

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 1951

**RAZVOJ APLIKACIJE ZA PROCJENU RIZIKA U
INVESTICIJSKIM PORTFELJIMA UZ POMOĆ
MONTE CARLO SIMULACIJA**

Ivan Džanija

Zagreb, lipanj, 2025.

Zagreb, 3. ožujka 2025.

ZAVRŠNI ZADATAK br. 1951

Pristupnik: **Ivan Džanija (0036547433)**
Studij: Elektrotehnika i informacijska tehnologija i Računarstvo
Modul: Računarstvo
Mentorica: izv. prof. dr. sc. Mihaela Vranić

Zadatak: **Razvoj aplikacije za procjenu rizika u investicijskim portfeljima uz pomoć Monte Carlo simulacija**

Opis zadatka:

Monte Carlo simulacije su moćan alat koji investitorima pomaže u procjeni rizika i potencijalnih povrata na ulaganja u investicijskim portfeljima. Ova metoda omogućuje investitorima da bolje razumiju raspon mogućih ishoda i donose informiranije odluke o alokaciji imovine. Cilj ovog završnog rada je razviti aplikaciju koja implementira Monte Carlo simulacije za procjenu rizika i potencijalnih povrata u investicijskim portfeljima. Aplikacija treba koristiti javno dostupne podatke o kretanju cijena različitih vrijednosnih papira te omogućiti korisnicima analizu osjetljivosti portfelja na promjene tržišnih uvjeta. Ključne funkcionalnosti uključuju generiranje velikog broja simulacija kako bi se procijenio raspon mogućih ishoda, vizualizaciju rezultata u obliku distribucija i ključnih metrika rizika te intuitivno korisničko sučelje koje olakšava donošenje informiranih odluka o alokaciji imovine. U sklopu rada potrebno je detaljno dokumentirati razvijenu aplikaciju, prikazati reprezentativne slučajeve uporabe, te kritički analizirati prednosti i ograničenja razvijenog rješenja. Radu treba priložiti izvorni programski kod, korištene skupove podataka i upute za korištenje aplikacije.

Rok za predaju rada: 23. lipnja 2025.

Hvala na svemu puno. ovo je test i opet

Sadržaj

1. Uvod	2
2. Teorija portfelja	4
2.1. Portfelj	4
2.2. Povrati	4
2.2.1. Aritmetički povrat	4
2.2.2. Logaritamski povrat	5
2.2.3. Očekivani povrat	5
2.3. Volatilnost	6
2.4. Geometrijsko Brownovo gibanje	6
2.5. Monte Carlo simulacije	7
2.6. Cholesky dekompozicija	7
2.7. Optimizacija portfelja	8
3. Rezultati i rasprava	9
4. Zaključak	11
Literatura	12
Sažetak	13
Abstract	14
A: The Code	15

1. Uvod

Modeliranje ponašanja portfelja je jedna od ključnih metoda pri odabiru investicijskih ulaganja ili sigurnih financijskih rezervi. U posljednjem desetljeću, kriptovalute su postale sveprisutna komponenta financijskih tržišta, karakterizirana visokom volatilnošću, nelinearnim ovisnostima i globalnom dostupnošću što kroz iznimno pouzdane izvore što kroz izrazito nepouzdan izvore. Upravljanje rizikom u takvom okruženju zahtijeva napredne alate za modeliranje budućih scenarija. Jedan od takvih alata u standardnim financijskim modelima je Monte Carlo simulacija. Monte Carlo simulacija, kao statistička metoda temeljena na ponovljenom uzorkovanju slučajnih varijabli i često korištena metoda u modeliranju ostalih financijskih instrumenata, nameće se kao ključni pristup za analizu portfelja kriptovaluta.

U ovom radu fokusira se na implementaciji Monte Carlo metode za predviđanje vrijednosti portfelja s primjenom Cholesky dekompozicije kako bi se osigurala realistična obrada korelacija između kriptovaluta koje su još uvijek specijalna skupina investicija s visokom međusobnom korelacijom.

Glavni izazov u modeliranju kriptovaluta leži u njihovoj inherentnoj nestabilnosti. Dok tradicionalne financijske instrumente karakteriziraju relativno predvidljivi obrasci, kriptovalute pokazuju ekstremne fluktuacije koje zahtijevaju precizno podešavanje parametara poput driftova i volatilnosti.

U radu je razvijen C++ programski okvir koji integrira povijesne podatke kriptovaluta, obavlja potrebne matematičke operacije i generira simulacije. Generirane simulacije omogućuju analizu različitih scenarija kretanja cijena, a korisnik može odabrati različite portfelje i vremenske okvire. Sva interakcija s korisnikom odvija se putem grafičkog sučelja koje omogućuje jednostavno upravljanje parametrima simulacije i vizualizaciju rezultata.

Rad je strukturiran kako slijedi: U drugom poglavlju opisuju se teorijske osnove teorije

portfelja, Monte Carlo metode i geometrijskog Brownovog gibanja. Treće poglavlje detaljno opisuje implementaciju algoritama, uključujući postupak Cholesky dekompozicije, brzo “parsiranje” financijskog skupa podataka i optimizacije za velike skupove podataka. U četvrtom poglavlju analiziraju se rezultati simulacija za različite konfiguracije portfelja, dok se u zaključku raspravlja o primjenjivosti modela, mogućim i očitim praktičnim problemima i smjerovima daljnjeg istraživanja.

Ovakav rad može poslužiti kao osnova za daljnje istraživanje i razvoj naprednijih modela koji će omogućiti bolje razumijevanje i upravljanje rizicima povezanim s kriptovalutama, ali i ostalim financijskim instrumentima.

2. Teorija portfelja

Teorija portfelja, čiji su začetnici Harry Markowitz i James Tobin, daje strogu matematičku definiciju financijskim pojmovima. Ključni optimizacijski problem teorije portfelja je *dualni cilj*: maksimizacija očekivanog povrata uz istovremeno minimiziranje rizika.

2.1. Portfelj

Investicijske portfelje matematički prikazujemo kao linearnu kombinaciju pojedinih investicija sa vektorom pojedinih udjela \mathbf{w} .

Definicija 1. Vektor \mathbf{w} predstavlja udjele investicija u portfelju.

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_N \end{pmatrix}, \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1$$

2.2. Povrati

Povrat investicije je osnovna mjera uspješnosti investicije.

2.2.1. Aritmetički povrat

Definicija 2. Neka je P_t cijena financijskog instrumenta u trenutku t te P_{t-1} cijena istog instrumenta u trenutku $t - 1$. Aritmetički povrat R_t definiramo kao:

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P}{P_{t-1}}$$

Neka buduća cijena nam neće biti poznata pri investiranju te zato povrat promatramo kao slučajnu varijablu. Vidimo kako je moguće imati negativan povrat ako je cijena koju promatramo manja od početne cijene i to je upravo situacija koji pokušavamo izbjeći.

2.2.2. Logaritamski povrat

Logaritamski povrat r_t definiramo preko prirodnog logaritma omjera cijena.

Definicija 3. Neka je P_t cijena financijskog instrumenta u trenutku t te P_{t-1} cijena istog instrumenta u trenutku $t - 1$. Logaritamski povrat r_t definiramo kao:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

Logaritamski povrat u pravilu koristimo zbog njegovih pogodnih matematičkih svojstava kao što je svojstvo simetrije $\ln(a) = -\ln(1/a)$ te svojstvo aditivnosti $r_{0,T} = \sum_{t=1}^T r_t$.

2.2.3. Očekivani povrat

Definicija 4. Očekivani povrat promatramo kao srednju vrijednost prijašnjih povrata jer je upravo srednja vrijednost nepristran procjenitelj očekivanja slučajne varijable R_t za koji vrijedi:

$$E(R_t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i$$

Definicija 5. Očekivani povrat portfelja je linearna kombinacija očekivanih povrata pojedinačnih asseta:

$$\mathbb{E}[R_p] = \mathbf{w}^\top \boldsymbol{\mu} = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i$$

gdje je $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_n)^\top$ vektor očekivanih povrata.

2.3. Volatilitnost

Drugi dio optimizacijskog problema teorije portfelja je smanjenje rizika. Volatilitnost je upravo jednostavna mjera rizika koja ima pogodna matematička svojstva. Promatramo je kao standardnu devijaciju slučajne varijable R_t , a ima je smisla tako promatrati jer će nam upravo takva mjera kvantificirati kretanje povrata.

Definicija 6. Volatilitnost investicije definiramo kao nepristran procjenitelj standardne devijacije slučajne varijable R_t :

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [R_i - E(R_t)]^2}$$

Definicija 7. Volatilitnost portfelja mjeri se standardnom devijacijom povrata i dana je kvadratnim korijenom varijance:

$$\sigma_p = \sqrt{\mathbf{w}^\top \Sigma \mathbf{w}}$$

gdje je Σ matrica kovarijance s elementima $\Sigma_{ij} = \text{Cov}(r_i, r_j)$.

2.4. Geometrijsko Brownovo gibanje

Geometrijsko Brownovo gibanje (GBM) je jedan od standardnih stohastičkih procesa za modeliranje kretanja cijena financijskih instrumenata. Diferencijalna jednačba GBM-a je:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW(t)$$

gdje je $W(t)$ Wienerov proces. Eksplicitno rješenje GBM-a daje formulu za cijenu u trenutku t :

$$S_t = S_0 \exp \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t \right]$$

2.5. Monte Carlo simulacije

Monte Carlo metoda je numerička tehnika koja koristi slučajno uzorkovanje za rješavanje determinističkih problema. Primjerice, vrijednost π može se procijeniti simulacijom nasumičnih točaka u jediničnom kvadratu i računanjem udjela koji padaju unutar jediničnog kruga.

U kontekstu financija, Monte Carlo simulacije koriste se za generiranje vjerojatnosnih scenarija budućih cijena. Za portfelj od n asseta, koraci su:

1. Generiraj nezavisne šokove $Z_i \sim N(0, 1)$
2. Transformiraj u korelirane šokove $\mathbf{Y} = L\mathbf{Z}$ gdje je L Cholesky faktor matrice Σ
3. Ažuriraj cijene po GBM formuli za svaki asset:

$$S_t^{(i)} = S_0^{(i)} \exp\left(\left(\mu_i - \frac{\sigma_i^2}{2}\right)\Delta t + \sigma_i Y_i \sqrt{\Delta t}\right)$$

4. Izračunaj vrijednost portfelja $V_t = \sum_{i=1}^n w_i S_t^{(i)}$

2.6. Cholesky dekompozicija

Neka je Σ simetrična pozitivno definitna matrica kovarijance. Cholesky dekompozicija je faktorizacija oblika:

$$\Sigma = LL^T$$

gdje je L donjetrokutasta matrica. Ova faktorizacija omogućuje generiranje koreliranih normalnih varijabli iz nekoreliranih.

Neka je $\mathbf{Z} = (Z_1, \dots, Z_n)^T$ vektor nezavisnih $N(0, 1)$ varijabli. Tada vektor $\mathbf{Y} = L\mathbf{Z}$ ima kovarijacijsku matricu Σ .

$$\text{Cov}(\mathbf{Y}) = \mathbb{E}[L\mathbf{Z}(L\mathbf{Z})^T] = L\mathbb{E}[\mathbf{Z}\mathbf{Z}^T]L^T = L \cdot I \cdot L^T = LL^T = \Sigma$$

2.7. Optimizacija portfelja

Klasični Markowitz-ov model formuliramo kao problem minimizacije varijance uz zadani očekivani povrat:

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} \text{ uz uvjete: } \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu} = \mu_p, \quad \mathbf{w}^T \mathbf{1} = 1$$

Rješenje ovog kvadratskog programa daje *efikasnu granicu* - skup portfelja s minimalnim rizikom za zadani povrat.

Monte Carlo simulacije proširuju ovaj okvir omogućujući analizu distribucije budućih povrata i rizika u nelinearnim scenarijima. Kombinacijom Cholesky dekompozicije i GBM-a moguće je modelirati kompleksne interakcije u portfeljima kriptovaluta s visokom točnošću.

3. Rezultati i rasprava

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam

rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

4. Zaključak

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Literatura

Sažetak

Razvoj aplikacije za procjenu rizika u investicijskim portfeljima uz pomoć Monte Carlo simulacija

Ivan Džanija

Unesite sažetak na hrvatskom.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Ključne riječi: prva ključna riječ; druga ključna riječ; treća ključna riječ

Abstract

Development of an application for risk assessment in investment portfolios with the help of Monte Carlo simulations

Ivan Džanija

Enter the abstract in English.

Hello, here is some text without a meaning. This text should show what a printed text will look like at this place. If you read this text, you will get no information. Really? Is there no information? Is there a difference between this text and some nonsense like “Huardest gefburn”? Kjift – not at all! A blind text like this gives you information about the selected font, how the letters are written and an impression of the look. This text should contain all letters of the alphabet and it should be written in of the original language. There is no need for special content, but the length of words should match the language.

Keywords: the first keyword; the second keyword; the third keyword

Privitak A: The Code

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam

rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.