3.3.2023.

Domaća zadaća

zad 1.

1.) a) $h(k) = k \bmod m$

$m = 19.$

0	
1	39 → 77
2	40
3	
4	
5	
6	6
7	
8	8
9	
10	
11	49
12	69
13	89 → 70
14	
15	15

*sjetio sam se da bolji insert uvjek inserta element na početak, a ostatak daje u listu.

$h_1(77) = 77 \bmod 19 = 1$

$h_1(69) = 69 \bmod 19 = 12$

$h_1(39) = 39 \bmod 19 = 1$

$h_1(70) = 70 \bmod 19 = 13$

$h_1(6) = 6 \bmod 19 = 6$

$h_1(8) = 8 \bmod 19 = 8$

$h_1(40) = 40 \bmod 19 = 2$

$h_1(89) = 89 \bmod 19 = 13$

$h_1(49) = 49 \bmod 19 = 11$

$h_1(15) = 15 \bmod 19 = 15$

b) $h_2(k) = 1 + (k \bmod (m-1))$

$h_2(77) = 1 + (77 \bmod 18) = 1+5 = 6$

$h_2(69) = 1 + (69 \bmod 18) = 1+5 = 6$

$h_2(39) = 1 + (39 \bmod 18) = 1+1 = 2$

$h_2(70) = 1 + (70 \bmod 18) = 1+8 = 9$

$h_2(6) = 1 + (6 \bmod 18) = 1+1 = 2$

$h_2(8) = 1 + (8 \bmod 18) = 1+4 = 5$

$h_2(40) = 1 + (40 \bmod 18) = 1+2 = 3$

$h_2(89) = 1 + (89 \bmod 18) = 1+17 = 18$

$h_2(49) = 1 + (49 \bmod 18) = 1+13 = 14$

$h_2(15) = 1 + (15 \bmod 18) = 1+5 = 6$

$h(k,i) = (h_1(k) + i \cdot h_2(k)) \bmod m$

$h(77,0) = (1 + 0 \cdot h_2(k)) \bmod 19 = 1 \bmod 19 = 1$

$h(69,0) = 12 \bmod 19 = 12$

$* \; h(39,0) = 1 \bmod 19 = 1$ – kolizja

$h(39,1) = (1 + 1 \cdot 2) \bmod 19 = 3 \bmod 19 = 3$

$h(70,0) = 13 \bmod 19 = 13$

$h(6,0) = 6 \bmod 19 = 6$

$h(8,0) = 8 \bmod 19 = 8$

$h(40,0) = 2 \bmod 19 = 2$

$* \; h(89,0) = 13 \bmod 19 = 13$ – kolizja

$* \; h(89,1) = (13 + 1 \cdot 18) \bmod 19 = 31 \bmod 19 = 12$ – kolizja

$h(89,2) = (13 + 2 \cdot 18) \bmod 19 = 49 \bmod 19 = 11$

$* \; h(49,0) = 11 \bmod 19 = 11$ – kolizja

$* \; h(49,1) = (11 + 1 \cdot 14) \bmod 19 = 25 \bmod 19 = 6$ – kolizja

$* \; h(49,2) = (11 + 2 \cdot 14) \bmod 19 = 1$ – kolizja

$h(49,3) = (11 + 3 \cdot 14) \bmod 19 = 15$

$* \; h(15,0) = 15 \bmod 19 = 15$ – kolizja

$* \; h(15,1) = (15 + 1 \cdot 6) \bmod 19 = 2$ – kolizja

$* \; h(15,2) = (15 + 2 \cdot 6) \bmod 19 = 8$ – kolizja

$h(15,3) = (15 + 3 \cdot 6) \bmod 19 = 14$

0	
1	77
2	40
3	39
4	
5	
6	6
7	
8	8
9	
10	
11	89
12	69
13	70
14	15
15	[illegible]

49

Zad. 2.

- Koristeći pretpostavku uniformnog raspršivanja možemo zaključiti da je očekivani broj kolizija sljedeći:

  - Vjerojatnost da se različiti ključevi k i l rasprše u isti pretinac tablice koja je duljine m je $\frac{1}{m}$.

  - Zbog toga što imamo n ključeva očekivani broj kolizija je $\underbrace{\frac{n \cdot (n-1)}{2m}}$.

  - Razlog: $\forall$ od n ključeva može ući u koliziju s bilo kojim od preostalih n-1. Vjerojatnost toga je također $\frac{1}{m}$

$$\frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} = \cdots = \frac{n(n-1)}{2}$$

- Očekivani kardinalitet skupa $\{\{k, l\} : k \neq l, h(k) = h(l)\}$ je jednak očekivanom broju kolizija tj. $\frac{n \cdot (n-1)}{2m}$

  - Razlog: $\forall$ takav par iz skupa se računa kao jedna kolizija.

Zad 1.

2) Hash f-ja $f(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \pmod 8$ nije univerzalna.

Kontraprimjer:

Uzmimo brojeve x i y s različitim znamenkama i različitim znamenkama na istim pozicijama. BSO pretpostavimo da se razlikuju na prvoj poziciji ($x_1 \neq y_1$).

Tada različite vrijednosti od $f(x)$ i $f(y)$ = različite vrijednosti od $a_i x_i$ i $a_i y_i \pmod 8$ za $i = 1, \dots, n$

Uzmimo $a_i = 1$, $x_i = y_i = 0$. $\Rightarrow f(x) = f(y) = 0$

$\Rightarrow$ Svi brojevi koji se razlikuju na samo njoj poziciji

raspršuju se u isto mjesto

$\Rightarrow$ f-ja nije univerzalna.