

# Domaća zadaća

3.3.2023.

zad 1.

1.) a)  $h(k) = k \bmod m$   
 $m = 19.$

0		
1	77	→ 39
2	40	
3		
4		
5		
6	6	
7		
8	8	
9		
10		
11	49	
12	59	
13	70	→ 89
14		
15	15	

$$h_1(77) = 77 \bmod 19 = 1$$

$$h_1(69) = 69 \bmod 19 = 12$$

$$h_1(39) = 39 \bmod 19 = 1$$

$$h_1(70) = 70 \bmod 19 = 13$$

$$h_1(6) = 6 \bmod 19 = 6$$

$$h_1(8) = 8 \bmod 19 = 8$$

$$h_1(40) = 40 \bmod 19 = 2$$

$$h_1(89) = 89 \bmod 19 = 13$$

$$h_1(49) = 49 \bmod 19 = 11$$

$$h_1(15) = 15 \bmod 19 = 15$$

b)  $h_2(k) = 1 + (k \bmod (m-1))$

$$h_2(77) = 1 + (77 \bmod 18) = 1 + 5 = 6$$

$$h_2(69) = 1 + (69 \bmod 18) = 1 + 5 = 6$$

$$h_2(39) = 1 + (39 \bmod 18) = 1 + 1 = 2$$

$$h_2(70) = 1 + (70 \bmod 18) = 1 + 8 = 9$$

$$h_2(6) = 1 + (6 \bmod 18) = 1 + 1 = 2$$

$$h_2(8) = 1 + (8 \bmod 18) = 1 + 4 = 5$$

$$h_2(40) = 1 + (40 \bmod 18) = 1 + 2 = 3$$

$$h_2(89) = 1 + (89 \bmod 18) = 1 + 17 = 18$$

$$h_2(49) = 1 + (49 \bmod 18) = 1 + 13 = 14$$

$$h_2(15) = 1 + (15 \bmod 18) = 1 + 5 = 6$$

$$h(k, i) = (h_1(k) + i \cdot h_2(k)) \bmod m$$

$$h(77, 0) = (1 + 0 \cdot h_2(k)) \bmod 19 = 1 \bmod 19 = 1$$

$$h(69, 0) = 12 \bmod 19 = 12$$

$$* h(39, 0) = 1 \bmod 19 = 1 \quad - \text{kolizja}$$

$$h(39, 1) = (1 + 1 \cdot 2) \bmod 19 = 3 \bmod 19 = 3$$

$$h(20, 0) = 13 \bmod 19 = 13$$

$$h(6, 0) = 6 \bmod 19 = 6$$

$$h(8, 0) = 8 \bmod 19 = 8$$

$$h(40, 0) = 2 \bmod 19 = 2$$

$$* h(89, 0) = 13 \bmod 19 = 13 \quad - \text{kolizja}$$

$$* h(89, 1) = (13 + 1 \cdot 18) \bmod 19 = 31 \bmod 19 = 12 \quad - \text{kolizja}$$

$$h(89, 2) = (13 + 2 \cdot 18) \bmod 19 = 49 \bmod 19 = 11$$

$$* h(49, 0) = 11 \bmod 19 = 11 \quad - \text{kolizja}$$

$$* h(49, 1) = (11 + 1 \cdot 14) \bmod 19 = 25 \bmod 19 = 6 \quad - \text{kolizja}$$

$$* h(49, 2) = (11 + 2 \cdot 14) \bmod 19 = 7 \quad - \text{kolizja}$$

$$h(49, 3) = (11 + 3 \cdot 14) \bmod 19 = 15$$

$$* h(15, 0) = 15 \bmod 19 = 15 \quad - \text{kolizja}$$

$$* h(15, 1) = (15 + 1 \cdot 6) \bmod 19 = 2 \quad - \text{kolizja}$$

$$* h(15, 2) = (15 + 2 \cdot 6) \bmod 19 = 8 \quad - \text{kolizja}$$

$$h(15, 3) = (15 + 3 \cdot 6) \bmod 19 = 14$$

0	
1	77
2	40
3	39
4	
5	
6	6
7	
8	8
9	
10	
11	89
12	69
13	20
14	15
15	

49



zad. 1.

• Koristeći pretpostavku uniformnog raspoređivanja možemo zaključiti da je očekivani broj kolizija sledeći:

• Vaga tuost da se različiti ključevi  $k$  i  $l$  rasprse u istu pretnac tablice koga je dužine  $m$  je  $\frac{1}{m}$ .

• Zbog toga što imamo  $n$  ključeva očekivani broj kolizija je 
$$\frac{n \cdot (n-1)}{2m}$$

• Razlog:  $\forall$  od  $n$  ključeva može ući u koliziju s bilo kojim od preostalih  $n-1$ . Vaga tuost koga je takođe  $\frac{1}{m}$

$$\frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} = \dots = \frac{n(n-1)}{2}$$

• Očekivani kardinalitet skupa  $\{ \{k, l\} : k \neq l, h(k) = h(l) \}$  je jednak očekivanom broju kolizija tj.  $\frac{n \cdot (n-1)}{2m}$

• Razlog:  $\forall$  takav par iz skupa se računa kao jedna kolizija.

zad 1.

2.)

Hash f-ja  $f(x) = \sum_{i=1}^n a_i x_i \pmod{8}$  nije univerzalna.

Kontra primer:

Vzmimo brojeve  $x$  i  $y$  s različitim znamenkama i različitim znamenkama na istim pozicijama. BSO pretpostavimo da se razlikuju na prvoj poziciji ( $x_1 \neq y_1$ ).

Tada različite vrednosti od  $f(x)$  i  $f(y)$  = različite vrednosti od  $a_i x_i$  i  $a_i y_i \pmod{8}$  za  $i=1, \dots, n$

Uzmimo  $z_i = 1$ ,  $x_i = y_i = 0$ .  $\Rightarrow f(x) = f(y) = 0$

$\Rightarrow$  Svi brojevi koji se razlikuju na samo prvoj poziciji  
raspršuju se u isto mjesto

$\Rightarrow f$  nije univerzalna.