

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/331683973>

# Análisis cinemático y de reconfiguración geométrica de un robot paralelo tipo Delta

Chapter · May 2018

CITATIONS

0

READS

192

2 authors:



Hernández Reyna José

University of Namibia

1 PUBLICATION 0 CITATIONS

SEE PROFILE



Yamile Sandoval-Castro

Instituto Politécnico Nacional

19 PUBLICATIONS 18 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



jaime gallardo [View project](#)



# Análisis cinemático y de reconfiguración geométrica de un robot paralelo tipo Delta.

Hernández Reyna José<sup>1</sup>, Sandoval Castro X. Yamile<sup>2</sup>

<sup>1</sup> CFATA-UNAM. Boulevard Juriquilla No. 3001, Querétaro, Qro. C.P. 76230

<sup>2</sup> CONACYT-IPN. Cerro Blanco 141. Col. Colinas del Cimatario. Querétaro, Qro. C.P. 76090.

## Resumen

*Se presenta la descripción y análisis cinemático reconfigurable de un robot paralelo tipo Delta, para ello se analizó la cinemática directa en posición del robot con el método de intersección de esferas. Se elaboró su representación 3D en el entorno de Matlab para simular su comportamiento. Se hizo un estudio de cinemática reconfigurable basado en el número de condición de su matriz jacobiana, definida en el análisis cinemático, para mejorar su desempeño cinemático. Se graficaron los resultados del estudio de cinemática reconfigurable acotando los resultados a un espacio que comprenda dimensiones de diseño y construcción deseadas para el robot. Tomando como base el conjunto de valores óptimos de acuerdo al estudio, se realizó un modelo CAD donde se muestra la disposición de elementos que conforman la estructura del robot.*

**Palabras clave:** Robot paralelo tipo Delta, Cinemática reconfigurable, Número de condición, Matriz jacobiana.

## 1. Introducción

Un robot paralelo se compone de una base móvil y de una fija, ambas unidas por al menos dos cadenas cinemáticas independientes. Es en la base móvil donde se ubica el efector final del robot.

Los robots paralelos fueron introducidos hace algunas décadas por Gough (1975) y Stewart (1965). Clavel (1989) propuso el robot Delta, utilizado en aplicaciones de alta velocidad en la industria, M. Méndez (2009).

La idea básica en el diseño del robot paralelo Delta es el uso de paralelogramos. Un paralelogramo permite un enlace de salida para permanecer en una orientación fija con respecto a un enlace de entrada. El uso de tres de estos paralelogramos restringe completamente la orientación de la plataforma móvil que permanece solo con tres grados de libertad puramente traslacionales. Los enlaces de entrada de los tres paralelogramos son montados en palancas giratorias a través de articulaciones de revoluta. Las articulaciones de las palancas giratorias se accionan en dos diferentes formas: con motores de rotación (servo, DC o AC) o con actuadores lineales. Finalmente, se usa un mecanismo para transmitir movimiento rotatorio desde la base hasta un efector final montado en la plataforma móvil. El uso de actuadores montados en la base y enlaces de baja masa permite que la plataforma móvil logre grandes aceleraciones en ambientes experimentales y en aplicaciones industriales, V. Poppeová et al. (2011).

La base móvil puede tener una aceleración de hasta 50 veces la gravedad(g) en entornos experimentales y entre 12 y 15g en aplicaciones industriales, V. Poppeová et al. (2011).

Los robots Delta son adecuados para alta velocidad en aplicaciones de “pick and place” que involucren peso ligero y piezas con geometría simple.

Con una estrategia de reconfiguración geométrica se puede mejorar el desempeño cinetostático del robot tipo Delta en su espacio de trabajo operable, medible cuando el número de condición de su



matriz jacobiana tiende a ser uno; cuando el número de condición tiende a infinito, entonces se acerca a una configuración singular, por lo que los valores obtenidos que converjan en uno o que tiendan a serlo, se consideran como óptimos para este estudio.

Una reconfiguración geométrica para el robot paralelo tipo Delta implica la variación de uno, algunos o todos los parámetros angular,  $R$ ,  $r$ ,  $l_a$  y  $l_b$  (descritos en la sección 2.2). Se modificó el parámetro  $R$  porque elegir más de uno incrementa el problema de redundancia en los grados de libertad del robot.

J.-P Merlet, en su trabajo "Jacobian, manipulability, condition number and accuracy of parallel robots", emplea el número de condición ( $K$ ) denominándolo factor de amplificación de error, al usar la norma de Frobenius o la 2-norma el valor mínimo es  $K=1$ .

Una pose isotrópica de un robot se define como una pose donde  $K$  es igual a 1 y el robot que solo tiene poses isotrópicas en su espacio de trabajo es denominado como un robot isótropo, esto indica que las magnitudes vectoriales de un robot isótropo deben ser las mismas sea cual sea la dirección del movimiento, en robótica se considera como parámetro de diseño.

Merlet concluye que los índices de destreza clásicos como el número de condición no son muy adecuados para robots paralelos, por su parte refiere que los índices más apropiados son la determinación de los errores de posicionamiento máximo, sus valores promedio y varianza.

M. Maya et al. (2013), realiza la reconfiguración de  $R$  y afirma que es una buena opción para propósitos prácticos. Tal reconfiguración permite un ajuste en la forma y el volumen del espacio de trabajo del robot y produce cambios en su capacidad de carga. Para un punto dado en el espacio de trabajo, un robot puede manejar diferentes cargas.

El presente trabajo se enfoca en la descripción geométrica del robot paralelo tipo Delta, se realiza su análisis cinemático directo empleando un método geométrico basado en la intersección de esferas; una vez realizado el análisis cinemático se aplicó la reconfiguración geométrica variando el parámetro  $R$  del robot Delta.

## 2. Estructura del robot y modelo cinemático

Se propone la implementación del robot con componentes COTS (Commercial Off The Shelf), se usa una tarjeta Raspberry Pi 2 Model B, potenciómetros con acondicionamiento de señal en microcontroladores ATmega que fungan como transductores de posición angular, además de la adaptación de elementos no utilizados en robótica, por ejemplo para sustitución de rótulas.

En el entorno de Simulink se ha implementado la cinemática inversa y el sistema de control de posición, se cuenta con la alternativa de operación remota mediante una App desarrollada para iOS. Lo anterior no es el tema central de este trabajo, se menciona porque el estudio aquí presentado es parte del prototipo.

El robot paralelo Delta posee tres grados de libertad, la posición del efector final depende de tres actuadores rotatorios; posee un eslabón unido directamente a cada actuador rotatorio, posee un segundo eslabón unido a cada uno de los primeros, se forma una junta esférica en la unión de eslabones.

El efector final de este robot se encuentra en un espacio tridimensional, en la figura 1 se muestra un esquema del mecanismo donde se muestran los elementos que lo constituyen.

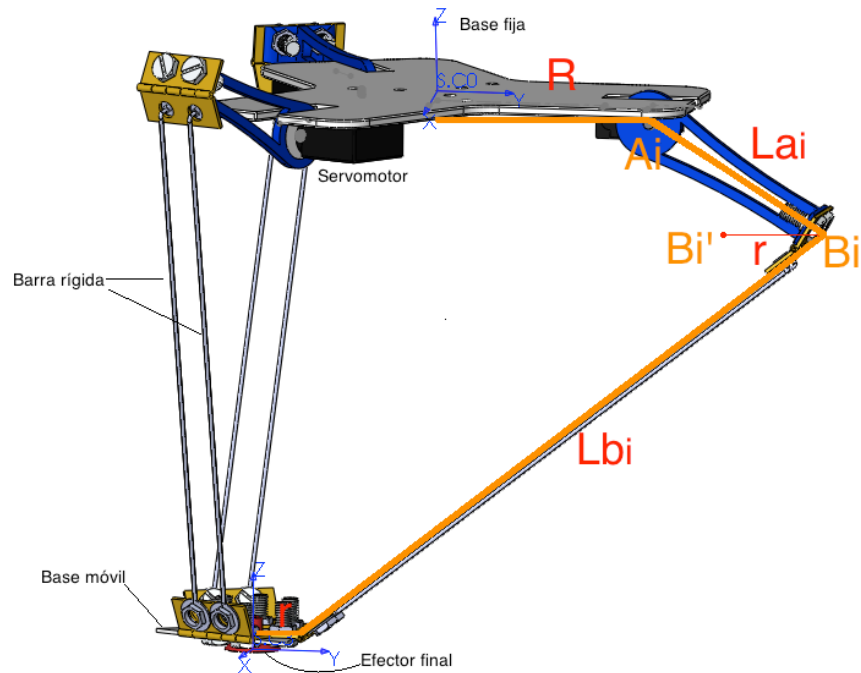


Figura 1. Elementos de robot Delta.

### 2.1 Representación geométrica.

En la figura 2 se muestra con rectas amarillas el plano formado por los ejes de los actuadores rotacionales, el punto rojo al centro representa la proyección del centro de la base fija, lugar donde se colocó el sistema de referencia inicial del robot.

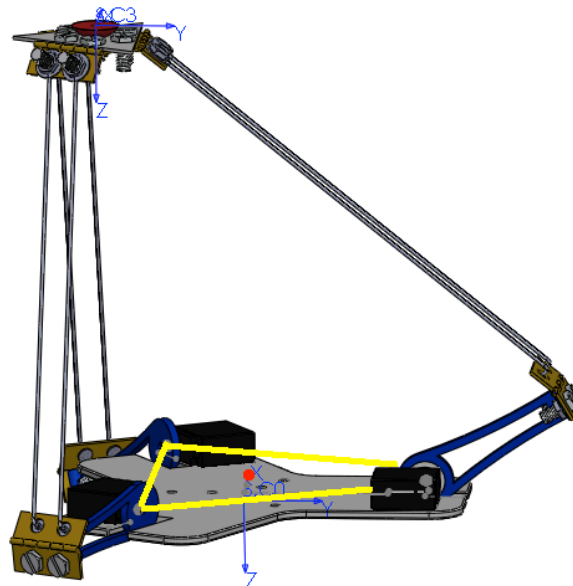
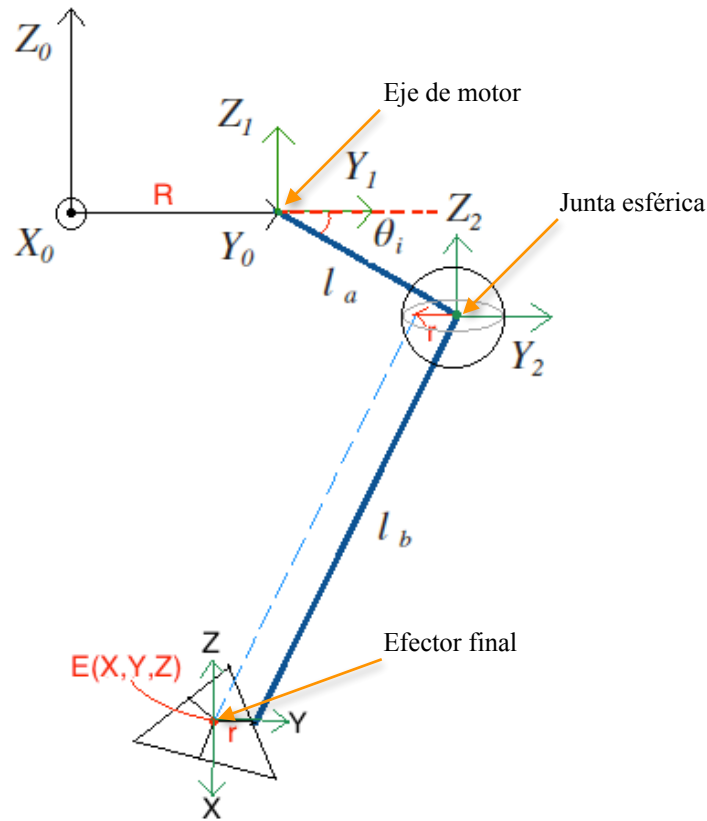


Figura 2. Proyección del centro de la base fija en el plano formado por los ejes.

El análisis se realizó para obtener la solución de un sistema articulado, donde se colocaron los sistemas de referencia en la figura 2, debido a la disposición espacial de los brazos en el robot, la solución para los brazos 2 y 3 corresponde a la del brazo 1, considerando una rotación en el eje  $z$  de  $120^\circ$  y  $240^\circ$  respectivamente.

En la figura 3 se presenta la  $i$ -ésima extremidad a través de un diagrama cinemático, donde puede observarse el marco de referencia ubicado en la base fija.



**Figura 3. Representación geométrica y parámetros del robot Delta.**

En la figura 3, se colocó el sistema de referencia 0 de modo que el eje  $Y$  se alineó con el eje del motor, su vez alineado con el eslabón  $l_a$ ; en el punto que corresponde el eje del motor se colocó el sistema de referencia 1; el número 2 se colocó al final del eslabón  $l_a$ .

Se debe señalar que si bien el sistema de referencia 2 se colocó en el punto indicado en la figura 3, existe un grado de libertad adicional, es decir, desplazamiento en el plano  $X_0-Z_0$ , dicho desplazamiento depende de la posición de los 3 motores simultáneamente y corresponde a una junta esférica, una característica en el robot Delta.

Por último, se colocó un sistema de referencia, indicado con  $E(X,Y,Z)$  que corresponde al centro del efector final, este sistema es móvil y depende de la posición angular de los 3 motores, las coordenadas del centro del sistema de referencia se miden desde el sistema 0 y representan la solución al problema cinemático directo que se describe en el próximo apartado.



### 3. Cinemática directa.

En la cinemática directa, dada la configuración angular en las juntas de revoluta (unión del eje del servomotor y la) se determina la posición espacial (X, Y, Z) de la base móvil respecto a un sistema de referencia fijo.

Para establecer el modelo cinemático directo se empleó un método geométrico basado en la intersección de esferas. Los trabajos realizados en A. Olsson, et al. (2009), R. L. Williams (2016), son ejemplos de uso de este algoritmo para resolución del problema cinemático directo para este robot.

Como se mencionó en la sección 2, una característica de estos robots es que en la unión de los eslabones la y lb se produce una junta esférica, en tal junta se puede generar una esfera con centro donde se ubicó el sistema de referencia 2 con un radio de longitud lb.

Como el modelo para los otros dos sistemas articulados corresponde a la solución del primer sistema pero rotada en el eje Z, la esfera descrita anteriormente se genera para los otros dos casos, teniendo así un sistema que se puede modelar mediante 3 esferas de radio lb, por lo que el problema cinemático directo se reduce a determinar las coordenadas del centro de las 3 esferas y los puntos de intersección en el centro del efector final.

Para que las tres esferas se intersecten en el centro del efector final debe desplazarse su centro en una distancia r (representada en la figura 3) en dirección del eje Y. Una vez realizado este desplazamiento, las esferas se intersectan en E(X,Y,Z) y estas son las coordenadas del efector final respecto al sistema de referencia 0.

La ubicación del sistema 1 respecto al 0 tiene coordenadas dadas en (1).

$$A_i(0, R, 0) \quad (1)$$

La ubicación del sistema 2 respecto al 0 tiene coordenadas dadas en (2).

$$B_i(0, R + l_a C\theta_i, l_a S\theta_i) \quad (2)$$

Desplazando (2) una distancia r en dirección de Y, se tiene:

$$B'_i(0, R + l_a C\theta_i - r, l_a S\theta_i) \quad (3)$$

Lo anterior corresponde a las coordenadas del centro de la esfera i-ésima, para el caso de la esfera 1, i=1, representando como vector columna, se tiene:

$$B'_1 \begin{pmatrix} 0 \\ R + l_a C\theta_1 - r \\ l_a S\theta_1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

La rotación en el eje Z en un ángulo theta, viene dada por la siguiente expresión:

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$



Para determinar las coordenadas del centro para la esfera 2, se realizó la multiplicación matricial de la ecuación (5) con  $\theta_2 = 120^\circ$  y la expresión (3) con  $i=2$ , se tiene:

$$B'_2 \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}(R+l_a C\theta_2-r) \\ -\frac{1}{2}(R+l_a C\theta_2-r) \\ l_a S\theta_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Para determinar las coordenadas del centro para la esfera 3, se realizó la multiplicación matricial de la ecuación (5) con  $\theta_3 = 240^\circ$  y la expresión (3) con  $i=3$ , se tiene:

$$B'_3 \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}(R+l_a C\theta_3-r) \\ -\frac{1}{2}(R+l_a C\theta_3-r) \\ l_a S\theta_3 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Teniendo las coordenadas de los centros para las tres esferas involucradas en el modelo y la longitud del radio ( $l_b$ ), para que las esferas se intersecten en  $E(X,Y,Z)$  se debe satisfacer el sistema de ecuaciones no lineales de segundo grado:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = l_b^2 \quad (8a)$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = l_b^2 \quad (8b)$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = l_b^2 \quad (8c)$$

Donde:

$X_1, Y_1, Z_1$  son las coordenadas del centro de la esfera 1 dados en (4).

$X_2, Y_2, Z_2$  son las coordenadas del centro de la esfera 2 dados en (6).

$X_3, Y_3, Z_3$  son las coordenadas del centro de la esfera 3 dados en (7).

Para solucionar el sistema de ecuaciones, primero se desarrollaron los productos notables indicados, una vez desarrollados, se eligió una ecuación y se le restaron cada una de las otras dos, en este caso (8c)-(8a) y (8c)-(8b) para tener un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas.

Tomando una de las incógnitas como parámetro, se resolvió el sistema de dos ecuaciones siendo ambas soluciones funciones de la incógnita seleccionada como parámetro, en este caso se eligió  $Z$  como parámetro, entonces se tienen soluciones de la forma:  $X=f(Z)$  y  $Y=f(Z)$ .

Al ser ambas funciones de  $Z$ , se eligió la ecuación (8a), para sustituir ambas funciones de  $Z$  y de esta forma se tuvo una ecuación cuadrática dependiente sólo de  $Z$ , se resolvió empleando la fórmula general y admitiendo las soluciones en que  $Z$  es negativa, ya que las esferas se intersectarán en dos puntos, un punto de intersección es donde  $z$  es positiva y la otra donde es negativa, pero de acuerdo al sistema de referencia establecido inicialmente, la base móvil se sitúa en  $Z$  negativo y la geometría del robot sólo admite un sentido en el eje  $Z$ .

Una vez hallada la solución para  $Z$ , se hizo la sustitución en las funciones  $X=f(Z)$  y  $Y=f(Z)$ , de esta forma se obtuvo la solución al sistema. Teniendo así el modelo matemático que describe la posición espacial como función de la configuración angular de los motores del robot, es decir, el modelo cinemático directo del robot.

Al realizar los cálculos se hicieron múltiples cambios de variable para de reducir el tamaño de las expresiones, se empleó cálculo simbólico mediante computadora para obtener los resultados.

#### 4. Representación 3D en Matlab.

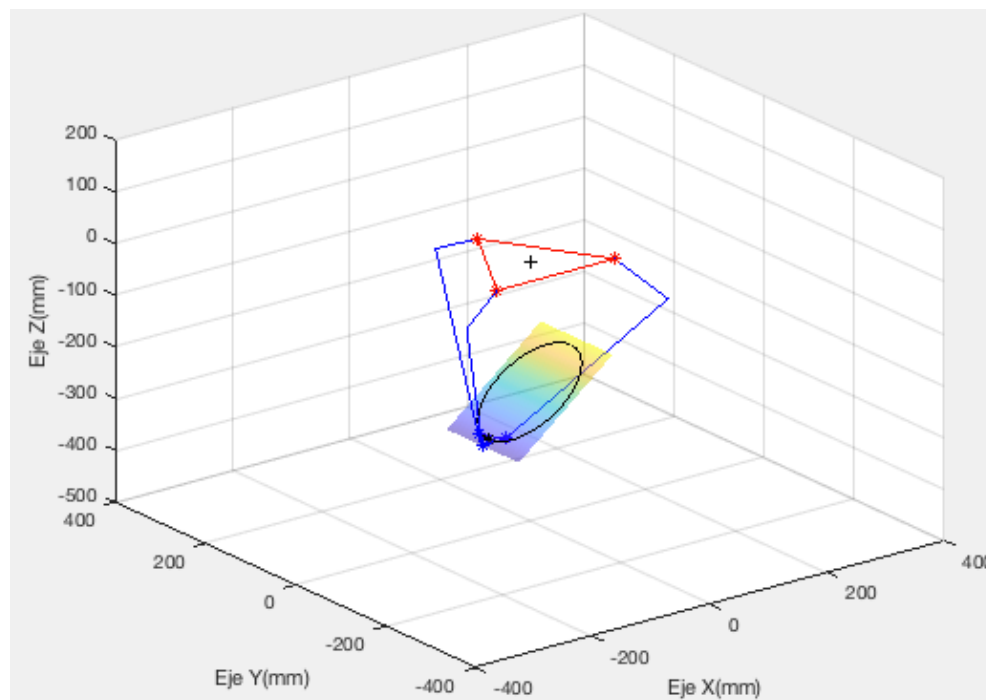
Con la finalidad de simular el comportamiento del robot, se hizo un modelo 3D en el entorno de Matlab tomando como base el modelo cinemático.

En la tabla 1 se presentan los valores utilizados para realizar la representación del robot. Se consideró  $R=150\text{mm}$ .

Parámetro	La	Lb	r	R (var)	x	y	z
Cantidad	110 mm	330 mm	50 mm	100 mm - 200 mm	0	0	-375

**Tabla 1. Valores de parámetros para representación del robot.**

En la figura 4 se representa el robot Delta, se estableció la longitud de los parámetros del robot medidos en milímetros, mediante simulación se pueden visualizar los cambios en la geometría del robot de acuerdo a la modificación de cualquiera de los parámetros implicados.



**Figura 4. Robot Delta en Matlab.**

Con ayuda de simulaciones se puede estimar el comportamiento real del robot, siendo una herramienta para selección de rutinas a realizar posteriormente.





## 5. Estudio de reconfiguración geométrica.

Una reconfiguración geométrica se refiere a modificar uno, varios o todos los parámetros, en ese caso del robot, los parámetros considerados son el angular,  $la$ ,  $lb$ ,  $R$  y  $r$  presentando en este trabajo la reconfiguración variando  $R$ .

El parámetro  $R$ , se acotó un intervalo de 100 a 200 mm, para acotar dimensiones de reconfiguración. Al modificar  $R$ , se fijó una posición para el robot, las longitudes  $la$ ,  $lb$  y  $r$  permanecieron constantes para este estudio.

Se varió  $R$  entre 100 y 200 mm con los demás parámetros constantes y se evaluaron estos datos en el jacobiano del robot. Se eligió  $R$  entre 100 y 200 mm porque comprende un tamaño de base fija aceptable para la dimensión esperada del robot.

Sea  $\mathbf{X}_e$  el vector que representa las coordenadas espaciales  $X, Y, Z$  del efector final respecto al sistema de referencia 0 y  $\mathbf{q}$  el vector que contiene las derivadas de las coordenadas angulares, se tiene el jacobiano  $\mathbf{J}$  en:

Donde:

$$\frac{d\mathbf{X}_e}{dt} = \mathbf{J} \frac{d\mathbf{q}}{dt} \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_e = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Y se define el Jacobiano como:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{dX(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{d\theta_1} & \frac{dX(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{d\theta_2} & \frac{dX(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{d\theta_3} \\ \frac{dY(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{d\theta_1} & \frac{dY(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{d\theta_2} & \frac{dY(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{d\theta_3} \\ \frac{dZ(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{d\theta_1} & \frac{dZ(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{d\theta_2} & \frac{dZ(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{d\theta_3} \end{pmatrix} \quad (12)$$

El número de condición se define:

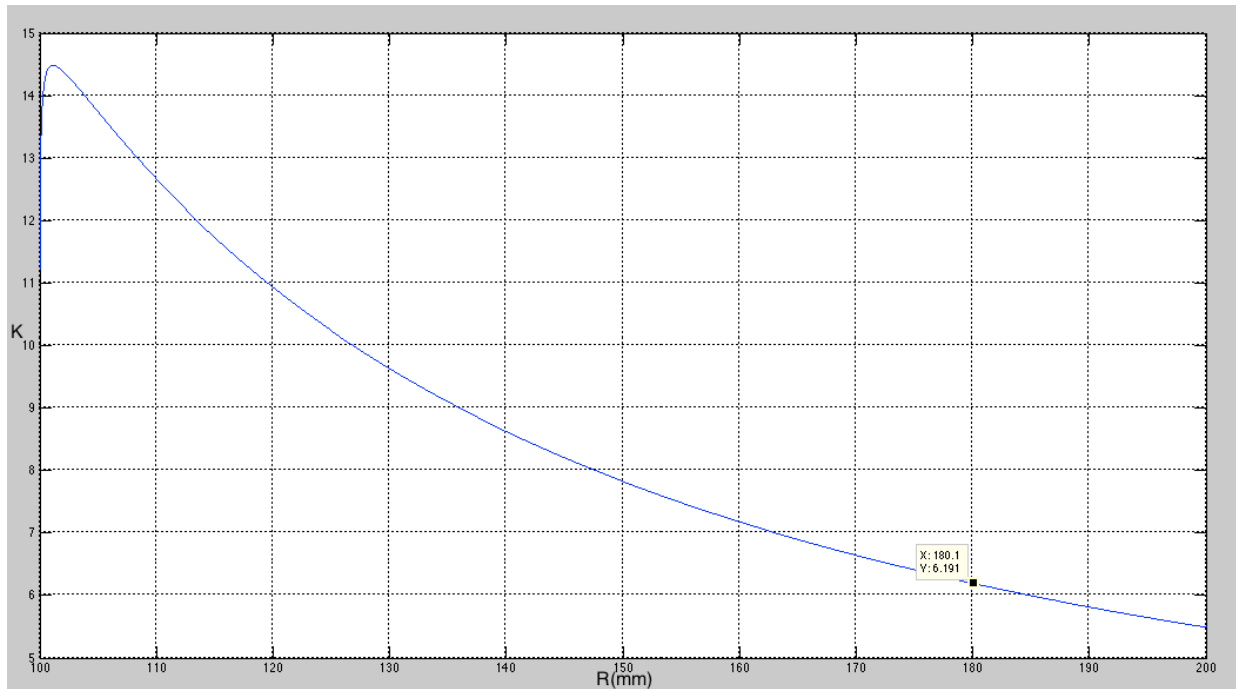
$$K = ||\mathbf{J}|| \quad ||\mathbf{J}^{-1}|| \quad (13)$$

Siendo K función de 6 variables, tal que:  $K(R, r, l_a, l_b, X_e, \theta_i)$

Donde  $||J||$  corresponde a la norma de Frobenius de la matriz jacobiana; la norma de Frobenius de J, se define como:

$$||J|| = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |J_{ij}|^2} \quad (14)$$

Variando el parámetro R evaluado en J en incrementos de 0.1mm en un intervalo definido, se realizó la gráfica para visualizar la tendencia; se determinó el número de condición K, para ello, se realizó un script en Matlab donde se realizaron las operaciones. En la figura (5) se representa el número de condición respecto a la variación del parámetro R.



**Figura 5. Número de condición respecto a la variación del parámetro R.**

Se considera adecuado el número de condición que tienda a ser 1 ya que K es un factor de amplificación de error y  $k=1$  es el valor mínimo dentro del espacio de trabajo del robot; se considera, además no afectar el espacio de trabajo del robot, ya que entre mayor es el valor de R, el espacio de trabajo tiende a reducirse y esto presenta complicaciones para los propósitos del robot porque se requiere un espacio de trabajo acorde a determinada aplicación y un espacio de trabajo que tienda a ser nulo no sirve en aplicaciones a escala macroscópica.

Teniendo estos resultados, fue rediseñada la base fija del robot, considerando un rango de dimensiones deseadas.



## 6. Conclusiones.

El presente trabajo se centró en el análisis y descripción del robot paralelo tipo Delta para implementar una técnica de reconfiguración geométrica basada en el número de condición de su matriz jacobiana definida mediante el análisis cinemático del robot.

Merlet propone como más apropiado un método basado en determinación de errores de posicionamiento máximo, sus valores promedio y varianza para el caso de un robot paralelo, pero se seleccionó la variación de  $R$  y determinación del número de condición ya que se ha reportado este estudio en otros trabajos y pese a no ser el método más óptimo, presenta mayor simplicidad matemática.

Si el número de condición tiende a infinito, tiende a su vez a ser una configuración singular, en cambio si tiende a uno, se mejora el desempeño cinetostático del robot, esto es debido a que  $K$  es un factor de amplificación de error y el valor mínimo de  $k$  para las normas de Frobenius y 2-norma es la unidad.

Al incrementar el valor de  $R$ , en el intervalo de 100 a 200 mm, el número de condición ( $K$ ) tiende a la unidad cuando  $R$  aumenta, considerando esto se tuvo un criterio para diseño y construcción de la base fija del robot.

Se seleccionó un valor de  $R$  entre 110 y 130 mm como pauta para diseño; finalmente se eligió el valor de  $R=120$  mm para la construcción de la base fija del robot.

## Referencias

- [1] M. Méndez. "Diseño de un robot paralelo". ITECKNE: Innovación e Investigación en Ingeniería, ISSN-e 2339-3483, ISSN 1692-1798 Vol. 6, N° 2, pp.29-35, 2009.
- [2] V. Poppeová, J. Uriček, V. Bulej, P. Šindler. "DELTA ROBOTS – ROBOTS FOR HIGH SPEED MANIPULATION". Technical Gazette, ISSN 1330-3651, UDC/UDK 681.51:004.896, Vol. 18, N° 3, pp. 435-436. Žilina, Slovakia, 2011.
- [3] R. Sánchez, J. Gonzáles, E. Castillo, A. Balmaceda. "Análisis del desempeño cinetostático de un robot paralelo tipo Delta reconfigurable". Ingeniería Investigación y Tecnología, Vol. XVI, N° 02 pp. 213-224, 2015.
- [4] M. Maya, E. Castillo, A. Lomelí, E. González, A. Cárdenas. "Workspace and Payload-Capacity of a New Reconfigurable Delta Parallel Robot ". International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 10, pp.56, 2013.
- [5] J.-P. Merlet. "Jacobian, manipulability, condition number and accuracy of parallel robots". Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, pp. 1-10, 2005.
- [6] R. L. Williams II. "The Delta Parallel Robot: Kinematics Solutions ". Ohio University, 2016.
- [7] A. Olsson "Modeling and control of a Delta-3 robot ". Department of Automatic Control. Lund University. MASTER THESIS. ISSN 0280-5316 ISRN LUTFD2/TFRT--5834--SE, 2009.
- [8] H. Asada. "Introduction to Robotics. Department of Mechanical Engineering". Massachusetts Institute of Technology. Chapter 5. Differential Motion, pp.1-10.
- [9] A. Hamdallah, H. Alashqar. "Modeling and High Precision Motion Control of 3 DOF Parallel Delta Robot Manipulator". A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master in Electrical Engineering. Gaza-Palestine. pp. 8-14, 2007.



[10] O. Hamdoun, L. Bakkali, F. Baghli. "Analysis and Optimum Kinematic Design of a Parallel Robot". 10th International Conference Interdisciplinary in Engineering, INTER-ENG. Vol. 181, pp. 214-220, Morocco, 2017