

# PLANEACION Y EJECUCION DE TRAYECTORIAS EN UN ROBOT DELTA

Autores

DIEGO EDISSÓN FLÓREZ VERGARA  
FABIAN CAMILO CASTRO RIVEROS

UNIVERSIDAD MILITAR NUEVA GRANADA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA EN MECATRÓNICA  
BOGOTÁ, D.C.  
2014

# PLANEACION Y EJECUCION DE TRAYECTORIAS EN UN ROBOT DELTA

Autores

DIEGO EDISSON FLOREZ VERGARA  
FABIAN CAMILO CASTRO RIVEROS

Trabajo de Grado para optar por el título de  
Ingeniero en Mecatrónica

Director

Ing. RICARDO ANDRÉS CASTILLO ESTEPA MS.c

UNIVERSIDAD MILITAR NUEVA GRANADA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA EN MECATRÓNICA  
BOGOTÁ, D.C.  
2014

**Nota de aceptación:**

El trabajo de grado titulado “PLANEACION Y EJECUCION DE TRAYECTORIAS EN UN ROBOT DELTA”, elaborado y presentado por los estudiantes Diego Edissón Flórez Vergara y Fabian Camilo Castro Riveros, como requisito para optar al título de ingeniero en Mecatrónica, fue aprobado por el jurado calificador.

---

**Prof. Ing. Ricardo Castillo M.Sc**

---

**Firma del jurado**

---

**Firma del jurado**

Bogotá 10 de Noviembre de 2014

## **DEDICATORIA**

Este trabajo de grado es dedicado principalmente a Dios, así como a nuestros amados padres Luis Gonzalo Flórez Roncancio, Flor Marina Vergara Quemba, Fabio Jaime Castro Jay y Gladys Riveros Alejo por todo su apoyo y esfuerzo incondicional brindado en todos estos años para sacar adelante a sus hijos y hacerlas personas de bien.

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores agradecen a:

El director e ingeniero Ricardo Andrés Castillo Estepa quien es, ha sido y será tanto un gran profesor como un apoyo y motivador hacía la investigación, además a su incondicional disponibilidad y asesoría durante todo el desarrollo del trabajo de investigación.

A los diferentes profesores por todo su apoyo y comprensión a través de sus respectivas asignaturas, a nuestros compañeros de estudio, los laboratoristas, y muchas otras personas que siempre estuvieron de una u otra forma dispuestos a colaborar de cualquier manera al satisfactorio desarrollo de este proyecto.

Diego Edissón Flórez Vergara  
Fabián Camilo Castro Riveros

## **RESUMEN**

El principal objetivo de este trabajo de investigación es el planear y ejecutar trayectorias eficientes en un robot delta, a través de una interfaz gráfica (GUI), y un adecuado circuito electrónico que se integre óptimamente con el prototipo mecánico ya diseñado e implementado en el laboratorio de Robótica de la Universidad Militar Nueva Granada, teniendo en cuenta y respetando sus diferentes propiedades como; estructura mecánica, espacio de trabajo, cinemática, dinámica y singularidades de movimiento, que permitan el correcto desarrollo e implementación de un algoritmo que logre describir y controlar eficientemente las trayectorias planeadas.

### **Palabras Claves:**

Robot Delta, espacio de trabajo, espacio cartesiano, espacio de articulación, cinemática directa, cinemática inversa, Jacobiano, singularidades, polinomio tercer orden.

## **ABSTRACT**

The main objective of this research is the efficient planning and executing a delta robot trajectories through a graphical user interface (GUI) and a suitable electronic circuit is integrated optimally with the mechanical prototype and designed and implemented in the laboratory Robotics Universidad Militar Nueva Granada, taking into account and respecting their different properties; Dynamic mechanical kinematic structure, workspace, and singularity of motion, which allow the correct development and implementation of an algorithm that achieves the description and efficiently manage the planned trajectories.

### **Key Words:**

Delta robot, workspace, Cartesian space, joint space, forward kinematics, inverse kinematics, Jacobian, singularities, third-order polynomial.

---

## CONTENIDO

---

CAPITULO 1: PREAMBULO.....	1
INTRODUCCION .....	1
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	2
OBJETIVOS .....	4
JUSTIFICACION .....	4
METODOLOGIA.....	5
 CAPITULO 2: MARCO CONCEPTUAL .....	7
2.1 MANIPULADORES INDUSTRIALES .....	7
2.2 ESPACIO DE TRABAJO.....	8
2.3 SINGULARIDADES.....	9
2.4 CAMINOS Y/O RUTAS .....	9
2.5 TRAYECTORIAS .....	10
2.5.1 Trayectorias Punto a Punto .....	11
2.5.2 Trayectorias Multipunto .....	11
2.5.2.1 Interpolación.....	12
2.5.2.2 Aproximación.....	12
2.6 ESPACIO CARTESIANO .....	13
2.6.1 Ventajas .....	13
2.6.2 Desventajas.....	14
2.7 ESPACIO DE ARTICULACION.....	14
2.7.1 Ventajas .....	15
2.7.2 Desventajas.....	15
2.8 PLANIFICACIÓN DE TRAYECTORIAS .....	15
2.8.1 Trayectorias Polinómicas .....	16
2.8.2 Trayectorias Trigonométricas .....	17
2.8.3 Trayectorias Exponenciales .....	20



CAPITULO 3: ESTADO DEL ARTE.....	21
3.1 EVOLUCIÓN EN LOS ROBOTS INDUSTRIALES.....	21
3.2 HISTORIA DEL ROBOT DELTA .....	24
3.3 ACTUALIDAD DEL ROBOT DELTA .....	26
 CAPITULO 4: PLANEACIÓN TRAYECTORIAS EN EL ROBOT DELTA.....	30
4.1 ESPACIO DE TRABAJO ROBOT DELTA.....	30
4.2 CINEMÁTICA ROBOT DELTA .....	31
4.2.1 Cinemática Inversa .....	31
4.2.2 Cinemática Directa .....	32
4.3 PLANEACIÓN TRAYECTORIAS .....	33
4.3.1 Espacio Cartesiano .....	33
4.3.2 Espacio de Articulaciones .....	35
 CAPITULO 5: MEJORAMIENTO Y ADAPTACIÓN EN EL ROBOT DELTA .....	37
5.1 CIRCUITO ELECTRÓNICO .....	37
5.1.1 Diseño del circuito electrónico .....	37
5.1.2 Construcción del circuito electrónico .....	38
5.2 INTERFAZ GRAFICA DE USUARIO (GUI) .....	40
5.3 EJECUCIÓN DE TRAYECTORIAS ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	42
5.3.1 Algoritmo de Ejecución.....	42
5.3.1 Trayectoria 1 .....	42
5.3.2 Trayectoria 2 .....	53
 CAPITULO 6: CONCLUSIONES .....	57
 BIBLIOGRAFÍA.....	58

---

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1. Prototipo Robot Delta, laboratorio robótica UMNG .....	1
Figura 2. Robot serial en una operación de paletizado (PPO) .....	7
Figura 3. Robot paralelo con seis cadenas seriales.....	8
Figura 4. Camino y/o ruta a seguir por un robot.....	9
Figura 5. Clasificación de técnicas para generar trayectorias.....	10
Figura 6. Movimiento punto a punto en un manipulador .....	11
Figura 7. Movimiento multipunto (continuo) en un manipulador .....	11
Figura 8. Interpolación de una trayectoria a través de un conjunto de puntos.....	12
Figura 9. Aproximación de una trayectoria a través de un conjunto de puntos.....	12
Figura 10. Posición, velocidad y aceleración en el espacio cartesiano.....	13
Figura 11. Representación típica en el espacio de articulación. ....	14
Figura 12. Manipulador siguiendo una trayectoria para insertar una clavija .....	16
Figura 13. Construcción geométrica de un movimiento armónico .....	17
Figura 14. Construcción geométrica de un movimiento cicloidal .....	18
Figura 15. Construcción geométrica de un movimiento elíptico.....	19
Figura 16. Prototipo de uno de los telemanipuladores de Ray Goertz.....	21
Figura 17. En su totalidad eléctricos a) IRB-6 y b) SCARA Goertz.....	22
Figura 18. Robots a) Cincinnati Milacron T3 y b) The Unimation PUMA 560 .....	23
Figura 19. Robot Delta de R. Clavel. (US patent No. 4976582).....	24
Figura 20. Robot Delta en industria alimentaria (Demaurex and SIG Robotics) ....	25
Figura 21. ABB Flexible Automation's IRB 340 FlexPicker .....	26
Figura 22. Parallel Robot (Delta Robot): Adept Quattro s650H .....	27
Figura 23. FANUC Robot M-1 <i>i</i> A Compact High-speed Assembly.....	27
Figura 24. FANUC Robot M-3 <i>i</i> A High speed picking and Assembly Robot .....	28
Figura 25. asyríl Pocket Delta Miniature robot for micro-assembly.....	28
Figura 26. Sistema de automatización para envases primarios y secundarios.....	29
Figura 27. Visualización en el espacio y distintos planos del espacio de trabajo ..	30
Figura 28. Circuito electrónico original robot Delta .....	37
Figura 29. Tarjeta de desarrollo ARDUINO LEONARDO .....	38
Figura 30. PCB en EAGLE y PCB a fabricar .....	38
Figura 31. Visualización 3D del circuito final en Solidworks .....	39
Figura 32. Visualización del circuito final a incorporar en el robot Delta .....	39
Figura 33. Modelo CAD del robot Delta realizado en Solidworks.....	40
Figura 34. Interfaz gráfica de usuario (GUI).....	41
Figura 35. Proceso cíclico en la planeación y ejecución de trayectorias .....	41
Figura 36. Comportamiento del punto vía 1 en espacio de articulaciones.....	43
Figura 37. Comportamiento del punto vía 2 en espacio de articulaciones.....	43
Figura 38. Comportamiento del punto vía 3 en espacio de articulaciones.....	43

Figura 39. Comportamiento del punto vía 1 en espacio cartesiano .....	44
Figura 40. Comportamiento del punto vía 2 en espacio cartesiano .....	44
Figura 41. Comportamiento del punto vía 3 en espacio cartesiano .....	44
Figura 42. Comportamiento de trayectoria plano XY .....	45
Figura 43. Comportamiento de trayectoria espacio XYZ.....	46
Figura 44. Grafica con un número de puntos igual a 100 .....	47
Figura 45. Grafica con un número de puntos igual a 10 .....	47
Figura 46. Grafica con una magnitud de velocidad 5.....	48
Figura 47. Grafica con una magnitud de tiempo 10 .....	48
Figura 48. Comportamiento del actuador 1 en el punto vía 1 .....	49
Figura 49. Comportamiento del actuador 1 en el punto vía 2 .....	50
Figura 50. Comportamiento del actuador 1 en el punto vía 3 .....	50
Figura 51. Comportamiento del actuador 2 en el punto vía 1 .....	50
Figura 52. Comportamiento del actuador 2 en el punto vía 2 .....	51
Figura 53. Comportamiento del actuador 2 en el punto vía 3 .....	51
Figura 54. Comportamiento del actuador 3 en el punto vía 1 .....	51
Figura 55. Comportamiento del actuador 3 en el punto vía 2 .....	52
Figura 56. Comportamiento del actuador 3 en el punto vía 3 .....	52
Figura 57. Simulación 1 Robot Delta trayectoria 1.....	53
Figura 58. Simulación 2 Robot Delta trayectoria 1.....	53
Figura 59. Comportamiento del punto vía 1 en espacio cartesiano .....	54
Figura 60. Comportamiento del punto vía 2 en espacio cartesiano .....	55
Figura 61. Comportamiento del punto vía 3 en espacio cartesiano .....	55
Figura 62. Comportamiento del punto vía 4 en espacio cartesiano .....	55
Figura 63. Simulación 1 Robot Delta trayectoria 2.....	56
Figura 64. Simulación 2 Robot Delta trayectoria 2.....	56

---

## CAPITULO 1: PREÁMBULO

---

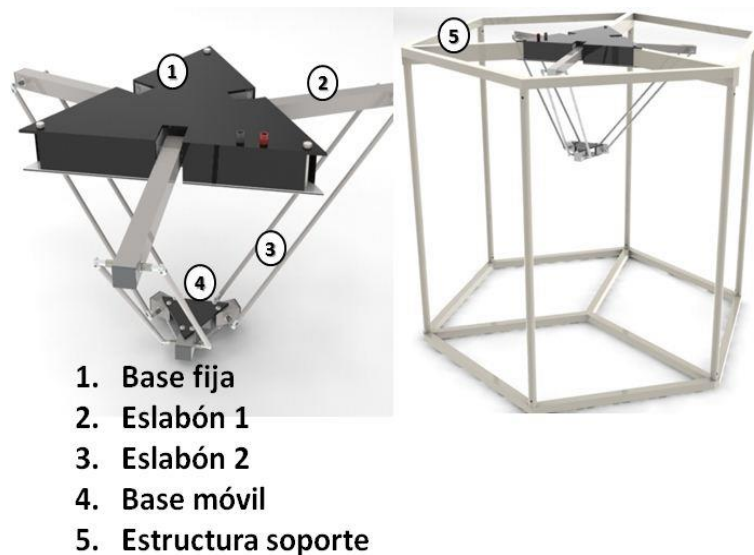
### INTRODUCCIÓN

Una de las principales temáticas de interés en las áreas de robótica en las últimas décadas ha sido la planificación automática de movimientos, teniendo como principal objetivo, conseguir programar los robot mediante un lenguaje de alto nivel, permitiendo al robot compilar instrucciones para realizar automáticamente la tarea asignada: *moverse de un punto inicial a un punto terminal*.

En la actualidad la Universidad Militar Nueva Granada, el programa de Ingeniería en Mecatrónica cuenta con un prototipo mecánico de un robot Delta (Figura 1) para el desarrollo de prácticas de laboratorio, que permite a los estudiantes ampliar sus conocimientos sobre las distintas propiedades que poseen los manipuladores paralelos, tales como:

- Estructura mecánica
- Análisis estático
- Análisis Cinemático
- Aplicaciones

Pero el cual no cuenta con un sistema de planificación y ejecución de trayectorias que le permitan al manipulador desarrollar sus diversos movimientos o tareas específicas de una forma controlada y uniforme.



**Figura 1.** Prototipo Robot Delta, laboratorio robótica UMNG.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Urrea, Lucas., Medina, Sergio. Diseño e Implementación de una Plataforma Robotica Tipo Delta. Trabajo de grado. Universidad Militar Nueva Granada. Facultad de Ingeniería. Ingeniería Mecatronica. 2012.

Por ende, el objetivo de este trabajo de grado, es la integración de un sistema eficiente que permita la planeación y ejecución de trayectorias en el robot Delta del laboratorio de robótica, permitiéndole simular y ejecutar diversas tareas que se trabajan a nivel industrial en la actualidad.

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

El robot Delta es un manipulador paralelo, el cual consta de tres cadenas cinemáticas cerradas de configuración PR(Ps), donde (Ps) representa el espacio paralelogramo de cuatro barras con cuatro articulaciones esféricas, y donde PR representa que cada una de las cadenas cinemáticas se compone de una articulación prismática pasiva y una articulación de rotación activa que conectan una base fija a una base móvil (Liu and Wang,2014).

Algunas ventajas y desventajas del robot Delta como también de muchas otras plataformas paralelas son:

<b>VENTAJAS</b>	<b>DESVENTAJAS</b>
Arquitectura más rígida	Cinemática compleja
Relación carga/peso muy superior	Espacio de trabajo reducido
Robot ligero	Calibración compleja
Alta precisión	Posiciones singulares complejas
Altas velocidades y aceleraciones	Tecnologías no desarrolladas

El robot Delta como la mayoría de los robots industriales que son diseñados, contruidos e implementados en la actualidad tienen como principal objetivo el aumentar la productividad y calidad de los trabajos realizados por los seres humanos y en ciertos casos realizar trabajos que pueden ser tediosos o peligrosos.

Los robots industriales se pueden clasificar así de diversas maneras (Mellado, 2011):

1. Temporalmente, es decir de acuerdo a su fecha de fabricación.
2. Por su grado de inteligencia.
3. Por su funcionalidad.
4. Por el tipo de control, que de acuerdo con la Asociación Francesa de Robótica Industrial (AFRI) realiza una clasificación de los robots según el tipo de control utilizado en cuatro categorías:
  - Tipo A o tele-manipulado: Que posee un control manual o telemando.
  - Tipo B o secuencial: Automático es decir, que posee ciclos pre-ajustados, regulación mediante fines de carrera o topes, control por PLC y accionamientos ya sean neumáticos, eléctricos o hidráulicos.
  - Tipo C o de trayectoria controlable: Que es programable ya sea con trayectorias continuas o punto a punto, pero que carece de conocimientos sobre su entorno.
  - Tipo D o adaptativo: Que es capaz de adquirir datos de su entorno, readaptando así sus tareas en función de dichos datos.
5. Por su geometría o configuración
  - Robots industriales manipuladores.
  - Robots industriales móviles.

Por la clasificación mencionada anteriormente y debido a que uno de los temas de mayor interés e investigación que está surgiendo en la actualidad referente a los robots industriales, es el de como poder definir el movimiento de estos, controlándolos de manera que sigan un trayectoria pre planificada. El objetivo entonces es poder establecer que trayectorias son las que debe seguir cada articulación del robot a lo largo del tiempo para conseguir los objetivos fijados inicialmente, y simultáneamente ir cumpliendo una serie de restricciones físicas impuestas por los actuadores que permitan cumplir con las propiedades de las trayectorias, como son velocidad, precisión, exactitud, etc.

Entre los factores de mayor trascendencia que se abarcan en la planificación y ejecución de trayectorias, se encuentra el análisis de rendimiento que los diversos actuadores involucrados en el mecanismo pueden llegar a tener realmente a la hora

de ejecutar cualquier trayectoria, tal que el robot pueda garantizar movimientos suaves y uniformes, es decir controlados.

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente, el desarrollo de este proyecto pretende dar respuesta principalmente a lo siguiente:

¿Se puede diseñar e implementar una interfaz gráfica de usuario (GUI) eficiente para la planeación y ejecución de trayectorias que se compenetre completamente con el prototipo de robot Delta disponible?

¿La interfaz de usuario desarrollada será óptima para ver y analizar las propiedades cinemáticas y dinámicas y el seguimiento de trayectorias generadas en tiempo real?

¿El desarrollo final de este trabajo de grado podrá añadirle al robot Delta un comportamiento más real, asemejándolo a los prototipos que se pueden encontrar actualmente en la industrial?

### **OBJETIVO GENERAL**

- Planear y ejecutar trayectorias en un robot Delta, describiendo eficientemente el movimiento deseado para la ubicación del efector final en el espacio de trabajo.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Modelar el sistema dinámico del robot con el fin de poder planear y ejecutar trayectorias deseadas.
- Diseñar e implementar una interfaz gráfica adecuada que permita ver el seguimiento de una trayectoria deseada en tiempo real.
- Diseñar e implementar un circuito electrónico eficiente que permita la integración de la interfaz gráfica y el mecanismo del robot.

### **JUSTIFICACIÓN**

Los robots tienen como función principal servir de herramienta para el ser humano en las diversas tareas complejas y/o riesgosas en las cuales se pueden desempeñar de mejor manera, dichas tareas requieren de movimientos coordinados y precisos por parte del robot para poder desarrollarlas de forma eficiente. Por lo cual es de suma importancia el poder entender las propiedades cinemáticas y dinámicas de los robots, para así comprender y analizar su capacidad de movimiento proyectado

hacia la planificación y generación de trayectorias en la elaboración de cualquier actividad.

Debido al continuo crecimiento de la robótica en la industria, cada vez se hace más necesario que los estudiantes afines a esta ciencia tengan un mayor conocimiento sobre los distintos robots y sus aplicaciones que rigen actualmente la industria mundial, en los cuales hay un gran porcentaje de manipuladores en paralelo.

Por medio de este trabajo de grado se pretende incluir la planeación y ejecución de trayectorias en un prototipo de robot Delta diseñado e implementado en la universidad, a través de una interfaz gráfica de usuario que pueda interactuar con el prototipo mecánico en tiempo real, permitiéndole simular y ejecutar trayectorias reales implementadas en la industria actual.

De igual manera este trabajo pretende aportar de forma académica a la Universidad Militar Nueva Granada y al programa de Ingeniería en Mecatrónica motivando el aprendizaje, la investigación y el desarrollo de nuevos proyectos relacionados con el área de robótica y específicamente en el robot Delta y sus diferentes áreas de aplicación.

## **METODOLOGÍA**

### **1. Planteamiento del problema**

- Definición y delimitación del proyecto: ¿Qué? ¿Para qué?
- Definición del objetivo general y los objetivos específicos.
- Justificación del proyecto: ¿Por qué?
- Metodología de desarrollo del proyecto: ¿Cómo?

### **2. Recopilación de información**

- Estado del arte del robot Delta (Historia, actualidad y proyección).
- Recopilación científica sobre planeación de trayectorias en manipuladores paralelos específicamente en el manipulador tipo Delta.

### **3. Modelamiento del sistema**

- Reconocimiento y modelamiento dinámico del prototipo mecánico.
- Modelamiento analítico y numérico de los diferentes algoritmos de generación de trayectorias en manipuladores paralelos.
- Selección del algoritmo de generación de trayectorias más eficiente a implementar.



#### **4. Diseño**

- Diseño de software: Implementación de la planeación de trayectorias por medio de una interfaz gráfica de usuario (GUI) eficiente a través de un computador.
- Diseño electrónico: Implementación de un circuito electrónico adecuado para la comunicación entre el computador y el prototipo mecánico.

#### **5. Ensamblaje y pruebas**

- Empalmar la interfaz gráfica de usuario (GUI), el circuito electrónico y el prototipo mecánico.
- Pruebas de comunicación entre la interfaz gráfica de usuario (GUI), circuito electrónico y prototipo mecánico.
- Pruebas de corrección y verificación de un óptimo funcionamiento del proyecto.

#### **6. Análisis de Resultados**

- Verificar el correcto funcionamiento del proyecto y concluir sobre los resultados.

---

## CAPITULO 2: MARCO CONCEPTUAL

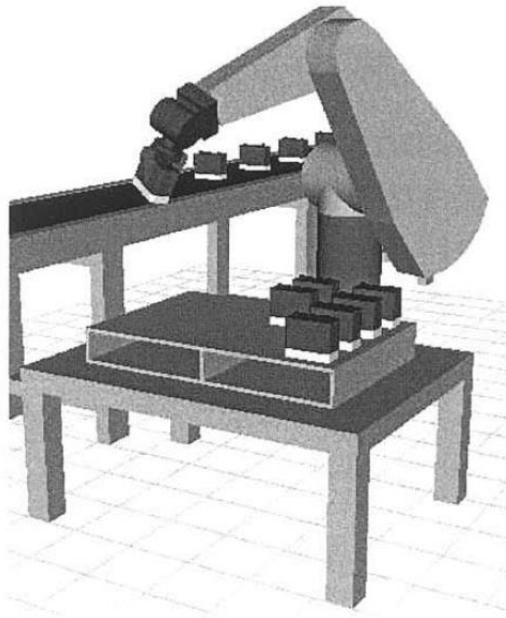
---

### **2.1 MANIPULADORES INDUSTRIALES**

Desde sus primeros modelos hasta los más influyentes en la actualidad se han generado diversas interpretaciones sobre que es un robot industrial, por lo tanto, a continuación se presentan dos de las más significativas (Barrientos et al., 2007).

- RIA (*Robotic Industries Association*): Manipulador multifuncional reprogramable, capaz de mover materias, piezas, herramientas o dispositivos especiales, según trayectorias variables, programadas para realizar tareas diversas
- ISO (*International Organization for Standardization*): Manipulador de tres ejes o más, con control automático, reprogramable, multiplicación, móvil o no, destinado a ser utilizado en aplicaciones de automatización industrial. Incluye al manipulador (sistema mecánico y accionadores) y al sistema de control (software y hardware de control y potencia).

La estructura más influyente de los robots industriales ha sido la de los manipuladores seriales o de cadena cinemática abierta, es decir, cuando solamente hay una secuencia de eslabones unidos entre sí, que conectan los dos extremos de la cadena (Figura 2) (Siciliano et al., 2009).

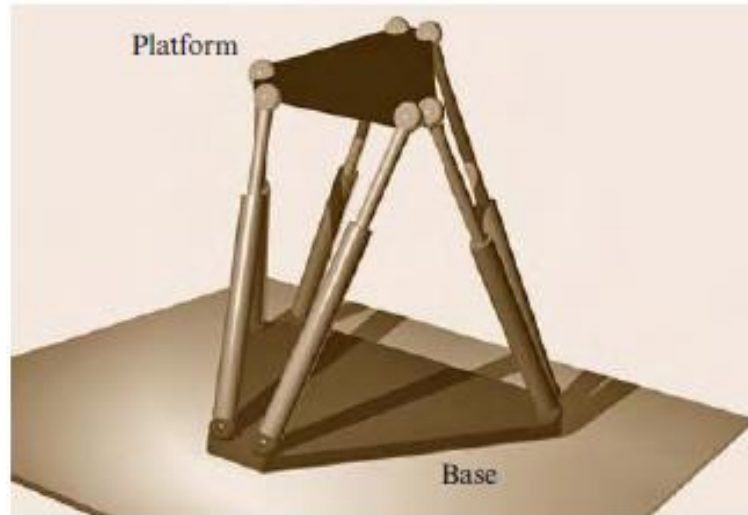


**Figura 2.** Robot serial en una operación de paletizado (PPO).<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> Angeles, Jorge., 2007. Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms, 3<sup>rd</sup>ed. Springer.

Como alternativa a los manipuladores seriales están los manipuladores paralelos o de cadena cinemática cerrada, es decir, cuando hay varias secuencias de eslabones unidos entre sí, que conectan los dos extremos de las cadenas formando un lazo cerrado (Figura 3) (Siciliano et al., 2009).



**Figura 3.** Robot paralelo con seis cadenas seriales.<sup>3</sup>

## **2.2 ESPACIO DE TRABAJO**

El espacio de trabajo está definido por el conjunto de puntos que puede alcanzar el robot alrededor de sí mismo, con base en su configuración y tamaño de sus vínculos y articulaciones de la muñeca. La forma del espacio de trabajo para cada robot es exclusiva, ya que depende de su diseño (Niku, 2010).

El espacio de trabajo se puede subdividir en dos categorías así (Spong et al., 2005):

- Espacio de trabajo alcanzable: Está compuesto por el conjunto de puntos alcanzables por el manipulador.
- Espacio de trabajo diestro: Está compuesto por el conjunto de puntos que el manipulador puede alcanzar con una orientación arbitraria de su efector final.

---

<sup>3</sup> Siciliano, Bruno., Khatib, Oussama., 2008. Springer handbook of robotics. Springer.

## **2.3 SINGULARIDADES**

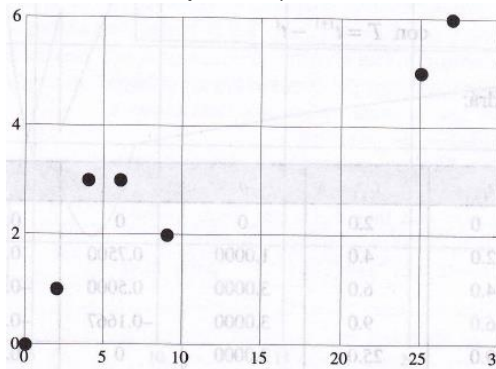
Una configuración singular o singularidad en un manipulador se produce cuando este ha perdido uno o más grados de libertad (viéndolo desde el espacio cartesiano). Esto significa que hay cierta dirección o sub-espacio en el espacio cartesiano sobre la cual es imposible mover el efector final del robot, sin importa que proporciones de articulación estén seleccionadas, pudiéndose así clasificar las singularidades en dos tipos(Siciliano et al., 2009).

**Singularidades en la frontera del espacio de trabajo:** Ocurren cuando el manipulador está completamente extendido o doblado sobre sí mismo, de tal forma que el efector final se encuentra en o muy cerca de los límites del espacio de trabajo, este tipo de singularidades se pueden evitar al siempre mantener el manipulador lejos de las fronteras de su espacio de trabajo alcanzable.

**Singularidades dentro del espacio de trabajo:** Ocurren lejos de los límites del espacio de trabajo alcanzable es decir dentro de este; generalmente se producen por el alineamiento de dos o más ejes de articulación o bien por la consecución de determinadas configuraciones de efector final, este tipo de singularidades pueden encontrarse en cualquier ubicación dentro del espacio de trabajo alcanzable para una ruta planificada en el espacio cartesiano.

## **2.4 CAMINOS Y/O RUTAS**

Es una descripción netamente geométrica del movimiento a realizar por el manipulador, la cual indica la ubicación geométrica de los puntos, ya sea, en el espacio cartesiano o en el espacio de articulación, los cuales el manipulador debe seguir para ejecutar el movimiento deseado (Figura 4). Por lo tanto, cuando se define una ruta de movimiento ya sea en el espacio de articulación o en el espacio cartesiano, tanto la cinemática directa como la inversa deben ser utilizadas para encontrar dicho camino en el otro espacio (Siciliano et al., 2009), (Jazar, 2010).



**Figura 4.** Camino y/o ruta a seguir por un robot.<sup>4</sup>

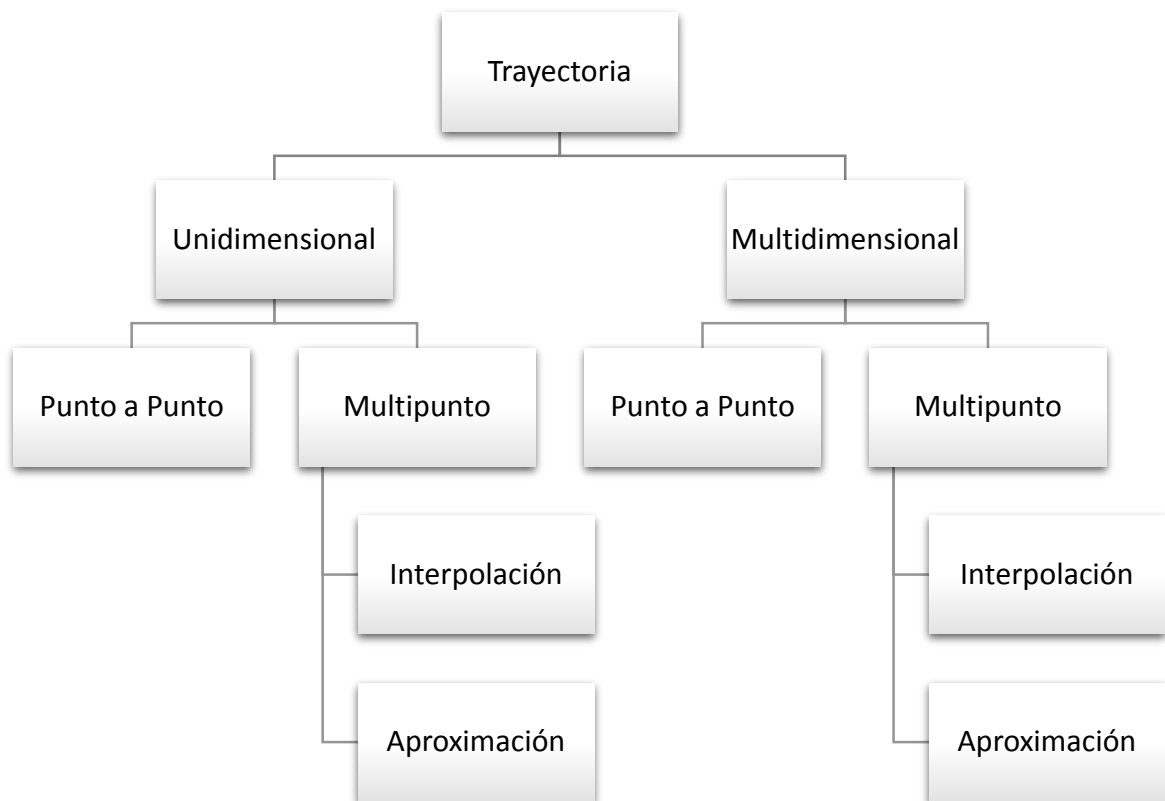
<sup>4</sup> Barrientos, Antonio., Peñín, Luis Felipe., Balaguer, Carlos., Aracil, Rafael., 2007. Fundamentos de Robótica, 2<sup>nd</sup> ed. Mc Graw Hill.

## **2.5 TRAYECTORIAS**

Es un camino en donde unas ciertas distribuciones de tiempo son especificadas, por ejemplo en términos de velocidades y aceleraciones en cada uno de los diferentes puntos (Siciliano et al., 2009). Así una trayectoria está relacionada con el tiempo en que cada parte del camino es completado, por lo que dependiendo de la rapidez con que se efectuó, la trayectoria cambiara (Niku, 2010).

Las diferentes trayectorias se seleccionan contemplando las restricciones físicas propias de los accionamientos, así como determinados criterios de calidad en la trayectoria tales como precisión y suavidad (Barrientos et al., 2007).

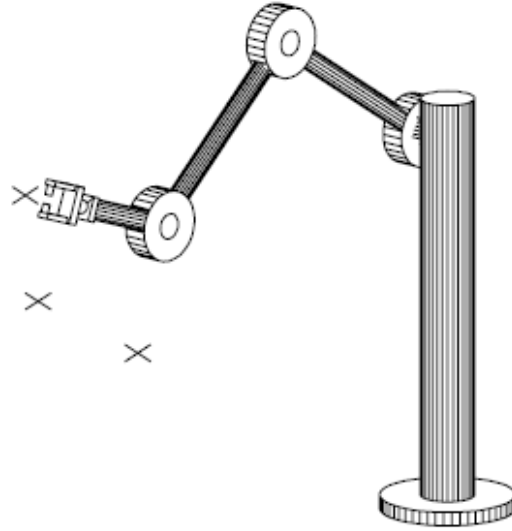
La principal distinción entre las distintas técnicas para el análisis y generación de trayectorias se puede clasificar como se muestra a continuación (Figura 5) (Biagiotti and Melchiorri, 2008):



**Figura 5.** Clasificación de técnicas para generar trayectorias.

### 2.5.1 Trayectorias Punto a Punto

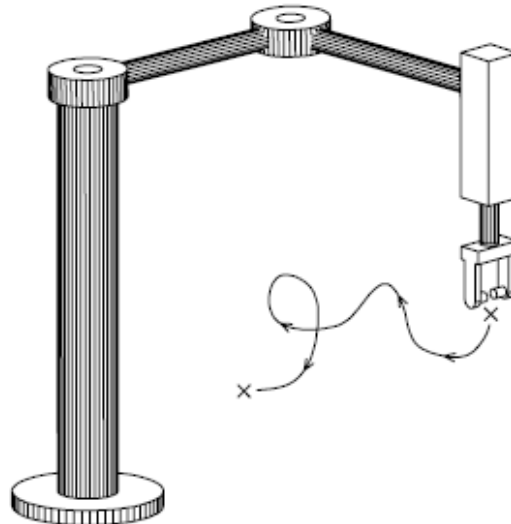
Esta metodología consiste en determinar una serie de puntos en el espacio de trabajo del manipulador, que el efector final debe atravesar independientemente de la trayectoria seguida desde su configuración inicial (Figura 6) (Kelly et al., 2005).



**Figura 6.** Movimiento punto a punto en un manipulador.<sup>5</sup>

### 2.5.2 Trayectorias Multipunto

Esta metodología consiste en una trayectoria continua o trayectoria de trabajo, que tiene como objetivo hacer que el efector final la siga o complete lo más estrechamente posible (Figura 7) (Kelly et al., 2005).

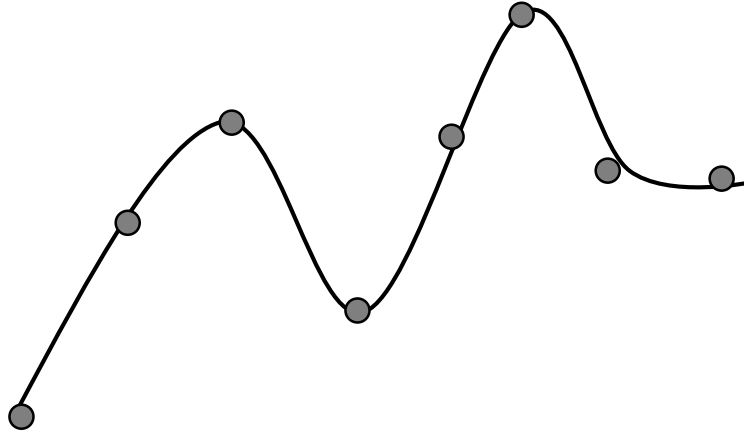


**Figura 7.** Movimiento multipunto (continuo) en un manipulador.<sup>6</sup>

<sup>5,6</sup> Tomado de: Kelly, R., Santibáñez, V., Loría, A., 2005. Control of Robot Manipulators in Joint Space. Springer.

### 2.5.2.1 Interpolación

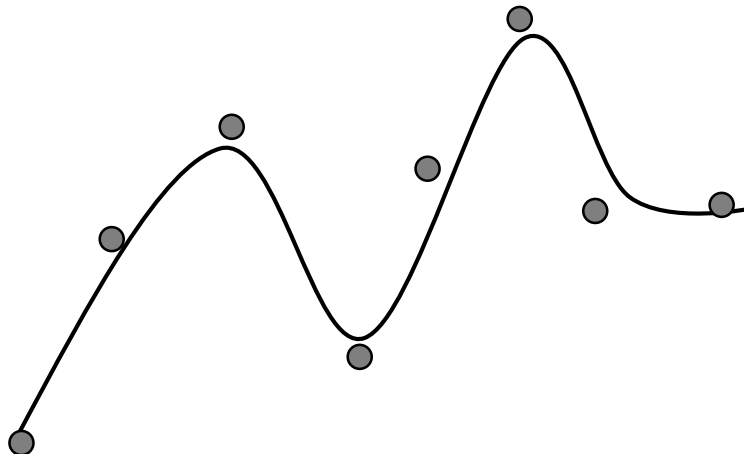
En este caso, la trayectoria atraviesa los distintos puntos ubicados en el espacio para ciertos valores en el tiempo (Figura 8) (Biagiotti and Melchiorri, 2008).



**Figura 8.** Interpolación de una trayectoria a través de un conjunto de puntos.

### 2.5.2.2 Aproximación

En este caso, la trayectoria no pasa exactamente por los puntos ubicados en el espacio, pero se tiene la capacidad de asignar un error especificando cierta tolerancia (Figura 9) (Biagiotti and Melchiorri, 2008).



**Figura 9.** Aproximación de una trayectoria a través de un conjunto de puntos.

## 2.6 ESPACIO CARTESIANO

La descripción de movimientos en el espacio cartesiano, considera métodos de generación de rutas en los cuales las formas de estas se especifican en términos de funciones que calculan la posición y la orientación cartesianas como funciones del tiempo (Figura 10), generalmente se prefiere en planificación de movimientos, donde no se incluyan obstáculos en el entorno y en los cuales la dinámica del robot no tenga mayor relevancia (Craig, 2006), (Nof, 1999).

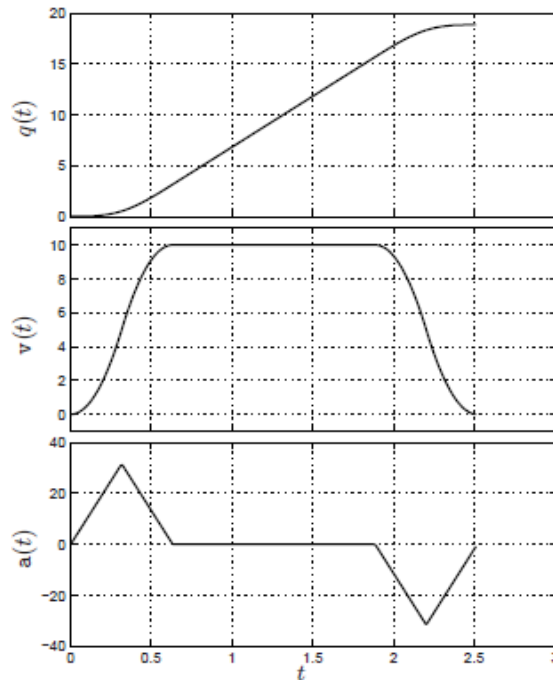


Figura 10. Posición, velocidad y aceleración en espacio cartesiano.<sup>7</sup>

A continuación se presentan algunas de las más importantes ventajas y desventajas de las representaciones cartesianas:

### 2.6.1 Ventajas

- Son bastante fáciles de visualizar, ya que la trayectoria que debe seguir el efector final es representada en el espacio cartesiano convencional, en el cual se opera habitualmente (Niku, 2010).
- Se pueden determinar las restricciones geométricas que se encuentran en el mundo exterior (Jazar, 2010).
- A diferencia de las representaciones en el espacio de articulación, el movimiento es conocido en todo instante (Niku, 2010).

<sup>7</sup> Biagiotti, Luigi., Melchiorri, Claudio., 2008. Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots, Springer.



### 2.6.2 Desventajas

- Requieren de un mayor poder de cómputo para ejecutarse, debido a que en tiempo de ejecución debe hallarse la cinemática inversa a la misma frecuencia de actualización de la ruta (Craig, 2006).
- En robots con múltiples grados de libertad, con la especificación de la posición del efector final difícilmente se podrán especificar las posiciones de todos los eslabones (Nof, 1999).
- Aunque la trayectoria se visualiza fácilmente, es complicado asegurar de manera visual que no se entre en singularidades (Niku, 2010).

## 2.7 ESPACIO DE ARTICULACION

La descripción de movimientos en el espacio de articulación, considera métodos de generación de rutas en los cuales las formas de estas (en espacio y tiempo) se especifican en términos de funciones de ángulos de articulación (Figura 11) (Craig, 2006).

El tiempo requerido por cada segmento de la ruta debe ser el mismo para cada articulación, de manera que todas las articulaciones involucradas lleguen al punto vía al mismo tiempo (Craig, 2006).

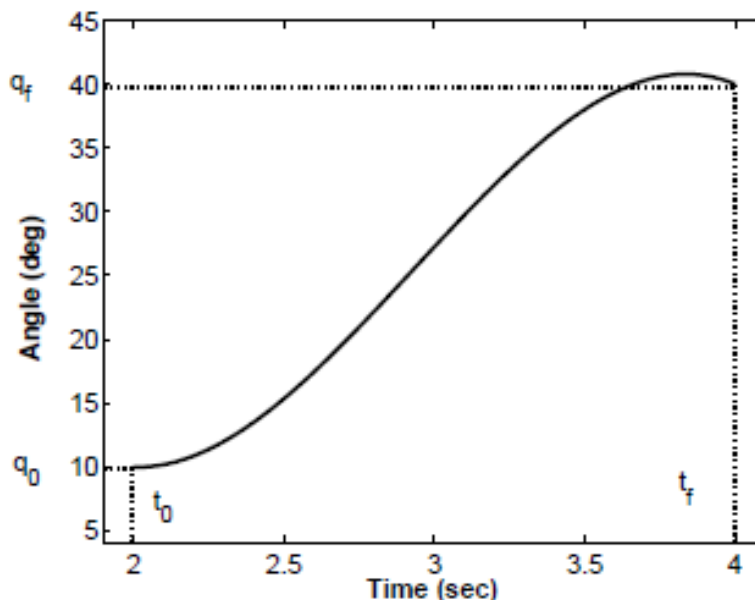


Figura 11. Representación típica en el espacio de articulación.<sup>8</sup>

<sup>8</sup> Spong, Mark W., Hutchinson, Seth., Vidyasagar, M., 2005. Robot Modeling and Control, 1<sup>st</sup> ed. Wiley.

A continuación se presentan algunas de las más importantes ventajas y desventajas de las representaciones en espacio de articulación:

### **2.7.1 Ventajas**

- Son fáciles de representar debido a que no se requiere involucrar la cinemática inversa (Jazar, 2010).
- En robots con múltiples grados de libertad y/o con presencia de obstáculos, se facilita el seguimiento y control analizando cada grado de libertad independientemente (Nof, 1999).
- En trayectorias no lineales o con forma compleja, se pueden reducir efectos indeseables al hacer una interpolación de la secuencia de puntos que componen la ruta (Siciliano et al., 2009).

### **2.7.2 Desventajas**

- Se caracterizan por ser fáciles de calcular, no obstante, su descripción en el espacio cartesiano no da como resultado rutas en línea recta, lo que puede ser problemático para ciertas aplicaciones (Corke, 2011).
- Aunque el manipulador eventualmente alcanzara la posición deseada, el movimiento ejecutado entre los puntos es impredecible (Niku, 2010).
- En proximidades de una singularidad, pequeñas velocidades en el espacio cartesiano pueden generar grandes velocidades en el espacio de articulación (Siciliano et al., 2009).

## **2.8 PLANIFICACIÓN DE TRAYECTORIAS**

Es el proceso por el cual se selecciona un movimiento y el conjunto de variables de entrada relacionados a este, partiendo de todos los posibles movimientos y variables de entrada que satisfagan las correspondientes restricciones (Nof, 1999).

El objetivo de la planificación de trayectorias es el poder generar unas referencias de entrada al sistema de control de movimiento para que este garantice que el manipulador ejecutara la trayectoria planeada, generando así, una secuencia en el tiempo de los valores alcanzados, por medio de una función de interpolación (Usualmente polinómica) de la trayectoria deseada (Siciliano et al., 2009).

Dependiendo del movimiento a seguir por el manipulador (Figura 12), en ocasiones se hace necesario especificar detalles adicionales que solamente las configuraciones iniciales y finales, por ende, una manera de incluir más detalle en una descripción de movimiento es por medio de una secuencia de puntos intermedios comúnmente conocidos como *puntos vía* (Craig, 2006).



**Figura 12.** Manipulador siguiendo una trayectoria para insertar una clavija.<sup>9</sup>

Los diferentes esquemas de planificación de trayectorias se pueden llevar a cabo tanto en el espacio cartesiano como en el espacio de articulación. Donde su principal diferencia radica en los valores obtenidos de las funciones que describen el movimiento, ya que en el espacio de articulación se obtienen directamente los valores de articulación mientras en el espacio cartesiano se obtienen las posiciones y orientaciones del efector final que a través de la cinemática inversa resultaran en los valores de articulación (Niku, 2010).

Por lo tanto el principal problema a solucionar, es el poder encontrar una trayectoria adecuada que conecte una configuración inicial con una configuración final y que a su vez satisfaga ciertas restricciones especificadas (e.g. velocidades y/o aceleraciones) en los diferentes puntos que conforman la trayectoria (Spong et al., 2005).

Dentro de los principales esquemas para la planificación de trayectorias se pueden encontrar (Biagiotti and Melchiorri, 2008):

### **2.8.1 Trayectorias polinómicas**

Estas trayectorias se caracterizan por ser descritas en su totalidad por funciones polinómicas de diferente orden, dependiendo de la complejidad y el grado de descripción que se quiera tener en la trayectoria se pondrán implementar diferentes polinomios.

Desde un punto de vista matemático se puede deducir como el problema de encontrar una función

$$q = q(t), \quad t \in [t_0, t_1]$$

<sup>9</sup> Siciliano, Bruno., Khatib, Oussama., 2008. Springer handbook of robotics. Springer.

Tal que las condiciones dadas se satisfagan por medio de una función polinómica de forma

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots a_n t^n$$

Donde los  $n + 1$  coeficientes  $a_i$  son determinados de modo que las restricciones iniciales y finales sean satisfechas, el grado  $n$  del polinomio depende del número de condiciones a satisfacer así como de la suavidad en el movimiento resultante.

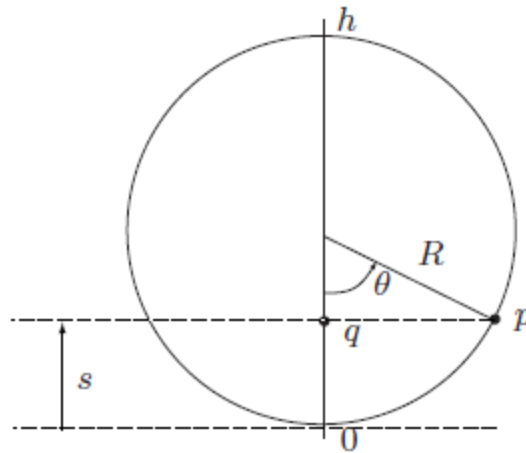
### 2.8.2 Trayectorias trigonométricas

Estas trayectorias se caracterizan al ser descritas por expresiones analíticas basadas en funciones trigonométricas, donde su principal característica es que no presentan derivadas continuas nulas dentro del intervalo  $(t_0, t_1)$ , pero podrían presentar derivadas discontinuas en  $t_0$  y  $t_1$ .

Entre las trayectorias basadas en funciones trigonométricas se pueden encontrar

- Trayectorias Armónicas: Una trayectoria de este tipo (Figura 13) se caracteriza principalmente por poseer un perfil de aceleración que es proporcional al perfil de posición pero con signo opuesto, y que tiene por forma general

$$q(t) = \frac{h}{2} \left( 1 - \cos \frac{\pi(t - t_0)}{T} \right) + q_0$$



**Figura 13.** Construcción geométrica de un movimiento armónico.<sup>10</sup>

tomando  $h = q_1 - q_0$  y  $T = t_1 - t_0$  se obtendrá

<sup>10</sup> Biagiotti, Luigi., Melchiorri, Claudio., 2008. Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots, Springer.

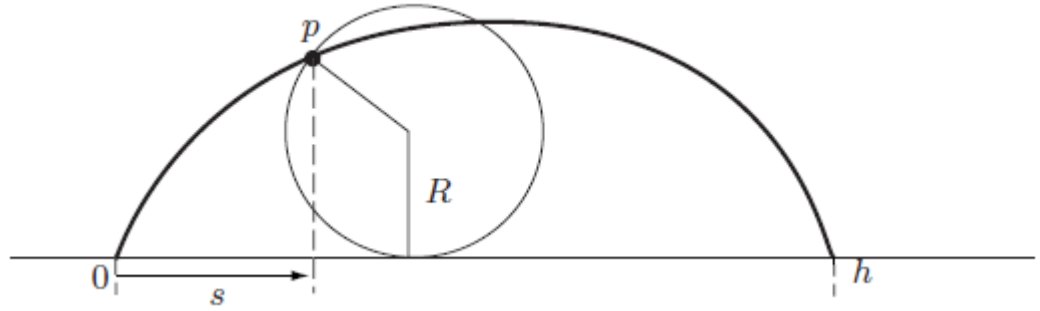
$$\dot{q}(t) = \frac{\pi h}{2T} \sin\left(\frac{\pi(t - t_0)}{T}\right)$$

$$\ddot{q}(t) = \frac{\pi^2 h}{2T^2} \cos\left(\frac{\pi(t - t_0)}{T}\right)$$

$$q^{(3)}(t) = \frac{\pi^3 h}{2T^3} \sin\left(\frac{\pi(t - t_0)}{T}\right)$$

- Trayectorias Cicloidales: A diferencia de las trayectorias armónicas por medio de este tipo de trayectorias (Figura 14) se pueden obtener perfiles de aceleración continuos, y que en forma general puede ser definido por

$$q(t) = h \left( \frac{t - t_0}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi(t - t_0)}{T} \right) + q_0$$



**Figura 14.** Construcción geométrica de un movimiento cicloidal.<sup>11</sup>

donde  $h = \text{circunferencia de rodadura a lo largo de una línea}$   
obteniendo así

$$\dot{q}(t) = \frac{h}{T} \left( 1 - \cos \frac{2\pi(t - t_0)}{T} \right)$$

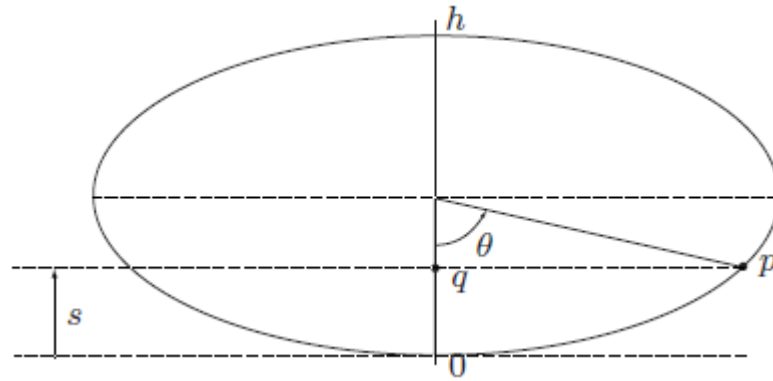
$$\ddot{q}(t) = \frac{2\pi h}{T^2} \sin \frac{2\pi(t - t_0)}{T}$$

$$q^{(3)}(t) = \frac{4\pi^2 h}{T^3} \cos \frac{2\pi(t - t_0)}{T}$$

<sup>11</sup> Biagiotti, Luigi., Melchiorri, Claudio., 2008. Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots, Springer.

- Trayectorias Elípticas: Una trayectoria de este tipo (Figura 15) es obtenida por medio de la proyección del movimiento de un punto sobre el eje menor de una elipse, de longitud igual al desplazamiento deseado  $h = q_1 - q_0$ , lo que resulta en una ecuación de forma

$$q(t) = \frac{h}{2} \left( 1 - \frac{\cos \frac{\pi(t-t_0)}{T}}{\sqrt{1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}}} \right) + q_0$$



**Figura 15.** Construcción geométrica de un movimiento elíptico.<sup>12</sup>

donde  $\alpha = \frac{n^2-1}{n^2}$  ,  $n = \text{radio entre los ejes mayor y menor de la elipse.}$

obteniendo así

$$\dot{q}(t) = \frac{\pi h}{2T} \frac{\sin \frac{\pi(t-t_0)}{T}}{n^2 \sqrt{\left(1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}\right)^3}}$$

$$\ddot{q}(t) = \frac{\pi^2 h}{2T^2} \cos \left( \frac{\pi(t-t_0)}{T} \right) \frac{1 + 2\alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}}{n^2 \sqrt{\left(1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}\right)^5}}$$

<sup>12</sup> Biagiotti, Luigi., Melchiorri, Claudio., 2008. Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots, Springer.

### 2.8.3 Trayectorias Exponenciales

Las discontinuidades en las fuerzas aplicadas por el conjunto de actuadores producen el mismo efecto en las trayectorias deseadas, generando vibraciones en los mecanismos, por lo cual puede ser conveniente introducir trayectorias con la adecuada suavidad para ajustarse de acuerdo a la necesidad.

Donde una posible función exponencial para la velocidad se puede considerar de la forma

$$\dot{q}(\tau) = v_c e^{-\sigma f(\tau, \lambda)}$$

Teniendo en cuenta que  $\sigma$  y  $\lambda$  son parámetros de libre elección y una probable alternativa para la función  $f(\tau, \lambda)$  puede ser

$$f_a(\tau, \lambda) = \frac{(2\tau)^2}{|1 - (2\tau)^2|^\lambda} \quad o \quad f_b(\tau, \lambda) = \frac{\sin^2 \pi \tau}{|\cos \pi \tau|^\lambda}$$

---

## CAPITULO 3: ESTADO DEL ARTE

---

### **3.1 EVOLUCION DE LOS ROBOTS INDUSTRIALES**

En 1922, Karel Capek escribe la historia llamada *Rossum's Universal Robots* e introduce la palabra *rabota* (trabajador), casi dos décadas después, para el año 1939 se hace la exhibición de *Elektro*, un robot humanoide fabricado por la empresa *Westinghouse Electric Corporation* (Niku, 2010), (Reyes, 2011).

En la década de los 40, más precisamente en 1948 surge el *telemanipulador* (Figura 16) desarrollado por R.C. Goertz del Argonne National Laboratory cuyo principal objetivo de creación era el evitar riesgos a los operarios en la manipulación de elementos radioactivos, en este mismo año se introducen servosistemas con realimentación de fuerza para permitir al operario percibir el esfuerzo desarrollado (Mellado, 2011), (Ollero, 2001).



**Figura 16.** Prototipo de uno de los telemanipuladores de Ray Goertz.<sup>13</sup>

Para la década de los 50 se empieza a introducir en cierta parte en los procesos industriales a las computadoras, es así como en 1952 aparece la primera máquina de control numérico, la cual es construida por el Instituto Tecnológico de Massachusetts MIT, y lo que generaría que solamente dos años después, para 1954 George Devol lograría el desarrollo del primer robot programable (Torres et al., 2002), (Niku, 2010).

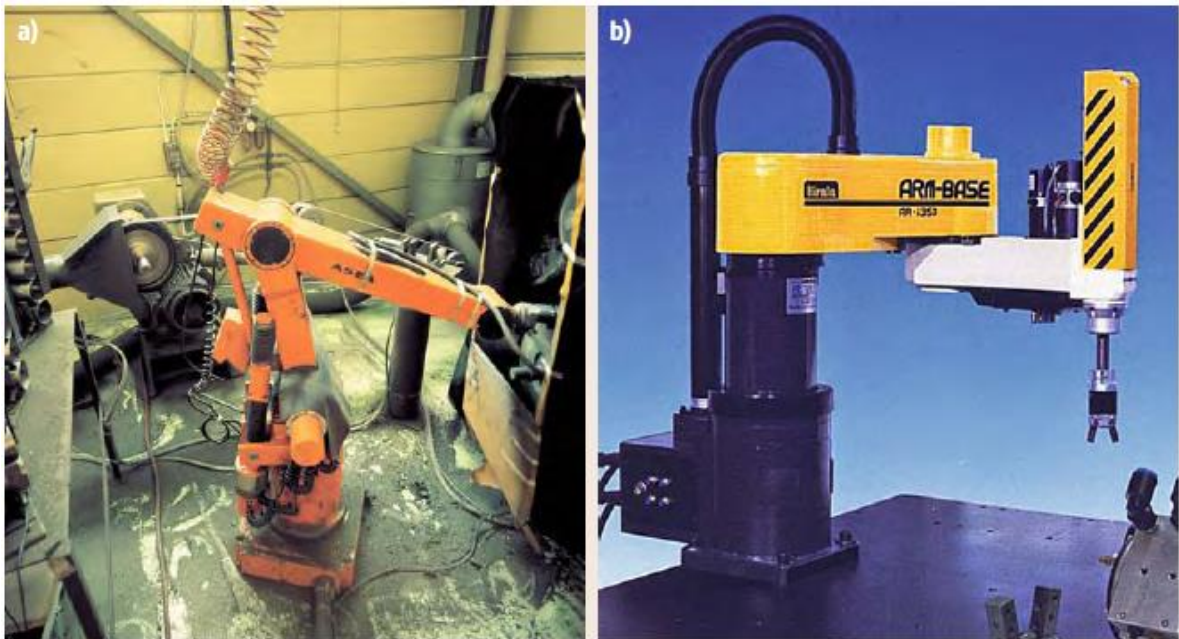
---

<sup>13</sup> Ray Goertz Award.[Online] [http://rrsd.ans.org/pages/ray\\_goertz\\_info.html](http://rrsd.ans.org/pages/ray_goertz_info.html)



Hacia los años 60 empieza la incorporación como tal de los robots dedicados a la ejecución de tareas industriales, teniendo como principales hechos que para 1960 la compañía American Machine Foundry (AMF) produce el primer robot de configuración cilíndrica conocido como *Versatran*, en 1962 Unimation™ es formada dando así lugar al primer robot industrial, el cual es instalado en la fábrica de General Motors, y que un año más tarde en 1963 *Fuji Yusoki Kogyo* lograría desarrollar el primer robot dedicado especialmente para la ejecución de tareas aplicadas al paletizado siendo llamado o conocido como el Palletizer (Barrientos et al., 2007), (Niku, 2010), (Reyes, 2011).

La siguiente década, es decir la década de los 70 talvez es una de los lapsos de tiempo en donde más avances e innovaciones aparecen respecto a los robots industriales y a la industria como tal, y es en 1970 cuando la empresa alemana KUKA logra instalar la primera línea de soldadura equipada únicamente con robots industriales, luego en 1973 la empresa ABB introduce al mercado su primer robot IRB-6 (Figura 17a) el cual es controlado en sus tareas por un microprocesador, en este mismo año la empresa Cincinnati Milacron™ introduce el modelo T3 *The Tomorrow Tool* (Figura 18a) el cual también sería su primer robot industrial controlado por computador (Barrientos et al., 2007), (Reyes, 2011), (Mellado, 2011).



**Figura 17.** En su totalidad eléctricos a) IRB-6 y b) SCARA.<sup>14</sup>

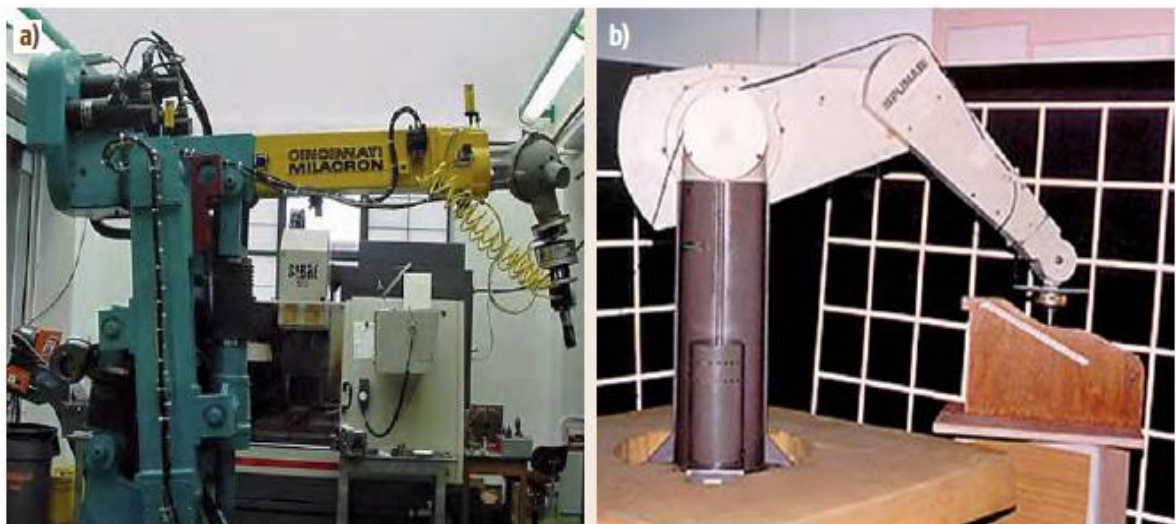
Para el año de 1974, aparece el robot IR6 creado por ASEA cuyo accionamiento es en su totalidad eléctrico, lo cual generaría que aproximadamente un año más tarde, para 1975 en la compañía IBM, Will y Grossman desarrollarían su propio

<sup>14</sup> Siciliano, Bruno., Khatib, Oussama., 2008. Springer handbook of robotics. Springer.

manipulador controlado por computador el cual incluía como gran novedad sensores de contacto y fuerza para los ensamblajes mecánicos (Torres et al., 2002), (Mellado, 2011).

Para los años 1976 y 1977 respectivamente la NASA utiliza el primer brazo robot para realizar tareas en el espacio y la Machine Intelligence Corporation lograría desarrollar un sistema de visión comercial el cual se podía integrar en diversas aplicaciones industriales robotizadas (Torres et al., 2002), (Mellado, 2011).

Para 1978, aparecería uno de los manipuladores robóticos más trascendentales de la historia, el PUMA *Programmable Universal Manipulator for Assembly* (Figura 18b) fabricado especialmente para llevar a cabo tareas de montaje (Torres et al., 2002).



**Figura 18.** a) Robots Cincinnati Milacron T3 y b) The Unimation PUMA 560.<sup>15</sup>

En la década de 1980 continua el gran auge de nuevos diseños de robots industriales que siguen ayudando al crecimiento de la industria en sus diferentes mercados, es así, que para 1982 las compañías General Motors y FANUC de Japón entran en un acuerdo para construir GMFanuc robots, y en el mismo año IBM presenta su robot RS-1 dedicado a tareas de montaje, para luego dar paso el mismo año a Makino de la Universidad de Yamamashi en Japón, quien define el concepto de robot SCARA *Selective Compliance Assembly Robot Arm* (Figura 17b) orientado al ensamblaje de piezas (Niku, 2010), (Torres et al., 2002), (Mellado, 2011).

Para 1983, Unimation<sup>TM</sup> finalmente es vendida a Westinghouse Corporation quienes posteriormente la venderían a Staubli de Suiza en 1988 dando por finalizado una de los mayores transferencias económicas para esa década (Niku, 2010).

<sup>15</sup> Siciliano, Bruno., Khatib, Oussama., 2008. Springer handbook of robotics. Springer.

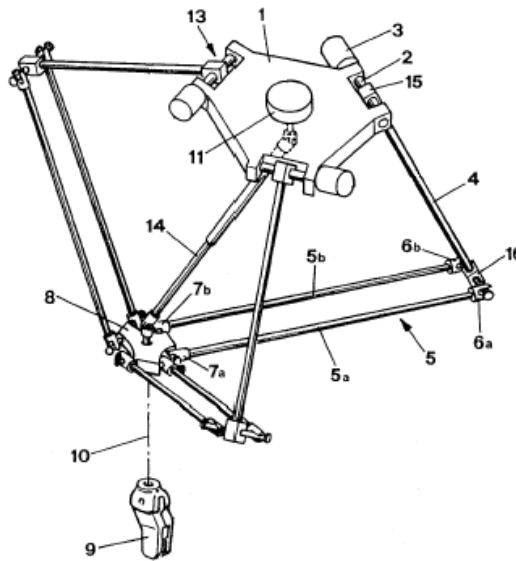
En finales del siglo XX, aparece un nuevo campo de aplicación para los manipuladores robóticos, es así como en 1995 se produce la primera operación quirúrgica sobre un humano utilizando un robot y para 1999 se lleva a cabo el experimento de captura de un satélite por medio de otro satélite con un brazo robótico a bordo, que hizo parte del proyecto ETS-7 de la NASDA (Barrientos et al., 2007).

Para el siglo XXI gracias a grandes avances tecnológicos como el internet se manifiestan nuevas creaciones y aplicaciones para los robots manipuladores, donde en 2001, iRobot Corporation construye un robot domestico multitareas teleoperado mediante web, en el mismo año, MD. Robotics construye un sistema manipulador para la estación espacial, SSRMS, el cual es lanzado al espacio para realizar tareas de ensamblaje en la estación espacial internacional (Torres et al., 2002).

En 2010, se desarrollan los robots de cuarta generación, Robots inteligentes que poseen sensores sofisticados y control en tiempo real (Reyes, 2011).

### **3.2 HISTORIA DEL ROBOT DELTA**

A principios de la década de los 80, Reymond Clavel profesor de la EPFL (*École Polytechnique Fédérale de Lausanne*) a través de una brillante idea y por medio del uso de paralelogramos, innova con la construcción de un robot paralelo con cuatro grados de libertad, tres traslacionales y uno rotacional, al cual decide llamar robot DELTA (Figura 19) y que para el cambio de siglo llegaría a convertirse en uno de los robots paralelos de mayor éxito e implementación alrededor del mundo (Bonev, 2001).

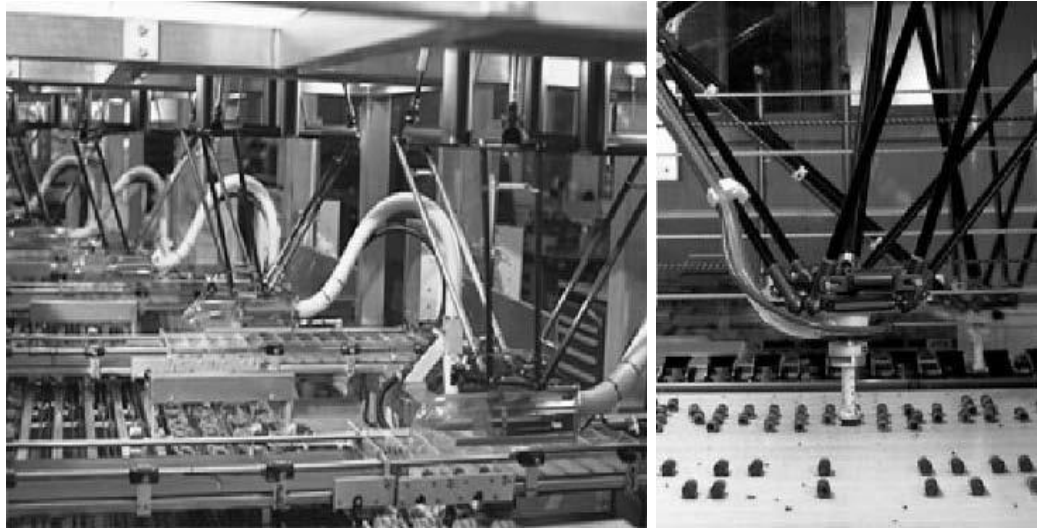


**Figura 19.** Robot Delta de R. Clavel. (US patent No.4976582).<sup>16</sup>

Para 1987 la compañía *Demaurex* de los hermanos Marc-Olivier and Pascal Demaurex en suiza, adquieren una licencia para los robot DELTA de pequeña dimensión (*brazo + paralelogramo < 800mm*), teniendo como principal objetivo la comercialización de estos hacia la industria del empaque, los cuales posteriormente lograrían a través de varios años un posicionamiento importante en dicho mercado (Bonev, 2001).

Para 1996 la compañía Demaurex compra la patente del robot DELTA a la **EPFL** (*École Polytechnique Fédérale de Lausanne*), quienes ya habían vendido la licencia para los robot DELTA de mayor dimensión a la compañía AID y que posteriormente sería de la compañía sueca *ELEKTA* especializada en el sector quirúrgico, la cual finalmente entraría en negociaciones para ceder dicha licencia a la corporación suiza *ABB* (Bonev, 2001).

<sup>16</sup> Bonev, Llian., 2001. Delta parallel robot-the story of success. [Online] <http://www.parallemic.org/Reviews/Review002.html>



**Figura 20.** Robot Delta en industria alimentaria (Demaurex and SIG Robotics).<sup>17</sup>

Para 1999 la compañía Demarex ante la entrada de la corporación ABB en la industria, decide optar por asociarse con la compañía SIG (*Susquehanna International Group*) (Figura 20) para poder ser más competitivos frente a ABB, quienes este mismo año hacen el lanzamiento de su robot DELTA bajo el nombre de *IRB 340 FlexPicker* (Figura 21) dirigiéndose principalmente a las industrias: Alimentaria, farmacéutica y electrónica (Bonev, 2001).



**Figura 21.** ABB Flexible Automation's IRB 340 FlexPicker.<sup>18</sup>

<sup>17</sup> Merlet, J.-P., 2006. *Parallel Robots*, 2<sup>nd</sup> ed. Springer.

<sup>18</sup> ABB IRB 340 FlexPicker. [Online] <http://www.globalrobotsusa.com/robot-applications.htm>



### **3.3 ACTUALIDAD DEL ROBOT DELTA**

El robot DELTA en la actualidad de la industria alrededor de todo el mundo es altamente implementado, principalmente en toda clase de procesos que requieren un alto nivel de repetitividad, precisión, exactitud, rapidez y capacidad de carga, algunos de estos procesos son la manipulación (*Pick and Place*) de piezas y/o componentes mecánicos, electrónicos, alimenticios, higiénicos, farmacéuticos, etc. Pero también desarrollan tareas complejas como lo son la soldadura, el ensamblaje, e intervención en procedimientos quirúrgicos.

Por lo tanto, el Robot Delta día a tras día se ha vuelto más útil y por ende necesario en la industria, tanto así, que distintos fabricantes han estado en la búsqueda de modificaciones que puedan mejorar los aspectos tanto favorables como desfavorables del mecanismo original (Figura 19), siendo algunos de los más destacados:

#### **The Adept Quattro™ s650H parallel robot**

El Adept Quattro es el único robot DELTA en el mundo patentado para un diseño de cuatro eslabones que proporciona una mejoría en el espacio de trabajo y añade un grado de libertad más, para un total de 5 grados de libertad (Figura 22).



**Figura 22.** Parallel Robot (Delta Robot): Adept Quattro s650H.<sup>19</sup>

#### **FANUC Delta series M-1iA y M-3iA**

---

<sup>19</sup> Adept Quattro s650H. [Online] <http://www.adept.com/products/robots/parallel/quattro-s650h/general>

Las series Delta de FANUC América Industrial Robots permiten una movilidad adicional de rotación de tres grados de libertad en el efector final permitiendo que el robot tenga en total hasta 6 grados de libertad.

La serie M-1*i*A para ligera carga útil y alta velocidad de ensamblaje (Figura 23).

- FANUC Robot M-1*i*A/0.5A (Total 6 grados de libertad)
- FANUC Robot M-1*i*A/0.5S (Total 4 grados de libertad)



**Figura 23.** FANUC Robot M-1*i*A Compact High-speed Assembly.<sup>20</sup>

La serie M-3*i*A para mayor carga útil y alta velocidad de levantamiento y ensamblaje (Figura 24).

- FANUC Robot M-3*i*A/6S (Total 4 grados de libertad)
- FANUC Robot M-3*i*A/6A (Total 6 grados de libertad)
- FANUC Robot M-3*i*A/12H (Total 3 grados de libertad)

---

<sup>20</sup> FANUC Robot M-1*i*A. [Online] <http://www.fanucamerica.com/Products/Robots/Atoz.aspx>



**Figura 24.** FANUC Robot M-3iA High speed picking and Assembly Robot.<sup>21</sup>

### **asyríl Delta Robots**

Los Delta Robots de la compañía asyríl son especialmente adecuados para la manipulación rápida y precisa de pequeños componentes (entre 0.5mm y 5mm) logrando así un considerable aumento en la velocidad, repetitividad y precisión (Figura 25).



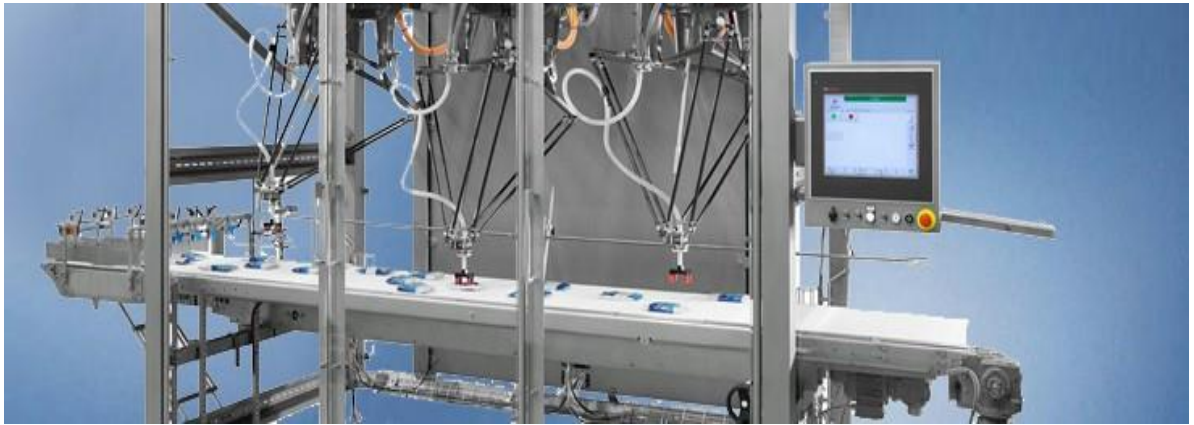
**Figura 25.** asyríl Pocket Delta Miniature robot for micro-assembly.<sup>22</sup>

De igual manera, hoy en día tanto los avances tecnológicos como los requerimientos industriales son tales, que van más allá de la demanda y oferta de prototipos individuales de robots, hasta el punto de ofrecer sistemas completos y especializados en función de las necesidades industriales a desarrollar (Figura 26).

<sup>21</sup> FANUC Robot M-3iA. [Online] <http://www.fanucamerica.com/Products/Robots/Atoz.aspx>

<sup>22</sup> asyríl Pocket Delta Miniature robot. [Online] <http://www.asyrii.ch/en/products/delta-robots.html>





**Figura 26.** Sistema de automatización para envases primarios y secundarios.<sup>23</sup>

---

<sup>23</sup> Pick and Place Robotics[Online] <http://www.boschpackaging.com/en/pa/products/industries/technology/tg/pick-and-place-robotics-14030.php?ind=1678&tg=17538>

---

## CAPITULO 4: PLANEACIÓN TRAYECTORIAS EN EL ROBOT DELTA

---

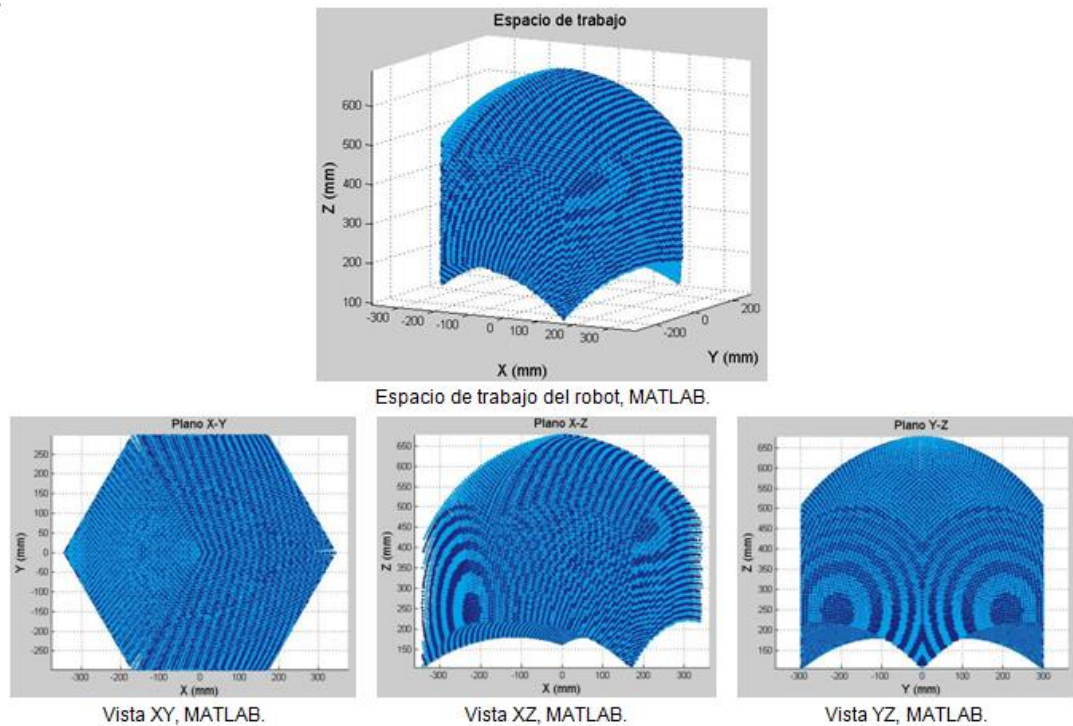
### 4.1 ESPACIO DE TRABAJO ROBOT DELTA

Para una adecuada planeación de trayectorias tanto en el robot Delta como en cualquier otro robot industrial, es indispensable el poder conocer cuál es el espacio de trabajo en que dicho robot tendrá que ejecutar sus diversas tareas, que pueden ir desde un movimiento simple hasta movimientos coordinados con otros robots en algún proceso industrial.

El espacio de trabajo del robot Delta (Figura 27) con el cual se van a diseñar las diferentes trayectorias tiene como principales propiedades (Urrea y Medina, 2012):

Coordenadas	Alcance mínimo	Alcance máximo
X	-342,8015 mm	342,4004 mm
Y	-296,9611 mm	296,9611 mm
Z	105,7695 mm	677,0132 mm

**Tabla 1.** Alcance máximo y mínimo de la plataforma móvil.



**Figura 27.** Visualización en el espacio y distintos planos del espacio de trabajo.<sup>24</sup>

---

<sup>24</sup> Urrea, Lucas., Medina, Sergio. Diseño e Implementación de una Plataforma Robotica Tipo Delta. Trabajo de grado. Universidad Militar Nueva Granada. Facultad de Ingenieria. Ingenieria Mecatronica. 2012.

## **4.2 ANÁLISIS CINEMÁTICO ROBOT DELTA**

La cinemática tanto de un robot como de cualquier mecanismo se puede considerar como la ciencia del movimiento que trata el tema sin considerar las fuerzas que lo ocasionan, dentro de esta ciencia se estudian la posición, la velocidad, y la aceleración, por ende el estudio de la cinemática se refiere a todas las propiedades geométricas basadas en el tiempo del movimiento.

### **4.2.1 Cinemática Inversa**

El principal objetivo de la cinemática inversa radica en encontrar los ángulos de las articulaciones, conociendo la configuración (posición y orientación) del efector final del robot (Saha, 2010).

Este análisis es importante para la planeación y ejecución de trayectorias ya que se basa en la no linealidad de las ecuaciones encontrando múltiples soluciones, así, el procedimiento para encontrar la cinemática inversa depende de la configuración del robot y se puede resolver geométricamente, tanto para manipuladores en serie como en paralelo.

Aprovechando la simetría del robot Delta, el análisis cinemático inverso se desarrolla para cada una de las cadenas cinemáticas de forma independiente, dando como resultado un modelo matemático que describe a cada articulación de la siguiente forma (Urrea y Medina, 2012):

#### **Variable de articulación $\theta_{11}$**

$$ca_1 = 2P_Z L_1$$

$$cb_1 = 2L_1(P_X + r - R)$$

$$cc_1 = (P_X + r - R)^2 + P_Y^2 + P_Z^2 + L_1^2 - L_2^2$$

$$\theta_{11} = \sin^{-1} \left( \frac{cc_1}{\sqrt{ca_1^2 + cb_1^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{cb_1}{ca_1} \right)$$

#### **Variable de articulación $\theta_{12}$**

$$ca_2 = 2P_Z L_1$$

$$cb_2 = 2L_1 \left( -\frac{P_X}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} P_Y + r - R \right)$$

$$cc_2 = \left( P_X - \frac{1}{2}(r - R) \right)^2 + \left( P_Y + \frac{\sqrt{3}}{2}(r - R) \right)^2 + P_Z^2 + L_1^2 - L_2^2$$

$$\theta_{12} = \sin^{-1} \left( \frac{cc_2}{\sqrt{ca_2^2 + cb_2^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{cb_2}{ca_2} \right)$$

**Variable de articulación  $\theta_{13}$**

$$ca_3 = 2P_Z L_1$$

$$cb_3 = 2L_1 \left( -\frac{P_X}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} P_Y + r - R \right)$$

$$cc_3 = \left( P_X - \frac{1}{2}(r - R) \right)^2 + \left( P_Y - \frac{\sqrt{3}}{2}(r - R) \right)^2 + P_Z^2 + L_1^2 - L_2^2$$

$$\theta_{13} = \sin^{-1} \left( \frac{cc_3}{\sqrt{ca_3^2 + cb_3^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{cb_3}{ca_3} \right)$$

#### 4.2.2 Cinemática Directa

El principal objetivo de la cinemática directa radica en encontrar la configuración (posición y orientación) en la que se encuentra el efector final del manipulador, ya que en este análisis las variables de articulación se encuentran ya definidas (Saha, 2010).

El análisis cinemático directo del robot Delta se desarrolla partiendo de un sistema de ecuaciones no lineales que relaciona la posición de la plataforma móvil con los ángulos de sus eslabones, generando un modelo matemático que describe cada coordenada cartesiana así (Urrea y Medina, 2012):

$$P_Y = \frac{A + BP_Z}{C}$$

dónde:

$$\begin{aligned} A &= \frac{a_3 - b_3}{2a_1 - b_1} - \frac{a_3 - c_3}{2a_1 - c_1} \\ B &= \frac{2(c_2 - a_2)}{2a_1 - c_1} - \frac{2(b_2 - a_2)}{2a_1 - b_1} \\ C &= \frac{\sqrt{3}b_1}{2a_1 - b_1} + \frac{\sqrt{3}c_1}{2a_1 - c_1} \end{aligned}$$

$$P_X = D - EP_Z$$

dónde:

$$D = \frac{a_3 - b_3}{2a_1 - b_1} - \frac{\sqrt{3}b_1A}{C(2a_1 - b_1)}$$

$$E = \frac{2(b_2 - a_2)}{2a_1 - b_1} + \frac{\sqrt{3}b_1B}{C(2a_1 - b_1)}$$

$$P_Z = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dónde:

$$a = E^2 + \left(\frac{B}{C}\right)^2 + 1$$

$$b = 2\left(\frac{AB}{C^2} - DE - a_1E - a_2\right)$$

$$c = D^2 + \left(\frac{A}{C}\right)^2 + 2a_1D - a_3$$

## **4.3 PLANEACIÓN TRAYECTORIAS**

### **4.3.1 Espacio Cartesiano**

La planeación de trayectorias en el espacio cartesiano se desarrollara principalmente a través del Jacobiano o matriz Jacobiana del manipulador en el cual se van a implementar dichas trayectorias. Esta matriz es una representación geométrica de los elementos que componen un mecanismo en función del tiempo, la cual permite la conversión de movimientos diferenciales o velocidades de las articulaciones individuales a movimientos diferenciales o velocidades en puntos de interés como puede ser el efector final (Niku, 2010).

El Jacobiano o matriz Jacobiana constituye una de las más importantes herramientas para la caracterización de un manipulador, ya que es bastante útil para problemas como (Siciliano et al., 2009):

- Encontrar singularidades.
- Análisis de redundancias.
- Determinación del algoritmo de cinemática inversa.
- Descripción del mapeo entre las fuerzas aplicadas al efector final los torques resultantes en las articulaciones.

La Matriz Jacobiana relaciona las velocidades de las articulaciones con la velocidad del sistema de referencia cartesiano

$$v = J\dot{q}$$

ecuacion 4.1

Así el Jacobiano o matriz Jacobiana del robot Delta es planteada de la siguiente forma (Urrea y Medina, 2012):

$$J_x = \frac{\partial F}{\partial x} \text{ y } J_\theta = \frac{\partial F}{\partial \theta}$$

ecuacion 4.2

donde:

$$J_x = \text{Matriz asociada con la cinematica directa}$$

$$J_\theta = \text{Matriz asociada con la cinematica inversa}$$

Planteándose así el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} j_{x11} & j_{x12} & j_{x13} \\ j_{x21} & j_{x22} & j_{x23} \\ j_{x31} & j_{x32} & j_{x33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{pX} \\ V_{pY} \\ V_{pZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{\theta 1} & 0 & 0 \\ 0 & j_{\theta 2} & 0 \\ 0 & 0 & j_{\theta 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{11} \\ \dot{\theta}_{12} \\ \dot{\theta}_{13} \end{bmatrix}$$

ecuacion 4.3

Que generara de forma definitiva la estructura para el Jacobiano o matriz Jacobiana del robot Delta así

$$J = (J_\theta)^{-1} J_x = \left( \begin{bmatrix} j_{\theta 1} & 0 & 0 \\ 0 & j_{\theta 2} & 0 \\ 0 & 0 & j_{\theta 3} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} j_{x11} & j_{x12} & j_{x13} \\ j_{x21} & j_{x22} & j_{x23} \\ j_{x31} & j_{x32} & j_{x33} \end{bmatrix}$$

ecuacion 4.4

Dependiendo de qué matriz de las planteadas anteriormente sea singular, un mecanismo de lazo cerrado podría tener una configuración singular de cinemática directa, una configuración singular de cinemática inversa, o ambas.

La planeación de trayectorias se desarrollara por medio del algoritmo de cinemática inversa, el cual puede ser usado para obtener un modelo

matemático que representara un movimiento diferencial como se ve en la ecuación 4.5

$$q(k+1) = q(k) + (jq(k))^{-1} Jx * v(k) * \Delta t$$

*ecuacion 4.5*

Esta ecuación puede ser desarrollada fácilmente por un computador ya que es un proceso iterativo que va calculando en cada muestra la salida  $q(k)$ .

#### 4.3.2 Espacio de Articulaciones

La cinemática inversa permite el cálculo de un conjunto de ángulos de articulación que corresponderá a la configuración (posición y orientación) de destino, conociendo un punto inicial y un punto final se desea encontrar una función que para un  $t_o$  determine el valor inicial de la configuración y para un  $t_f$  determine un valor final de la configuración.

Para crear una función uniforme son evidentes al menos cuatro restricciones sobre  $\theta(t)$ , de las cuales dos serán restricciones para el valor inicial y final de la posición, mientras las otras dos restricciones corresponderán a condiciones en la velocidad inicial y final

$$\begin{aligned}\theta(0) &= \theta_0 \\ \theta(t_f) &= \theta_f \\ \dot{\theta}(0) &= 0 \\ \dot{\theta}(t_f) &= 0\end{aligned}$$

Estas restricciones satisfacen así un polinomio mínimo de grado 3 (polinomio cubico) que tendrá como descripción de su posición, velocidad y aceleración respectivamente a

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

*ecuacion 4.6*

$$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$$

*ecuacion 4.7*

$$\ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3 t$$

*ecuacion 4.8*

De manera que combinando las restricciones con la ecuaciones (4.6, 4.7 y 4.8) se puede encontrar fácilmente las constantes  $a_0, a_1, a_2, a_3$  donde

$$a_0 = \theta_0$$

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0)$$

$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3}(\theta_f - \theta_0)$$

Una vez halladas todas las constantes del polinomio se puede conectar cualquier ángulo de articulación desde una posición inicial a una final deseadas, este caso es para una velocidad inicial y final cero pero si se desea se puede aumentar el número de restricciones y aumentar el grado del polinomio con el fin de mayor control a la hora de generar la trayectoria, como por ejemplo dar restricciones a la velocidad y aceleración en cada punto que se analice.

Para mayor rendimiento computacional se prefiere llevar las ecuaciones a una forma matricial vectorial.

$$[\theta] = [M] * [C]$$

$$[C] = [M]^{-1}[\theta]$$

donde:

$$[C] = \text{Matriz de coeficientes } [a_n \dots a_0]^t$$

$$[M] = \text{Matriz de coeficientes potencias del tiempo } [b_n t^n \dots b_0 t^0]^t$$

$$[\theta] = \text{Matriz de restriccion, velocidad y aceleracion}$$

Obteniendo de como representación final

$$\begin{bmatrix} \theta(to) \\ \theta(tf) \\ \dot{\theta}(to) \\ \dot{\theta}(tf) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & t & t^2 & t^3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2t & 3t^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

ecuacion 4.9



---

## CAPITULO 5: MEJORAMIENTO Y ADAPTACIÓN EN EL ROBOT DELTA

---

### 5.1 CIRCUITO ELECTRÓNICO

El diseño de un nuevo circuito electrónico pretende mejorar algunos detalles mínimos del diseño electrónico original desarrollado (Figura 28), proporcionándole nuevas características que le permitirán un comportamiento más real e industrial, así como, el poder estar a la vanguardia de los diferentes dispositivos electrónicos, llevando a cabo de forma eficiente las diversas tareas en las que actualmente es implementado el robot Delta.



Figura 28. Circuito electrónico original robot Delta.

#### **5.1.1 Diseño del circuito electrónico**

Se implementara el Arduino Leonardo (Figura 29) en lugar del PIC 18f4550 el cual como principal ventaja brindara la capacidad de programar el robot online, es decir sin la necesidad de estar retirando el microcontrolador del circuito para programarlo y quemarlo cada vez que se requiera efectuar un cambio en el código.

Se utilizara la salida de alimentación de 3.3V del Arduino Leonardo para alimentar directamente el dispositivo de comunicación inalámbrica Xbee, reduciendo el número de componentes electrónicos a manipular y por consiguiente el tamaño del PCB.

Se utilizara directamente el Jack de alimentación AC del Arduino Leonardo lo cual permitirá una mayor portabilidad del robot Delta, no dependiendo exclusivamente de una fuente de alimentación del laboratorio para su adecuado funcionamiento.

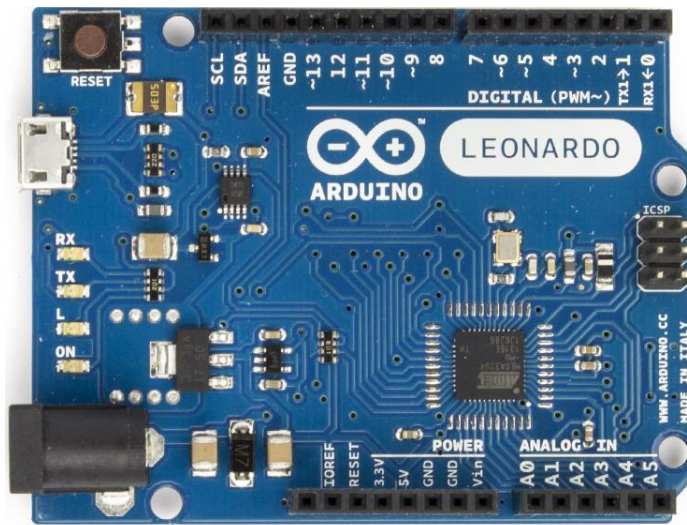


Figura 29. Tarjeta de desarrollo ARDUINO LEONARDO.

Así, entre los componentes que conformaran el nuevo diseño electrónico estarán; un Arduino Leonardo, un dispositivo de comunicación inalámbrica Xbee, 2 LED (diodo emisor de luz) de color rojo y azul, un resistor de 220 ohm, un conector para el interruptor de energización del circuito y 4 conectores para los correspondientes servo-motores.

### 5.1.2 Construcción del circuito electrónico

La construcción tendrá como punto de partida a EAGLE, un software de diseño de diagramas y PCBs, el cual permitirá inicialmente elaborar un esquemático de conexionado (Figura 30) entre todos los dispositivos mencionados anteriormente, para luego poder continuar con la elaboración final del PCB que se añadirá al prototipo mecánico del robot Delta.

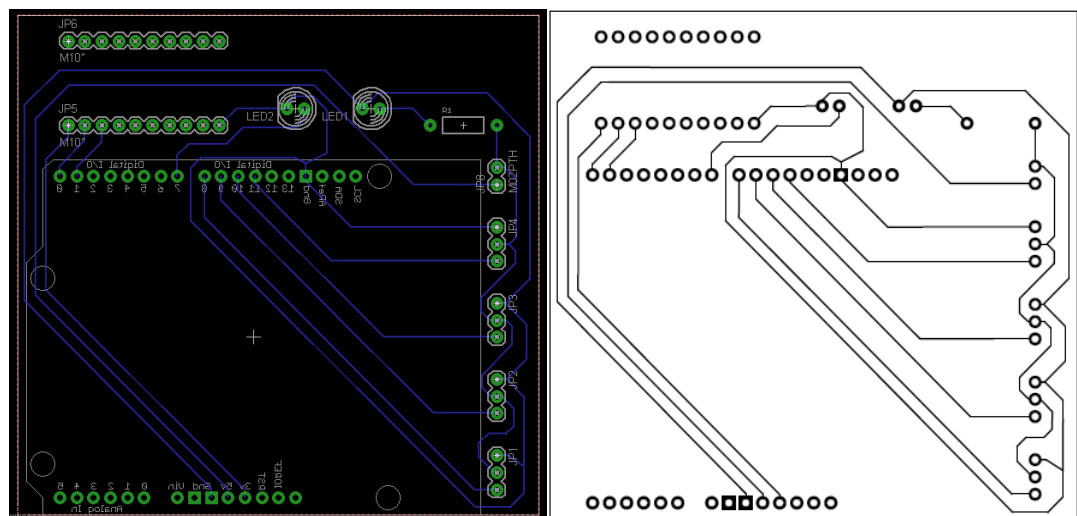
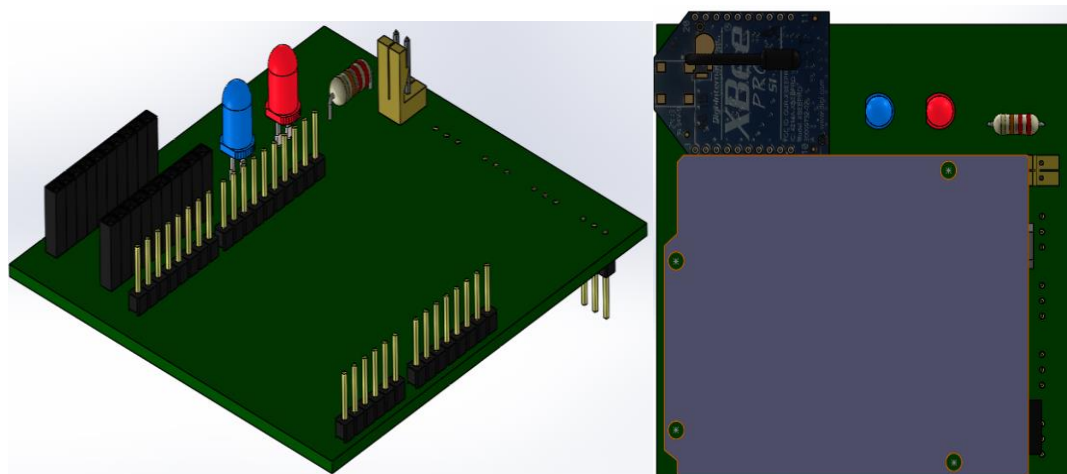


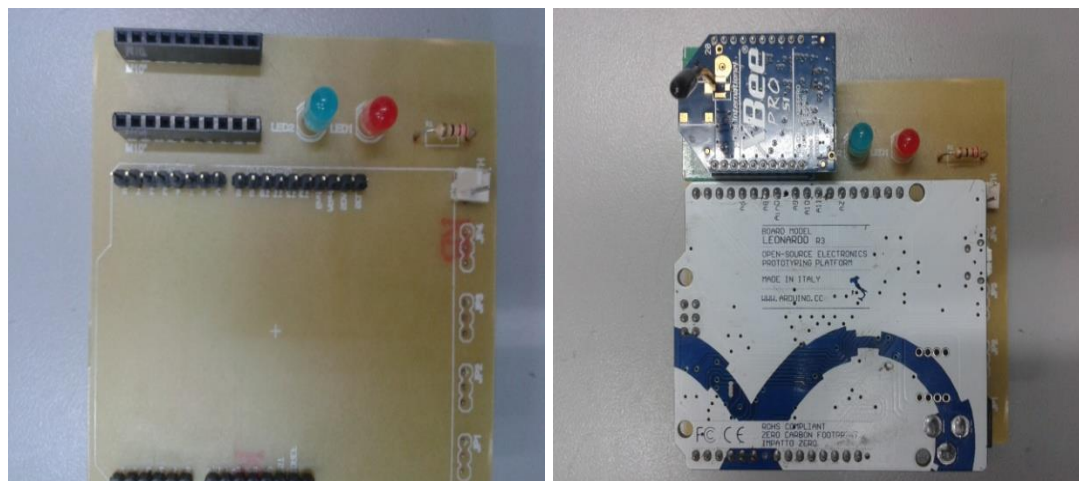
Figura 30. PCB en EAGLE y PCB a fabricar.

Una vez realizado todo el análisis y construcción del circuito eléctrico se procede a generar una visualización 3D del mismo (Figura 31), con el fin de ver la ubicación real de los diferentes dispositivos que lo constituirán, para así, corroborar que no haya ningún conflicto en la ubicación de los componentes.



**Figura 31.** Visualización 3D del circuito final en Solidworks.

Finalmente sin errores presentes se procede a la fabricación del circuito final (Figura 32) que se incorporara al robot Delta, y cuyo funcionamiento consistirá principalmente en recibir e interpretar las instrucciones de la interfaz gráfica de usuario (GUI), (Sección 5.2) para posteriormente ejecutar dichas instrucciones accionando los actuadores correspondientes, en este caso los servomotores del mecanismo.

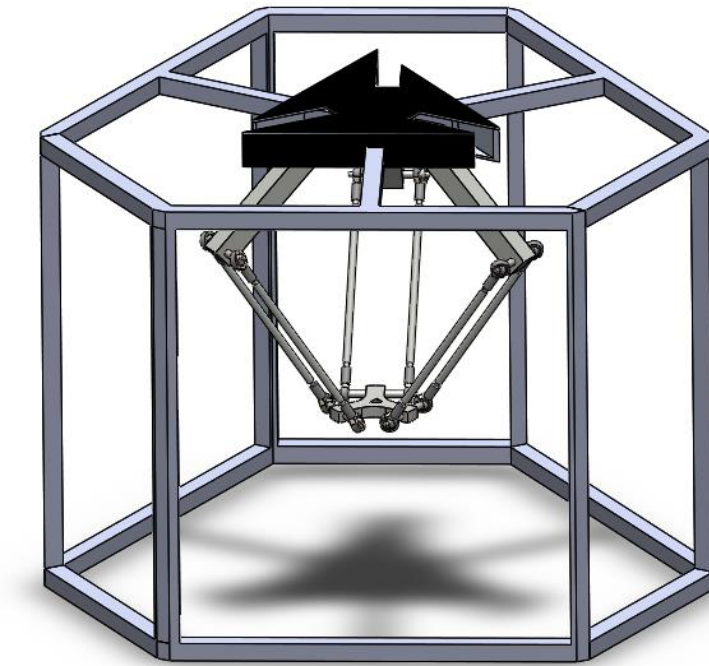


**Figura 32.** Visualización del circuito final a incorporar en el robot Delta.

## **5.2 INTERFAZ GRAFICA DE USUARIO (GUI)**

El diseño de una nueva interfaz gráfica de usuario (GUI), tiene como principal objetivo el poder simular y visualizar de manera eficiente y practica las diferentes trayectorias que el usuario desee planear y ejecutar, así mismo el poder manipular las distintas variables que controlan el comportamiento de las trayectorias, con el fin de que se pueda interactuar con el robot Delta de una forma más real asemejándose al comportamiento de los robots utilizados en la industria.

Se diseñara un adecuado modelo CAD en el software Solidworks (Figura 33), el cual tendrá como principal función simular la estructura mecánica del robot Delta en su correcto seguimiento de las trayectorias que se planeen en el espacio cartesiano y que posteriormente deberán ser ejecutadas por el mismo.

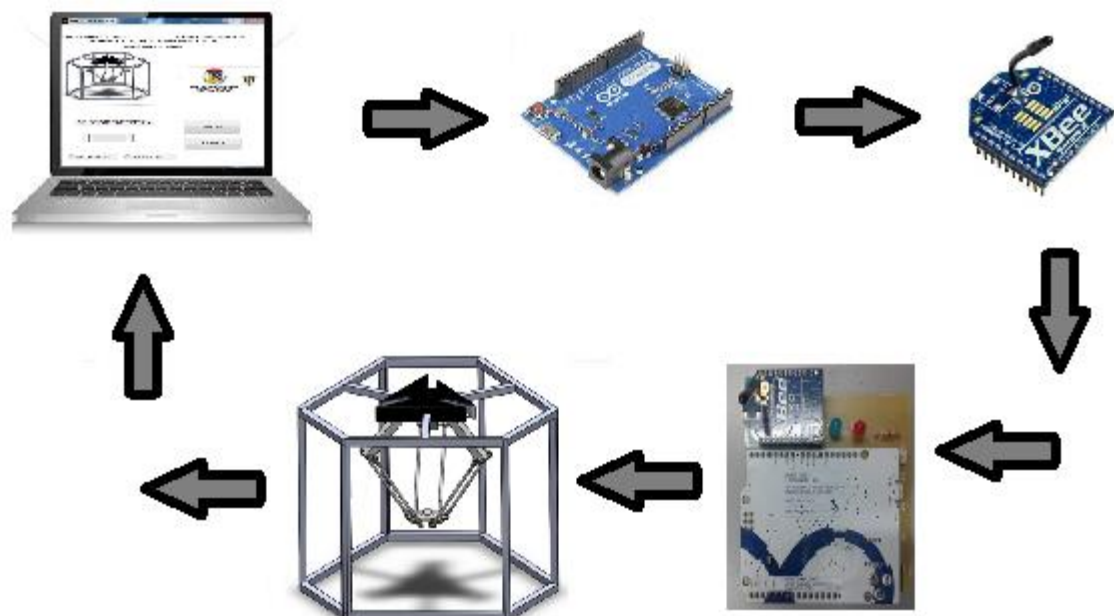


**Figura 33.** Modelo CAD del robot Delta realizado en Solidworks.

La ejecución de las trayectorias se desarrolló a través de una interfaz gráfica de usuario (GUI) en el software Matlab (Figura 34), en la cual se incorporara el modelo CAD mencionado anteriormente, y que representara las trayectorias que se planeen en el robot Delta tanto en el espacio de articulación como en el espacio cartesiano y que adicionalmente brindara una opción de escoger en cualquiera de las dos trayectorias realizadas (sección 5.3) el poder variar la velocidad de ejecución de la trayectoria a seguir por el robot Delta, finalmente el proceso cíclico que se debe desarrollar cada vez que se planea y ejecuta una trayectoria también se puede apreciar a continuación (Figura 35).



**Figura 34.** Interfaz gráfica de usuario (GUI).



**Figura 35.** Proceso cíclico en la planeación y ejecución de trayectorias.



### **5.3 EJECUCIÓN DE TRAYECTORIAS**

Esta sección está dedicada al análisis y ejecución de las trayectorias que se implementaran en el robot Delta, con el objetivó de probar el comportamiento del robot frente al algoritmo de cinemática inversa en una trayectoria punto a punto.

El algoritmo que se implementara será desarrollado en su totalidad en el software Matlab, el cual se integrara con el circuito electrónico (Sección 5.1) mediante una comunicación serial, que a su vez, se encargara del accionamiento de los actuadores (servomotores) del prototipo mecánico.

#### **5.3.1 Algoritmo de Ejecución**

El algoritmo que se platea y ejecuta para la planeación y ejecución de las trayectorias tiene como estructura de desarrollo:

1. Calculo de la cinemática inversa en los puntos vías.
2. Calculo de la velocidad entre puntos vía.
3. Calculo de la matriz Jacobiana.
4. Implementación de la ecuación 4.5.
5. Envío de los ángulos entregados en el paso 4 al circuito electrónico.
6. Cinemática directa de los ángulos entregados en el paso 4.

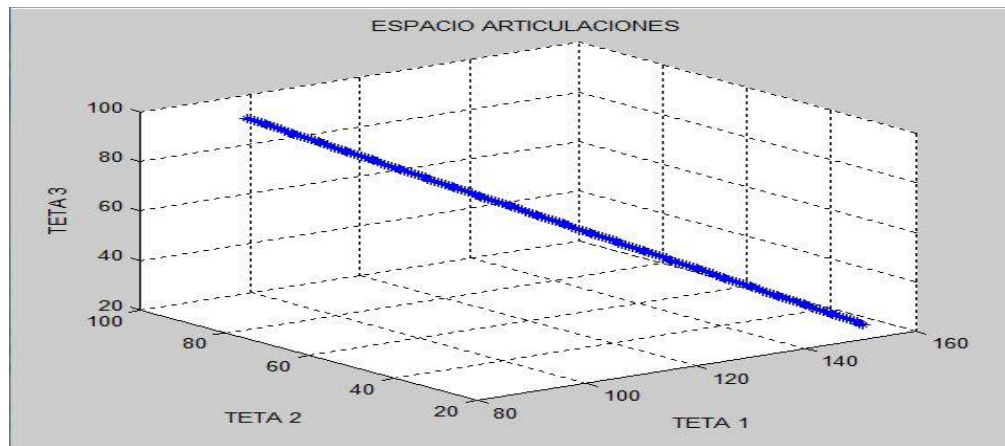
#### **5.3.2 Trayectoria 1**

La primera trayectoria a implementar se diseñara para formar un triángulo equilátero, dicha trayectoria se planea sobre el plano XY, manteniendo un valor constante en la coordenada Z, y se diseñara a través de cinco puntos en total de los cuales tres van a ser puntos vías y dos serán el punto inicial y final de la trayectoria. Las coordenadas cartesianas de los puntos se pueden observan en la tabla 2.

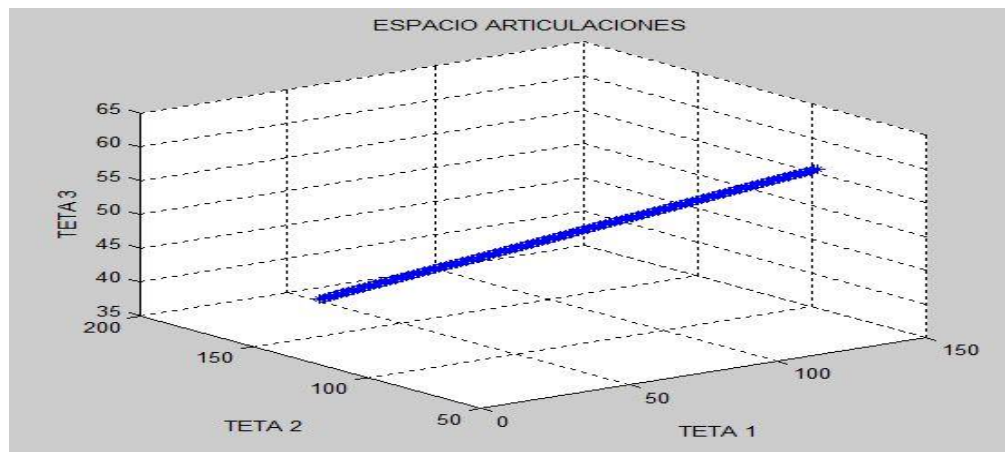
Puntos	Coordenada X	Coordenada Y	Coordenada Z
Inicial	0	0	30
Vía 1	15	0	30
Vía 2	0	15	30
Vía 3	-15	0	30
Final	0	0	30

**Tabla 2.**Puntos que conforman la trayectoria 1.

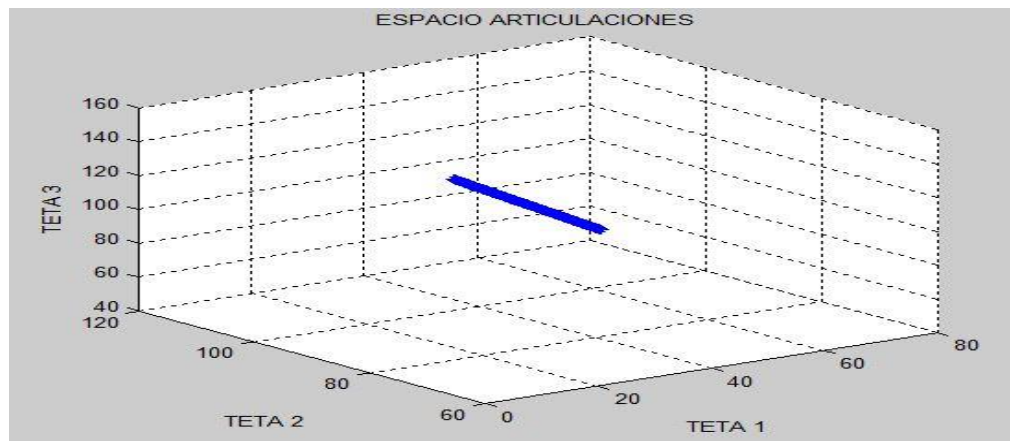
El comportamiento del robot Delta en el espacio de articulaciones que describe la trayectoria 1 se evidencia (Figuras 36-38) a continuación.



**Figura 36.** Comportamiento del punto vía 1 en espacio de articulaciones.

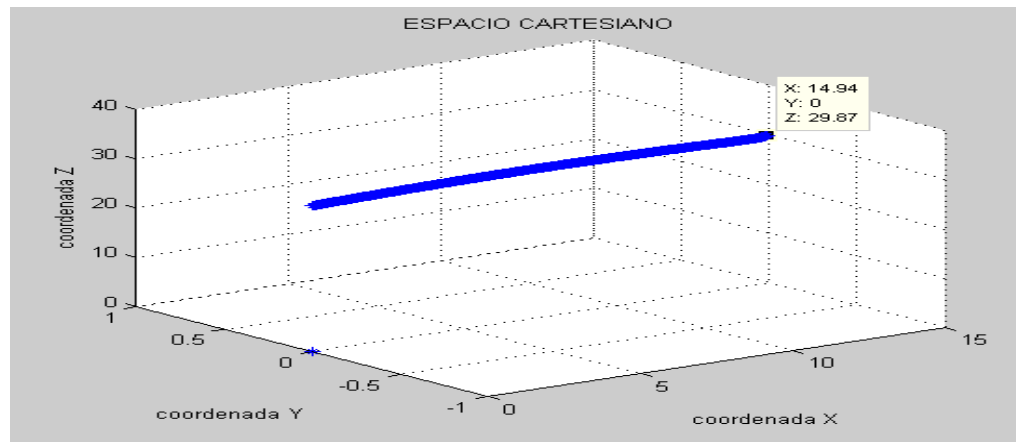


**Figura 37.** Comportamiento del punto vía 2 en espacio de articulaciones.

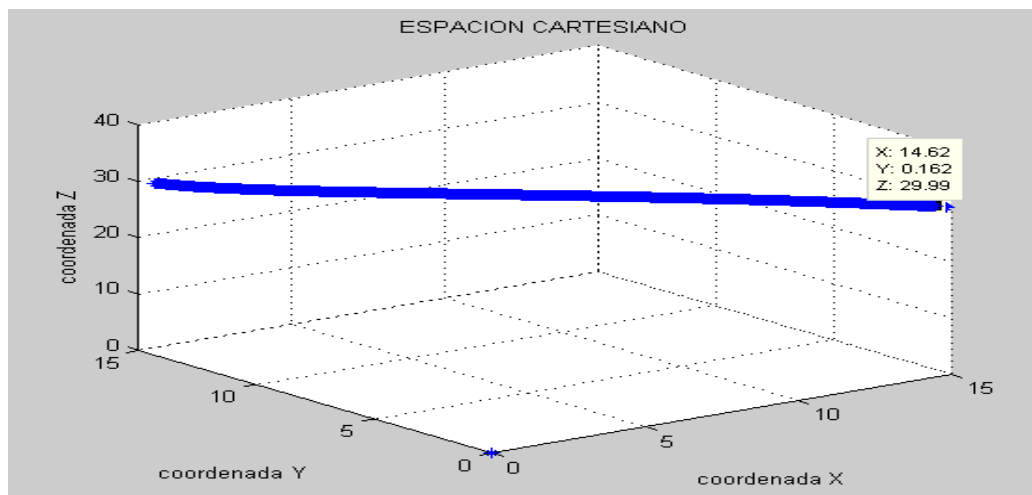


**Figura 38.** Comportamiento del punto vía 3 en espacio de articulaciones.

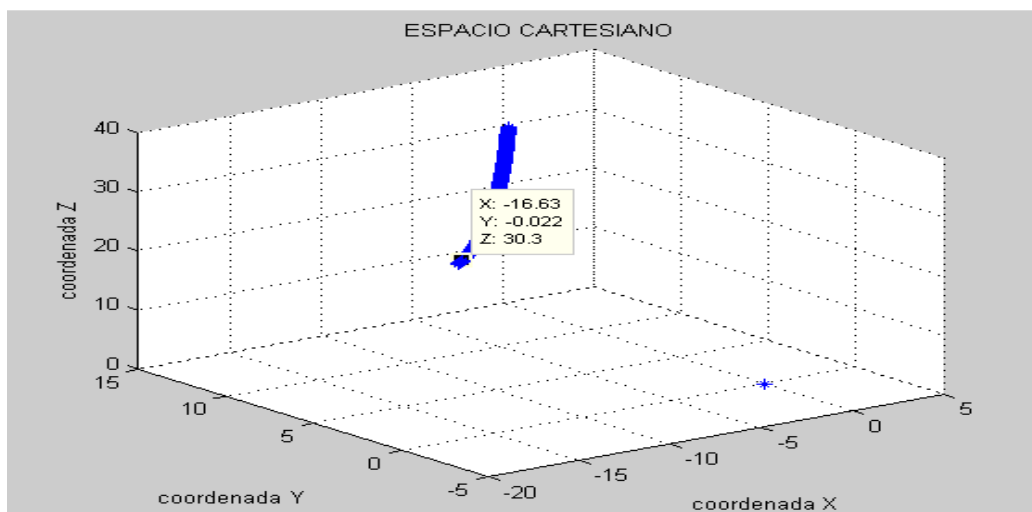
De igual manera, el comportamiento del robot Delta siguiendo la trayectoria 1 en el espacio cartesiano a través de los diferentes puntos vía que la conforman, se puede evidenciar (Figuras 39-41) a continuación.



**Figura 39.** Comportamiento del punto vía 1 en espacio cartesiano.



**Figura 40.** Comportamiento del punto vía 2 en espacio cartesiano.



**Figura 41.** Comportamiento del punto vía 3 en espacio cartesiano.

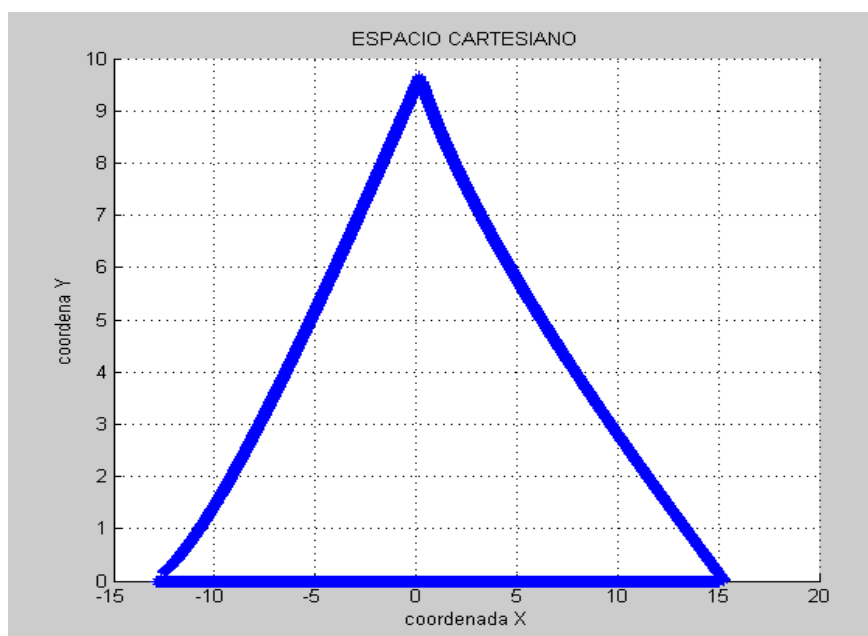


En esta trayectoria, se eligió una velocidad constante entre los todos los puntos que la conforman, lo cual garantizara que el robot Delta siga una línea recta entre dichos puntos, como se pudo apreciar en las gráficas que describen la trayectoria en el espacio de articulaciones por medio del algoritmo de cinemática inversa.

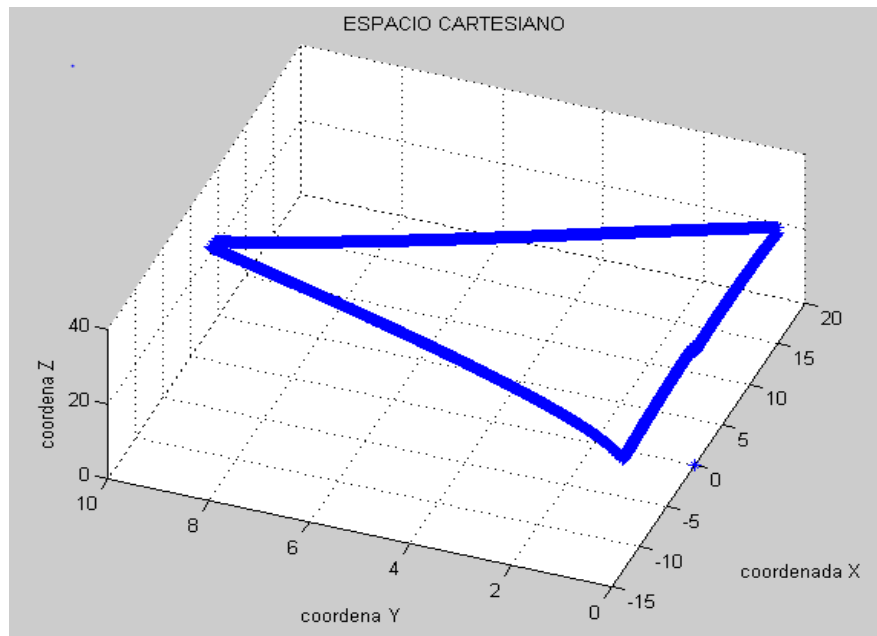
Para un correcto seguimiento por parte del robot Delta de la trayectoria, en la ejecución de esta se implementó el algoritmo a través de 480 iteraciones, lo cual permite apreciar de mejor manera la línea recta que forman los 3 eslabones al alcanzar los diferentes puntos.

Por lo tanto, se puede apreciar que los ángulos de los actuadores siempre están entre el intervalo (0 a 180) lo que garantiza una no singularidad en el robot Delta, si dado el caso, los ángulos fueran mayores a 180 o menores a 0 se produciría una singularidad en el robot lo cual generaría un punto en el espacio de trabajo que el robot no podría alcanzar.

Se puede apreciar entonces el comportamiento total del robot Delta durante toda la ejecución de la trayectoria 1 a través de los diferentes puntos que la conforman, tanto en el plano XY (Figura 42) como en el espacio tridimensional (Figura 43) en cada eje coordenado.



**Figura 42.** Comportamiento de trayectoria plano XY.

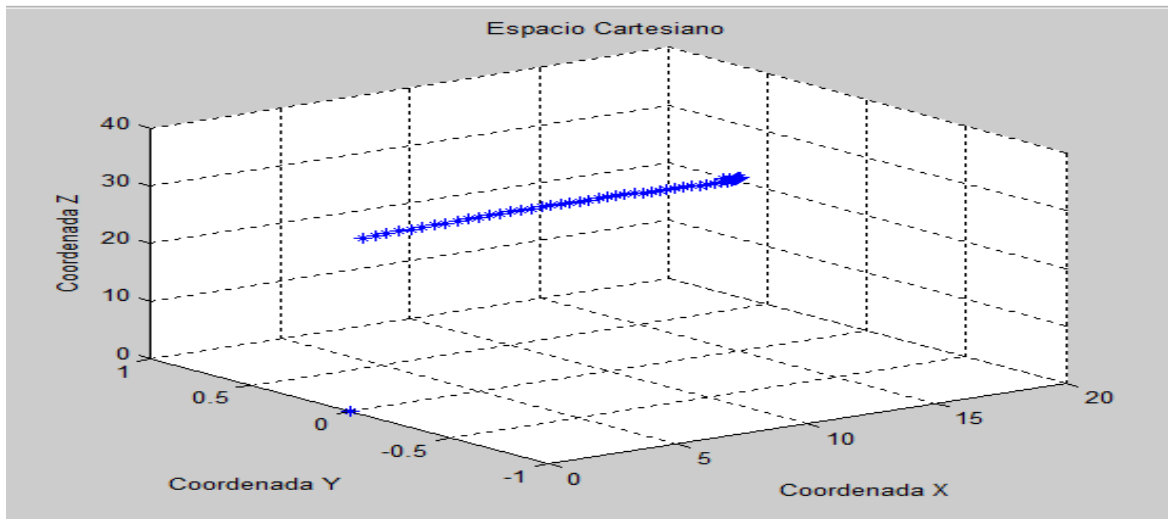


**Figura 43.** Comportamiento de trayectoria espacio XYZ.

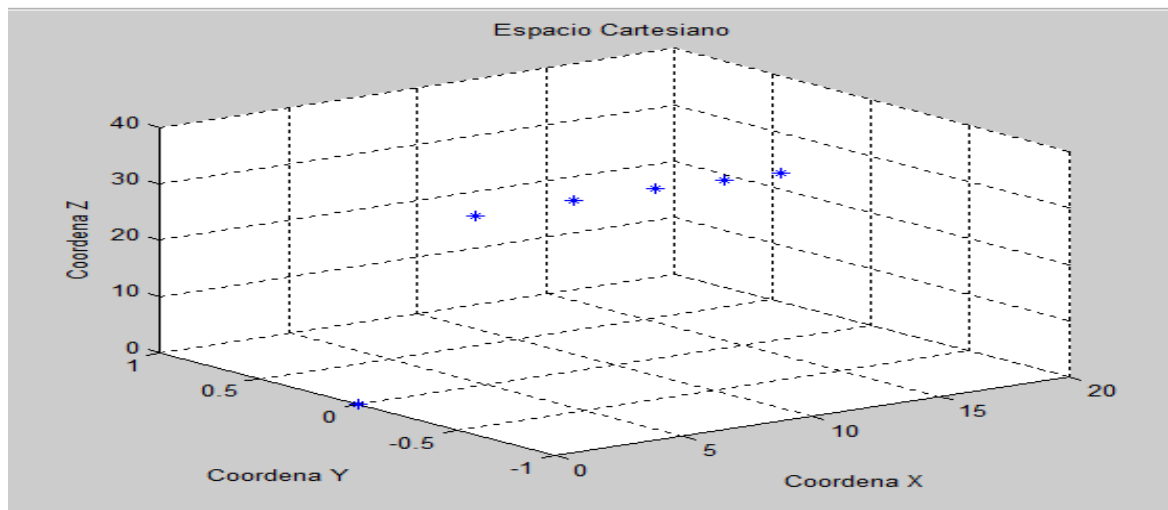
De igual manera, se realiza un análisis variando la velocidad, puntos vías y tiempo de ejecución de la trayectoria, donde los resultados se pueden observar (Tabla 3) y se evidencian los diferentes resultados entre los diversos puntos que conforman la trayectoria (Figuras 44 y 45) dando a conocer el error que se puede generar.

Numero puntos	Coordenada Inicial	Coordenada Final	Error
6000	(15,0,30)	(0,0,30)	0
1000	(15,0,30)	(0,0,30)	0.4
100	(15,0,30)	(15,0,30)	0.4
10	(15,0,30)	(15,0,30)	-1.45

**Tabla 3.** Variación en puntos vía a velocidad y tiempo constante.



**Figura 44.** Grafica con un número de puntos igual a 100.

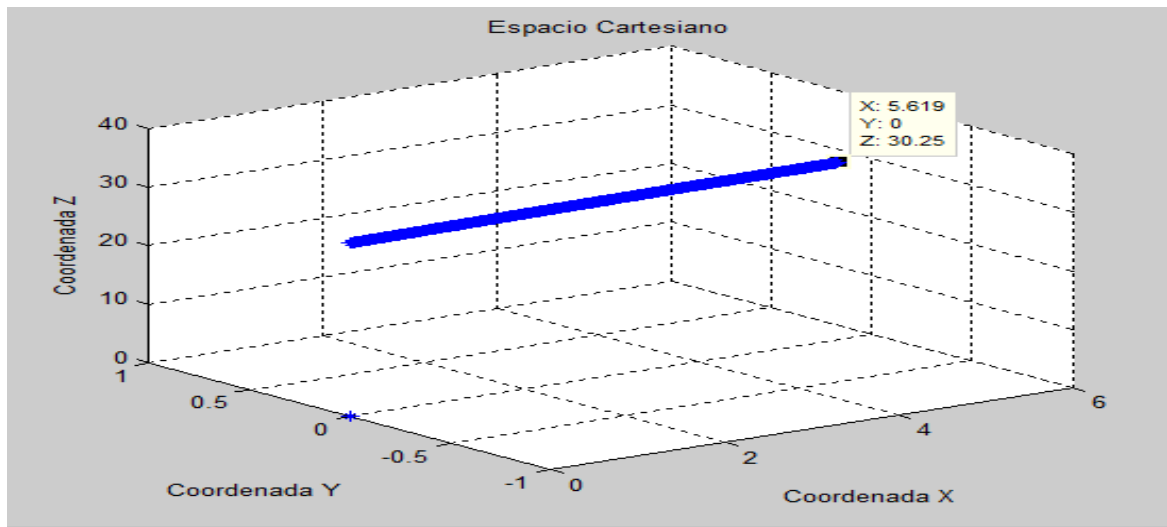


**Figura 45.** Grafica con un número de puntos igual a 10.

Por otra parte se puede observar el comportamiento variando la magnitud en la velocidad de la trayectoria (Tabla 4), con un número de puntos igual a 1000 y manteniendo un tiempo constante (Figura 46).

Velocidad	Coordenada Inicial	Coordenada Final	Error
20	(15,0,30)	(0,0,30)	0
10	(15,0,30)	(0,0,30)	4.66
5	(15,0,30)	(15,0,30)	9.38
3	(15,0,30)	(15,0,30)	11.57

**Tabla 4.** Variación en la velocidad con número de puntos y tiempo constante.



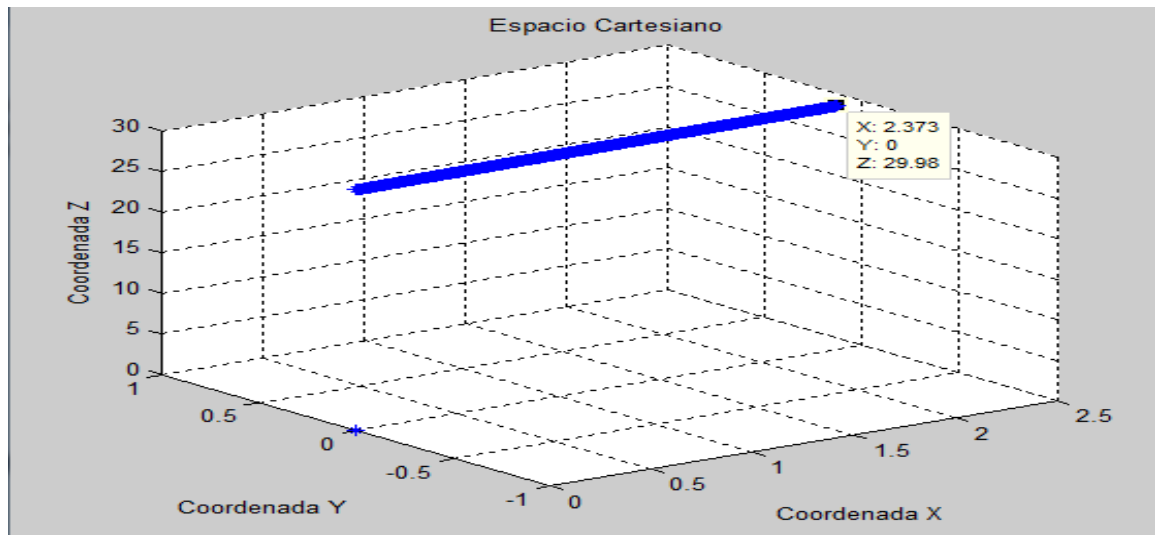
**Figura 46.** Grafica con una magnitud de velocidad 5.

Se puede observar también el comportamiento variando la magnitud del tiempo en la trayectoria (Tabla 5), con un número de puntos igual a 1000 y a una velocidad constante (Figura 47). Con esto se pretende variar un  $\Delta t$  y ver cuál es la mejor magnitud de tiempo para alcanzar el punto final, recordando que el  $\Delta t$  se obtiene de la siguiente forma.

$$\Delta t = \frac{|t|}{\text{nmero Puntos}}$$

Tiempo	Coordenada Inicial	Coordenada Final	Error
100	(15,0,30)	(0,0,30)	0
50	(15,0,30)	(0,0,30)	3.4
10	(15,0,30)	(15,0,30)	13.2
3	(15,0,30)	(15,0,30)	14.7

**Tabla 5.** Variación en el tiempo con número de puntos y velocidad constante.



**Figura 47.** Grafica con una magnitud de tiempo 10.

Por otra parte, se plantea también un análisis de la trayectoria 1, por medio del polinomio característico de orden tres con sus respectivas restricciones de posición y velocidad para corroborar que se esté alcanzando la posición deseada en cada uno de los puntos vía por parte de los actuadores.

Punto vía 1

$$39 + 0.2135t^2 - 0.0014t^3$$

$$39 + 0.2118t^2 - 0.0014t^3$$

$$39 + 0.2118t^2 - 0.0014t^3$$

Punto vía 2

$$59 + 0.2118t^1 + 0.1729t^2 - 0.0034t^3$$

$$59 + 0.2118t^1 + 0.1729t^2 - 0.0034t^3$$

$$59 + 0.2118t^1 + 0.1729t^2 - 0.0034t^3$$

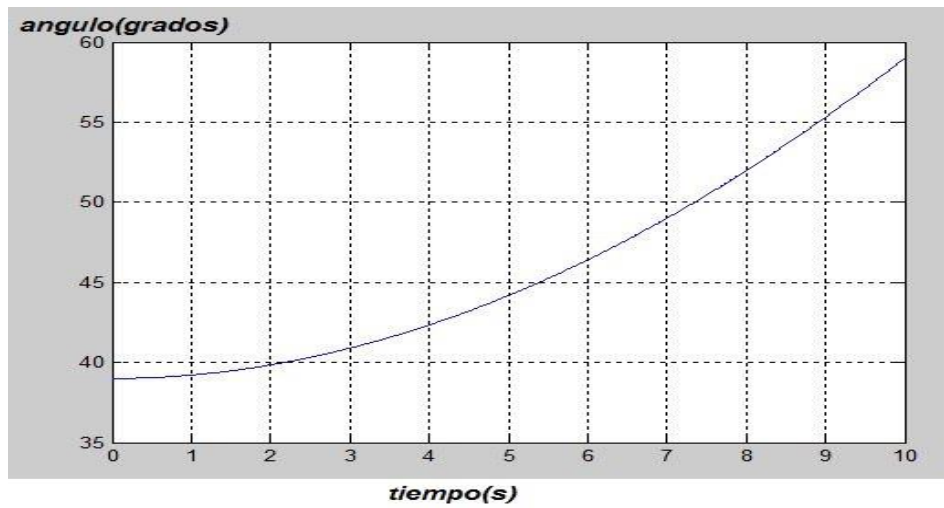
Punto vía 3

$$75 + 2.6471t^1 + 0.0706t^2 - 0.0135t^3$$

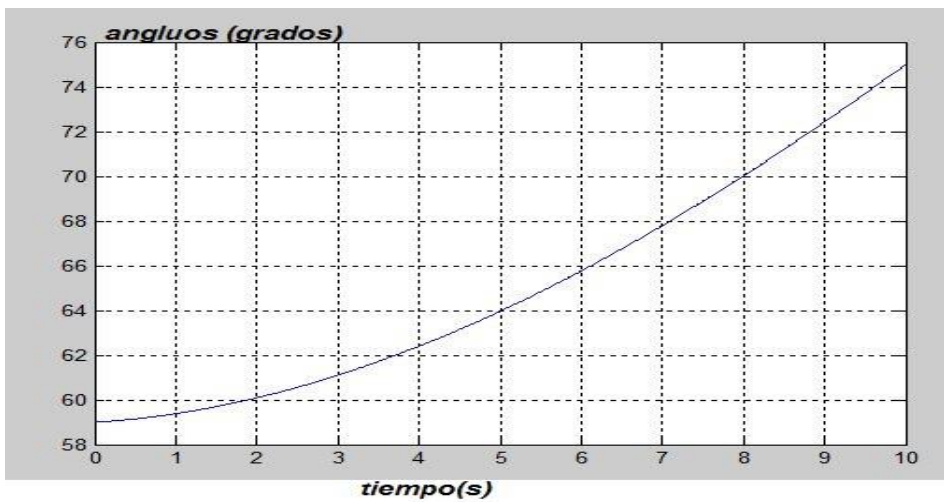
$$75 + 2.6471t^1 + 0.0706t^2 - 0.0135t^3$$

$$75 + 2.6471t^1 + 0.0706t^2 + 0.0135t^3$$

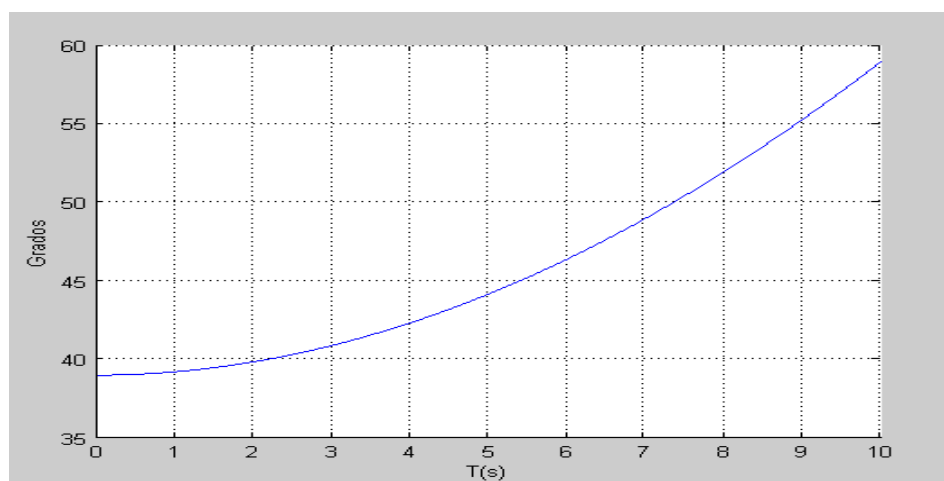
A continuación se puede apreciar el comportamiento de cada uno de los actuadores (servomotores) siguiendo el posicionamiento generado por el polinomio anteriormente descrito durante los diferentes puntos vía que componen la trayectoria (Figuras 48-56).



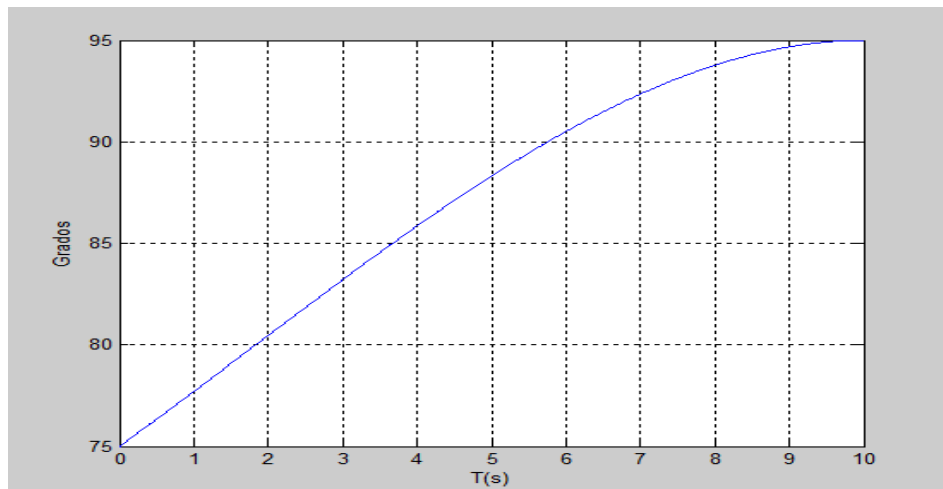
**Figura 48.** Comportamiento del actuador 1 en el punto vía 1.



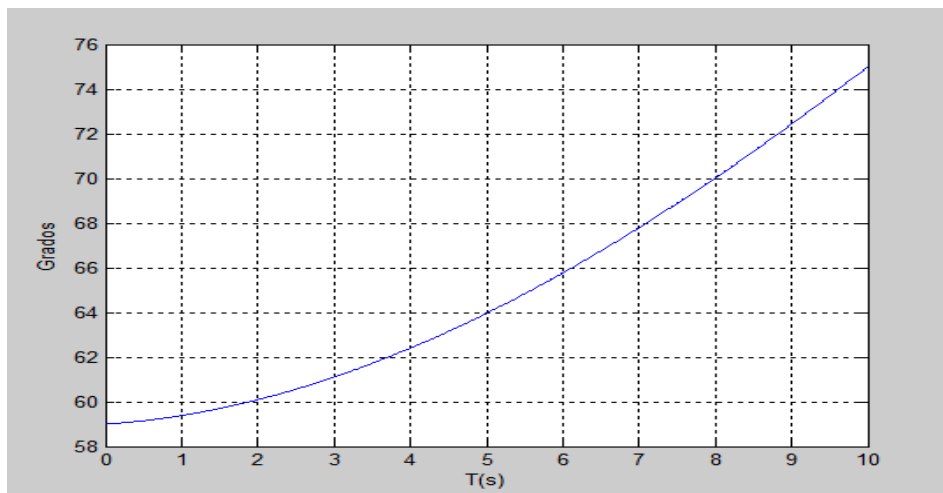
**Figura 49.** Comportamiento del actuador 1 en el punto vía 2.



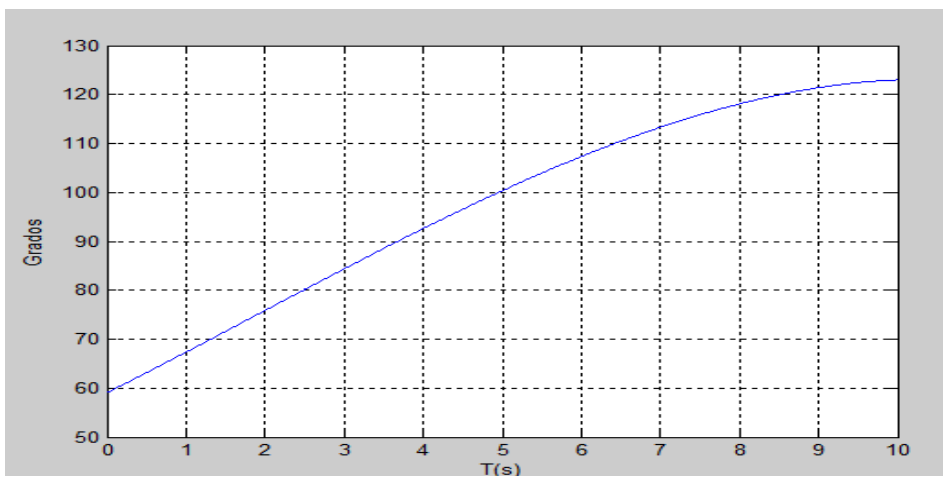
**Figura 50.** Comportamiento del actuador 1 en el punto vía 3.



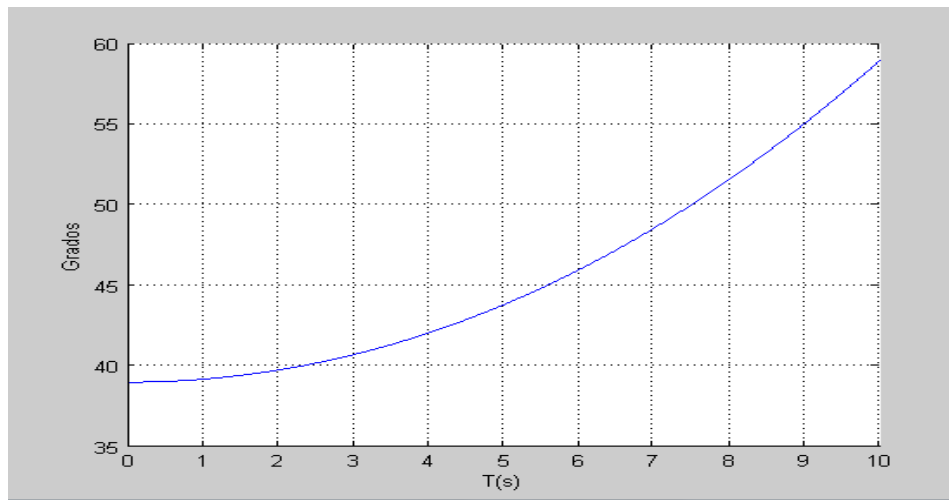
**Figura 51.** Comportamiento del actuador 2 en el punto vía 1.



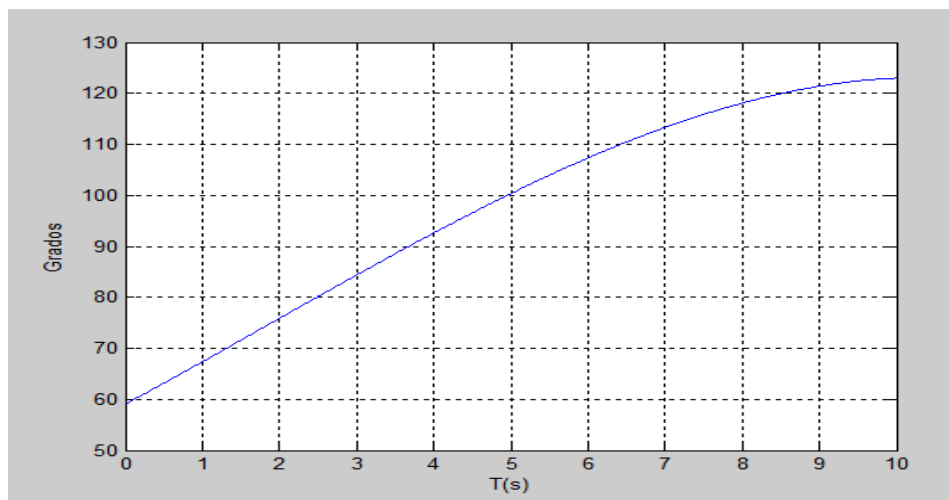
**Figura 52.** Comportamiento del actuador 2 en el punto vía 2.



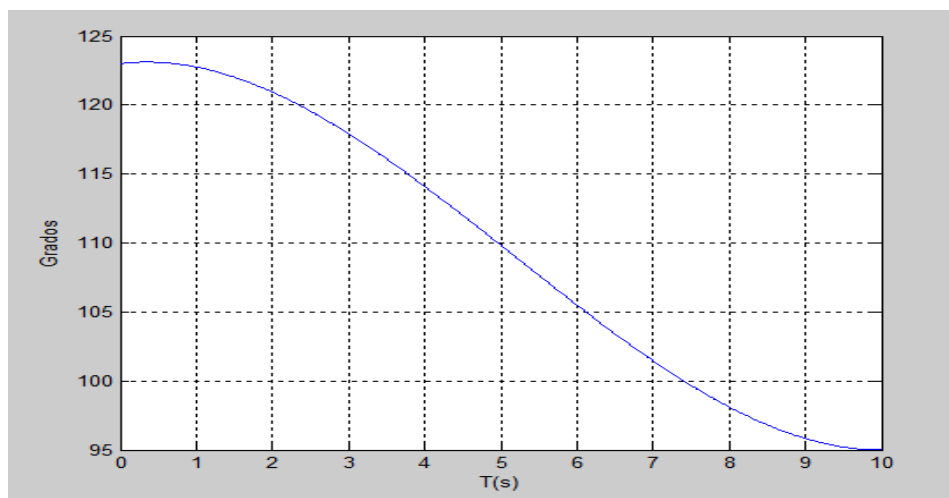
**Figura 53.** Comportamiento del actuador 2 en el punto vía 3.



**Figura 54.** Comportamiento del actuador 3 en el punto vía 1.



**Figura 55.** Comportamiento del actuador 3 en el punto vía 2.



**Figura 56.** Comportamiento del actuador 3 en el punto vía 3.



En la graficas se puede apreciar un movimiento continuo entre los puntos vía diferencia del algoritmo de cinemática inversa garantizando así que el efector final pase exactamente cada punto vía, esto puede ser de una gran ventaja la hora de precisión.

Por último se genera una simulación en un entorno 3D para sistemas mecánicos conocido como SimMechanics™ de MATLAB, en el cual se podrá corroborar el comportamiento de los eslabones en la ejecución de la trayectoria previamente generada visualizando la ubicación del punto inicial y el primer punto vía de la trayectoria (Figuras 53 y 54), alcanzados por el robot Delta siguiendo una línea recta.

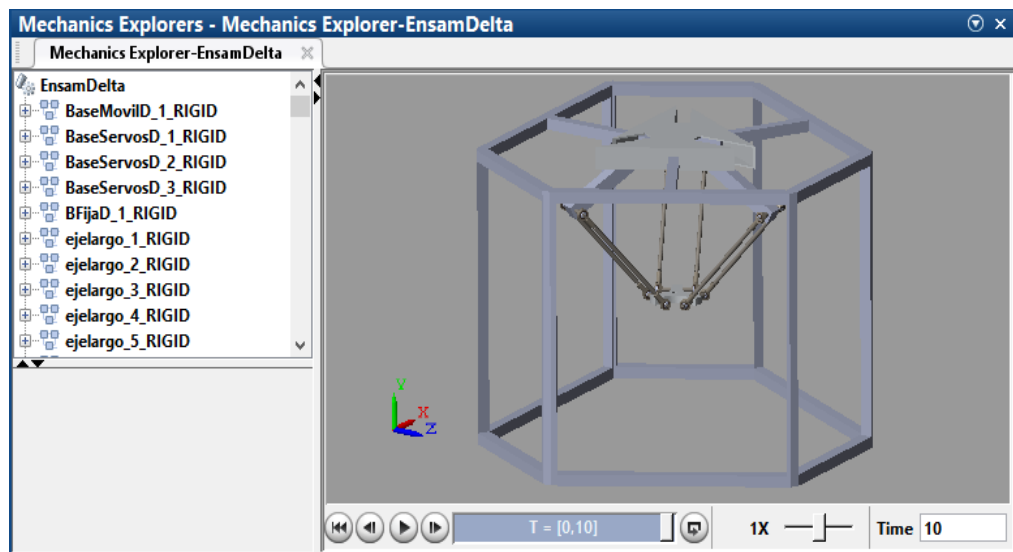


Figura 57. Simulación 1 Robot Delta trayectoria 1.

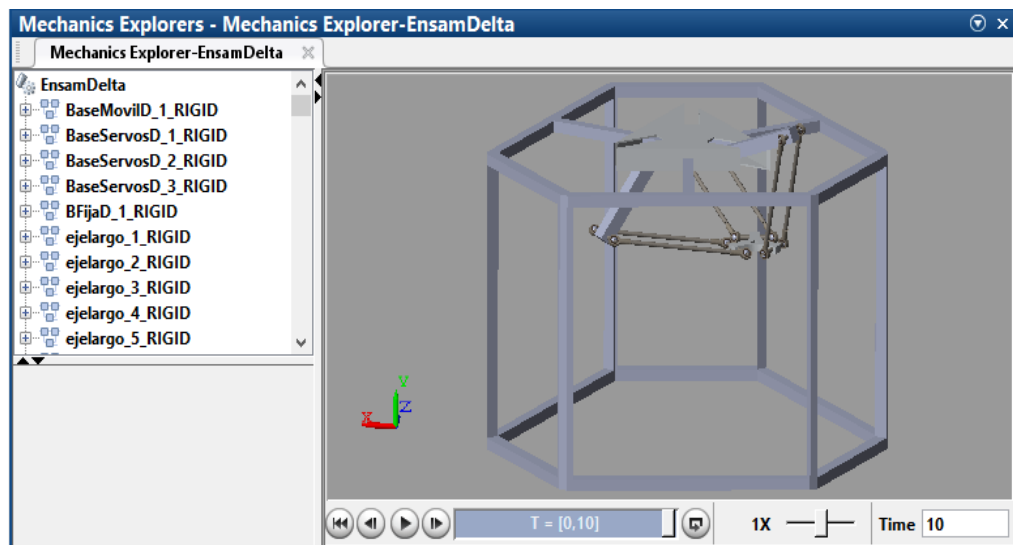


Figura 58. Simulación 2 Robot Delta trayectoria 1.

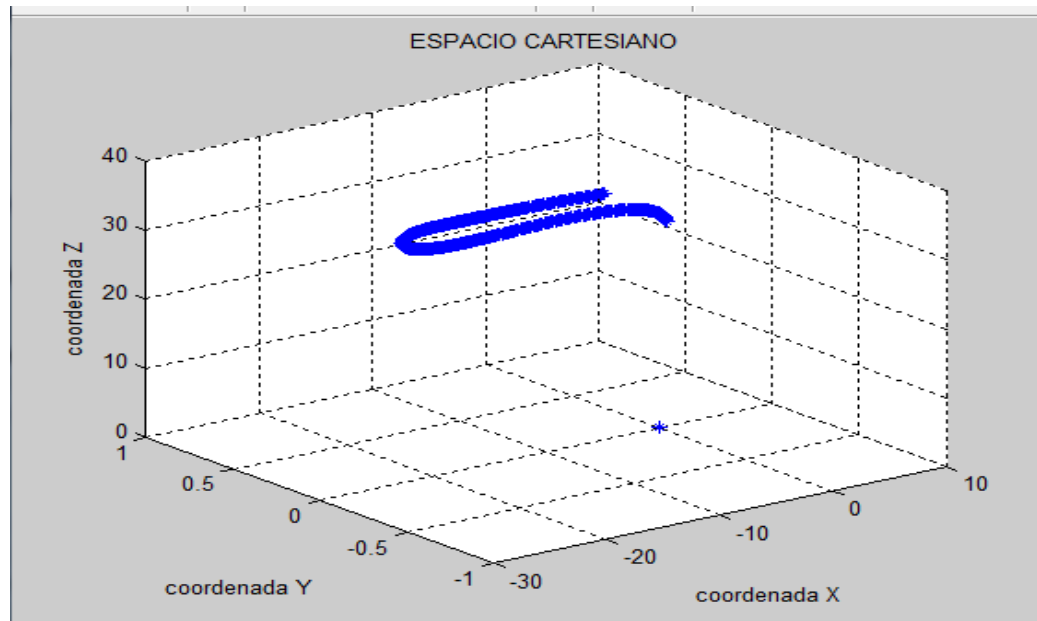
### 5.3.3 Trayectoria 2

La segunda trayectoria a implementar se llevara a cabo variando la velocidad en el algoritmo de tal forma que en el espacio cartesiano se pueda formar una semicircunferencia con centro en el origen entre los puntos vías, donde las coordenadas de los puntos se pueden observar a continuación (Tabla 6).

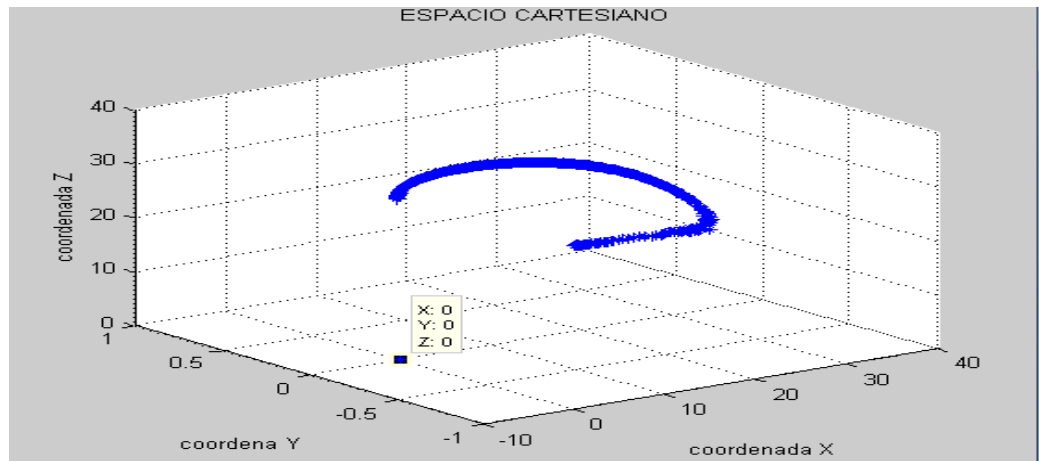
Puntos	Coordenada X	Coordenada Y	Coordenada Z
Inicial	0	0	30
Vía 1	15	0	30
Vía 2	0	-15	30
Vía 3	0	0	30

**Tabla 6.** Puntos que conforman la trayectoria 2.

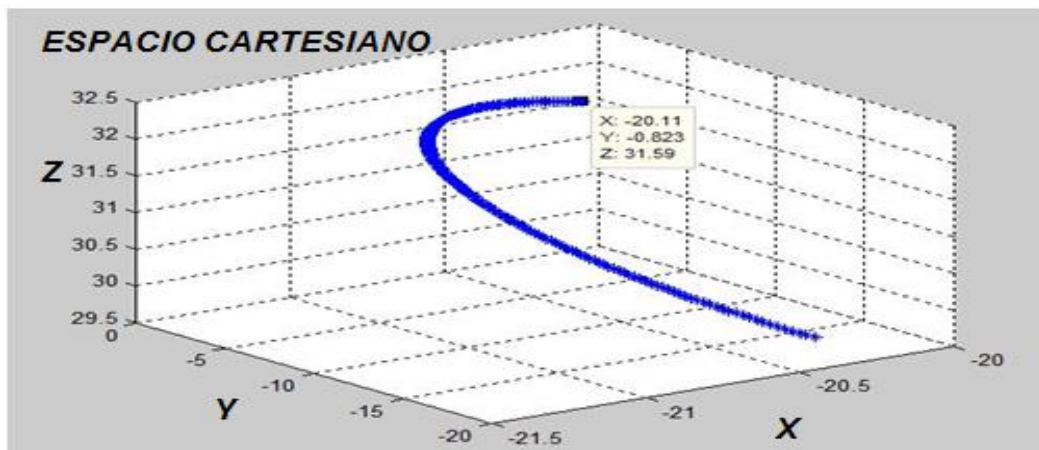
El comportamiento del robot Delta tanto en el espacio de articulación como en el espacio cartesiano (Figuras 59-61) que describe la trayectoria 2 se puede evidenciar a continuación.



**Figura 59.** Comportamiento del punto vía 1 en espacio cartesiano.

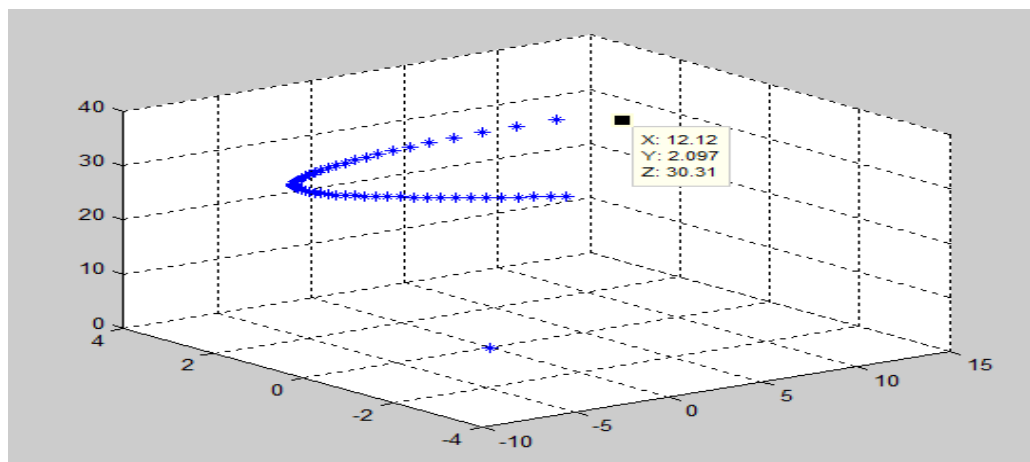


**Figura 60.** Comportamiento del punto vía 2 en espacio cartesiano.



**Figura 61.** Comportamiento del punto vía 3 en espacio cartesiano.

Se genera una cuarta visualización de la trayectoria variando el número de puntos (Figura 62).



**Figura 62.** Comportamiento del punto vía 4 en espacio cartesiano.

Por último se genera una simulación en un entorno 3D para sistemas mecánicos conocido como SimMechanics™ de MATLAB, en el cual se podrá corroborar el comportamiento de los eslabones en la ejecución de la trayectoria previamente generada visualizando la ubicación del punto inicial y el punto final de la trayectoria (Figuras 63 y 64), alcanzados por el robot Delta siguiendo la semicircunferencia previamente planeada.

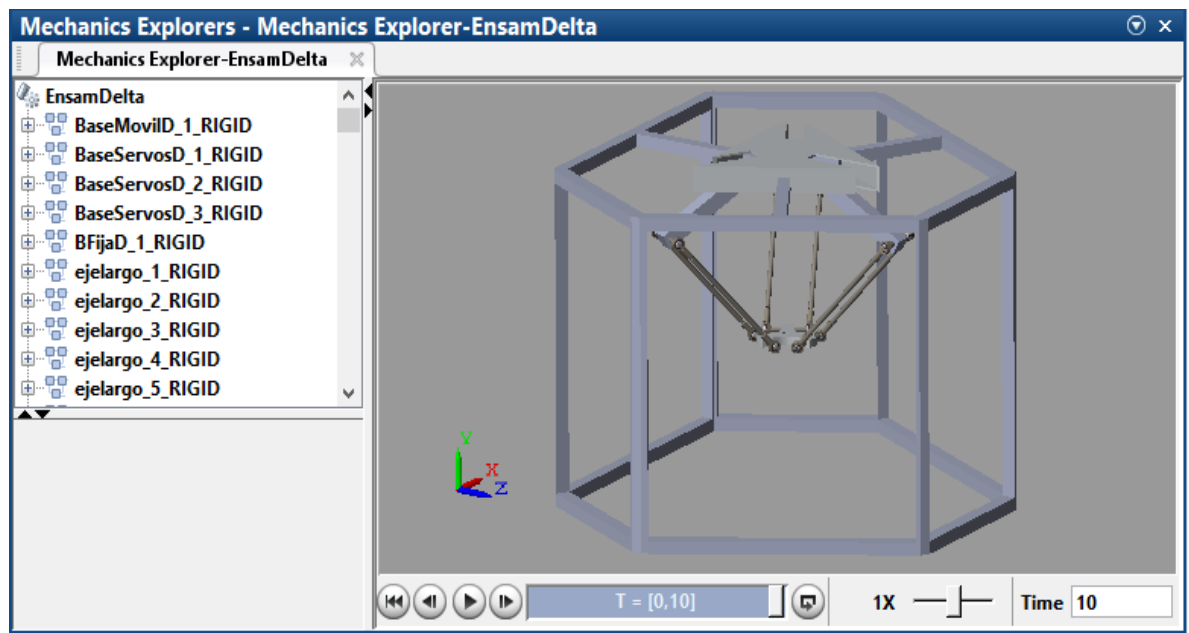


Figura 63. Simulación 1 Robot Delta trayectoria 2.

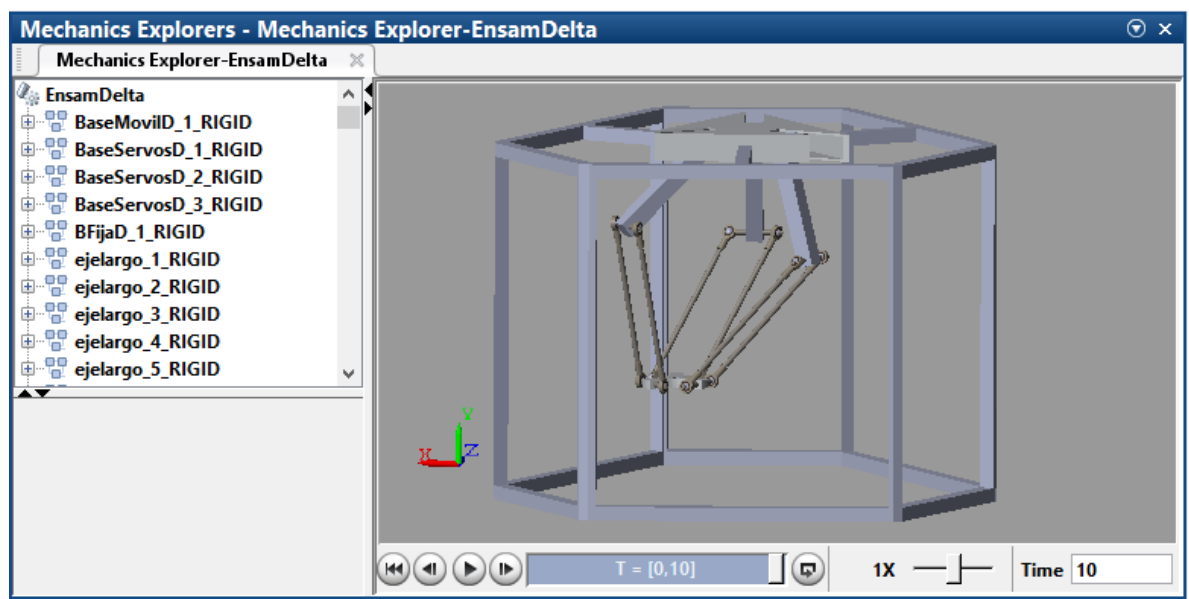


Figura 64. Simulación 2 Robot Delta trayectoria 2.

---

## CAPITULO 6: CONCLUSIONES

---

En este trabajo se presentó la planeación y ejecución de dos trayectorias para el robot Delta de la Universidad Militar Nueva Granada, donde dichas trayectorias tuvieron como principal característica el realizar trayectorias multipunto a través de líneas rectas.

Se corrobora el comportamiento del robot Delta con el algoritmo de trayectorias de la cinemática inversa, con el cual se requiere el desarrollo del Jacobiano o matriz Jacobiana, así como también la simulación de un polinomio de tercer grado con el cual se pudo comparar las diferentes ventajas computacionales entre los dos algoritmos representados.

Se concluyó de forma práctica que el método de polinomios es de menor costo computacional que el algoritmo de cinemática inversa por iteraciones, pero cuya principal ventaja es la de poder predecir las singularidades del robot Delta por trabajar directamente con el Jacobiano.

Las trayectorias se trabajaron con un criterio de velocidad constante fundamental para la ejecución de movimientos en línea recta, así al variar el vector velocidad se generaban diferentes trayectorias y en ciertos casos las trayectorias pasaban de un proceso de interpolación a uno de aproximación generando un error de posición.

Debido al diseño del prototipo mecánico del robot Delta en la Universidad Militar Nueva Granada los eslabones tienen pequeños problemas de respuesta al variar el rango de velocidad del mismo por lo cual se prefirió la ejecución de las trayectorias con velocidades bajas.

---

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [1]. ABB IRB 340 FlexPicker. [Online] <http://www.globalrobotsusa.com/robot-applications.htm>
- [2]. asyril Pocket Delta Miniature robot.  
[Online] <http://www.asyril.ch/en/products/delta-robots.html>
- [3]. Angeles, Jorge.,2007. Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms, 3<sup>rd</sup> ed. Springer.
- [4]. Barrientos, Antonio., Peñín, Luis Felipe., Balaguer, Carlos., Aracil, Rafael., 2007. Fundamentos de Robótica, 2<sup>nd</sup>ed. Mc Graw Hill.
- [5]. Biagiotti, Luigi., Melchiorri, Claudio., 2008. Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots, Springer.
- [6]. Bonev,Llian., 2001. Delta parallel robot-the story of success.  
[Online] <http://www.parallemic.org/Reviews/Review002.html>
- [7]. Corke, Peter., 2011. Robotics, Vision and Control: Fundamental algorithms in MATLAB, Springer.
- [8]. Craig, John J., 2006. Robótica, 3<sup>rd</sup> ed. Pearson.
- [9]. FANUC Robot M-1*i*A and FANUC Robot M-3*i*A.  
[Online] <http://www.fanucamerica.com/Products/Robots/Atoz.aspx>
- [10]. Jazar, RezaN., 2010. Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics, and Control, 2<sup>nd</sup>ed. Springer.
- [11]. MathWorks SimMechanics™.  
[Online] <http://www.mathworks.com/products/simmechanics>
- [12]. Mellado Arteché, Martín., 2011. Robótica, 1<sup>st</sup>ed. Universidad Politécnica de Valencia.
- [13]. Merlet, J.-P., 2006. Parallel Robots, 2<sup>nd</sup>ed. Springer.
- [14]. Niku, Saeed B., 2010. Introduction to Robotics: Analysis, Control, Applications, 2<sup>nd</sup>ed. Wiley.
- [15]. Nof, Shimon Y., 1999. Handbook of Industrial Robotics, 2<sup>nd</sup>ed. Wiley.

- [16]. Kelly, R., Santibáñez, V., Loría, A., 2005. Control of Robot Manipulators in Joint Space. Springer.
- [17]. Liu, Xin-Jun., Wang, Jinsong., 2014. Parallel Kinematics: Type, Kinematics, and Optimal Design. Springer.
- [18]. Baturone, Ollero., Anibal., 2001. Robotica: Manipuladores y robots móviles. Marcombo
- [19]. Reyes Cortes, Fernando., 2011. Robótica: Control de Robots Manipuladores, 1<sup>st</sup>ed. Alfaomega.
- [20]. Saha, Subir Kumar., 2010. Introducción a la Robótica. 1<sup>st</sup> ed. Mc Graw Hill.
- [21]. Siciliano, Bruno., Khatib, Oussama., 2008. Springer handbook of robotics. Springer.
- [22]. Siciliano, Bruno., Sciavicco, Lorenzo., Villani, Luigi., Oriolo, Giuseppe., 2009. Robotics: Modelling, Planning and Control. Springer.
- [23]. Spong, Mark W., Hutchinson, Seth., Vidyasagar, M., 2005. Robot Modeling and Control, 1<sup>st</sup>ed. Wiley.
- [24]. Torres, Fernando., Pomares, Jorge., Gil, Pablo., Puente, Santiago., Aracil, Rafael., 2002. Automatica y Robótica: Robots y Sistemas Sensoriales. Pearson.
- [25]. Tsai, Lung-Wen., 1999. Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. Wiley-Interscience.
- [26]. Urrea, Lucas., Medina, Sergio. Diseño e Implementación de una Plataforma Robotica Tipo Delta. Trabajo de grado. Universidad Militar Nueva Granada. Facultad de Ingenieria. Ingenieria Mecatronica. 2012.
- [27]. Urrea, Lucas., Medina, Sergio. Diseño e Implementación de una Plataforma Robotica Tipo Delta. Trabajo de grado. Universidad Militar Nueva Granada. Facultad de Ingenieria. Ingenieria Mecatronica. 2012.
- [28]. Urrea, Lucas., Medina, Sergio. Diseño e Implementación de una Plataforma Robotica Tipo Delta. Trabajo de grado. Universidad Militar Nueva Granada. Facultad de Ingenieria. Ingenieria Mecatronica. 2012.