektorom pojedinih udjela  $\mathbf{w}$ .

**Definicija 4.** *Vektor  $\mathbf{w}$  predstavlja udjele investicija u portfelju.*

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_N \end{pmatrix}, \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1$$

**Definicija 5.** *Povrat portfelja je ponderirani prosjek povrata investicija u portfelju:*

$$R_p = \sum_{i=1}^N w_i R_i$$

Vidimo kako je povrat portfelja zapravo otežana suma povrata svih investicija.

**Definicija 6.** *Volatilnost portfelja definiramo:*

$$\sqrt{\text{Var}(R_p)} = \sqrt{\mathbf{w}^\top \mathbf{\Sigma} \mathbf{w}}$$

$\mathbf{w}$  je ranije definirani vektor udjela investicija

$\mathbf{\Sigma}$  je matrica kovarijance slučajnog vektora  $\mathbf{w}$



### 3. Rezultati i rasprava

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam

rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

## 4. Zaključak

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

## Literatura

- [1] K. L. Pavasović, “Metode neglatke optimizacije u teoriji portfelja”, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb, 2022.
- [2] R. David i D. S. Matteson, *Statistics and Data Analysis for Financial Engineering*. Springer, 2015.
- [3] A. Agrawal, S. Ramalingam, Y. Taguchi, i V. Chari, “A theory of multi-layer flat refractive geometry”, u *2012 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2012., str. 3346–3353. <https://doi.org/10.1109/CVPR.2012.6248073>
- [4] M. Gupta i S. K. Nayar, “Micro phase shifting”, u *2012 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, lipanj 2012., str. 813–820. <https://doi.org/10.1109/CVPR.2012.6247753>
- [5] D. C. Ghiglia i M. D. Pritt, *Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software*. Wiley, svibanj 1998.
- [6] Y. Y. Schechner, S. K. Nayar, i P. N. Belhumeur, “Multiplexing for optimal lighting testing”, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, sv. 29, br. 8, str. 1339–1354, kolovoz 2007. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2007.1151>

# Sažetak

## Razvoj aplikacije za procjenu rizika u investicijskim portfeljima uz pomoć Monte Carlo simulacija

Ivan Džanija

Unesite sažetak na hrvatskom.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

**Ključne riječi:** prva ključna riječ; druga ključna riječ; treća ključna riječ

# Abstract

## Development of an application for risk assessment in investment portfolios with the help of Monte Carlo simulations

Ivan Džanija

Enter the abstract in English.

Hello, here is some text without a meaning. This text should show what a printed text will look like at this place. If you read this text, you will get no information. Really? Is there no information? Is there a difference between this text and some nonsense like “Huardest gefburn”? Kjift – not at all! A blind text like this gives you information about the selected font, how the letters are written and an impression of the look. This text should contain all letters of the alphabet and it should be written in of the original language. There is no need for special content, but the length of words should match the language.

**Keywords:** the first keyword; the second keyword; the third keyword

## Privitak A: The Code

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam

rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.