SVEUČILIŠTE U ZAGREBU FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 1951

RAZVOJ APLIKACIJE ZA PROCJENU RIZIKA U INVESTICIJSKIM PORTFELJIMA UZ POMOĆ MONTE CARLO SIMULACIJA

Ivan Džanija

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

Zagreb, 3. ožujka 2025.

ZAVRŠNI ZADATAK br. 1951

Pristupnik: Ivan Džanija (0036547433)

Studij: Elektrotehnika i informacijska tehnologija i Računarstvo

Modul: Računarstvo

Mentorica: izv. prof. dr. sc. Mihaela Vranić

Zadatak: Razvoj aplikacije za procjenu rizika u investicijskim portfeljima uz pomoć Monte

Carlo simulacija

Opis zadatka:

Monte Carlo simulacije su moćan alat koji investitorima pomaže u procjeni rizika i potencijalnih povrata na ulaganja u investicijskim portfeljima. Ova metoda omogućuje investitorima da bolje razumiju raspon mogućih ishoda i donose informiranije odluke o alokaciji imovine. Cilj ovog završnog rada je razviti aplikaciju koja implementira Monte Carlo simulacije za procjenu rizika i potencijalnih povrata u investicijskim portfeljima. Aplikacija treba koristiti javno dostupne podatke o kretanju cijena različitih vrijednosnih papira te omogućiti korisnicima analizu osjetljivosti portfelja na promjene tržišnih uvjeta. Ključne funkcionalnosti uključuju generiranje velikog broja simulacija kako bi se procijenio raspon mogućih ishoda, vizualizaciju rezultata u obliku distribucija i ključnih metrika rizika te intuitivno korisničko sučelje koje olakšava donošenje informiranih odluka o alokaciji imovine. U sklopu rada potrebno je detaljno dokumentirati razvijenu aplikaciju, prikazati reprezentativne slučajeve uporabe, te kritički analizirati prednosti i ograničenja razvijenog rješenja. Radu treba priložiti izvorni programski kod, korištene skupove podataka i upute za korištenje aplikacije.

Rok za predaju rada: 23. lipnja 2025.



Sadržaj

1.	Uvo	d		• •			•	•	 •	•	•	 •	•	•	•	•	 •	•	•	•		•	•	•	•	•	2
2.	Teoı	rija por	tfelja													•				•							4
	2.1. Povrati																										4
		2.1.1.	Aritr	netič	śki p	ov	rat																			•	4
		2.1.2.	Loga	ritar	nsk	i po	ovra	at																		•	4
		2.1.3.	Oček	ivan	i po	ovra	ıt.	•																			5
	2.2.	Volatil	nost					•																			5
	2.3.	Portfel	j					•				 •			•								•				5
3.	Rezi	ultati i	raspr	ava			•				•	 •		•					•	•		•		•		•	7
4.	Zak	ljučak						•	 •	•	•	 •	•	•		•	 •		•	•			•	•	•	•	9
Literatura							•	•		•				•	10												
Sa	žetak						•	•	 •	•	•		•	•		•	 •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	11
At	strac	et					•	•	 •	•	•		•	•		•	 •	•	•	•	•		•	•	•	•	12
A:	The	Code																									13

1. Uvod

Modeliranje ponašanja portfelja je jedna od ključnih metoda pri odabiru investicijskih ulaganja ili sigurnih financijskih rezervi. U posljednjem desetljeću, kriptovalute su postale sveprisutna komponenta financijskih tržišta, karakterizirana visokom volatilnošću, nelinearnim ovisnostima i globalnom dostupnošću što kroz iznimno pouzdane izvore što kroz izrazito nepouzdane izvore. Upravljanje rizikom u takvom okruženju zahtijeva napredne alate za modeliranje budućih scenarija. Jedan od takvih alata u standarnim financijskim modelima je Monte Carlo simulacija. Monte Carlo simulacija, kao statistička metoda temeljena na ponovljenom uzorkovanju slučajnih varijabli i često korištena metoda u modeliranju ostalih financijskih instrumenata, nameće se kao ključni pristup za analizu portfelja kriptovaluta.

U ovom radu fokusira se na implementaciji Monte Carlo metode za predviđanje vrijednosti portfelja s primjenom Cholesky dekompozicije kako bi se osigurala realistična obrada korelacija između kriptovaluta koje su još uvijek specijalna skupina investicija s visokom međusobnom korelecijom.

Glavni izazov u modeliranju kriptovaluta leži u njihovoj inherentnoj nestabilnosti. Dok tradicionalne financijske instrumente karakteriziraju relativno predvidljivi obrasci, kriptovalute pokazuju ekstremne fluktuacije koje zahtijevaju precizno podešavanje parametara poput driftova i volatilnosti. U ovom kontekstu, logaritamski prinosi (*log returns*) koriste se zbog svojih aditivnih svojstava u vremenu i stabilnosti u statističkoj analizi. Međutim, prilagodba geometrijskog Brownovog gibanja (GBM) na višedimenzionalni slučaj zahtijeva rješavanje problema koreliranih stohastičkih procesa.

U radu je razvijen C++ programski okvir koji integrira povijesne podatke kriptovaluta, računa kovarijacijske matrice i generira korelirane šokove korištenjem Cholesky dekompozicije. Ova metoda omogućuje transformaciju nezavisnih normalnih varijabli

u korelirane, čime se postiže realnija simulacija zajedničkog kretanja cijena. Pritom je naglasak stavljen na numeričku stabilnost, uključujući ograničavanje eksponenata radi izbjegavanja prekoračenja (*overflow*) i provjeru pozitivne definitnosti matrica.

Rezultati simulacija pokazuju kako kombinacija visokog drifta i volatilnosti može dovesti do prividno paradoksalnih scenarija: iako pojedinačne valute imaju pozitivne trendove, zbog međusobnih korelacija portfelj kao cjelina može pokazivati smanjene prinosi. Ovo naglašava važnost uključivanja korelacija u model, kao i kritičnu ulogu validacije parametara.

Rad je strukturiran kako slijedi: U drugom poglavlju opisuju se teorijske osnove Monte Carlo metode i geometrijskog Brownovog gibanja. Treće poglavlje detaljira implementaciju algoritama, uključujući postupak Cholesky dekompozicije i optimizacije za velike skupove podataka. U četvrtom poglavlju analiziraju se rezultati simulacija za različite konfiguracije portfelja, dok se u zaključku raspravlja o primjenjivosti modela i smjerovima daljnjeg istraživanja.

Ovaj pristup ne samo što pruža alat za upravljanje rizikom već otvara vrata za istraživanje adaptivnih modela koji dinamički prilagođavaju težine portfelja temeljem stohastičkih prognoza.

2. Teorija portfelja

Teorija portfelja daje strogu matematičku definiciju financijskim pojmovima i predstavlja temelj matematičnog modeliranja investicija i drugih financijskih instrumenata. Trebam navesti jos zacetnika i pocetak teorije portfelja te formulirati optimizacijski problem -> povecanje povrata i smanjenje rizika

2.1. Povrati

Povrat investicije je osnovna mjera uspješnosti investicije.

2.1.1. Aritmetički povrat

Definicija 1. Neka je P_t cijena financijskog instrumenta u trenutku t te P_{t-1} cijena istog instrumenta u trenutku t-1. Aritmetički povrat R_t definiramo kao:

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P}{P_{t-1}}$$

Neka buduća cijena nam neće biti poznata pri investiranju te zato povrat promatramo kao slučajnu varijablu. Vidimo kako je moguće imati negativan povrat ako je cijena koju promatramo manja od početne cijene i to je upravo situacija koji pokušavamo izbjeći.

2.1.2. Logaritamski povrat

Definicija 2. Neka je P_t cijena financijskog instrumenta u trenutku t te P_{t-1} cijena istog instrumenta u trenutku t-1. Logaritamski povrat R_t definiramo kao:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

Logaritamski povrat u pravilu koristimo zbog njegovih pogodnih matematičkih svojstava kao što je svojstvo simetrije $\ln(a) = -\ln(1/a)$.

2.1.3. Očekivani povrat

Definicija 3. Očekivani povrat promatramo kao srednju vrijednost prijašnjih povrata jer je upravo srednja vrijednost nepristran procjenitelj očekivanja slučajne varijable R_t za koji vrijedi:

$$E(R_t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} R_i$$

2.2. Volatilnost

Drugi dio optimizacijskog problema teorije portfelja je smanjenje rizika. Volatilnost je upravo jednostavna mjera rizika koja ima pogodna matematička svojstva. Promatramo je kao standardnu devijaciju slučajne varijable R_t , a ima je smisla tako promatrati jer će nam upravo takva mjera kvantificirati kretanje povrata.

Definicija 4. Volatilnost investicije definiramo kao nepristran procjenitelj standardne devijacije slučajne varijable R_t :

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} [R_i - E(R_t)]^2}$$

2.3. Portfelj

Investicijske portfelje matematički prikazujemo kao linearnu kombinaciju pojedinih investicija sa vektorom pojedinih udjela \mathbf{w} .

Definicija 5. Vektor **w** predstavlja udjele investicija u portfelju.

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_N \end{pmatrix}, \qquad \sum_{i=1}^N w_i = 1$$

Definicija 6. Povrat portfelja je ponderirani prosjek povrata investicija u portfelju:

$$R_p = \sum_{i=1}^N w_i R_i$$

Vidimo kako je povrat portfelja zapravo otežana suma povrata svih investicija.

Definicija 7. Volatilnost portfelja definiramo:

$$\sqrt{Var(R_p)} = \sqrt{\mathbf{w}^{\intercal} \mathbf{\Sigma} \mathbf{w}}$$

 ${f w}$ je ranije definirani vektor udjela investicija

 Σ je matrica kovarijance slučajnog vektora ${f w}$

3. Rezultati i rasprava

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam

rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

4. Zaključak

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Literatura

Sažetak

Razvoj aplikacije za procjenu rizika u investicijskim portfeljima

uz pomoć Monte Carlo simulacija

Ivan Džanija

Unesite sažetak na hrvatskom.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem.

Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec

ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh

lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut

porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit.

Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam

rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit

blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris

lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Ključne riječi: prva ključna riječ; druga ključna riječ; treća ključna riječ

11

Abstract

Development of an application for risk assessment in investment portfolios with the help of Monte Carlo simulations

Ivan Džanija

Enter the abstract in English.

Hello, here is some text without a meaning. This text should show what a printed text will look like at this place. If you read this text, you will get no information. Re-

ally? Is there no information? Is there a difference between this text and some nonsense

like "Huardest gefburn"? Kjift – not at all! A blind text like this gives you information

about the selected font, how the letters are written and an impression of the look. This

text should contain all letters of the alphabet and it should be written in of the original

language. There is no need for special content, but the length of words should match the

language.

Kevwords

the first keyword; the second keyword; the third keyword

12

Privitak A: The Code

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam

rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.