

CONTROL BASADO EN MODELO PARA ROBOTS PARALELOS CON SENSORIZACION REDUNDANTE

Pablo Bengoa Asier Zubizarreta Itziar Cabanes Aitziber Mancisidor Eva Portillo
pablo.bengoa@ehu.es asier.zubizarreta@ehu.es itziar.cabanes@ehu.es aitziber.mancisidor@ehu.es eva.portillo@ehu.es

Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática,
Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Bilbao, UPV/EHU

Resumen

Ha quedado demostrado que la mejor opción para aplicaciones de gran precisión y/o altas velocidades son los robots paralelos. En trabajos previos se demuestra que los controladores basados en modelo aportan buenos resultados a este tipo de robots. Este trabajo presenta una nueva estrategia de control basada en modelo, el CTC Extendido Estable, el cual utiliza las medidas extra de la sensorización redundante introducida en las articulaciones pasivas para calcular la ley de control. El controlador propuesto garantiza la estabilidad asintótica, la cual representa una contribución importante sobre las estrategias presentadas anteriormente. El uso de información redundante incrementa la robustez y el rendimiento del controlador, reduciendo el error de seguimiento respecto del CTC clásico. La efectividad de la ley de control propuesta se validará mediante su implementación en un robot Delta, utilizando el software multibody ADAMS.

Palabras clave: Robótica paralela, control de par computado, sensorización redundante, estabilidad.

1. INTRODUCCIÓN

La globalización industrial está requiriendo productos de mayor calidad y menores tiempos de producción. Por lo tanto, la precisión y la velocidad de operación son características muy demandadas en las aplicaciones actuales. Sin embargo, los robots series, debido a su estructura de cadena serie, no son capaces de incrementar su velocidad sin perder precisión, siendo los Robots de Cinemática Paralela la principal alternativa para este tipo de aplicaciones [10]. Este tipo de robot está compuesto por una plataforma móvil donde se sitúa el *Tool Center Point* (TCP) y una plataforma fija (base), estando ambas plataformas conectadas por múltiples cadenas cinemáticas. Esta configuración paralela no solo proporciona una mayor rigidez al robot, sino que los errores de posicionamiento del TCP son menores. Además, el hecho de tener los motores fijos en la base reduce la masa a mover por el mecanismo permitiendo un mayor ratio de

carga/peso y una mayor velocidad de trabajo. Debido a todas estas características, los Robots de Cinemática Paralela se presentan como la mejor alternativa para aquellas aplicaciones donde se requieren altas velocidades, gran precisión y/o trabajar con elevadas cargas.

Sin embargo, la estructura paralela de este tipo de robots limita su potencial teórico. Por un lado, los modelos cinemáticos y dinámicos son más complejos debido a la naturaleza acoplada de la estructura. Por otro lado, el campo de trabajo queda reducido por las singularidades introducidas debido a las limitaciones de cada cadena cinemática y a la existencia de articulaciones no actuadas.

Debido a estas limitaciones, y a juzgar por el incremento de investigaciones publicadas, el interés por parte de la industria como de la investigación docente se ha incrementado sustancialmente en la última década [17]. Sin embargo, teniendo en cuenta la literatura existente no todas las áreas de investigación se han desarrollado de igual manera. Mientras temáticas como el análisis del modelo cinemático, o el espacio de trabajo han sido investigadas profundamente, otras como la calibración, el modelado dinámico o el control han sido mucho menos abordadas por los investigadores.

En lo que al área de control se refiere, la mayoría de las publicaciones existentes plantean la extrapolación directa de las estrategias de control de robots series a los robots paralelos, sin tener en cuenta las características propias de estos últimos. En este sentido, la literatura existente puede ser agrupada en dos grandes grupos: las estrategias de control local [2, 3, 6–8, 12] y las estrategias de control basado en modelo [1, 4, 5, 9, 14]. Las aproximaciones del primer grupo están basadas en un control PID monoarticular. Este tipo de estrategias permite controlar cada articulación actuada por separado. Pese a ser sencillas de implementar, este tipo de aproximaciones no son válidas para aplicaciones de alta velocidad/gran precisión debido a que no tienen capacidad de compensar las interferencias causadas por la naturaleza acoplada de los robots paralelos. El segundo gran grupo plantea un control multiarticular en donde las articulaciones actuadas son gobernadas teniendo en

cuenta las interferencias entre las diferentes cadenas cinemáticas, gracias al modelo dinámico del robot. Por lo tanto, siempre y cuando el modelo sea preciso, los controladores basados en modelo permiten obtener toda la potencialidad de éstos robots.

Aunque se han propuesto diferentes estrategias como el Diseño específico para Control [9] o el Control Predictivo [14] una de las estrategias de control basado en modelo mas extendidas para robots paralelos es el Control por Par Conmutado (CTC) [1, 4, 5]. En esta técnica de control se utiliza el modelo dinámico inverso para compensar las no linealidades de la dinámica del robot. Sin embargo, obtener un modelo dinámico y cinemático fiel no es tarea sencilla ya que la calibración y la identificación de parámetros no es trivial en la mayoría de los mecanismos paralelos. Además, la posición del TCP no es fácil de medir directamente, por lo que se requiere de una estimación de la cadena cinemática a partir de las articulaciones activas y pasivas [11]. Estas ultimas, normalmente no suelen ser sensorizadas, por lo que desde el punto de vista del control, estas variables trabajan en lazo abierto, limitando el potencial de los controladores basados en modelo.

Debido a esta problemática, en trabajos previos [15] se propuso el uso de sensorización redundante para incrementar el rendimiento del lazo de control y para mejorar la estimación de la posición del TCP. En este trabajo, teniendo en cuenta todo lo mencionado, se detalla una nueva ley de control mejorada, el CTC Extendido Estable. La principal contribución del trabajo es que éste garantiza la estabilidad asintótica de la ley de control.

La ley de control presentada se ha implementado para el control de un robot Delta, la cual ha sido comparada con el CTC tradicional demostrando su efectividad. En este sentido, el resto del artículo se estructura de la siguiente manera: en la sección 2 se presentan los modelos cinemático y dinámico del robot Delta; en la sección 3 se define la ley de control del CTC Extendido Estable y se garantiza su estabilidad asintótica; en la sección 4 se detalla el caso de estudio del controlador y su validación; finalmente, se resumen las ideas más importantes del trabajo.

2. MODELO CINEMÁTICO Y DINÁMICO DEL ROBOT DELTA

El robot delta es un conocido robot de tres grados de libertad. Cada uno de los tres brazos que componen el robot esta dividido en dos eslabones, como se puede ver en la Figura 1. El superior es el

eslabón actuado y el inferior está compuesto por un paralelogramo que restringe el movimiento del TCP a una traslación pura (sin rotación). La aplicación principal de los robots Delta es la del *pick and place* debido, principalmente, a su velocidad, ya que puede llegar a alcanzar hasta a los 300 ciclos por minuto.

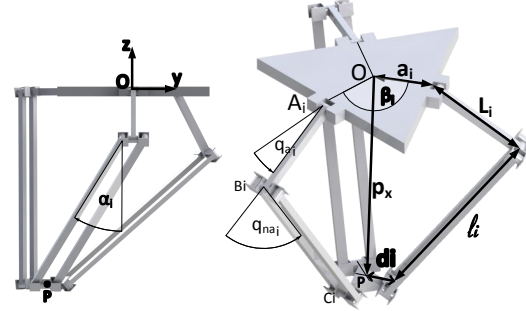


Figura 1: Esquema del Robot Delta.

El vector de variables de control $\mathbf{q}_c = [\mathbf{q}_a^T \quad \mathbf{q}_s^T]^T$ se define como la combinación del vector de variables actuadas $\mathbf{q}_a = [q_{a_i}]$, las cuales son medibles mediante los sensores de los actuadores, y las sensorizadas $\mathbf{q}_s = [q_{s_i}]$, las variables no actuadas pero sensorizadas mediante el uso de sensores redundantes [16]. El vector de variables no sensorizadas se define como $\mathbf{q}_{na} = [q_{na_i}]$, donde $i = 1, 2, 3$, mientras que la posición cartesiana del TCP es determinado por $\mathbf{p}_x = \mathbf{x} = [x \quad y \quad z]^T$.

2.1. MODELO CINEMÁTICO

El modelo cinemático proporciona la relación entre las diferentes variables que definen el modelo dinámico del robot. Estas relaciones se obtienen a partir de las ecuaciones de cierre del mecanismo. En el caso concreto del robot Delta, las ecuaciones de cierre de cada cadena cinemática $i = 1, 2, 3$ se definen como:

$$\Gamma_i(\mathbf{x}, \mathbf{q}) = \mathbf{a}_i + \mathbf{L}_i(\mathbf{q}_a) + \mathbf{l}_i(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_{na}, \mathbf{q}_s) - \mathbf{d}_i - \mathbf{p}_x = \mathbf{0} \quad (1)$$

donde $\mathbf{a}_i = [OA_{xi} \quad OA_{yi} \quad OA_{zi}]^T$ es un vector constante que define la geometría de la plataforma fija; $\mathbf{d}_i = [PC_{xi} \quad PC_{yi} \quad PC_{zi}]^T$ es un vector constante que define la geometría de la plataforma móvil y

$$\mathbf{L}_i = L_i \begin{bmatrix} \cos(q_{a_i}) \cos(\beta_i) \\ \cos(q_{a_i}) \sin(\beta_i) \\ \sin(q_{a_i}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{l}_i = l_i \begin{bmatrix} \cos(q_{a_i} + q_{na_i}) \cos(\beta_i) \cos(\alpha_i) - \sin(\beta_i) \sin(\alpha_i) \\ \cos(q_{a_i} + q_{na_i}) \sin(\beta_i) \cos(\alpha_i) + \cos(\beta_i) \sin(\alpha_i) \\ -\sin(q_{a_i} + q_{na_i}) \cos(\alpha_i) \end{bmatrix}$$

donde $\beta_i = 2\pi(i-1)/3$, $i = 1, 2, 3$, define la disposición geométrica de las extremidades: L_i define la longitud de los elementos actuados y l_i la longitud de las barras principales de los paralelogramos articulados.

A partir de estas expresiones se pueden obtener fácilmente tanto el Modelo Cinemático Directo (DKM) como el Modelo Cinemático Inverso (IKM).

2.1.1. MATRICES JACOBIANAS

La derivada de las ecuaciones de cierre permite obtener las relaciones de velocidad necesarias para el modelo dinámico. La matriz Jacobiana de la i^a cadena serie relaciona la derivada de las variables de salida $\dot{\mathbf{x}}$ y la derivada de las variables articulares $\dot{\mathbf{q}}_i = [\dot{q}_{a_i} \quad \dot{q}_{s_i} \quad \dot{q}_{na_i}]^T$. Como se observa en la Eq. (2), esta matriz Jacobiana se obtiene mediante la derivada temporal de la ecuación de cierre de la i^a cadena.

$$\frac{\partial \Gamma_i(\mathbf{x}, \mathbf{q}_i)}{\partial \mathbf{q}_i} \dot{\mathbf{q}}_i + \frac{\partial \Gamma_i(\mathbf{x}, \mathbf{q}_i)}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (2)$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{q}_i} \dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{J}_{\mathbf{x}_i} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$$

la cual puede ser reescrita como:

$$\dot{\mathbf{q}}_i = \begin{bmatrix} \dot{q}_{a_i} \\ \dot{q}_{s_i} \\ \dot{q}_{na_i} \end{bmatrix} = -\mathbf{J}_{\mathbf{q}_i}^{-1} \mathbf{J}_{\mathbf{x}_i} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_i \dot{\mathbf{x}} \quad (3)$$

A partir de la matriz Jacobiana \mathbf{J}_i , se puede obtener la relación de todas las variables. Para el caso particular de un robot Delta, en donde los ángulos $q_{s_i} = q_{na}$ para $i = 1, 2, 3$ son sensorizados, las matrices Jacobianas requeridas para el cálculo del modelo dinámico se definen en la Eq. (4).

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\mathbf{q}_a} &= [\mathbf{J}_1]_1^T \quad [\mathbf{J}_2]_1^T \quad [\mathbf{J}_3]_1^T]^T \\ \mathbf{J}_{\mathbf{q}_s} &= [\mathbf{J}_1]_2^T \quad [\mathbf{J}_2]_2^T \quad [\mathbf{J}_3]_2^T]^T \\ \mathbf{J}_{\mathbf{q}_p} &= [\mathbf{J}_1]_3^T \quad [\mathbf{J}_2]_3^T \quad [\mathbf{J}_3]_3^T]^T \\ \mathbf{J}_{\mathbf{q}_c} &= [\mathbf{J}_{\mathbf{q}_a}^T \quad \mathbf{J}_{\mathbf{q}_s}^T]^T \\ \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{J}_{\mathbf{q}_{na}} \mathbf{J}_{\mathbf{q}_a}^{-1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{J}_p &= \mathbf{J}_{\mathbf{q}_c}^\dagger \\ \mathbf{T}_q &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_6 \\ \mathbf{J}_{\mathbf{q}_p} \mathbf{J}_p \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

donde $(\mathbf{A})^\dagger$ es pseudo-inversa de la matriz \mathbf{A} y $[\mathbf{A}]_i$ define la i^a columna de la matriz \mathbf{A} .

De la misma manera, mediante la derivada de la Eq (4) se obtienen las relaciones entre las aceleraciones.

2.2. LAGRANGIANA DEL ROBOT

El método natural de calcular el modelo dinámico de un robot paralelo es dividiéndolo en dos subsistemas, de modo que cada subsistema pueda ser definido en sus coordenadas naturales. De esta forma, la plataforma móvil se define en términos de la posición \mathbf{x} del TCP y las cadenas series en función de las variables articulares \mathbf{q} .

Una vez que se han definido las relaciones entre posiciones, velocidades y aceleraciones, se puede calcular el modelo dinámico. Para ello, se ha utilizado la formulación Lagrangiana, ya que permite definir el modelo dinámico en cualquier conjunto de coordenadas y no requiere del cálculo de las fuerzas internas del mecanismo.

Como se ha mencionado anteriormente, el robot se ha considerado como la unión de la plataforma móvil y las cadenas serie. Es por ello que, la Lagrangiana del robot puede ser calculada como la suma de la contribución de la plataforma móvil L_{MP} y la de las cadenas series L_{s_i} , $i = 1, 2, 3$. Además, la contribución de la plataforma móvil se define mediante las coordenadas \mathbf{x} del TCP y la contribución de las cadenas serie mediante las variables articuladas \mathbf{q} ,

$$L = \sum_{i=1}^3 L_{s_i}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + L_{MP}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = L_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + L_{MP}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \quad (5)$$

donde cada contribución Lagrangiana L_{s_i} y L_{MP} se define como la resta entre la energía cinética K y la energía potencial U de cada subsistema, $L = K - U$.

En el caso general, la plataforma móvil se define como un sólido rígido que se mueve libremente por el espacio. Por tanto, la energía cinética K_{MP} se define como:

$$K_{MP} = \frac{1}{2} ((m_p + m_c) \dot{\mathbf{p}}_{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{p}}_{\mathbf{x}}) \quad (6)$$

donde m_p es la masa de la plataforma móvil; m_c es la masa de la carga situada en el centro de masas de la plataforma móvil y $\dot{\mathbf{p}}_{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}$ es la velocidad lineal del TCP. Téngase en cuenta que el extremo del robot Delta solo se traslada, por lo que para éste caso concreto no hay que especificar orientación angular alguna de la plataforma móvil.

Por otro lado, la energía potencial se define simplemente en el plano z ,

$$U_{MP} = (m_p + m_c) g z \quad (7)$$

Siguiendo el mismo procedimiento, las energías cinéticas y potenciales de las cadenas series se obtienen,

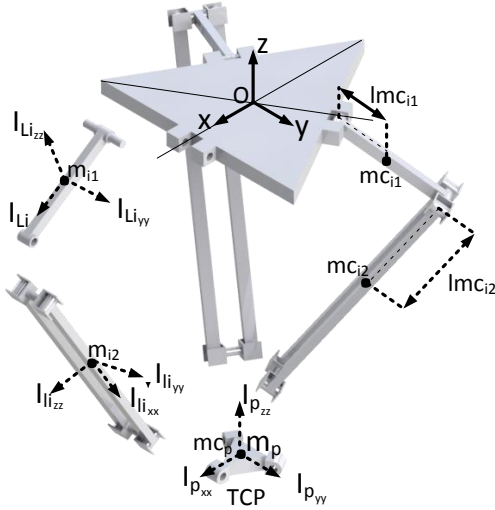


Figura 2: Localización de los centros de masas de los distintos elementos del robot Delta.

$$K_s = \frac{1}{2} \left(m_{ij} \mathbf{v}_{mcij}^T \mathbf{v}_{mcij} + \boldsymbol{\omega}_{mcij}^T \mathbf{I}_{mcij} \boldsymbol{\omega}_{mcij} \right) \quad (8)$$

donde m_{ij} es la masa, \mathbf{I}_{mcij} es la inercia centroe, \mathbf{v}_{mcij} es la velocidad lineal del centro de masas y $\boldsymbol{\omega}_{mcij}$ la velocidad angular del j^a elemento de la i^a cadena, como se puede apreciar en la Figura 2.

Para poder sumar la contribución de cada elemento de la cadena de manera compacta, se puede expresar la contribución cinemática en función de sus coordenadas naturales \mathbf{q} . Para ello, es necesario definir tanto la velocidad lineal $\mathbf{v}_{mcij}(\mathbf{q})$ como la angular $\boldsymbol{\omega}_{mcij}(\mathbf{q})$ en términos de este conjunto de coordenadas. Por lo tanto, siguiendo el procedimiento detallado en [16],

$$K_s = \sum_{i=1}^n K_{si} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \dot{\mathbf{q}}^T \left(\sum_{j=1}^2 \mathbf{M}_{sij} \right) \dot{\mathbf{q}} \quad (9)$$

donde \mathbf{M}_{sij} es la matriz de masas e inercias asociada al j^a elemento de la i^a cadena cinemática.

De la misma manera, la energía potencial de la cadena serie se define como la suma de contribuciones de cada elemento j de la i cadena.

$$U_s = \sum_{i=1}^3 U_{si} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left(m_{ij} g l_{mcij} \right) \quad (10)$$

donde l_{mcij} es la distancia vertical del centro de masas del j^a elemento de la i^a cadena al origen O .

2.3. ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

La resolución de la ecuación de movimiento requiere de la utilización del método de los Multiplicadores de Lagrange, ya que el modelo está compuesto por 12 variables de las cuales sólo 3 son independientes [13] q_1, q_2, q_3 . Para usar este método, se deben definir 9 multiplicadores λ_i de manera que la ecuación de movimiento asociado a cada subsistema serie será,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_s}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L_s}{\partial q_j} = \sum_{i=1}^9 \lambda_i \frac{\partial \Gamma_i(x, q_i)}{\partial q_j} + \tau_{q_i} \quad (11)$$

para $j = 1, \dots, 9$, siendo τ_{q_i} el par virtual o fuerza asociada a la variable articular q_j en caso de que todas las variables sean actuadas.

Para la plataforma móvil

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_{MP}}{\partial \dot{x}_k} \right) - \frac{\partial L_{MP}}{\partial x_k} = \sum_{i=1}^9 \lambda_i \frac{\partial \Gamma_i(x_k, q_i)}{\partial x_k} \quad (12)$$

donde $k = 1, 2, 3$.

Cada una de estas ecuaciones puede ser agrupada de forma que se obtenga una expresión compacta de la forma,

$$\mathbf{D}(\mathbf{a}) \ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C}(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{a}}) \dot{\mathbf{a}} + \mathbf{G}(\mathbf{a}) = \mathbf{v} \quad (13)$$

donde \mathbf{a} es la variable vector donde se define el modelo y \mathbf{v} es $\boldsymbol{\tau}_{q_i}$ para el caso de la Eq. (11) o $\mathbf{0}$ para el caso de la Eq. (12).

Para la obtención de un modelo compacto, los Multiplicadores de Lagrange son eliminados combinando las Eqs. (11) y (12). Posteriormente, se utilizan las matrices Jacobianas definidas en la Eq. (4) para definir el modelo en términos de las coordenadas de control \mathbf{q}_c , y proyectarlas en el espacio articulado,

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{D} \ddot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{G} \quad (14)$$

donde,

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{T}^T \mathbf{D}_q \mathbf{T}_q + [\mathbf{J}_{qa}^{-1}]^T \mathbf{D}_x \mathbf{J}_p \\ \mathbf{C} &= \mathbf{T}^T (\mathbf{D}_q \dot{\mathbf{T}}_q + \mathbf{C}_q \mathbf{T}_q) + [\mathbf{J}_{qa}^{-1}]^T (\mathbf{D}_x \dot{\mathbf{J}}_p + \mathbf{C}_x \mathbf{J}_p) \\ \mathbf{G} &= \mathbf{T}^T \mathbf{G}_q + [\mathbf{J}_{qa}^{-1}]^T \mathbf{G}_x \end{aligned} \quad (15)$$

De este modo, debido a que \mathbf{q}_c contiene información redundante, ésta se introduce directamente en el modelo. Es por ello que se requiere de menos transformaciones cinemáticas y de velocidades para el cálculo de las variables pasivas (estas son directamente medidas), y por consiguiente, el rendimiento del controlador basado en este modelo será mejor cuando aparecen perturbaciones externas.

3. CONTROL DE PAR COMPUTADO EXTENDIDO ESTABLE

El popular algoritmo del Control de Par Computado clásico utiliza el Modelo Dinámico Inverso (IDM) para linealizar y desacoplar la dinámica del robot. Una vez linealizada la dinámica, éste se convierte en un sistema desacoplado lineal, el cual puede ser fácilmente controlable con un controlador Proporcional-Derivativo (PD). El gran rendimiento que ofrece en los robots series ha hecho que este controlador haya sido ampliamente utilizado.

Debido a que la estrategia de control clásica tiene una gran dependencia de la exactitud del IDM, se presentan nuevos retos a la hora de extrapolarlo a los robots paralelos. Principalmente por la existencia de variables no actuadas q_{na} que se deben estimar para implementar la ley de control CTC.

En este sentido, en trabajos anteriores [15] se ha propuesto el uso de sensorización extra para medir algunas de las articulaciones pasivas y ofrecer mayor robustez a la estimación del posicionamiento del TCP, y por consiguiente, mejorar el rendimiento del robot. En este sentido, mientras que el CTC clásico utiliza sólo información de las articulaciones activas q_a , el CTC Extendido no sólo usa éstas sino que también utiliza la información adquirida de la sensorización extra de las articulaciones pasivas q_s .

El uso de sensorización extra permite medir los errores de todas las articulaciones sensorizadas. Sin embargo, se requiere proyectar adecuadamente los errores al espacio actuado debido a que sólo las articulaciones activas pueden ser manipuladas. En trabajos anteriores, el error en el espacio controlado $e = q_{c_ref} - q_c$ era directamente considerado como base de la ley de control. Siendo un conjunto de variables redundantes, la proyección del espacio actuado generaba jacobianas rectangulares por lo que la estabilidad asintótica del sistema no podía ser demostrada.

En este trabajo, se presenta una nueva estrategia, el CTC Estable Extendido. Esta estrategia no solo mantiene las ventajas de introducir sensorización extra, sino que además, garantiza la convergencia asintótica. Esta característica se consigue gracias a la modificación de la ley de control, la cual se define en términos del error proyectado en el espacio de salida estimado e^* , cuyas dimensiones son iguales al número de grados de libertad del robot. Esto permite demostrar la estabilidad del comportamiento del error de salida estimado.

De la relación definida en Eq. (4),

$$\dot{q}_c = J_{q_c} \dot{x} \quad (16)$$

Considerando la derivada en el tiempo como incrementos infinitesimales, la Eq. (16) puede ser reformulada como,

$$\frac{\Delta q_c}{\Delta t} = J_{q_c} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (17)$$

considerando Δq_c como el error de las variables sensorizadas y Δx como el error proyectado de estas variables en el espacio de salida x

$$\begin{aligned} \Delta q_c &= q_{c_ref} - q_c = e \\ \Delta x &= x_{ref} - x = e^* \end{aligned} \quad (18)$$

Siendo,

$$\begin{aligned} e &= J_{q_c} e^* \\ \dot{e} &= J_{q_c} \dot{e}^* + \dot{J}_{q_c} e^* \end{aligned} \quad (19)$$

La estrategia de control CTC Extendido Estable utiliza el IDM definido en términos de las coordenadas de control q_c (Sección 2),

$$\tau = D u + C \dot{q}_c + G \quad (20)$$

donde la ley de control u es,

$$u = \ddot{q}_{c_ref} + K_v \dot{e} + K_p e - (\ddot{J}_{q_c} + K_v \dot{J}_{q_c}) e^* - 2 \dot{J}_{q_c} \dot{e}^* \quad (21)$$

donde K_v y K_p son las matrices de ganancia constantes de velocidad y posición, respectivamente.

Si los términos son compactados mediante el uso de las relaciones definidas en Eq. (19), se obtiene la expresión compacta de la ley de control en función de los errores de q_c medidos,

$$\begin{aligned} u &= \ddot{q}_{c_ref} + [K_v - 2 \dot{J}_{q_c} J_{q_c}^\dagger] \dot{e} + \\ &[K_p - (\ddot{J}_{q_c} + K_v \dot{J}_{q_c}) J_{q_c}^\dagger + 2 \dot{J}_{q_c} J_{q_c}^\dagger \dot{J}_{q_c} J_{q_c}^\dagger] e \end{aligned} \quad (22)$$

El diagrama de bloques del controlador se define en la Figura 3,

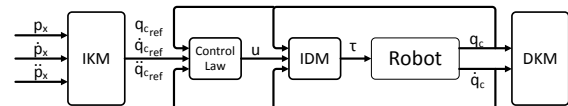


Figura 3: Diagrama de bloques del controlador.

Tabla 1: Tabla de parámetros de Omron Mini Delta CR-UGD4MINI-NR

	Base Fija	Eslabón Superior L_i			Eslabón Inferior l_i			Plataforma Móvil
Longitud (m)	$ \mathbf{a}_i = 0,100$	0,150	0,150	0,150	0,400	0,400	0,400	$ \mathbf{d}_i = 0,040$
Masa (kg)		0,0365			0,1319			0,1278
Inercia ($kg\ m^2$)		$I_{L_{i_{xx}}} = 2,2781 \cdot 10^{-6}$ $I_{L_{i_{yy}}} = 8,7001 \cdot 10^{-5}$ $I_{L_{i_{zz}}} = 8,6422 \cdot 10^{-5}$			$I_{l_{i_{xx}}} = 2,0023 \cdot 10^{-6}$ $I_{l_{i_{yy}}} = 0,0010$ $I_{l_{i_{zz}}} = 0,0010$			$I_{p_{xx}} = 4,6225 \cdot 10^{-5}$ $I_{p_{yy}} = 4,6225 \cdot 10^{-5}$ $I_{p_{zz}} = 9,1472 \cdot 10^{-5}$

3.1. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

La demostración de la estabilidad de la ley de control propuesta se basa en la suposición de un modelo dinámico perfecto y considerando la proyección del error de salida estimado \mathbf{e}^* .

Combinando el modelo dinámico del robot (14) y la ley de control (20),

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \mathbf{D} \ddot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{G} \\ \tau &= \mathbf{D} \mathbf{u} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{G} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{D} (\mathbf{u} - \ddot{\mathbf{q}}_c) = \mathbf{0} \quad (23)$$

Substituyendo la ley de control definida en la Eq. (21) por la Eq. (23) y desarrollando la ecuación se obtiene,

$$\mathbf{D} (\mathbf{J}_{\mathbf{q}_c} \ddot{\mathbf{e}}^* + \mathbf{K}_v \mathbf{J}_{\mathbf{q}_c} \dot{\mathbf{e}}^* + \mathbf{K}_p \mathbf{J}_{\mathbf{q}_c} \mathbf{e}^*) = \mathbf{0} \quad (24)$$

donde $\mathbf{J}_{\mathbf{q}_c}$ puede ser factorizado,

$$\mathbf{D} \mathbf{J}_{\mathbf{q}_c} (\ddot{\mathbf{e}}^* + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}}^* + \mathbf{K}_p \mathbf{e}^*) = \mathbf{0} \quad (25)$$

ahora $\mathbf{D} \mathbf{J}_{\mathbf{q}_c}$ es una matriz cuadrada invertible de las mismas dimensiones que \mathbf{x} , por lo que,

$$\ddot{\mathbf{e}}^* + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}}^* + \mathbf{K}_p \mathbf{e}^* = \mathbf{0} \quad (26)$$

Como se puede apreciar, la expresión de la Eq. (26) coincide con la definición de la respuesta de un sistema de segundo orden, la cual es bien sabido que converge asintóticamente a cero, y por consiguiente, garantiza la estabilidad.

4. CASO DE ESTUDIO

Para validar la ley de control desarrollada, ésta ha sido implementada en uno de los robots paralelos más utilizados, el robot Delta. Se ha seleccionado un robot Omron Mini Delta CR-UGD4MINI-NR, cuya respuesta dinámica ha sido modelada mediante el software multibody ADAMS. Los parámetros utilizados para el modelo dinámico se han obtenidos directamente del prototipo, los cuales están resumidos en la Tabla 1. Los parámetros del controlador se han sintonizado de manera

que se obtenga una respuesta con un error proyectado de $\xi = 0,7$ y una frecuencia natural de $\omega_n = 45$ rad/s (Eq. 26), obteniendo unas constantes de, $K_p = 2000$ y $K_v = 63$.

Con la intención de validar la estrategia, el comportamiento del error proyectado ha sido simulado en un escenario ideal. Para ello, inicialdo el robot en $\mathbf{x}_0 = [0 \ 0 \ -0,34]^T$ (m) se ha introducido una referencia escalón de $\mathbf{x}_r = [0,8 \ 0,04 \ -0,7]^T$ (m).

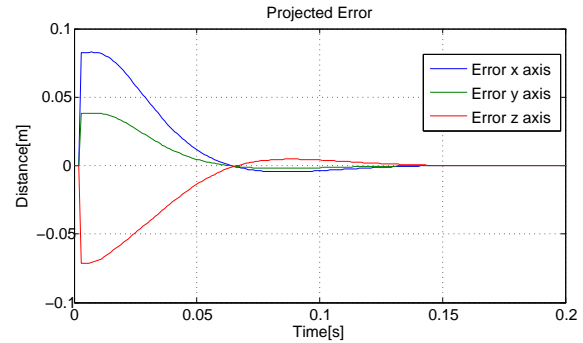


Figura 4: Error de las coordenadas espaciales a una entrada escalón.

En la Figura 4 se puede apreciar la respuesta del error proyectado para cada una de las coordenadas de salida \mathbf{e}^* . Como se puede apreciar, el error proyectado converge asintóticamente a cero siguiendo la respuesta de segundo orden definida por Eq. 26.

Posteriormente, se analiza el comportamiento del controlador propuesto. Como se afirma anteriormente, la gran ventaja del uso de sensorización extra en la ley de control se obtiene, principalmente, cuando existen errores de identificación de parámetros del modelo. Es por ello que se ha comparado el CTC Extendido Estable propuesto con el CTC clásico, donde sólo se sensorizan las articulaciones activas.

En las simulaciones se ha considerado que el robot lleva una carga de 200g en el TCP, pero sin embargo este parametro no ha sido introducido en el IDM utilizado para implementar tanto el CTC clásico como el CTC Extendido Estable. Por lo tanto, existe una diferencia entre la dinamica real y los

parámetros utilizados para el controlador. Ambos controladores han sido sintonizados con los mismos parámetros anteriormente determinados, y se ha introducido una trayectoria circular a seguir para ambos modelos (Fig. 5).

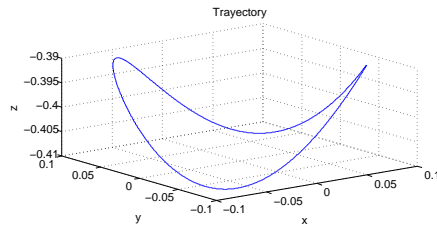


Figura 5: Representación 3D de la trayectoria de referencia.

La Figura 6 y la Figura 7 representan las respuestas del error en las coordenadas espaciales obtenidas para la estrategia CTC Extendido Estable y para el CTC clásico, respectivamente. Como se puede observar, el CTC Extendido Estable sigue la trayectoria de referencia de forma más precisa, error máximo en el CTC Extendido Estable es de $0,3516\text{mm}$ y el error máximo en el CTC clásico es de $0,3678\text{mm}$. El comportamiento general, por lo tanto, es un 4.6% más preciso utilizando el controlador propuesto.

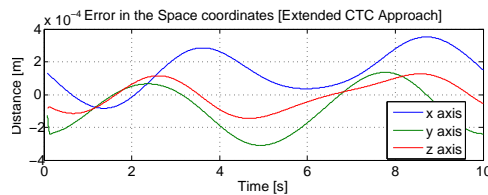


Figura 6: Error en coordenadas espaciales a una trayectoria de referencia compleja en el CTC Extendido Estable.

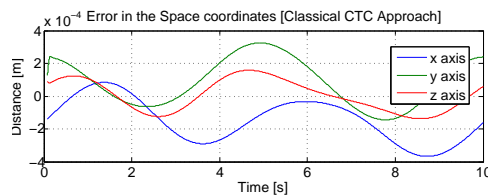


Figura 7: Error en coordenadas espaciales a una trayectoria de referencia compleja en el CTC clásico.

5. CONCLUSIONES

En este artículo se presenta una nueva ley de control para robots paralelos basada en la estrategia CTC y se ha demostrado su estabilidad. La ley de control presentada, utiliza información redundante mediante el uso de sensorización extra, lo que

permite tener una mejor estimación de las variables del sistema y del posicionamiento del TCP.

El control desarrollado, el CTC Extendida Estable, ha sido implementado en un robot Delta utilizando el software multibody ADAMS. En los resultados obtenidos, se ha demostrado la convergencia asintótica del error, tanto para una trayectoria constante como para una referencia compleja. El control presentado, consigue un 4.6% menos de error que la estrategia clásica, lo que la hace más apropiada para aplicaciones de mayor rapidez y/o mayor precisión.

En líneas futuras, este algoritmo va a ser implementado en tiempo real en la plataforma Omron Mini Delta CR-UGD4MINI-NR comercial.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad MINECO&FEDER en el marco del proyecto DPI-2012-32882, así como por los proyectos BES-2013-066142 del ministerio de Economía y Competitividad, IT719-13 del Gobierno Vasco y UFI11/28 de la UPV/EHU.

Referencias

- [1] H. Abdellatif and B. Heimann. Computational efficient inverse dynamics of 6-DOF fully parallel manipulators by using the Lagrangian formalism. *Mech. Mach. Theory*, 44(1):192–207, Jan. 2009.
- [2] C. Brecher, T. Ostermann, and D. Friedrich. control concept for pkm considering the mechanical coupling between actuator. In *Proc. 5th Chemnitz Parallel Kinemat. Semin.*, pages 413–427, 2006.
- [3] P. Chiacchio, F. Pierrot, L. Sciavicco, and B. Siciliano. Robust design of independent joint controllers with experimentation on a high-speed parallel robot. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 40(4):393–403, 1993.
- [4] A. Codourey. Dynamic modeling of parallel robots for computed-torque control implementation. *Int. J. Rob. Res.*, 17(12):1325–1336, Dec. 1998.
- [5] I. Davliakos and E. Papadopoulos. Model-based control of a 6-dof electrohydraulic Stewart–Gough platform. *Mech. Mach. Theory*, 43(11):1385–1400, Nov. 2008.
- [6] F. Ghorbel. Modeling and PD control of closed-chain mechanical systems. In *Proc. 1995 34th IEEE Conf. Decis. Control*, volume 1, pages 540–542. IEEE, 1995.

- [7] F. Ghorbel, O. Chetelat, R. Gunawardana, and R. Longchamp. Modeling and set point control of closed-chain mechanisms: theory and experiment. *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, 8(5):801–815, 2000.
- [8] R. Gunawardana and F. Ghorbel. PD Control of Closed-Chain Mechanical Systems : An A Reduced Model for Closed-Chain. 1:79–84, 1997.
- [9] Q. Li and F. Wu. Control performance improvement of a parallel robot via the design for control approach. *Mechatronics*, 14(8):947–964, Oct. 2004.
- [10] J. Merlet. *Parallel Robots*. Illustrate edition, 2006.
- [11] F. Paccot, N. Andreff, and P. Martinet. A Review on the Dynamic Control of Parallel Kinematic Machines: Theory and Experiments. *Int. J. Rob. Res.*, 28(3):395–416, Mar. 2009.
- [12] Y. Su and J. Mills. Nonlinear PD Synchronized Control for Parallel Manipulators. In *Proc. 2005 IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, number April, pages 1374–1379. IEEE, 2005.
- [13] L. Tsai. *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. Wiley-Interscience, New YOrk, 1 edition, 1999.
- [14] A. Vivas and P. Poignet. Control Predictivo de un Robot Paralelo. *Rev. Iberoam. automática e informática Ind. (RIAI)*, 3(4):46–53, 2006.
- [15] A. Zubizarreta, I. Cabanes, M. Marcos, and C. Pinto. Control of parallel robots using passive sensor data. In *2008 IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, pages 2398–2403. IEEE, Sept. 2008.
- [16] A. Zubizarreta, I. Cabanes, M. Marcos, and C. Pinto. A redundant dynamic model of parallel robots for model-based control. *Robotica*, 31(02):203–216, May 2012.
- [17] A. Zubizarreta, I. Cabanes, M. Marcos-Muñoz, and C. Pinto. *Experimental Validation of the Extended Computed Torque Control Approach in the 5R Parallel Robot Prototype*, volume 7507 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2012.