



PRODUCCIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA

**ANÁLISIS CUANTITATIVO
DE CICLOS ECONÓMICOS**

IVÁN GONZÁLEZ CUESTA

Abstract

El análisis de series temporales es esencial para comprender y prever la evolución de fenómenos dinámicos, como la producción de energía eléctrica. En este estudio, se examinan diversas metodologías de análisis de series temporales, incluidos los modelos univariantes ARIMA y SARIMA, los modelos de alisado exponencial de Holt y Winters, los modelos en el espacio de los estados y el análisis espectral. Se aplica este conjunto de herramientas al análisis de la producción mensual de energía eléctrica en España utilizando datos proporcionados por el Banco de España. Se discuten las ventajas y limitaciones de cada enfoque, así como su aplicabilidad en diferentes contextos. Se concluye que la elección del método más adecuado depende de varios factores, y se recomienda la combinación de múltiples enfoques para mejorar la comprensión y la precisión de las predicciones.

Palabras clave: Series temporales, ARIMA, SARIMA, Alisado exponencial, Modelos en el espacio de los estados, Análisis espectral.

ÍNDICE

1. ARIMA
2. ALISADO EXPONENCIAL
3. ANÁLISIS ESPECTRAL
4. CONCLUSIONES

1. ANÁLISIS UNIVARIANTE ARIMA Y SARIMA

Para identificar, estimar, validar y predecir un modelo ARIMA se siguen los siguientes pasos.

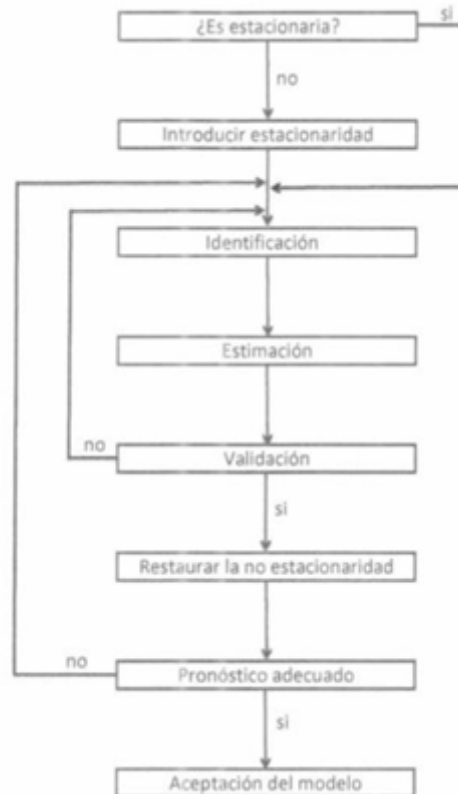


Fig 1: Ajuste de un proceso ARIMA

Se procede a analizar las variables de la producción de energía eléctrica en España durante los últimos 7 años (Enero 2018-Febrero 2024). Es decir, estimaremos el modelo ARIMA entre enero 2018 y diciembre 2022 y haremos una predicción para el año 2023 completo e incluso los primeros meses de 2024.

La evolución de la producción de energía eléctrica es una cuestión clave en la actualidad debido a varios factores interrelacionados. En primer lugar, el aumento de la demanda de energía eléctrica, impulsada por el crecimiento de la población, la urbanización y la industrialización ha generado una presión significativa sobre los sistemas de generación eléctrica existentes. Esto ha llevado a un enfoque en la diversificación de fuentes de energía y la adopción de tecnologías más limpias y sostenibles, como la energía solar, eólica y otras fuentes renovables.

Además, la creciente conciencia sobre el cambio climático y la necesidad de reducir las emisiones de gases de efecto invernadero ha llevado a un impulso global hacia la descarbonización del sector energético. Esto se traduce en políticas y regulaciones más estrictas que promueven la transición hacia fuentes de energía más limpias y renovables,

así como en inversiones tecnológicas de almacenamiento de energía y redes inteligentes para facilitar la integración de energías intermitentes.

Más recientemente además la evolución de la producción de energía eléctrica se ha visto influenciada también por factores geopolíticos, como la guerra de Ucrania y sus implicaciones en el suministro de gas natural y otros recursos energéticos en Europa. La disputa entre Ucrania y Rusia por el control de los oleoductos y gasoductos que atraviesan el territorio ucraniano ha generado preocupaciones sobre la seguridad energética y ha impulsado a países europeos a buscar alternativas energéticas más independientes y diversificadas.

Aquí utilizaremos las fuentes del Banco de España (BdE) que tienen la ventaja de tener periodicidad mensual.

| | |
|----------------------|---|
| Nombre de la serie | DCIGCEZZZZNIV_D09D351T.M |
| Número secuencial | 3978894 |
| Alias de la serie | BE_23_6.1 |
| Descripción | Descripción Familia:Series de indicadores de Coyuntura Agraria, Industrial y de la Construcción. Tipo de Indicador:Generación y comercio de energía. Periodo Base:No aplicable. Magnitud:Datos en nivel. Actividad Económica:Producción de energía eléctrica. |
| Descripción unidades | Sin unidad |
| Frecuencia | MENSUAL |

Fig 2: Descripción de los datos utilizados

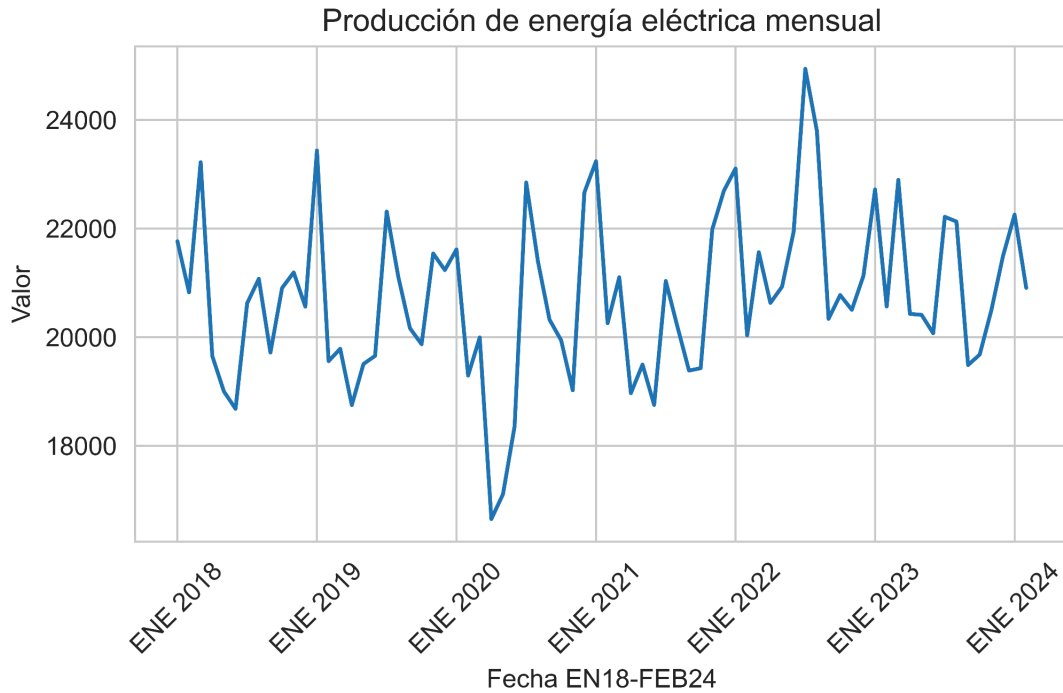


Fig 3: Producción de energía eléctrica mensual

La figura 3 muestra la producción de energía eléctrica entre enero 2018 y febrero 2024. Vemos que la serie no es del todo estacionaria en media puesto que no se mantiene estable en el tiempo.

Si queremos un contraste estadístico de esta conclusión podemos utilizar el test de Dickey-Fuller (ADF), que implementamos en python de la siguiente manera.

```
##### PRUEBA DICKY FULLER ESTACIONARIEDAD

from statsmodels.tsa.stattools import adfuller

result = adfuller(df_original['Electricity production'])
print('ADF Statistic:', result[0])
print('p-value:', result[1])
#En la prueba de Dickey-Fuller, la hipótesis nula es que la serie temporal
#tiene una raíz unitaria, lo que implica que no es estacionaria
```

Fig 4: Estadístico de Dickey-Fuller

Obteniendo el siguiente resultado: ADF Statistic: -1.5293807148631977
p-value: 0.518930309129381 por lo que no hay suficiente evidencia para concluir que la serie temporal es estacionaria, ya que el p-valor es alto y el valor del estadístico de prueba no es lo suficientemente negativo como para rechazar la hipótesis nula de raíces unitarias

También apreciamos un comportamiento estacional. En consecuencia probamos distintos métodos para tratar de transformar la serie en estacionaria.

Estos métodos son la diferenciación, la transformación logarítmica y el suavizado por medias móviles equiponderadas.

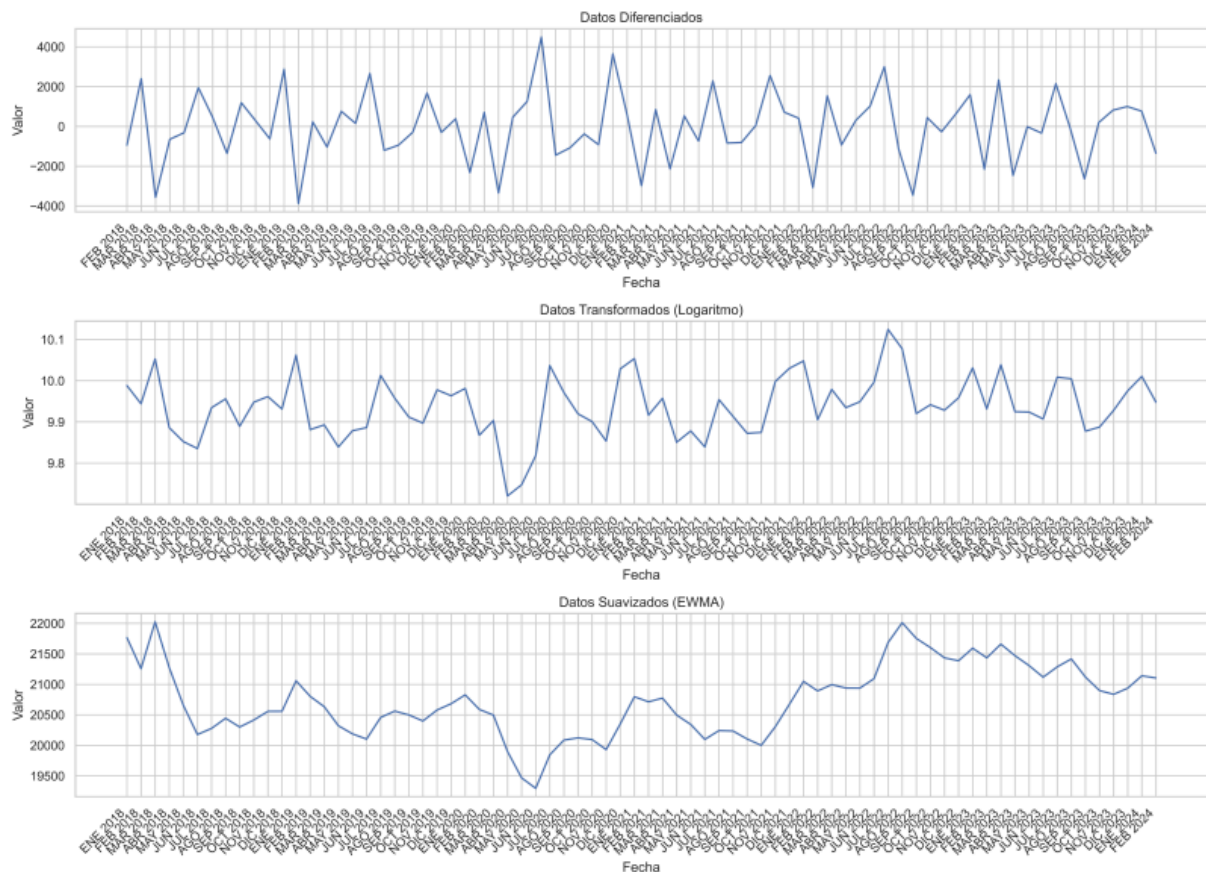


Fig 5: Primera diferencia, logaritmo y media móvil equiponderada de la serie original

Tras volver a contrastar la estacionariedad de las nuevas series transformadas mediante el test de Dickey-Fuller, observamos que tanto para el caso del logaritmo como del suavizado las series no son estacionarias (puede comprobarse visualmente en la figura 5). En cambio para el caso de la serie diferenciada, obtenemos un estadístico más negativo que el valor crítico del 1% y un p-valor menor que el nivel de significación por lo que contamos con evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula confirmando la estacionariedad de la serie.

Así el primero de los gráficos que se muestran en la figura 5 representa una serie estacionaria en media y aparentemente también con variabilidad constante.

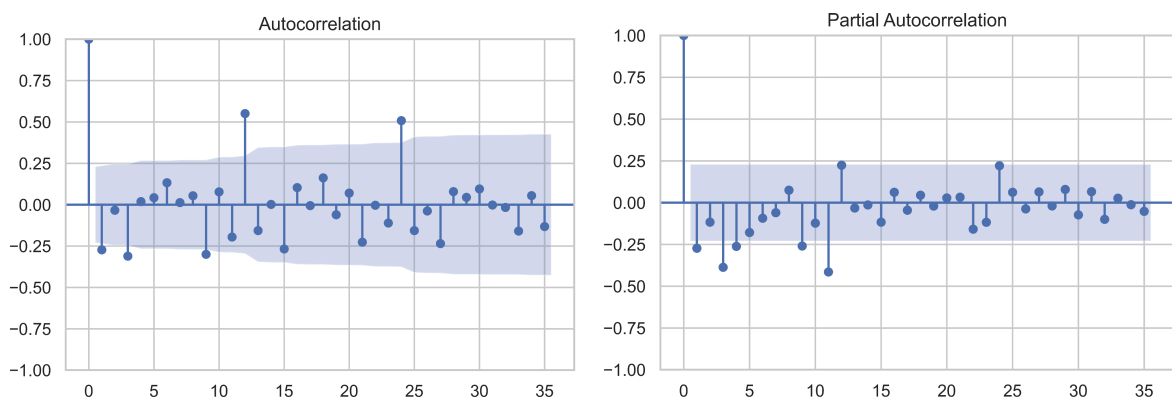


Fig 6: Funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de la serie diferenciada

Para estimar los parámetros del modelo ARIMA, puede resultar difícil interpretar los retardos de los correlogramas de forma visual por lo que procedemos a estimar iterativamente distintos modelos y elegimos el que mejor ajusta según el criterio de Akaike (el que presenta menor valor de AIC). Para hacer esto he desarrollado un algoritmo iterativo en python que por medio de un bucle calibra distintas combinaciones de modelos dentro de un rango de parámetros predefinido y selecciona aquella combinación con un menor AIC.

```
##### PREDICCIONES ARIMA AJUSTE AIC

import itertools
import numpy as np

# Definir los rangos para los valores de p, d y q
p_range = range(0, 3)
d_range = range(0, 2)
q_range = range(0, 3)

# Calcular todas las combinaciones posibles de p, d y q
pdq_combinations = list(itertools.product(p_range, d_range, q_range))

# Inicializar variables para el mejor AIC y los mejores parámetros
best_aic = np.inf
best_params = None

# Dividir los datos en entrenamiento y prueba
train_size = int(len(df_original) * 0.8) # Usaremos el 80% de los datos para entrenamiento
train, test = df_original.iloc[:train_size], df_original.iloc[train_size:]

# Iterar sobre todas las combinaciones de p, d y q
for pdq in pdq_combinations:
    try:
        # Ajustar el modelo ARIMA con la combinación actual de p, d y q
        model = ARIMA(train, order=pdq)
        result = model.fit()

        # Calcular el AIC para el modelo actual
        aic = result.aic

        # Actualizar los mejores parámetros si se encuentra un AIC más bajo
        if aic < best_aic:
            best_aic = aic
            best_params = pdq
    except:
        continue
```

Fig 7: Algoritmo iterativo de minimización de AIC para la calibración de los parámetros

Además, puede apreciarse en la figura 7 como dentro del algoritmo se dividen los datos de la serie en dos partes denominadas train y test. Train está compuesto por el 80% de los primeros valores de la serie (enero 2018 - diciembre 2022) original mientras que test lo componen el 20% restante (enero 2023-febrero 2024). Esto se hace con el objetivo de ajustar el modelo a la primera parte de los datos que se utilizan para entrenar al mismo con el ánimo de realizar predicciones para la segunda parte (2023)

Por medio de este método obtenemos un orden óptimo de (2,1,2). Es decir, se ajusta un modelo ARIMA(2,1,2) a la serie (componente AR(2), una diferenciación y componente MA(2)).

Una vez ajustado el modelo obtenemos el siguiente resumen.

| ARIMA Results | | | | | | |
|-------------------------|------------------------|-------------------|----------|-------|----------|----------|
| ===== | | | | | | |
| Dep. Variable: | Electricity production | No. Observations: | 59 | | | |
| Model: | ARIMA(2, 1, 2) | Log Likelihood | -509.703 | | | |
| Date: | Thu, 02 May 2024 | AIC | 1029.405 | | | |
| Time: | 18:52:19 | BIC | 1039.707 | | | |
| Sample: | 0 | HQIC | 1033.418 | | | |
| | | | | - 59 | | |
| Covariance Type: | | | | opg | | |
| ===== | | | | | | |
| | coef | std err | z | P> z | [0.025 | 0.975] |
| ----- | | | | | | |
| ar.L1 | -0.3111 | 0.173 | -1.795 | 0.073 | -0.651 | 0.029 |
| ar.L2 | 0.6782 | 0.172 | 3.950 | 0.000 | 0.342 | 1.015 |
| ma.L1 | 0.1183 | 0.149 | 0.792 | 0.428 | -0.174 | 0.411 |
| ma.L2 | -0.8362 | 0.147 | -5.689 | 0.000 | -1.124 | -0.548 |
| sigma2 | 2.473e+06 | 6.64e-09 | 3.72e+14 | 0.000 | 2.47e+06 | 2.47e+06 |
| ===== | | | | | | |
| Ljung-Box (L1) (Q): | 0.00 | Jarque-Bera (JB): | 0.15 | | | |
| Prob(Q): | 0.97 | Prob(JB): | 0.93 | | | |
| Heteroskedasticity (H): | 0.86 | Skew: | 0.13 | | | |
| Prob(H) (two-sided): | 0.75 | Kurtosis: | 3.00 | | | |
| ===== | | | | | | |

Warnings:

[1] Covariance matrix calculated using the outer product of gradients (complex-step).

[2] Covariance matrix is singular or near-singular, with condition number 8.36e+31. Standard errors may be unstable.

Fig 8: Resultados del modelo ajustado

Cuyos resultados se especifican a continuación.

Dep. Variable: La variable dependiente del modelo es la producción de electricidad.

No. Observations: Hay 59 observaciones en el conjunto de datos.

Log Likelihood: El logaritmo de la verosimilitud es -509.703. Este valor indica la verosimilitud del modelo dado los datos observados.

AIC, BIC, HQIC: Estas son medidas de la calidad del ajuste del modelo, con valores más bajos indicando un mejor ajuste. AIC (Criterio de Información de Akaike), BIC (Criterio de

Información Bayesiano) y HQIC (Criterio de Información de Hannan-Quinn) son medidas comúnmente utilizadas para comparar modelos.

Coeficientes: Los coeficientes estimados para los términos AR (ar.L1, ar.L2) y MA (ma.L1, ma.L2) son -0.3111, 0.6782, 0.1183 y -0.8362 respectivamente. Estos coeficientes indican la relación entre la variable dependiente y sus valores rezagados y rezagados de los errores.

sigma2: Es la estimación de la varianza del término de error del modelo.

Ljung-Box (Q): Este valor indica la autocorrelación de los residuos del modelo en el primer rezago. Un valor bajo junto con un p-valor alto sugiere que no hay evidencia de autocorrelación en los residuos.

Jarque-Bera (JB): Esta es una prueba de normalidad de los residuos del modelo. Un valor alto de JB junto con un p-valor alto indica que los residuos se distribuyen normalmente.

Heteroskedasticity (H): Este valor indica la presencia de heterocedasticidad en los residuos del modelo. Un valor cercano a 1 sugiere homocedasticidad.

Warnings: Se proporcionan advertencias sobre la matriz de covarianza calculada y la singularidad de la misma, lo que sugiere que los errores estándar pueden ser inestables debido a problemas numéricos.

Podemos apreciar que todos los coeficientes son significativos excepto el coeficiente ma.L1 que tiene un p-valor alto. Por lo que podríamos considerar revisar el modelo y posiblemente eliminar dicho término si no tiene una interpretación teórica sólida o si su inclusión no mejora significativamente el ajuste del modelo. En nuestro caso, lo mantendremos ya que la interpretación teórica sólida en la que nos sustentamos es que la combinación (2,1,2) es aquella que minimiza el AIC. No obstante ajustamos también modelos con distintos parámetros para comparar sus resultados.

A continuación se muestran distintos modelos: ARIMA(1,1,1), ARIMA(2,1,2) y ARIMA(2,1,1) ajustados a los datos de entrenamiento así como las predicciones calculadas para 2023 y sus valores observados reales.

En los gráficos siguientes se representan en color azul los valores reales observados, mientras que en color rojo se muestra el ajuste del modelo calibrado y en verde los valores de las predicciones realizadas.

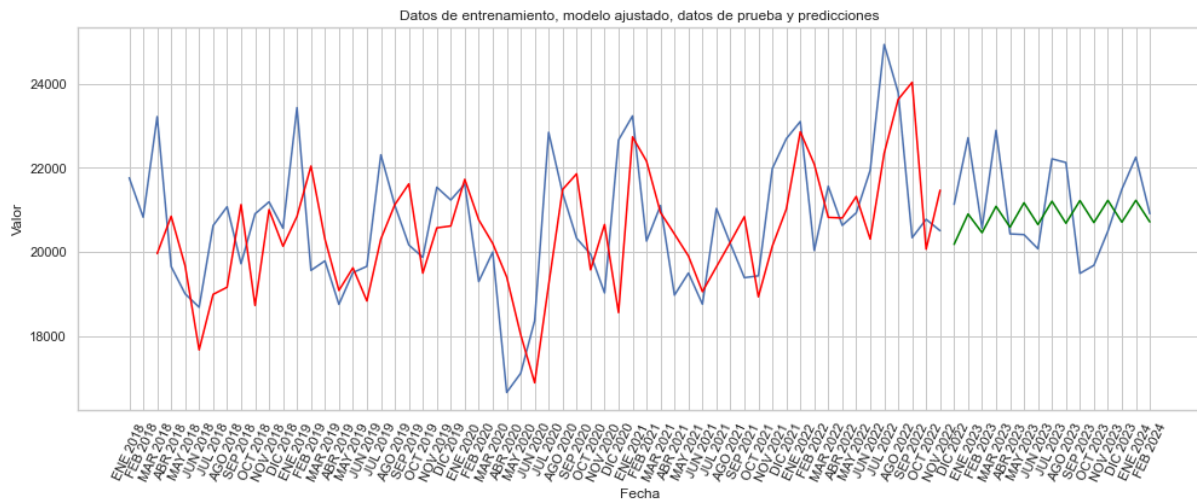


Fig 9: Modelo ARIMA(2,1,2)

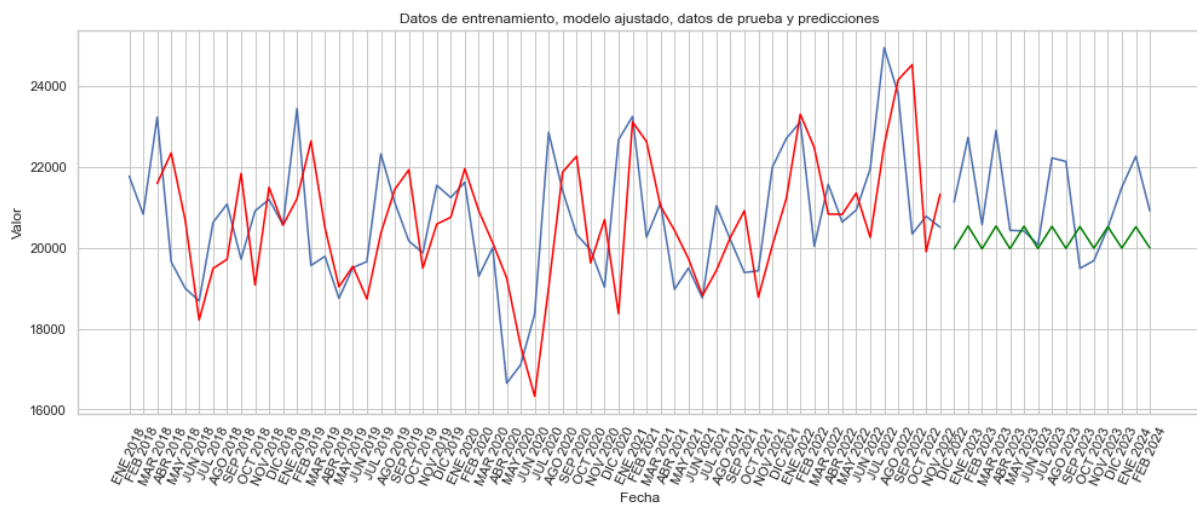


Fig 10: Modelo ARIMA(2,1,1)

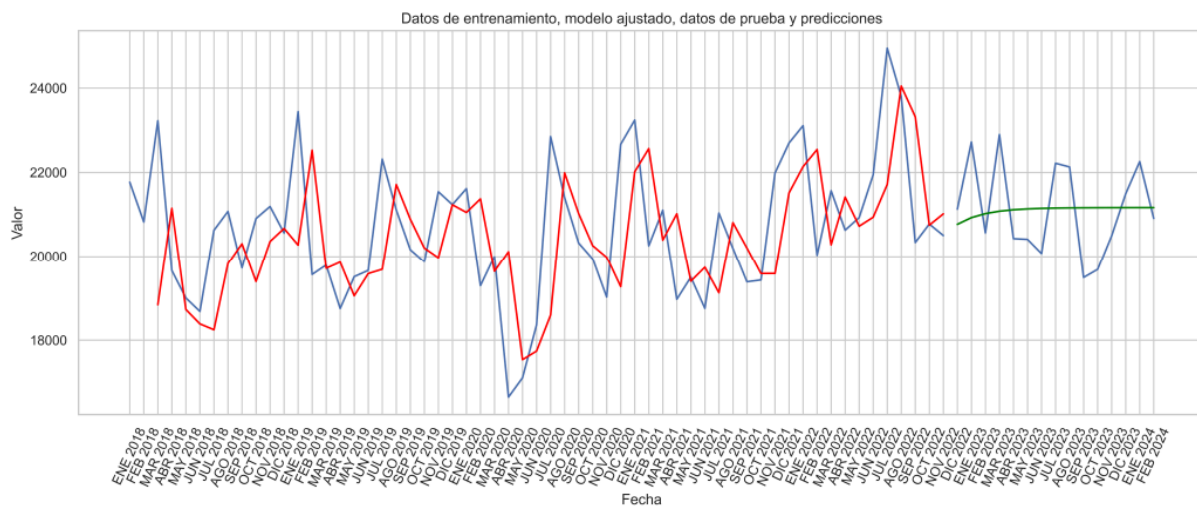


Fig 11: Modelo ARIMA(1,1,1)

Nótese que a la hora de construir el algoritmo de selección de parámetros, fijamos unos rangos máximos para los mismos. Si ampliamos el número de posibilidades, parece obvio que el modelo ajustará mejor a los datos debido a la existencia de un mayor número posible de combinaciones. A este respecto debemos considerar dos aspectos importantes. El primero relacionado con la capacidad de computación; al considerar un mayor número de escenarios potenciales, el software requiere de más memoria y tiempo de ejecución. Y, en segundo lugar, sobreajustar puede llevar a modelos demasiado complejos que se ajusten demasiado a los datos de entrenamiento, lo que reduce su capacidad para generalizar y producir predicciones precisas en nuevos datos. Este problema es conocido como overfitting.

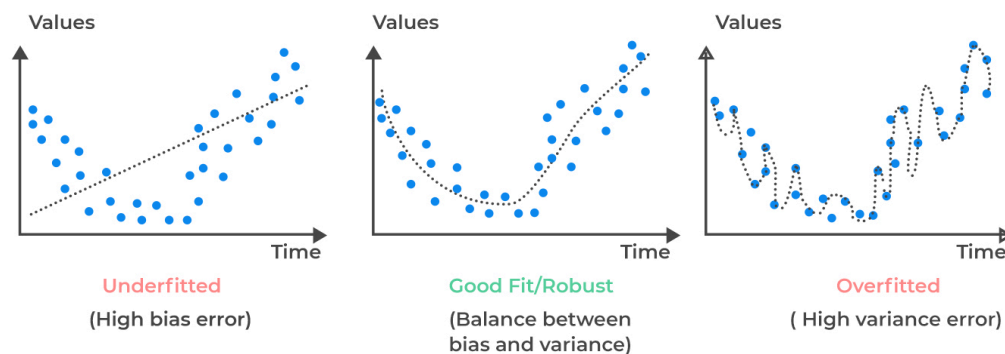


Fig 12: Overfitting ilustración

Así las cosas, si modificamos el valor de los rangos posibles para los parámetros dentro de nuestro algoritmo de selección, podemos obtener un modelo más ajustado como el siguiente.

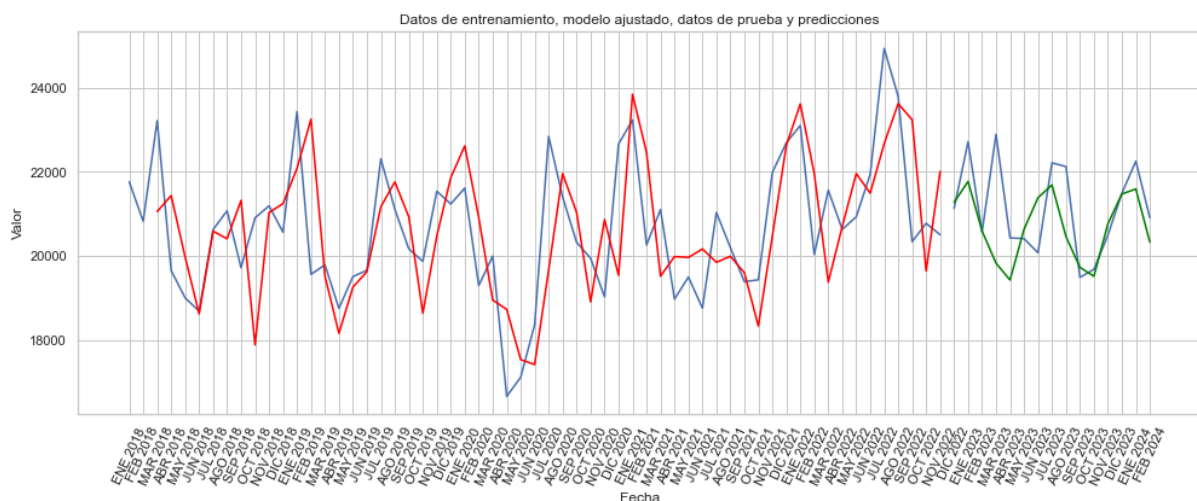


Fig 13: ARIMA(3,1,3)

Simplemente pasando de los rangos preexistentes apreciables en la figura 7

$p_range = range(0, 3)$

$d_range = range(0, 2)$

$q_range = range(0, 3)$

a los siguientes nuevos rangos

$p_range = range(0, 4)$

$d_range = range(0, 2)$

$q_range = range(0, 4)$

Nótese que simplemente se aumentó en una unidad el rango posible de los parámetros p y q.

Para este nuevo modelo, el resumen de resultados es el siguiente.

| ARIMA Results | | | | | | |
|-------------------------|------------------------|-------------------|----------|-------|---------|---------|
| ===== | | | | | | |
| Dep. Variable: | Electricity production | No. Observations: | 59 | | | |
| Model: | ARIMA(3, 1, 3) | Log Likelihood | -504.652 | | | |
| Date: | Thu, 02 May 2024 | AIC | 1023.303 | | | |
| Time: | 19:26:27 | BIC | 1037.726 | | | |
| Sample: | 0 | HQIC | 1028.921 | | | |
| | | | | - 59 | | |
| Covariance Type: | | | | opg | | |
| ===== | | | | | | |
| | coef | std err | z | P> z | [0.025 | 0.975] |
| ----- | | | | | | |
| ar.L1 | -0.0155 | 0.054 | -0.290 | 0.772 | -0.120 | 0.089 |
| ar.L2 | -0.0615 | 0.046 | -1.322 | 0.186 | -0.153 | 0.030 |
| ar.L3 | -0.9763 | 0.036 | -26.972 | 0.000 | -1.047 | -0.905 |
| ma.L1 | -0.0115 | 0.139 | -0.083 | 0.934 | -0.283 | 0.260 |
| ma.L2 | 0.0960 | 0.156 | 0.615 | 0.538 | -0.210 | 0.402 |
| ma.L3 | 0.9441 | 0.211 | 4.473 | 0.000 | 0.530 | 1.358 |
| sigma2 | 2.203e+06 | 1.34e-07 | 1.65e+13 | 0.000 | 2.2e+06 | 2.2e+06 |
| ===== | | | | | | |
| Ljung-Box (L1) (Q): | 5.49 | Jarque-Bera (JB): | 0.07 | | | |
| Prob(Q): | 0.02 | Prob(JB): | 0.97 | | | |
| Heteroskedasticity (H): | 0.90 | Skew: | 0.07 | | | |
| Prob(H) (two-sided): | 0.82 | Kurtosis: | 2.91 | | | |
| ===== | | | | | | |

Fig 14: Resumen del modelo ARIMA(3,1,3)

Si por ejemplo consideramos este último modelo y queremos validarlo, podemos hacerlo mediante el correlograma de los residuos obteniendo lo siguiente.

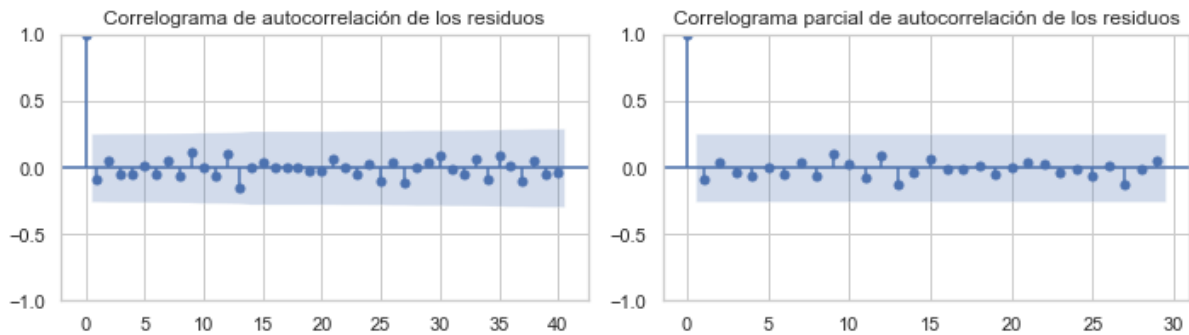


Fig 15: ACF y PACF de los residuos del modelo ARIMA(3,1,3)

Y como vemos, ambos correlogramas no muestran autocorrelaciones significativas en ningún rezago lo que sugiere que el modelo captura adecuadamente la estructura de autocorrelación en los datos y los residuos son aleatorios.

En el análisis de series temporales, la comprensión de la estructura subyacente y las tendencias estacionales es crucial para obtener predicciones precisas y significativas. Cuando se trabaja con datos que exhiben patrones estacionales que se repiten a intervalos regulares, como los datos económicos, meteorológicos o de producción, es esencial considerar y modelar adecuadamente esta estacionalidad.

En este estudio, nos centramos en la predicción y análisis de una serie temporal que representa la producción de energía eléctrica. A primera vista, esta serie puede parecer tener una tendencia y comportamiento estacionario, lo que sugiere un enfoque adecuado basado en modelos ARIMA. Sin embargo, una exploración más profunda revela una componente estacional clara, particularmente marcada en el último trimestre del año.

Es conocido que en el sector energético, la demanda y producción de electricidad pueden estar influenciadas por factores estacionales, como la temperatura o el cambio de estaciones. En este caso, observamos un aumento significativo en la producción de energía eléctrica durante los meses correspondientes al último trimestre del año, coincidiendo con los meses más fríos y la demanda estacionalmente alta.

Dado este hallazgo, surge la necesidad de utilizar un enfoque más avanzado que pueda capturar y modelar esta estacionalidad en nuestros datos. Por lo tanto, optamos por extender el análisis más allá de un modelo ARIMA convencional y emplear un modelo SARIMA (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average), que incorpora componentes adicionales para modelar la estacionalidad.

El modelo SARIMA es una extensión del modelo ARIMA que agrega componentes para capturar patrones estacionales que se repiten a intervalos regulares.

Las principales características de un modelo SARIMA son:

Componentes estacionales: Incluye términos adicionales para modelar la estacionalidad en los datos. Estos términos pueden ser autoregresivos (AR), de media móvil (MA) o diferenciales (I), y están diseñados para capturar patrones cíclicos que se repiten en los datos a lo largo del tiempo.

Orden estacional: En un modelo SARIMA, se especifica el orden estacional para cada componente (AR, I, MA) junto con la longitud del ciclo estacional. Esto permite capturar la estacionalidad de diferentes longitudes, como estacionalidad mensual, trimestral o anual.

Integración estacional: Al igual que en ARIMA, SARIMA también puede incluir un componente de integración para hacer que la serie temporal sea estacionaria si es necesario. Esto implica tomar diferencias estacionales para eliminar la tendencia y la variación estacional en los datos.

Nos encontramos por tanto ante modelos ARIMA extendidos con un cierto grado mayor de complejidad pero mayor capacidad explicativa y predictiva. Los modelos SARIMA resultan más complejos puesto que se componen de un número mayor de parámetros.

Orden normal (p, d, q): Se refiere a los componentes AR, I y MA que se aplican al proceso temporal básico de los datos.

Orden estacional (P, D, Q, s): Especifica los componentes AR, I y MA que se aplican al componente estacional de los datos. Aquí, "P", "D" y "Q" son análogos a "p", "d" y "q", pero para la estacionalidad. "s" representa la longitud del ciclo estacional, es decir, cuántos periodos debe pasar antes de que se repita la estacionalidad.

Para ajustarse y comparar modelos se utilizan también los criterios de información como medida de calidad de ajuste. Podemos por tanto generalizar el algoritmo iterativo de ajuste que desarrollamos para calibrar modelos ARIMA, ampliando el número de parámetros y empleando los modelos SARIMAX de la biblioteca statsmodels en lugar de los ARIMA. Otra posibilidad menos eficiente es la calibración por simulación.

Presentamos a continuación los resultados para dos modelos SARIMA de órdenes SARIMA (3,1,3)(1,1,1,12) y SARIMA (2,1,2)(2,1,2,3)

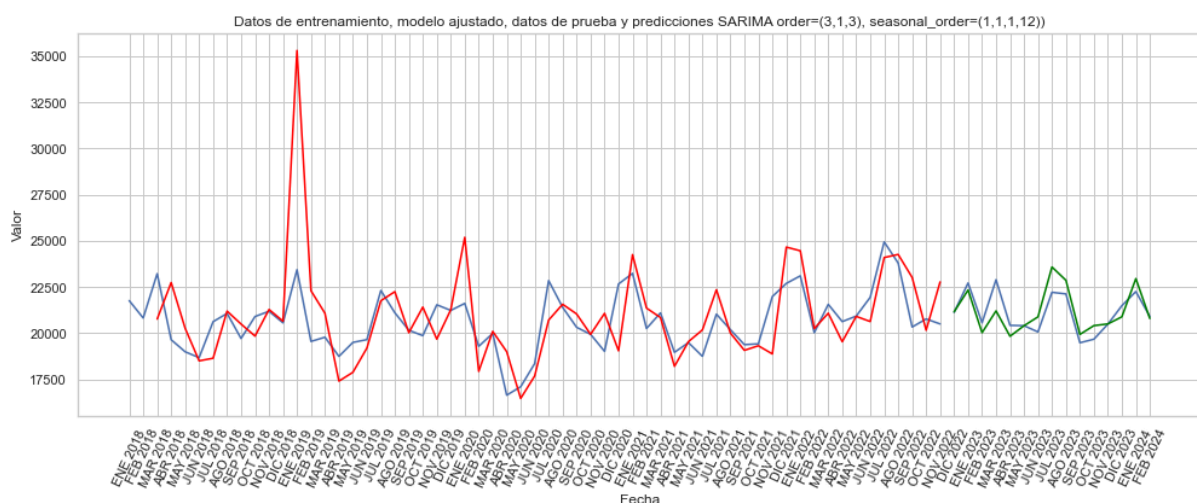


Fig 16: SARIMA (3,1,3)(1,1,1,12)

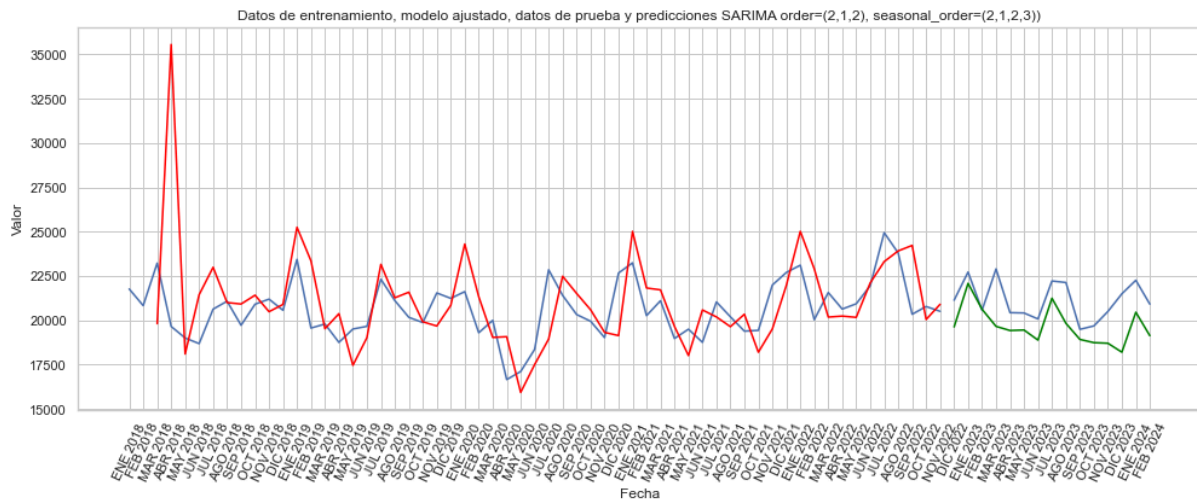


Fig 17: SARIMA (2,1,2)(2,1,2,3)

La comparación entre modelos SARIMA con periodicidades de 12 y 3 se justifica por la necesidad de identificar la frecuencia estacional más apropiada para modelar la variación cíclica en los datos de producción de energía eléctrica. Optar por una periodicidad de 12 refleja la suposición de una estacionalidad anual, donde los efectos estacionales se repiten cada 12 meses. Por otro lado, considerar una periodicidad de 3 sugiere la posibilidad de una estacionalidad trimestral, lo que podría ser relevante para capturar fluctuaciones estacionales más cortas, potencialmente asociadas con cambios trimestrales en la demanda de energía. El resto de parámetros se varían para ver como sus modificaciones afectan al ajuste final de los modelos.

Como puede apreciarse en la línea roja (ajuste del modelo a los datos de entrenamiento) y sobre todo en la línea verde (predicciones), con un mayor o menor grado de error los modelos SARIMA capturan mucho mejor que los ARIMA la estacionalidad periódica de los datos y siempre muestran picos positivos en la evolución de la producción eléctrica para los meses de diciembre y enero. Cosa que no sucedía con los modelos ARIMA expuestos previamente debido a que estos al no tener en cuenta la estacionalidad, podían pronosticar caídas en la producción eléctrica para dichos meses.

Con la intención de validar alguno de los modelos sin saturar el texto de resultados estadísticos, se procede a hacer un análisis de los residuos del modelo SARIMA (3,1,3)(1,1,1,12)

Para ello se representa la serie temporal de residuos del modelo, el histograma de los residuos y el gráfico de autocorrelación de residuos.

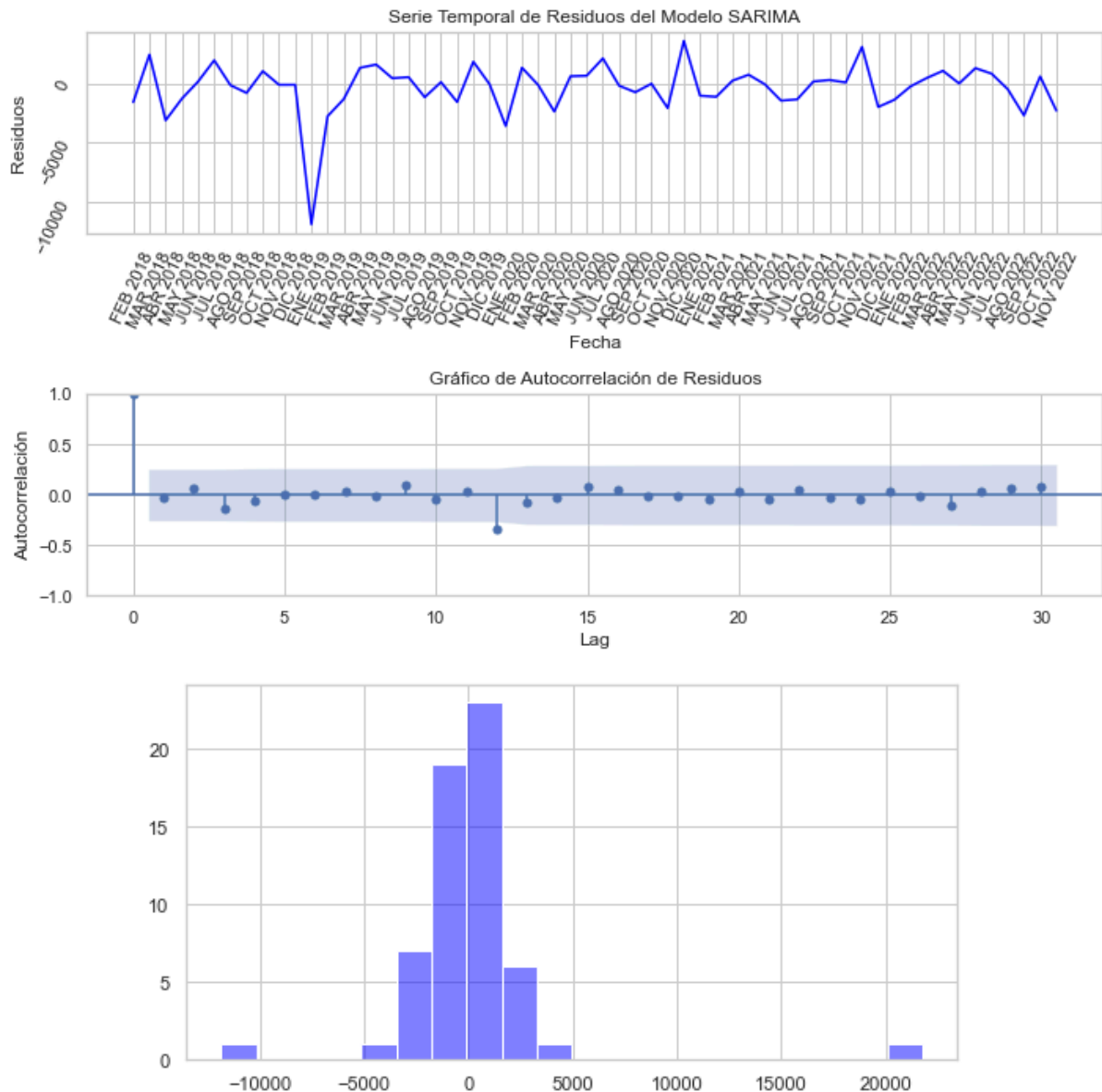


Fig 18: Serie temporal de residuos, ACF residuos e histograma de residuos SARIMA (3,1,3)(1,1,1,12)

Los residuos parecen aleatorios alrededor de cero, el histograma de los residuos muestra una distribución simétrica alrededor de cero que recuerda a la distribución normal y el gráfico de autocorrelación no muestra autocorrelación significativa en los residuos para los rezagos. Todo esto arroja indicios para concluir un buen ajuste del modelo.

Obviamente, el modelo no es perfecto y así puede apreciarse en la presencia de algunos valores extremos en las colas del histograma.

2. ALISADO EXPONENCIAL

A continuación se desarrollarán predicciones para la misma serie y los mismos períodos empleando otros métodos como son los métodos de alisado exponencial y ETS.

Las predicciones obtenidas mediante métodos de suavizado exponencial se basan en el uso de promedios ponderados de observaciones pasadas. Este método ofrece una predicción fiable y rápida para un amplio espectro de series temporales.

El suavizado exponencial consiste de forma muy escueta; en calcular una serie de promedios ponderados, donde un parámetro constante denominado factor de suavizado controla la proporción de peso que se asigna a las observaciones anteriores y actuales, dando más peso a las observaciones recientes para predecir valores futuros.

Existen modelos de suavizado simples (ni tendencia ni estacionalidad), modelos de suavizado dobles -Holt- (tendencia sin estacionalidad) y modelos de suavizado triples -Holt Winters- (tendencia y estacionalidad). Cada componente requiere un parámetro de suavizado para controlar la ponderación de las observaciones pasadas en el cálculo de las predicciones. Estos modelos se utilizan por tanto según la presencia o ausencia de componentes de tendencia y estacionalidad en los datos.

Los componentes de una serie temporal pueden resumirse en:

ERROR (E): Es la variación aleatoria en los datos que no se puede atribuir a la tendencia ni a la estacionalidad. Representa las fluctuaciones irregulares o el ruido en los datos.

TENDENCIA (T): Es la dirección general en la que se mueven los datos a lo largo del tiempo. Puede ser ascendente, descendente o incluso estar ausente. Los modelos de alisado exponencial tratan de estimar la tendencia en los datos y utilizarla para prever futuros valores

ESTACIONALIDAD (S): Es la variación periódica en los datos que ocurre en intervalos regulares de tiempo, como estaciones, meses... Esta variación se repite a lo largo del tiempo y puede deberse a factores estacionales o cíclicos.

Como ya hemos comentado, los modelos de alisado exponencial se basan en asignar pesos exponenciales a las observaciones pasadas, dando más importancia a las observaciones más recientes y menos importancia a las más antiguas.

Los modelos de alisado exponencial resultan por lo tanto una herramienta útil para prever valores futuros en series temporales al descomponer los datos y luego utilizar el alisado para estimar dichos componentes y hacer predicciones.

Los métodos de suavizado exponencial constituyen algoritmos que generan predicciones puntuales. Podemos a partir de ellos generar modelos estadísticos que permiten construir intervalos de confianza para las predicciones. Para ello debemos considerar los métodos de suavizado como modelos estructurales de series temporales. Se introduce formalmente el componente residual como variable aleatoria normal e idénticamente distribuida. Este procedimiento requiere la representación del modelo en el espacio de los estados, lo que nos posibilita a utilizar una serie de algoritmos basados en el filtro de Kalman pudiendo de esta forma obtener también estimaciones óptimas para los componentes no observados (tendencia y estacionalidad fundamentalmente) utilizando el método de extracción de señales del filtro del Kalman.

Cada modelo consta de una ecuación de medida que describe los datos observados y ecuaciones de transición para los componentes no observados o estados que cambian con el tiempo (nivel, tendencia y estacionalidad).

Por ello estos modelos son conocidos como modelos en el espacio de los estados (ETS: Error, Trend & Seasonality).

Para cada método de suavizado (simple, doble, triple, aditivos, multiplicativos, amortiguados...) existen dos modelos ETS; uno con errores aditivos y otro con errores multiplicativos.

Para el análisis que aquí nos atañe, vamos a emplear el modelo de alisado exponencial simple, el modelo de alisado exponencial doble y el modelo ETS incluidos en la biblioteca de python "statsmodels".

El modelo simple, no captura ni tendencia ni estacionalidad. Se trata de una media ponderada de los valores de la serie en la que los valores más recientes tienen una ponderación más alta. Este modelo se basa en la suposición de que la serie temporal subyacente puede ser aproximada por una tendencia lineal, por lo que la predicción se realiza proyectando esta tendencia lineal en el futuro. Utiliza solo un parámetro de suavizado y no incorpora términos adicionales para la tendencia o la estacionalidad, la predicción resultante tiende a seguir una línea recta que se proyecta hacia el futuro. Es por eso que, en el alisado exponencial simple, la predicción se representa como una línea recta en un gráfico de series temporales.



Fig 19: Alisado exponencial simple

El modelo doble, es una extensión del modelo simple que incorpora un término adicional para modelar la tendencia. A diferencia del alisado exponencial simple, que asume una tendencia lineal constante, el alisado exponencial doble permite que la tendencia cambie de manera no lineal con el tiempo. Esto lo hace más adecuado para series temporales con tendencias que no son lineales. Además del parámetro de suavizado para la ponderación exponencial de las observaciones pasadas (similar al alisado simple), se introduce otro parámetro de suavizado para modelar la tendencia.

Por otro lado, el modelo de Holt-Winters, también conocido como alisado exponencial triple, es una extensión del modelo de alisado exponencial doble que también incorpora un término adicional para modelar la estacionalidad. Esto lo hace especialmente útil para series temporales que exhiben patrones estacionales. Consiste en tres componentes principales: nivel, tendencia y estacionalidad. Cada componente se modela y actualiza de manera independiente utilizando un enfoque de suavizado exponencial.

El modelo de Holt-Winters utiliza tres parámetros de suavizado exponencial:

- α para la nivelación,
- β para la tendencia y
- γ para la estacionalidad

Estos parámetros controlan la rapidez con la que se adaptan los componentes del modelo a los cambios en los datos observados.



Fig 20: Alisado exponencial triple

En este modelo, al incorporar tanto la tendencia como la estacionalidad, las predicciones pueden ajustarse mejor a los datos; especialmente en series temporales que exhiben patrones estacionales claros y no necesariamente siguen una tendencia lineal. En lugar de una sola línea recta, las predicciones pueden mostrarse como una combinación de tres componentes: nivel, tendencia y estacionalidad.

Sobre el modelo ETS de la biblioteca statsmodels; los componentes se comportan de la siguiente forma:

Error (Error): Este componente se modela como una serie de errores que se distribuyen de manera normal alrededor de cero.

Tendencia (Trend): Puede ser aditivo o multiplicativo:

Aditivo: La tendencia se modela como una serie de incrementos o decrementos constantes a lo largo del tiempo. Esto implica que los cambios en la serie temporal son constantes independientemente del nivel actual de la serie.

Multiplicativo: La tendencia se modela como una tasa de crecimiento o decrecimiento aplicada al nivel actual de la serie. Esto implica que los cambios en la serie temporal son proporcionales al nivel actual de la serie.

Estacionalidad (Seasonality): Puede ser aditivo o multiplicativo:

Aditivo: La estacionalidad se modela como fluctuaciones constantes y consistentes que no están relacionadas con el nivel de la serie temporal.

Multiplicativo: La estacionalidad se modela como fluctuaciones que son proporcionales al nivel actual de la serie temporal.

Además, el modelo ETS puede ser configurado para incluir diferentes combinaciones de componentes aditivos y multiplicativos, dependiendo de la naturaleza de la serie temporal que se esté modelando. El modelo puede tener diferentes variantes según la forma en que se inicializan y se estiman los parámetros, así como el tratamiento de la estacionalidad y la tendencia.

Se procede a ajustar a continuación dos modelos, uno aditivo y otro multiplicativo a la serie temporal objeto de análisis.

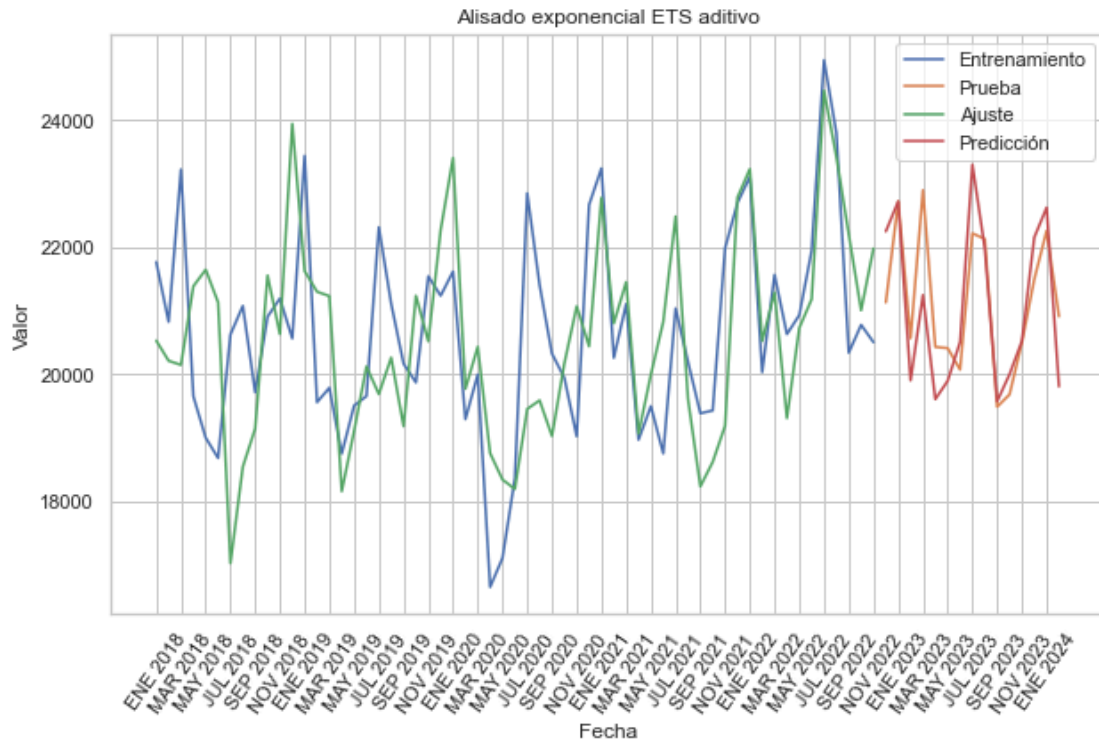


Fig 21: Modelo de alisado exponencial ETS aditivo

ETS Results

| | | | | | | |
|--------------------|------------------------|-------------------|-------------|-------|-----------|-----------|
| Dep. Variable: | Electricity production | No. Observations: | 59 | | | |
| Model: | ETS(AAA) | Log Likelihood | -517.283 | | | |
| Date: | Thu, 02 May 2024 | AIC | 1070.567 | | | |
| Time: | 20:54:24 | BIC | 1107.962 | | | |
| Sample: | 0 | HQIC | 1085.164 | | | |
| | - 59 | Scale | 2414852.881 | | | |
| Covariance Type: | | approx | | | | |
| ===== | | | | | | |
| | coef | std err | z | P> z | [0.025 | 0.975] |
| ----- | | | | | | |
| smoothing_level | 0.4734 | 0.105 | 4.513 | 0.000 | 0.268 | 0.679 |
| smoothing_trend | 4.734e-05 | nan | nan | nan | nan | nan |
| smoothing_seasonal | 0.4513 | nan | nan | nan | nan | nan |
| initial_level | 2.054e+04 | 1187.942 | 17.288 | 0.000 | 1.82e+04 | 2.29e+04 |
| initial_trend | -8.2621 | nan | nan | nan | nan | nan |
| initial_seasonal.0 | 1269.6525 | 813.442 | 1.561 | 0.119 | -324.664 | 2863.969 |
| initial_seasonal.1 | -1785.1525 | 969.548 | -1.841 | 0.066 | -3685.431 | 115.126 |
| initial_seasonal.2 | -1176.3334 | 1030.085 | -1.142 | 0.253 | -3195.262 | 842.596 |
| initial_seasonal.3 | -3323.2081 | 1044.076 | -3.183 | 0.001 | -5369.559 | -1276.857 |
| initial_seasonal.4 | -2733.7219 | 651.460 | -4.196 | 0.000 | -4010.560 | -1456.884 |
| initial_seasonal.5 | -2554.7218 | nan | nan | nan | nan | nan |

| | | | | | | |
|-------------------------|------------|-------------------|--------|-------|-----------|----------|
| initial_seasonal.6 | 382.9717 | nan | nan | nan | nan | nan |
| initial_seasonal.7 | -363.6115 | 614.390 | -0.592 | 0.554 | -1567.794 | 840.571 |
| initial_seasonal.8 | -1453.2918 | 1000.421 | -1.453 | 0.146 | -3414.080 | 507.497 |
| initial_seasonal.9 | -1243.0414 | 853.914 | -1.456 | 0.145 | -2916.682 | 430.599 |
| initial_seasonal.10 | -895.4446 | 1007.482 | -0.889 | 0.374 | -2870.073 | 1079.184 |
| initial_seasonal.11 | 0 | 933.920 | 0 | 1.000 | -1830.450 | 1830.450 |
| ===== | | | | | | |
| Ljung-Box (Q): | 11.73 | Jarque-Bera (JB): | 0.58 | | | |
| Prob(Q): | 0.38 | Prob(JB): | 0.75 | | | |
| Heteroskedasticity (H): | 0.34 | Skew: | 0.18 | | | |
| Prob(H) (two-sided): | 0.02 | Kurtosis: | 2.68 | | | |
| ===== | | | | | | |

Fig 22: Resultados del modelo ETS(AAA)

Modelo Ajustado:

El modelo ajustado es un ETS(AAA), lo que significa que incluye componentes de Error, Tendencia y Estacionalidad, todos ellos modelados de manera aditiva.

Parámetros del Modelo:

smoothing_level: El parámetro de suavizado para el componente de error es 0.4734. Este valor indica cuánto se suavizan las fluctuaciones aleatorias en la serie.

smoothing_trend: El parámetro de suavizado para la tendencia es 4.734e-05. Sin embargo, este valor tiene una desviación estándar 'nan', lo que sugiere que el modelo no pudo estimar correctamente este parámetro.

smoothing_seasonal: El parámetro de suavizado para la estacionalidad es 0.4513. Este valor indica cuánto se suavizan las fluctuaciones estacionales en la serie.

initial_level, initial_trend, initial_seasonal: Estos son los valores iniciales estimados para los componentes de nivel, tendencia y estacionalidad, respectivamente. Representan el estado inicial del modelo en el primer período.

Estadísticas de Ajuste:

El valor de Log Likelihood indica la verosimilitud del modelo dado los datos observados. Un valor más alto indica un mejor ajuste del modelo.

Los criterios de información como AIC (Criterio de Información de Akaike), BIC (Criterio de Información Bayesiano) y HQIC (Criterio de Información de Hannan-Quinn) se utilizan para comparar modelos, con valores más bajos indicando un mejor ajuste penalizando la complejidad del modelo.

La prueba Ljung-Box y la prueba de Jarque-Bera se utilizan para evaluar la autocorrelación y la normalidad de los residuos del modelo, respectivamente. Valores significativos en estas pruebas pueden indicar problemas en el ajuste del modelo.

Heterocedasticidad:

La prueba de heterocedasticidad (H) evalúa si la varianza de los residuos del modelo es constante a lo largo del tiempo. Un valor de probabilidad bajo (<0.05) sugiere que la varianza es heterocedástica, lo que significa que los residuos pueden exhibir patrones de varianza no constante.

En concretos sobre el ajuste de este modelo concreto, el estadístico de Ljung-Box:

El valor del estadístico de Ljung-Box es 11.73 con un valor p (Prob(Q)) de 0.38.

Este valor de p probabilidad relativamente alto sugiere que no hay autocorrelación significativa en los residuos del modelo hasta el rezago especificado. En otras palabras, no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de que no hay autocorrelación en los residuos hasta el rezago considerado. Esto indica que el modelo ETS podría estar capturando adecuadamente la autocorrelación en los datos y que los residuos podrían estar distribuidos de manera aleatoria.

Por otro lado, el valor del estadístico de Jarque-Bera es 0.58 con un valor p (Prob(JB)) de 0.75. Este valor de p probabilidad relativamente alto sugiere que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de que los residuos siguen una distribución normal. En otras palabras, los residuos del modelo podrían estar razonablemente bien aproximados por una distribución normal. Esto indica que el modelo ETS podría estar capturando adecuadamente la estructura de los datos y que los residuos podrían estar distribuidos de manera normal.

Pasamos ahora a ver el comportamiento del modelo multiplicativo.

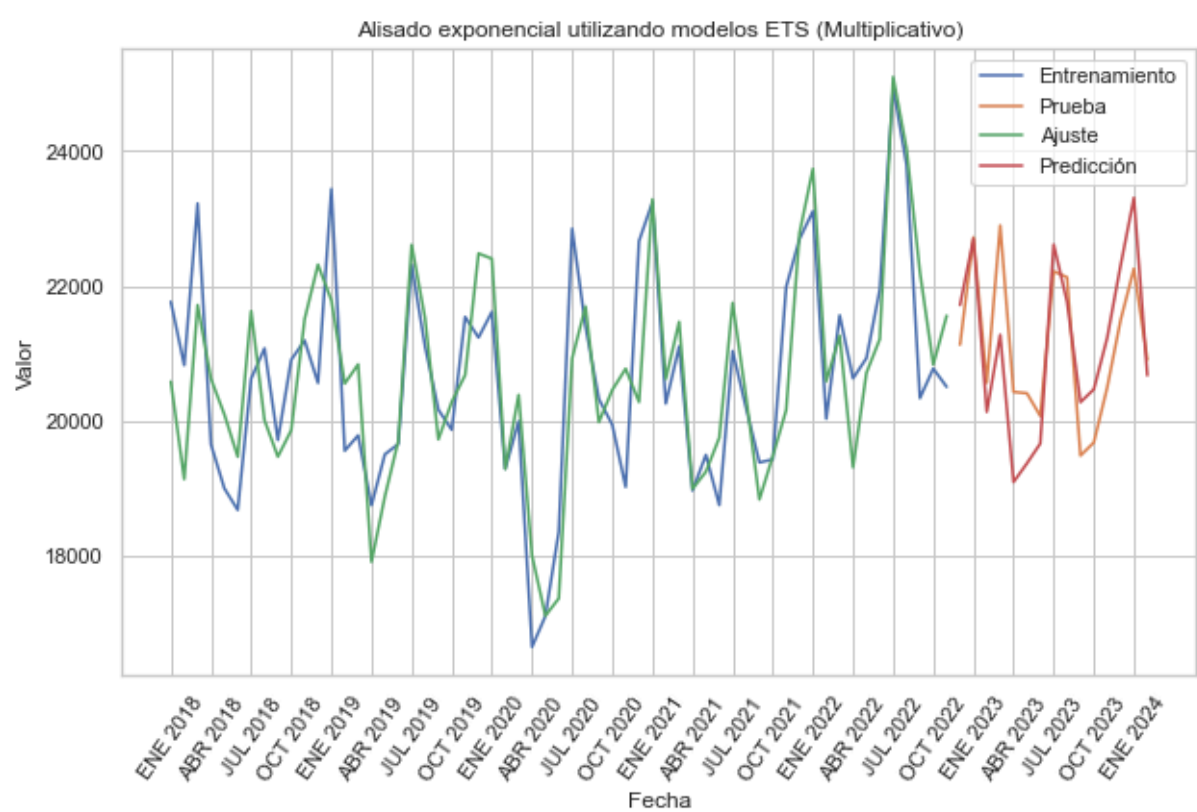


Fig 23: Modelo de alisado exponencial ETS multiplicativo

| ETS Results | | | |
|----------------|------------------------|-------------------|----------|
| Dep. Variable: | Electricity production | No. Observations: | 59 |
| Model: | ETS(MMM) | Log Likelihood | -489.078 |
| Date: | Thu, 02 May 2024 | AIC | 1014.156 |

| | | | | | | |
|-------------------------|-----------|-------------------|----------|-------|----------|----------|
| Time: | 21:02:04 | BIC | 1051.552 | | | |
| Sample: | 0 | HQIC | 1028.754 | | | |
| | - 59 | Scale | 0.002 | | | |
| Covariance Type: | | approx | | | | |
| ===== | | | | | | |
| | coef | std err | z | P> z | [0.025 | 0.975] |
| ----- | | | | | | |
| smoothing_level | 0.8378 | 0.121 | 6.912 | 0.000 | 0.600 | 1.075 |
| smoothing_trend | 8.378e-05 | nan | nan | nan | nan | nan |
| smoothing_seasonal | 1.622e-05 | nan | nan | nan | nan | nan |
| initial_level | 2.054e+04 | 2519.971 | 8.150 | 0.000 | 1.56e+04 | 2.55e+04 |
| initial_trend | 1.0022 | 0.005 | 191.310 | 0.000 | 0.992 | 1.012 |
| initial_seasonal.0 | 0.9590 | 0.119 | 8.063 | 0.000 | 0.726 | 1.192 |
| initial_seasonal.1 | 0.9149 | 0.114 | 8.056 | 0.000 | 0.692 | 1.137 |
| initial_seasonal.2 | 0.8840 | 0.112 | 7.892 | 0.000 | 0.664 | 1.104 |
| initial_seasonal.3 | 0.8777 | 0.112 | 7.831 | 0.000 | 0.658 | 1.097 |
| initial_seasonal.4 | 0.9443 | 0.121 | 7.818 | 0.000 | 0.708 | 1.181 |
| initial_seasonal.5 | 0.9832 | 0.125 | 7.851 | 0.000 | 0.738 | 1.229 |
| initial_seasonal.6 | 0.8569 | 0.108 | 7.940 | 0.000 | 0.645 | 1.068 |
| initial_seasonal.7 | 0.8459 | 0.106 | 8.002 | 0.000 | 0.639 | 1.053 |
| initial_seasonal.8 | 0.8357 | 0.103 | 8.113 | 0.000 | 0.634 | 1.038 |
| initial_seasonal.9 | 0.9332 | 0.116 | 8.063 | 0.000 | 0.706 | 1.160 |
| initial_seasonal.10 | 0.8851 | 0.110 | 8.013 | 0.000 | 0.669 | 1.102 |
| initial_seasonal.11 | 1.0000 | 0.123 | 8.150 | 0.000 | 0.760 | 1.240 |
| ===== | | | | | | |
| Ljung-Box (Q): | 8.32 | Jarque-Bera (JB): | 1.93 | | | |
| Prob(Q): | 0.68 | Prob(JB): | 0.38 | | | |
| Heteroskedasticity (H): | 0.59 | Skew: | 0.41 | | | |
| Prob(H) (two-sided): | 0.24 | Kurtosis: | 2.64 | | | |
| ----- | | | | | | |

Fig 24: Resultados del modelo ETS(MMM)

En este caso, los resultados del modelo ETS(MMM) muestran lo siguiente:

Componentes del Modelo:

El modelo ETS(MMM) incluye componentes de suavizado para la Tendencia, la Estacionalidad y los Errores, todos modelados de manera multiplicativa.

Parámetros del Modelo:

Los coeficientes estimados para los parámetros de suavizado (smoothing_level, smoothing_trend, smoothing_seasonal) indican cuánto se suavizan los diferentes componentes en el modelo.

Los coeficientes iniciales (initial_level, initial_trend, initial_seasonal) representan los valores iniciales estimados para los diferentes componentes en el primer período de la serie temporal.

Estadísticas de Ajuste:

El valor de Log Likelihood es -489.078, y los criterios de información como AIC, BIC y HQIC se utilizan para comparar modelos, con valores más bajos indicando un mejor ajuste.

El estadístico de Ljung-Box es 8.32 con un valor de p ($\text{Prob}(Q)$) de 0.68, lo que sugiere que no hay autocorrelación significativa en los residuos hasta el rezago especificado.

El estadístico de Jarque-Bera es 1.93 con un valor de p ($\text{Prob}(JB)$) de 0.38, lo que sugiere que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de que los residuos siguen una distribución normal.

Heterocedasticidad:

El valor del estadístico de heterocedasticidad (H) es 0.59 con un valor de probabilidad ($\text{Prob}(H)$) de 0.24, lo que sugiere que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de que la varianza de los residuos es constante a lo largo del tiempo.

En resumen, estos resultados indican que el modelo ETS(MMM) podría ser adecuado para modelar la serie temporal de producción eléctrica mensual. No se observan problemas significativos de autocorrelación, normalidad de los residuos o heterocedasticidad, lo que sugiere que el modelo parece estar bien especificado en términos de estos aspectos.

3. ANÁLISIS ESPECTRAL

Trataremos a continuación de encontrar los componentes cíclicos de la producción mensual de energía eléctrica.

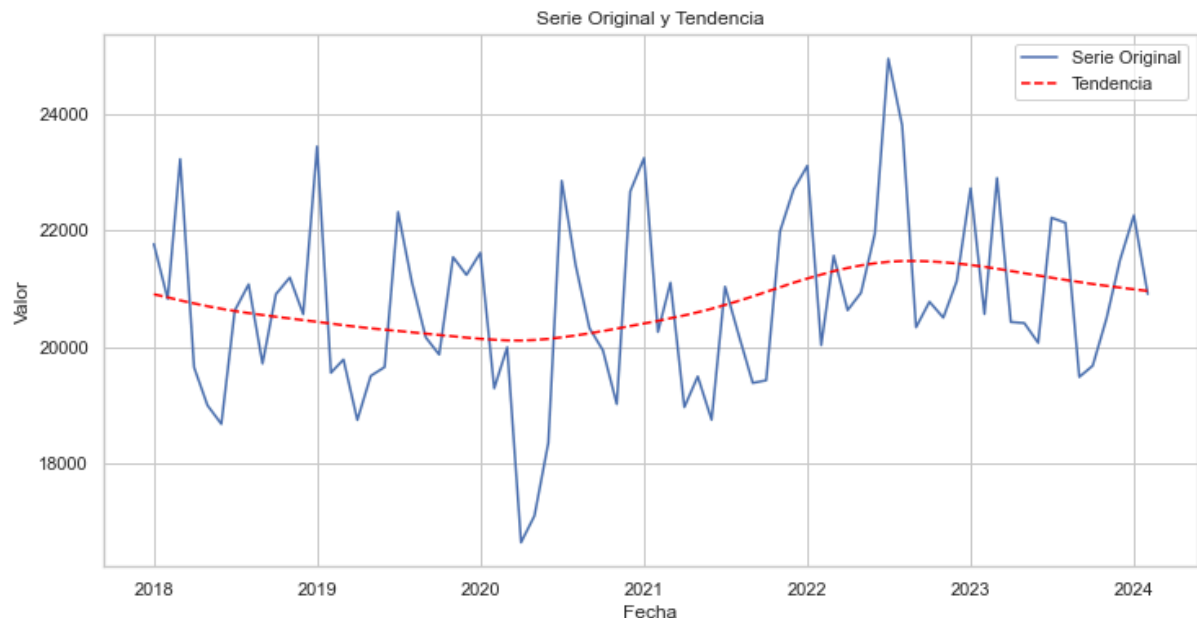


Fig 25: Producción de energía eléctrica, serie original y tendencia (filtro HP)

Apreciamos como los dos movimientos básicos que dominan la serie son la tendencia y la estacionalidad, sobre todo la estacionalidad. No obstante debemos atajar también el componente de tendencia para atajar la estacionariedad de la serie tal como vimos al principio del presente texto y debido a que es un requisito imprescindible antes de aplicar los métodos que pretendemos ejecutar.

Aunque el procedimiento para eliminar la tendencia puede condicionar el resultado del periodograma, dado que nuestro ejemplo está caracterizado predominantemente por una fuerte estacionalidad, no tendrá demasiada trascendencia. Empleo entonces un filtro de Hodrick Prescott para obtener la tendencia y posteriormente obtenemos la serie libre de tendencia como la diferencia entre la serie original y la tendencia estimada.

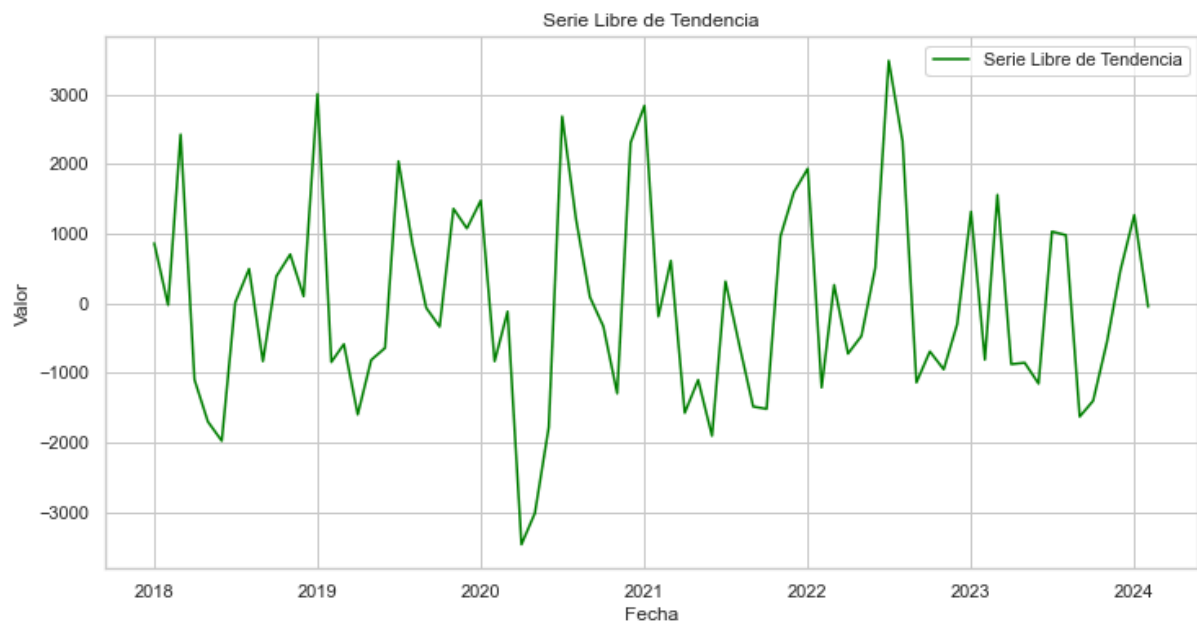


Fig 26: Producción de energía eléctrica libre de tendencia

En esta última figura apreciamos como la estacionalidad es prácticamente el único movimiento que queda tras eliminar la tendencia del todo lo cual es bastante lógico si tenemos en cuenta la fuerte influencia de las temperaturas y las estaciones en la demanda y producción de energía eléctrica.

Calculamos el periodograma.

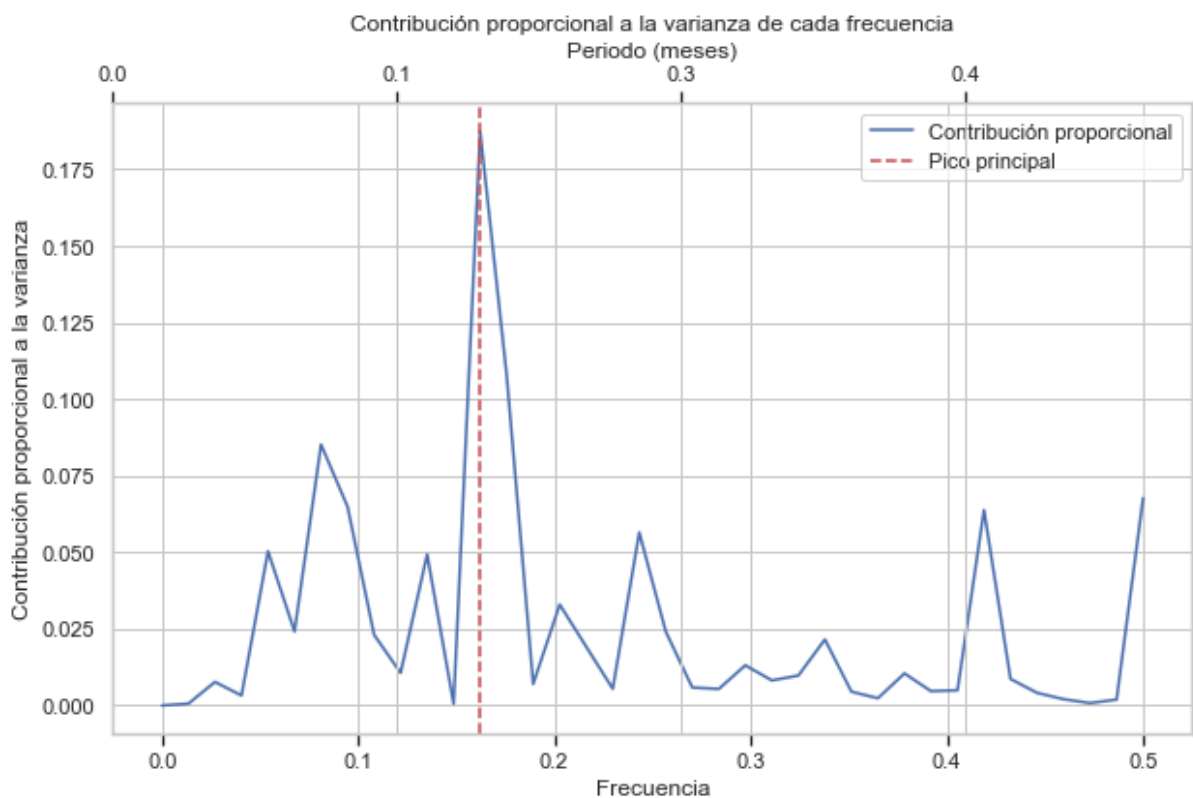


Fig 27: Periodograma de la serie temporal sin tendencia

Estos resultados muestran el periodograma de una serie de datos, que es una representación de la distribución de la energía en función de la frecuencia. La frecuencia representa la cantidad de ciclos por unidad de tiempo en los datos.

- El periodograma muestra la contribución proporcional a la varianza de cada frecuencia. Esto indica cuánta variabilidad de los datos está explicada por las componentes periódicas en diferentes frecuencias.
- El pico principal se encuentra en una frecuencia de $w = 0,1622$, lo que corresponde a un periodo de aproximadamente 6.2 meses. Esto sugiere que hay una componente periódica significativa en los datos que se repite cada 6.2 meses. El periodo correspondiente a esta frecuencia W_j es calculado $W_j = \frac{2\pi}{w_j}$ lo que equivale a $\frac{T}{j}$.

La interpretación de estos resultados implica que hay un ciclo estacional en los datos que explica una parte importante de la variabilidad en la serie temporal. La alta contribución proporcional en esta frecuencia indica que este ciclo estacional es un factor importante.

Los valores obtenidos de Python se muestran a continuación.

Tabla con los valores del periodograma:

| Frecuencia | Contribución proporcional |
|------------|---------------------------|
| 0.0000 | 0.0000 |
| 0.0135 | 0.0006 |
| 0.0270 | 0.0077 |
| 0.0405 | 0.0033 |
| 0.0541 | 0.0503 |
| 0.0676 | 0.0241 |
| 0.0811 | 0.0852 |
| 0.0946 | 0.0649 |
| 0.1081 | 0.0231 |
| 0.1216 | 0.0107 |
| 0.1351 | 0.0493 |
| 0.1486 | 0.0006 |
| 0.1622 | 0.1873 |
| 0.1757 | 0.1078 |
| 0.1892 | 0.0071 |
| 0.2027 | 0.0330 |
| 0.2162 | 0.0192 |
| 0.2297 | 0.0055 |
| 0.2432 | 0.0565 |
| 0.2568 | 0.0241 |
| 0.2703 | 0.0059 |
| 0.2838 | 0.0054 |
| 0.2973 | 0.0131 |
| 0.3108 | 0.0082 |

| | |
|--------|--------|
| 0.3243 | 0.0098 |
| 0.3378 | 0.0216 |
| 0.3514 | 0.0045 |
| 0.3649 | 0.0024 |
| 0.3784 | 0.0105 |
| 0.3919 | 0.0047 |
| 0.4054 | 0.0050 |
| 0.4189 | 0.0638 |
| 0.4324 | 0.0087 |
| 0.4459 | 0.0041 |
| 0.4595 | 0.0021 |
| 0.4730 | 0.0008 |
| 0.4865 | 0.0019 |
| 0.5000 | 0.0677 |

Pico principal

Frecuencia: 0.1622

Periodo correspondiente: 6.2 meses

A continuación se realiza un análisis de regresión lineal para predecir los valores futuros de la serie temporal. Utilizando la serie de datos previamente procesada para eliminar la tendencia y ajustando un modelo de regresión lineal a los datos de entrenamiento. Se calculan predicciones para los datos de prueba y se agregan a la tendencia eliminada para obtener la serie original con las predicciones incluidas.

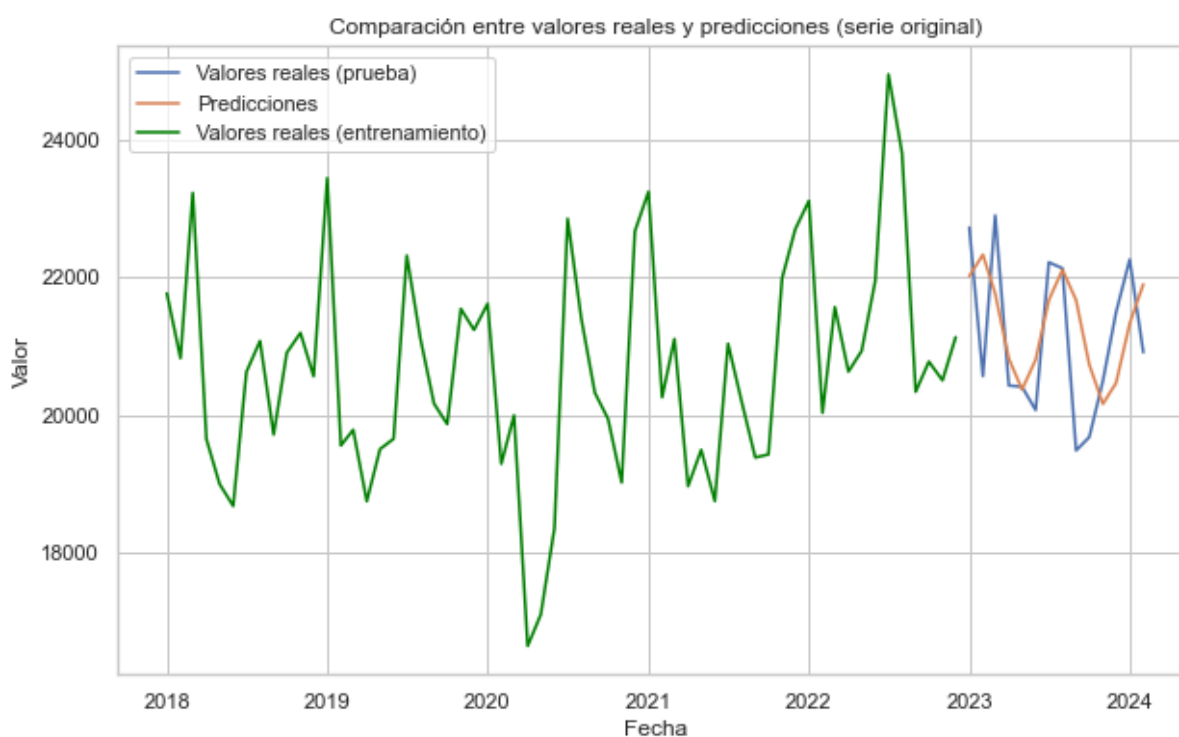


Fig 28: Serie temporal original y predicciones

Este enfoque realiza un análisis de series temporales utilizando armónicos. Los armónicos son funciones sinusoidales que se utilizan para modelar patrones cíclicos en los datos a lo largo del tiempo. En este caso, se calculan armónicos específicos basados en la frecuencia principal que se agregan como variables independientes en un modelo de regresión lineal para predecir la serie temporal. El modelo se ajusta utilizando datos de entrenamiento (80%) y luego se utilizan para hacer predicciones en datos de prueba (20%). Este enfoque permite capturar y modelar patrones estacionales o cíclicos en la serie temporal, lo que facilita la comprensión y la predicción de su comportamiento a lo largo del tiempo.

4.CONCLUSIONES

El análisis de series temporales es fundamental en diversos campos, desde la economía (ciclos económicos) hasta la meteorología, pasando por la ingeniería y la salud pública. La capacidad de prever tendencias futuras y comprender los patrones subyacentes es crucial para la toma de decisiones informadas. En este sentido, varios modelos han sido desarrollados para abordar estas necesidades, entre los que destacan los modelos univariantes ARIMA y SARIMA, los modelos de alisado exponencial de Holt y Winters, los modelos en el espacio de los estados y el análisis espectral.

Los modelos univariantes ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average) y SARIMA (Seasonal ARIMA) son extensiones del modelo ARMA (AutoRegressive Moving Average) que incorporan componentes de estacionalidad y tendencia. Estos modelos son altamente flexibles y pueden adaptarse a una amplia gama de patrones en los datos de series temporales. Sin embargo, su eficacia puede depender en gran medida de la calidad de los datos y de la correcta especificación de los parámetros.

Por otro lado, los modelos de alisado exponencial de Holt y Winters son métodos simples pero potentes para suavizar series temporales y prever valores futuros. Estos modelos son especialmente útiles cuando se trabaja con datos que muestran tendencias y estacionalidad. Aunque son más simples que los modelos ARIMA, pueden ser igualmente efectivos en situaciones donde los patrones en los datos son relativamente simples y bien definidos.

Los modelos en el espacio de los estados, como el filtro de Kalman, son enfoques más avanzados que permiten modelar la dinámica subyacente de un sistema en términos de un estado no observado. Estos modelos son altamente flexibles y pueden adaptarse a una amplia variedad de patrones en los datos. Sin embargo, requieren un mayor nivel de experiencia y conocimientos técnicos para su implementación y ajuste adecuado.

Finalmente, el análisis espectral es una técnica poderosa para identificar patrones de frecuencia en series temporales. El periodograma, por ejemplo, permite visualizar la contribución de diferentes frecuencias a la variabilidad de los datos. Esta información puede ser útil para identificar ciclos estacionales y tendencias a largo plazo en los datos, lo que puede complementar los enfoques más tradicionales de modelado y predicción.

En términos de predicción, cada uno de estos enfoques tiene sus propias ventajas y limitaciones. Los modelos ARIMA y SARIMA son útiles cuando se trabaja con datos que muestran patrones complejos y no lineales, pero pueden ser difíciles de ajustar y validar correctamente. Los modelos de alisado exponencial son más simples y fáciles de interpretar, pero pueden no capturar la complejidad de los datos en situaciones más desafiantes. Los modelos en el espacio de los estados ofrecen una mayor flexibilidad, pero pueden requerir más recursos computacionales y experiencia técnica. El análisis espectral, por otro lado, es útil para identificar patrones de frecuencia en los datos, pero puede ser menos útil para la predicción directa de valores futuros.

En resumen, la elección del método más adecuado para el análisis y la predicción de series temporales depende de varios factores, incluida la naturaleza de los datos, la disponibilidad

de recursos computacionales y la experiencia técnica del analista. En muchos casos, puede ser útil combinar varios enfoques para obtener una comprensión más completa de los datos y mejorar la precisión de las predicciones.

5.BIBLIOGRAFÍA

Matilla García, Mariano, Pedro A. Pérez Pascual, Basilio Sanz Carnero. *Econometría y Predicción*. McGraw-Hill/Interamericana de España, 2019.