TEMA 1. MODELOS DE ELECCION DISCRETA

1. Ventajas de los modelos econométricos frente a otras técnicas estadísticas más simples

Supongamos que estamos interesados en analizar la proporción de empresas industriales que llevan a cabo **innovaciones de producto**. Supongamos que tenemos datos de una encuesta a empresas industriales durante un período de tiempo (en este caso la Encuesta sobre Estrategias Empresariales del Ministerio de Industria para 1993)[1]. Tenemos N empresas de las cuales N_1 realizan algún tipo de innovación y N_0 no llevan a cabo innovaciones (vamos a definir la variable **Realizar algún tipo de innovación (nipos)** = 1 si la empresa declara que innova en producto y 0 en caso contrario). Para saber la proporción global de innovaciones en producto en la muestra simplemente realizamos un análisis descriptivo. Primero tabulamos los valores de la variable **nipos** y después calculamos las medidas de posición (media) y dispersión (varianza)

```
. tab nipos

dummy inn.  |
de producto  |      Freq.     Percent        Cum.
------------+-----------------------------------
          0 |        754       76.24       76.24
          1 |        235       23.76      100.00
------------+-----------------------------------
      Total |        989      100.00
```

Del tamaño muestral N = 989, N_1 = 235 empresas declaran realizar innovaciones de proceso y N_0 = 754 declaran no realizar. Es decir, N_1/N es la proporción de empresas en la muestra que declara realizar innovaciones de proceso (a partir de ahora diremos que realiza innovaciones de proceso, suponiendo que la información que ofrece es correcta y que se puede

[1]Hemos seleccionado esta muestra para ser coherentes con el momento en que hablemos de datos de panel. Es decir, la muestra es aproximadamente de 2200 empresas cada año y estas 989 corresponden a aquellas que proporcionan información (porque están en la muestra y ofrecen información válida) durante los cuatro años 1990-93.

realizar una correspondencia declara realizar – realiza).[2] Esta cifra en la muestra es el 23.76 por ciento.

```
. sum nipos

Variable |     Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |     989    .2376138    .4258366          0          1
```

Supongamos que estuviéramos interesados en saber la proporción de empresas industriales que realizan innovaciones de proceso por tramos de tamaño de la empresa. Definimos una variable de tamaño por tramos **(tram)**:

1. < 10 trabajadores
2. de 10 a 50
3. de 50 a 100
4. de 100 a 200
5. de 200 a 500
6. > de 500 trabajadores

```
. tab tram (número de empresas por tramo)

       tram |      Freq.     Percent        Cum.
------------+-----------------------------------
          1 |        292       29.52       29.52
          2 |        203       20.53       50.05
          3 |         79        7.99       58.04
          4 |         96        9.71       67.75
          5 |        205       20.73       88.47
          6 |        114       11.53      100.00
------------+-----------------------------------
      Total |        989      100.00
```

```
. tab nipos tram (número de empresas innovadoras 1 o no innovadoras 0 por
tramos de tamaño)

dummy inn. | tram
de proceso |         1          2          3          4          5 |     Total
-----------+-------------------------------------------------------+----------
         0 |       228        154         52         75        155 |       754
         1 |        64         49         27         21         50 |       235
-----------+-------------------------------------------------------+----------
     Total |       292        203         79         96        205 |       989

dummy inn. | tram
```

[2]Podría suceder que empresas que realizan innovaciones de proceso declararan que no lo hacen durante un período determinado porque durante el mismo no se ha llevado a cabo ninguna, por ejemplo.

```
de proceso |         6 |     Total
-----------+-----------+----------
         0 |        90 |       754
         1 |        24 |       235
-----------+-----------+----------
     Total |       114 |       989
```

Es decir, de las 292 empresas de la muestra que tienen menos de 10 trabajadores, 64 innovan en proceso (es decir, el 21.92 por ciento). O de las 114 empresas de más de 500 trabajadores que proporcionan información muestral, 24 innovan, es decir, el 21.05 por ciento.

```
. by tram: sum nipos

-> tram=        1
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |     292    .2191781   .4143998          0          1

-> tram=        2
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |     203    .2413793   .4289777          0          1

-> tram=        3
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      79    .3417722   .4773344          0          1

-> tram=        4
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      96      .21875   .4155687          0          1

-> tram=        5
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |     205    .2439024   .4304858          0          1

-> tram=        6
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |     114    .2105263   .4094824          0          1
```

Para finalizar con el calculo de estadísticos descriptivos (**tablas cruzadas**, en este caso) supongamos que estamos interesados en el mismo análisis pero considerando tramos de tamaño y sector al que pertenece la empresa. Para ello, definamos la variable sector (por sencillez) de la siguiente forma:

1. Empresas químicas
2. Empresas eléctricas

3. Maquinaria y elementos de precisión
4. Alimentos, bebidas e industrias textiles
5. Piel, cuero y calzado

Es decir, de las 81 empresas de la muestra que tienen menos de 10 trabajadores y pertenecen al sector de las industrias químicas, 14 innovan en proceso (es decir, el 17.28 por ciento). O de las 16 empresas de más de 500 trabajadores del sector de piel, cuero y calzado que proporcionan información muestral, 3 innovan, es decir, el 18.75 por ciento.

. by tram sector: sum nipos (proporción de empresas innovadoras por tramos de tamaño y sector de actividad)

```
-> tram=        1  sector=        1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      81    .1728395   .3804643          0          1

-> tram=        1  sector=        2

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      20         .25   .4442617          0          1

-> tram=        1  sector=        3

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      26    .1923077   .4019185          0          1

-> tram=        1  sector=        4

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      43    .1860465   .3937496          0          1

-> tram=        1  sector=        5

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |     122    .2622951   .4416962          0          1

-> tram=        2  sector=        1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      49    .2040816   .4072055          0          1

-> tram=        2  sector=        2

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      13    .2307692    .438529          0          1

-> tram=        2  sector=        3

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      13    .3076923   .4803845          0          1
```

```
-> tram=        2  sector=        4

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      39    .2307692   .4268328          0          1

-> tram=        2  sector=        5

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      89     .258427   .4402502          0          1

-> tram=        3  sector=        1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      17    .2941176   .4696682          0          1

-> tram=        3  sector=        2

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      13    .6153846   .5063697          0          1

-> tram=        3  sector=        3

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |       8          .5   .5345225          0          1

-> tram=        3  sector=        4

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      14    .2857143   .4688072          0          1

-> tram=        3  sector=        5

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      27    .2222222   .4236593          0          1

-> tram=        4  sector=        1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      24    .2083333   .4148511          0          1

-> tram=        4  sector=        2

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      10          .5   .5270463          0          1

-> tram=        4  sector=        3

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      18    .2222222   .4277926          0          1

-> tram=        4  sector=        4

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |       9    .1111111   .3333333          0          1

-> tram=        4  sector=        5
```

```
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      35    .1714286   .3823853          0          1

-> tram=        5  sector=        1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      58    .2068966   .4086186          0          1

-> tram=        5  sector=        2

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      28         .25   .4409586          0          1

-> tram=        5  sector=        3

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      32      .21875   .4200134          0          1

-> tram=        5  sector=        4

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      34    .2647059   .4478111          0          1

-> tram=        5  sector=        5

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      53    .2830189   .4547763          0          1

-> tram=        6  sector=        1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      29    .1034483    .309934          0          1

-> tram=        6  sector=        2

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      18    .3888889   .5016313          0          1

-> tram=        6  sector=        3

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      24         .25   .4423259          0          1

-> tram=        6  sector=        4

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      27    .1851852   .3958474          0          1

-> tram=        6  sector=        5

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   nipos |      16       .1875   .4031129          0          1
```

Si ahora estuviéramos interesados en nuevas variables **dependientes**, es decir, calcular el número y la proporción de empresas innovadoras por tramos de tamaño, sector y por si tienen problemas de financiación o no, podríamos construir tablas cruzadas o estadísticos descriptivos con las tres variables (o más variables). Aquí es dónde tienen sentido los modelos de elección discreta. Por ejemplo, supongamos que queremos calcular la probabilidad de innovar (no condicionada) de las empresas industriales españolas). Aunque nos adelantemos a los modelos que se describen más tarde, adelantamos que podríamos estimar un modelo **logit** (poniendo sólo una constante entre las variables explicativas). El modelo logit se podría expresar como:

$$y_i^* = b' X_i + u_i \qquad [1]$$

donde y_i^* es una variable latente (no observada) que se relaciona con la variable observada (y_i) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} &y_i = 1 \quad si \quad y_i^* > 0 \\ &y_i = 0 \quad en \quad caso \quad contrario \end{aligned} \qquad [2]$$

de forma que la probabilidad de que se produzca el suceso que nos interesa (probabilidad de innovar) se puede calcular como:

$$\Pr(y_i = 1) = F(b' X_i) \qquad [3]$$

y dada la distribución asociada al logit (**distribución logística**):

$$F(b' X_i) = \frac{\exp(b' X_i)}{1 + \exp(b' X_i)} \qquad [4]$$

```
. logit nipos

Iteration 0:  Log Likelihood =-542.28225

Logit Estimates                                       Number of obs =    989
                                                      chi2(0)       =   0.00
                                                      Prob > chi2   =      .
Log Likelihood = -542.28225                           Pseudo R2     = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
   _cons |  -1.165807      .07471    -15.604   0.000      -1.312236   -1.019378
------------------------------------------------------------------------------
```

Una vez estimados los parámetros (en este caso el parámetro) del modelo logit, podemos calcular la probabilidad de innovar como:

$$\exp(-1.165807)/(1 + \exp(-1.165807)) = 0.2376$$

que es exactamente la frecuencia relativa que hemos calculado anteriormente.

Ahora estamos interesados en el calculo de la probabilidad de innovar (condicionada por el tamaño de la empresa). Realizaríamos un modelo logit de la variable de interés (realización de innovación de proceso) en variables ficticias de tamaño (ti = 1 si la empresa pertenece al tramo de tamaño i, i = 1, …, 6).

. logit nipos t1-t6,nocons (notar que eliminamos la constante porque sino se produciría un problema de multicolinealidad perfecta)

```
Iteration 0:  Log Likelihood =-685.52256
Iteration 1:  Log Likelihood =-540.92396
Iteration 2:  Log Likelihood =-539.46594
Iteration 3:  Log Likelihood =-539.46413

Logit Estimates                                       Number of obs =    989
Log Likelihood = -539.46413

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
      t1 |  -1.270463   .1414598      -8.981   0.000      -1.547719   -.9932065
      t2 |  -1.145132   .1640172      -6.982   0.000        -1.4666   -.8236645
      t3 |  -.6554069   .2372084      -2.763   0.006      -1.120327    -.190487
      t4 |  -1.272966   .2468847      -5.156   0.000      -1.756851   -.7890805
      t5 |  -1.131402   .1626394      -6.957   0.000       -1.45017   -.8126347
      t6 |  -1.321756   .2297332      -5.753   0.000      -1.772025   -.8714871
```

```
------------------------------------------------------------------------------
```

La probabilidad de innovar que predice el modelo para las empresas pequeñas es:

$$\exp(-1.270463)/(1 + \exp(-1.270463)) = 0.2192$$

mientras que para las empresas grandes:

$$\exp(-1.321756)/(1 + \exp(-1.321756)) = 0.2105$$

que coinciden exactamente con las cifras dadas anteriormente.

Es evidente que manteniendo la constante y eliminando una de las variables ficticias hubiéramos llegado a los mismos resultados.

```
. logit nipos t1-t6 (eliminamos t4 y mantenemos la constante)

Iteration 0:  Log Likelihood =-542.28225
Iteration 1:  Log Likelihood =-539.50211
Iteration 2:  Log Likelihood =-539.46413
Iteration 3:  Log Likelihood =-539.46413

Logit Estimates                                        Number of obs =     989
                                                       chi2(5)       =    5.64
                                                        Prob > chi2   = 0.3432
Log Likelihood = -539.46413                            Pseudo R2     = 0.0052

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
      t1 |   .0025031   .2845406      0.009   0.993      -.5551862    .5601924
      t2 |   .1278334   .2964018      0.431   0.666      -.4531036    .7087703
      t3 |   .6175588   .3423743      1.804   0.071      -.0534825      1.2886
      t5 |   .1415636   .2956417      0.479   0.632      -.4378835    .7210106
      t6 |  -.0487902    .337239     -0.145   0.885      -.7097665    .6121862
   _cons |  -1.272966   .2468854     -5.156   0.000      -1.756852   -.7890793
------------------------------------------------------------------------------
```

La probabilidad de innovar que predice el modelo para las empresas pequeñas es:

$$\exp(0.002503 - 1.272966)/(1 + \exp(0.002503 - 1.272966)) = 0.2192$$

mientras que para las empresas grandes:

$$\exp(-0.0487902 - 1.272966)/(1 + \exp(-0.0487902 - 1.272966)) = 0.2105$$

que coinciden exactamente con las cifras dadas anteriormente.

Es evidente que manteniendo la constante y eliminando otra de las variables ficticias (en lugar de t4) también hubiéramos obtenido los mismos resultados.

Para finalizar, repitamos el ejercicio descriptivo que hemos realizado con anterioridad cuando nos interesa analizar la proporción de empresas innovadoras condicionando al sector al que pertenecen las empresas y al tamaño de las mismas. Para ello definimos las variables ficticias de sector (si = 1 si la empresa pertenece al sector i y 0 en caso contrario, i = 1,…5) de la siguiente forma:

s1: Químicas

s2: Empresas eléctricas

s3: Maquinaria y elementos de precisión

s4: Alimentos, bebidas e industrias textiles

s5: Piel, cuero y calzado

```
. logit nipos t1-t6 s1-s5,nocons (notar que eliminamos la constante pero
también tenemos que eliminar una variable ficticia porque sino se produciría
un problema de multicolinealidad perfecta)

Iteration 0:  Log Likelihood =-685.52256
Iteration 1:  Log Likelihood =-536.75045
Iteration 2:  Log Likelihood =-534.84145
Iteration 3:  Log Likelihood =-534.83645
Iteration 4:  Log Likelihood =-534.83645

Logit Estimates                                       Number of obs =    989
Log Likelihood = -534.83645

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
      t1 |    .041674   .2870865      0.145   0.885      -.5210052    .6043533
      t2 |   .1674612      .2999      0.558   0.577       -.420332    .7552543
      t3 |   .6007402   .3454567      1.739   0.082      -.0763425    1.277823
      t5 |   .1500837   .2979448      0.504   0.614      -.4338774    .7340448
      t6 |  -.0516467   .3415955     -0.151   0.880      -.7211615    .6178681
      s1 |  -1.569868   .2868083     -5.474   0.000      -2.132002   -1.007734
      s2 |  -.7926597   .3171961     -2.499   0.012      -1.414353   -.1709668
      s3 |  -1.211698   .3091584     -3.919   0.000      -1.817637   -.6057583
      s4 |  -1.414782   .3119672     -4.535   0.000      -2.026227   -.8033377
      s5 |  -1.238921   .2684365     -4.615   0.000      -1.765047   -.7127955
------------------------------------------------------------------------------
```

De nuevo se puede comprobar que las probabilidades que el modelo predice coinciden exactamente con las cifras dadas anteriormente. Es, también, evidente que manteniendo la constante y eliminando otra de las variables ficticias (s5, por ejemplo) también obtenemos los mismos resultados como se puede comprobar en la siguiente tabla.

```
. logit nipos t1-t6 s1-s4

Iteration 0:  Log Likelihood =-542.28225
Iteration 1:  Log Likelihood =-534.94248
Iteration 2:  Log Likelihood =-534.83646
Iteration 3:  Log Likelihood =-534.83645

Logit Estimates                                       Number of obs =    989
                                                      chi2(9)       =  14.89
                                                      Prob > chi2   = 0.0940
Log Likelihood = -534.83645                           Pseudo R2     = 0.0137

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
      t1 |    .041674   .2870865      0.145   0.885      -.5210052    .6043533
      t2 |   .1674612      .2999      0.558   0.577       -.420332    .7552543
      t3 |   .6007402   .3454567      1.739   0.082      -.0763425    1.277823
      t5 |   .1500837   .2979448      0.504   0.614      -.4338774    .7340448
      t6 |  -.0516467   .3415955     -0.151   0.880      -.7211615    .6178681
      s1 |  -.3309461   .2038815     -1.623   0.105      -.7305465    .0686543
      s2 |   .4462618   .2491209      1.791   0.073      -.0420062    .9345297
      s3 |   .0272238   .2510393      0.108   0.914      -.4648041    .5192517
      s4 |  -.1758608   .2289673     -0.768   0.442      -.6246285    .2729069
   _cons |  -1.238921   .2684365     -4.615   0.000      -1.765047   -.7127955
------------------------------------------------------------------------------
```

En realidad, ya podemos darnos cuenta de algunas ventajas que supone utilizar modelos de elección discreta respecto a otras técnicas econométricas que, en principio, parecen más sencillas como el análisis descriptivo o la tabulación cruzada. Estas las podemos resumir en:

- Condensación de la información en un número de valores (parámetros estimados) mucho más reducido
- Posibilidad de utilizar los parámetros estimados para calcular los efectos que las variables incluidas en la especificación tienen sobre la probabilidad de innovar (ya veremos con más detalle como se pueden utilizar los estimadores con dicho fin)
- Análisis de modelos mucho más sofisticados como el siguiente

```
. logit nipos t1-t6 s1-s4 export cr4 pcapub

Iteration 0:  Log Likelihood =-540.84352
Iteration 1:  Log Likelihood =-533.21816
Iteration 2:  Log Likelihood =-533.10653
Iteration 3:  Log Likelihood =-533.10653

Logit Estimates                                       Number of obs =    988
                                                      chi2(12)      =  15.47
                                                      Prob > chi2   = 0.2165
Log Likelihood = -533.10653                           Pseudo R2     = 0.0143

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
      t1 |   .0433799   .3054447      0.142   0.887      -.5552806    .6420405
      t2 |   .1882772   .3081523      0.611   0.541      -.4156903    .7922447
      t3 |    .639517   .3504679      1.825   0.068      -.0473874    1.326421
      t5 |   .2164818   .3036251      0.713   0.476      -.3786124     .811576
      t6 |   .0033749   .3520789      0.010   0.992       -.686687    .6934368
      s1 |  -.3373071   .2044478     -1.650   0.099      -.7380174    .0634032
      s2 |   .4537168   .2502641      1.813   0.070      -.0367919    .9442254
      s3 |  -.0226493    .270166     -0.084   0.933      -.5521648    .5068663
      s4 |  -.2118339   .2521761     -0.840   0.401      -.7060899    .2824221
  export |   .1032727   .1860126      0.555   0.579      -.2613053    .4678508
     cr4 |   .1131247   .5708072      0.198   0.843      -1.005637    1.231886
  pcapub |   .0580318   .1687716      0.344   0.731      -.2727545     .388818
   _cons |  -1.468638   .4643518     -3.163   0.002      -2.378751   -.5585248
------------------------------------------------------------------------------
```

2. Modelos de elección discreta: definición y ejemplos

Entenderemos a lo largo de todo el tema que un modelo de elección discreta es aquel en que la variable dependiente toma **valores discretos**. El modelo más sencillo es aquel en el que la variable dependiente toma dos valores (es **binaria**). Asumiremos que en el caso de una variable binaria toma los valores 0 y 1 (sin pérdida de generalidad).

Ejemplos: Participar o no en el mercado de trabajo

Inscribirse en un sindicato

Realizar innovación

Exportar – no exportar

Los modelos se complican cuando la variable de interés puede tomar más de dos valores (**modelos multinomiales**). En este caso, vamos a clasificar los modelos en:

Variables **no categóricas**

Ejemplos: Supongamos que una encuesta de salarios diera la variable salarial por intervalos:

y = 1 si el individuo percibe un salario anual inferior a 1000000 ptas.

y = 2 si el individuo percibe un salario superior a 1000000 ptas. e inferior a 5000000

y = 3 si el individuo percibe un salario anual superior a 5000000 ptas.

Variables **categóricas**: En este caso, realizaremos una clasificación adicional en función de si las variables son: i) desordenadas

Ejemplo: Es el caso clásico. Modelo económico que dio lugar a los modelos de elección discreta. Decisión del medio de transporte:

y = 1 si el medio de transporte elegido es coche

y = 2 si el medio de transporte elegido es autobús

y = 3 si el medio de transporte elegido es metro

ii) secuenciales

Ejemplo 1: Es necesario haber completado la primera decisión para que la segunda pueda ser observada. El individuo observado tomando la última decisión es porque ha completado todas las demás.

y = 1 si el individuo tiene estudios primarios

y = 2 si el individuo tiene estudios secundarios

y = 3 si el individuo tiene estudios medios

y = 4 si el individuo tiene estudios universitarios

iii) ordenadas

Ejemplos 1: Pregunta en una encuesta de marketing para que clasifique los gustos respecto a un producto:

y = 1 si al individuo no le gusta el producto

y = 2 si al individuo le gusta poco

y = 3 si al individuo le gusta bastante

y = 4 si al individuo le gusta mucho

Ejemplo 2: Pregunta para que indique la cantidad que le gustaría gastar al comprar un coche:

y = 1 si le gustaría gastarse menos de 1000000 de ptas.

y = 2 si le gustaría gastarse más de 1000000 y menos de 2000000

y = 3 si le gustaría gastarse más de 2000000 y menos de 5000000

y = 4 si le gustaría gastarse más de 5000000 ptas.

En todos estos casos observamos decisiones de los individuos o las empresas. Puede ser que, bajo la definición del modelo, observemos los valores que toma la variable y estos sean discretos. Entonces tendremos los modelos de **Poisson** o **binomiales**.

Ejemplo 1: Observamos en una encuesta a empresas no sólo si realizar innovaciones de proceso sino el número que realiza:

y = 0 si la empresa no realiza innovaciones de proceso

y = 1, 2, 3, … si la empresa realiza 1, 2, 3 …, innovaciones de proceso

Ejemplo 2: Observamos en una encuesta a empresas el número de patentes registradas:

Ejemplo 3: Visitas al médico

3. Modelos de elección discreta binarios

Tal como hemos distinguido anteriormente, comenzaremos por los modelos de elección discreta más sencillos que son aquellos que presentan dos alternativas de elección o **modelos de elección discreta binarios**. En un principio, consideraremos que hemos de ajustar una regresión como si estuviéramos en el caso habitual, de todos conocido, del modelo de regresión lineal simple:

$$y_i = b' X_i + u_i \qquad [5]$$

es decir, queremos calcular la media de una variable dicotómica *y* dados unos condicionantes *X* y para ello disponemos de una muestra de N observaciones correspondientes a individuos o empresas.

$$E(y_i / X_i) = b' X_i \qquad [6]$$

Bajo las consideraciones anteriores y asumiendo que $E(u_i) = 0$, podemos aplicar MCO a [5] para obtener estimadores del vector de parámetros *b*. Este fue el primer modelo de elección discreta propuesto y se le llamó **modelo de probabilidad lineal**. Pero la interpretación de [6] si tenemos en cuenta que la variable sólo toma los valores 0 y 1, es que estamos ajustando la probabilidad que se de el suceso 1. Es decir, para una variable discreta:

$$E(y_i / X_i) = \sum y_i \Pr(y_i) = 1 \quad \Pr(y_i = 1) + 0 \quad \Pr(y_i = 0) =$$
$$\Pr(y_i = 1) = b' X_i \qquad [7]$$

y como consecuencia, cuando hayamos estimado los parámetros, la expresión

$$\hat{y}_i = \hat{b}' X_i \qquad [8]$$

nos dará la probabilidad estimada del suceso $y_i = 1$ dados unos valores concretos de X_i. Esta probabilidad, por definición deberá estar en el intervalo cerrado [0, 1]. Veámoslo:

$$\begin{array}{lll} y_i & u_i & f(u_i) \\ 1 & 1 - b' X_i & b' X_i \\ 0 & - b' X_i & 1 - b' X_i \end{array} \qquad [9]$$

es decir, nada garantiza que la media de la variable de interés sea inferior a 1 y superior a 0 como se requiere de una probabilidad. Además,

$$\begin{aligned} Var(u_i) &= b' X_i (1 - b' X_i)^2 + (1 - b' X_i)(b' X_i)^2 = \\ & b' X_i (1 - b' X_i) = E(y_i)[1 - E(y_i)] \end{aligned} \qquad [10]$$

de nuevo nada garantiza que la varianza sea positiva (como se requiere) y, además, el modelo presenta heterocedasticidad como se aprecia en la expresión [10].

Finalmente, de la expresión [9] se deduce que los residuos no se distribuyen de acuerdo a una Normal (aunque esto no es un problema grave).

Para describir este problema realizamos una regresión lineal de la variable dependiente nipos (realiza innovaciones de proceso) en una serie de variables explicativas en la submuestra de empresas de más de 500 trabajadores (t6 = 1) con los siguientes resultados:

```
. regres nipos capbel1-share1l1 s1-s5 export cr4 pcapub if t6==1
  Source |       SS       df       MS                  Number of obs =     114
```

```
---------+------------------------------              F( 12,   101) =    0.91
   Model |  1.85538556    12  .154615463              Prob > F      =  0.5363
Residual |  17.0919829   101  .169227553              R-squared     =  0.0979
---------+------------------------------              Adj R-squared = -0.0093
   Total |  18.9473684   113  .167675827              Root MSE      =  .41137

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       t     P>|t|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
 capbel1 |  -8.97e-06   .0001355     -0.066   0.947      -.0002777    .0002598
  dimpl1 |   .2850193   .2125259      1.341   0.183      -.1365749    .7066135
imp903l1 |  -.0331337   .1593398     -0.208   0.836       -.349221    .2829535
imptecl1 |   .0654877    .081848      0.800   0.426      -.0968768    .2278522
share1l1 |  -.2114414   .4799603     -0.441   0.660      -1.163554    .7406706
      s1 |  -.1290065   .1412901     -0.913   0.363       -.409288     .151275
      s2 |   .1694834   .1524216      1.112   0.269      -.1328801    .4718468
      s3 |  -.0729066    .184289     -0.396   0.693      -.4384863    .2926731
      s4 |  -.0995383   .1636035     -0.608   0.544      -.4240836     .225007
  export |   .1866414     .17688      1.055   0.294       -.164241    .5375238
     cr4 |    .316301    .347896      0.909   0.365       -.373831    1.006433
  pcapub |   -.019246   .0413934     -0.465   0.643      -.1013594    .0628674
   _cons |  -.3511864   .3022572     -1.162   0.248      -.9507833    .2484105
------------------------------------------------------------------------------
```

Después realizamos la predicción de la probabilidad ($\hat{b}' X_i$)

```
. predict prob
```

y calculamos las predicciones incorrectas de dicha probabilidad

```
. sum prob if t6==1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
    prob |     114    .2105263    .128138  -.2122366   .5057968

. sum prob if t6==1 & prob<0

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
    prob |       5   -.1027597   .0623469  -.2122366  -.0603546

. sum prob if t6==1 & prob>1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
    prob |       0
```

Notar que todos los valores de la probabilidad son menores que 1 (ya que la proporción de empresas innovadoras es pequeña, el 21.05 por ciento) pero sí existe un porcentaje (casi el 5 por ciento) para las cuales se predice una probabilidad negativa. La justificación de la utilización del modelo de probabilidad lineal puede hacerse por analogía entre el mismo y el **análisis discriminante**, que consiste en encontrar una combinación lineal de las variables explicativas X que sea la mejor en el sentido de discriminar (clasificar) entre los dos grupos de observaciones (empresas) innovadoras – no innovadoras en el ejemplo. Otros autores tratan de justificar la utilización del modelo de probabilidad lineal por su analogía con el modelo de regresión múltiple. Mi opinión es que su justificación sólo se debe producir en la medida en que genere predicciones de la probabilidad que satisfagan los requisitos para ser probabilidades porque los problemas de heterocedasticidad y no normalidad de la perturbación sí que pueden ser tenidos en cuenta fácilmente. En todo caso, la discusión sobre la utilización del modelo de probabilidad lineal para estimar un modelo de regresión con variable cualitativa binaria se planteó durante un período en que era difícil (y costoso en términos monetarios y de tiempo) realizar estimaciones por procedimientos diferentes a los MC. Ahora no es difícil ni costoso hacerlo por lo cual no tiene sentido dicha discusión.[3]

Si el problema más importante de la formulación anterior consiste en que no se puede restringir (en la estimación por MC) el rango de variación de la probabilidad, ¿existe alguna forma de restringirlo?. La respuesta es sí. Goldberger (1964) propone la siguiente formulación del modelo. Supongamos que existe una relación lineal entre una variable de repuesta **latente**, es decir, no observada y^*_i y unos condicionantes X_i:

$$y_i^* = b' X_i + u_i \qquad [11]$$

[3]Que si podemos retomar cuando el planteamiento sea llevar a cabo estimaciones de estos modelos con datos de panel.

y_i^*, como se ha dicho es no observada (no observable). En los datos observamos y_i, y la relación entre ambas es de la siguiente forma:[4]

$$\begin{aligned} & y_i = 1 \quad si \quad y_i^* > 0 \\ & y_i = 0 \quad en \quad caso \quad contrario \end{aligned} \qquad [12]$$

de forma que la probabilidad de que se produzca el suceso que nos interesa (probabilidad de innovar) se puede calcular como:

$$\Pr(y_i = 1) = F(b' X_i) \qquad [13]$$

Vemos, por tanto, que hemos establecido una diferencia fundamental entre [13] y [6]. En [6] $E(y_i / X_i) = b' X_i$ y, sin embargo en [13] $E(y_i^* / X_i) = b' X_i$. Pero esta expresión no nos interesa sino que nos interesa:

$$E(y_i / X_i) = \Pr(u_i > -b' X_i) \qquad [14]$$

que da como consecuencia la expresión [13]. Si ahora asumimos que F(.) es una función de distribución, entonces ya habremos restringido a que la probabilidad del suceso $y_i = 1$ (y, consecuentemente su complementario) tengan valores en el intervalo [0, 1]. Lo único que queda por asumir son los supuestos distribucionales para u_i, que generarán una forma concreta para F. Si asumimos que u_i son realizaciones de una variable aleatoria normal, entonces F es la función

[4]Notar que esta formulación es sencilla en términos de utilidad o de beneficio. Es decir, el individuo elige la alternativa 0 si le produce mayor utilidad que la 1. Aunque la utilidad de ambas alternativas no se observa, sí se observa la decisión porque en los datos vemos la alternativa elegida. De la misma forma, la empresa elige innovar si dicha acción le produce un mayor beneficio. De hecho, dado que observamos si la empresa innova o no, observaremos el beneficio dada la acción llevada a cabo pero no en el otro caso, por lo que podemos asumir la formulación en función de variables no observadas o latentes.

de distribución de una variable aleatoria normal estándar.[5] En este caso, el modelo resultante es el modelo **probit** o **normit**. Si asumimos que u_i son realizaciones de una variable aleatoria logística, entonces F es la función de distribución logística con expresión general:

$$F(u_i) = \frac{\exp(u_i)}{1+\exp(u_i)} \qquad [15]$$

y al modelo resultante le llamaremos **logit**.

¿Por qué ambas distribuciones? Lo habitual, dado lo que conocemos por **leyes de grandes números** o **teoremas centrales del límite** es asumir normalidad en la medida en que el tamaño muestral sea grande (tienda a infinito). Pero la distribución normal y la logística son muy similares (sólo difieren en las colas) y es mucho más sencillo trabajar con las distribución logística que con la normal (sobretodo en modelos **multinomiales**).

Todos los modelos que vamos a contemplar a lo largo del tema se estiman por máxima verosimilitud (MV). ¿Cuál es la razón? Estamos interesados en y_i no en y^*_i, y el modelo para la variable de interés (dado por las ecuaciones [11]-[12]) es no lineal. Consecuentemente, la estimación debe ser realizada mediante procedimientos no lineales. Podríamos utilizar MC no lineales o podemos utilizar MV. Utilizar MV es por sencillez (y conveniencia, dados los supuestos). **Espíritu de la estimación por MV**: Obtener valores de los parámetros que maximicen la probabilidad de haber observado la muestra particular (condicionado a que proviene de la distribución especificada). Es decir, disponemos de N observaciones muestrales independientes (supongamos muestreo aleatorio). Evaluamos la probabilidad para cada observación. En nuestro caso, dado que y_i sólo toma dos valores, tendremos:

$$\Pr(y_i = 1) = \Pr(u_i > -b'X_i) = 1 - F(-b'X_i) = F(b'X_i) \qquad [16]$$

$$\Pr(y_i = 0) = F(-b'X_i) = 1 - F(b'X_i) \qquad [17]$$

[5]En el caso de los modelos binarios de elección discreta la varianza de la perturbación ya veremos que no está identificada, por lo que asumiremos que es unitaria. De ahí que podamos decir que F corresponde a la

Ahora expresamos la probabilidad de las N observaciones muestrales (que llamaremos **función de verosimilitud**):

$$L = \prod_{i=1}^{N} \left[F(b'X_i)\right]^{y_i} \left[1 - F(b'X_i)\right]^{1-y_i} \qquad [18]$$

donde el productorio proviene de la independencia entre las observaciones. Obtener los estimadores MV del vector de parámetros b consiste en obtener los valores de los mismos que maximizan [18] o lo que es lo mismo, que satisfacen las condiciones de primer orden o gradientes.[6] Como es lo mismo optimizar una función que una transformación monótona creciente de la misma, una práctica habitual suele ser tomar logaritmos en [18] y optimizar el logaritmo de la función de verosimilitud:

$$\log L = \sum_{i=1}^{N} \left[y_i \log\left[F(b'X_i)\right] + (1 - y_i)\log\left[1 - F(b'X_i)\right]\right] \qquad [19]$$

donde log hace referencia a logaritmo natural (ln).

Siguiendo con el ejemplo de las innovaciones vamos a estimar los modelos de probabilidad lineal, probit y logit sobre la muestra de N = 989 observaciones de empresas.

función de distribución de una N(0, 1) ya que, también por hipótesis, $E(u_i) = 0$.

[6]De esta expresión debe quedar claro que no se pueden identificar b y s por separado por lo que bien asumimos que $s = 1$ o que lo que podemos estimar es el ratio b/s. No entraremos en detalle de cómo se obtienen los estimadores. Se utilizan métodos de optimización no lineal que consisten en partir de unos valores iniciales para los parámetros y continuar mediante un procedimiento iterativo hasta que se obtiene convergencia (en los parámetros, en el valor de la función en el máximo y en los gradientes).

```
. regress nipos capbel1-share1l1 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5 export cr4 pcapub

  Source |       SS       df       MS                  Number of obs =     988
---------+------------------------------               F( 17,   970) =    1.02
   Model |  3.14004818    17  .184708717               Prob > F      =  0.4315
Residual |  175.438899   970  .180864845               R-squared     =  0.0176
---------+------------------------------               Adj R-squared =  0.0004
   Total |  178.578947   987  .180931051               Root MSE      =  .42528

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       t     P>|t|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
 capbel1 |   .0000145   .0000303      0.479   0.632      -.0000449    .0000739
  dimpl1 |  -.0020094   .0455529     -0.044   0.965       -.091403    .0873842
imp903l1 |   .0133458   .0469187      0.284   0.776       -.078728    .1054196
imptecl1 |   .0333518   .0439267      0.759   0.448      -.0528506    .1195542
share1l1 |  -.2580259   .3967016     -0.650   0.516      -1.036518    .5204664
      t1 |   .0100778   .0552145      0.183   0.855      -.0982759    .1184314
      t2 |    .032617   .0549366      0.594   0.553      -.0751913    .1404253
      t3 |   .1242088   .0652665      1.903   0.057       -.003871    .2522885
      t5 |   .0336444   .0540353      0.623   0.534      -.0723952     .139684
      t6 |   .0031339   .0670886      0.047   0.963      -.1285216    .1347893
      s1 |  -.0481025   .0502077     -0.958   0.338      -.1466308    .0504258
      s2 |    .098489   .0610885      1.612   0.107      -.0213918    .2183699
      s4 |  -.0291897   .0524988     -0.556   0.578      -.1322139    .0738345
      s5 |   .0121344   .0499231      0.243   0.808      -.0858352    .1101041
  export |   .0224377   .0355993      0.630   0.529      -.0474228    .0922982
     cr4 |   .0384178   .1071426      0.359   0.720      -.1718402    .2486758
  pcapub |    .011435   .0309052      0.370   0.711      -.0492137    .0720837
   _cons |   .1538394   .1082416      1.421   0.156      -.0585753    .3662541
------------------------------------------------------------------------------

. logit nipos capbel1-share1l1 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5 export cr4 pcapub

Iteration 0:  Log Likelihood =-540.84352
Iteration 1:  Log Likelihood =-532.61955
Iteration 2:  Log Likelihood =-532.49653
Iteration 3:  Log Likelihood =-532.49651

Logit Estimates                                         Number of obs =    988
                                                        chi2(17)      =  16.69
                                                        Prob > chi2   = 0.4753
Log Likelihood = -532.49651                             Pseudo R2     = 0.0154

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
 capbel1 |   .0000694   .0001541      0.450   0.652      -.0002326    .0003713
  dimpl1 |  -.0123737   .2561129     -0.048   0.961      -.5143457    .4895984
imp903l1 |   .0734083   .2631403      0.279   0.780      -.4423372    .5891538
imptecl1 |   .1793105   .2405554      0.745   0.456      -.2921694    .6507905
share1l1 |   -1.54837   2.363709     -0.655   0.512      -6.181154    3.084415
      t1 |    .058666   .3177931      0.185   0.854      -.5641969     .681529
      t2 |   .1865111   .3139886      0.594   0.553      -.4288952    .8019174
      t3 |   .6350168     .35119      1.808   0.071       -.053303    1.323337
      t5 |   .1953187   .3084462      0.633   0.527      -.4092248    .7998622
      t6 |   .0256104   .3853283      0.066   0.947      -.7296193      .78084
      s1 |  -.2857037   .2849603     -1.003   0.316      -.8442156    .2728082
      s2 |   .4858304   .3231111      1.504   0.133      -.1474558    1.119117
      s4 |  -.1661394   .2946627     -0.564   0.573      -.7436677     .411389
      s5 |    .070754   .2765829      0.256   0.798      -.4713386    .6128466
  export |   .1241781   .1986296      0.625   0.532      -.2651288     .513485
     cr4 |   .2264358   .5878493      0.385   0.700      -.9257276    1.378599
  pcapub |   .0643964   .1706151      0.377   0.706      -.2700031    .3987959
   _cons |  -1.643477   .6072883     -2.706   0.007       -2.83374   -.4532141
------------------------------------------------------------------------------
```

```
. probit nipos capbel1-share1l1 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5 export cr4 pcapub

Iteration 0:  Log Likelihood =-540.84352
Iteration 1:  Log Likelihood =-532.56879
Iteration 2:  Log Likelihood =-532.56038
Iteration 3:  Log Likelihood =-532.56038

Probit Estimates                                      Number of obs =    988
                                                      chi2(17)      =  16.57
                                                      Prob > chi2   = 0.4841
Log Likelihood = -532.56038                           Pseudo R2     = 0.0153

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
 capbel1 |   .0000406   .0000951      0.426   0.670      -.0001459     .000227
  dimpl1 |  -.0100036   .1494374     -0.067   0.947      -.3028956    .2828884
imp903l1 |   .0404081   .1532134      0.264   0.792      -.2598846    .3407009
imptecl1 |   .1050665   .1426914      0.736   0.462      -.1746034    .3847365
share1l1 |  -.8682024   1.354685     -0.641   0.522      -3.523336    1.786932
      t1 |    .034854   .1845701      0.189   0.850      -.3268967    .3966048
      t2 |   .1129067   .1822057      0.620   0.535        -.24421    .4700234
      t3 |   .3783481   .2085664      1.814   0.070      -.0304345    .7871307
      t5 |   .1186492   .1789205      0.663   0.507      -.2320286    .4693269
      t6 |   .0133645   .2239022      0.060   0.952      -.4254757    .4522046
      s1 |  -.1623859   .1659677     -0.978   0.328      -.4876767    .1629048
      s2 |   .2922497   .1936113      1.509   0.131      -.0872214    .6717209
      s4 |  -.0957233   .1718727     -0.557   0.578      -.4325875     .241141
      s5 |   .0426635   .1627919      0.262   0.793      -.2764027    .3617298
  export |    .068339    .115912      0.590   0.555      -.1588444    .2955224
     cr4 |   .1289082   .3479712      0.370   0.711      -.5531029    .8109192
  pcapub |   .0286188   .1019612      0.281   0.779      -.1712214     .228459
   _cons |  -.9848089    .354404     -2.779   0.005      -1.679428   -.2901899
------------------------------------------------------------------------------
```

Se han de hacer notar algunas diferencias en estos resultados:

- Proceso iterativo en logit y probit frente a MCO en el modelo de probabilidad lineal
- Los coeficientes obtenidos no son directamente comparables porque las distribuciones subyacentes para los errores son diferentes. Existen algunas propuestas de comparación. Nosotros seguiremos la propuesta de Amemiya (1981) que sugiere:
    - coeficiente probit = coeficiente logit * 0.625 (para todos)
    - coeficiente probabilidad lineal = coeficiente logit * 0.25 (todos menos cte.).
    - coeficiente probabilidad lineal = coeficiente logit * 0.25 + 0.5 (cte.).
    - coeficiente probit = coeficiente probabilidad lineal * 2.5 (todos menos cte.).
    - coeficiente probit = coeficiente probabilidad lineal * 2.5 - 1.25 (cte.).

Así, por ejemplo, si tomamos el coeficiente de **s2** es 0.098489, 0.4858304 y 0.2922497 en los modelos de probabilidad lineal, logit y probit, respectivamente y realizamos las operaciones descritas:

coeficiente logit * 0.625 = 0.4858304 * 0.625 = 0.303644 (que se ha de comparar con 0.2922497)

coeficiente logit * 0.25 = 0.4858304 * 0.25 = 0.1214576 (que se ha de comparar con 0.098489)

coeficiente probabilidad lineal * 2.5 = 0.098489 * 2.5 = 0.2462225 (que se debe comparar con 0.2922497)

Ahora tomamos las tres coeficientes constantes 0.1538394 -1.643477 y -0.9848089 en los modelos de probabilidad lineal, logit y probit, respectivamente

coeficiente logit * 0.625 = -1.643477 * 0.625 = -1.0271731 (que se debe comparar con -0.9848089)

coeficiente logit * 0.25 + 0.50 = -1.643477 * 0.25 + 0.50 = 0.0891307 (que se debe comparar con 0.1538394)

coeficiente probabilidad lineal * 2.5 – 1.25 = -0.8654015 (que se debe comparar con –0.9848089)

- El modelo de MC nos presenta la bondad del ajuste mediante el $\mathbf{R^2}$ o el $\mathbf{R^2}$ corregido mientras que los modelos logit y probit proporcionan el **falso** $\mathbf{R^2}$.

En los modelos estimados por MV los residuos no se pueden calcular de la misma manera que en los modelos estimados por MC.[7] De esta forma, si queremos saber si el modelo está o no bien ajustado a los datos debemos disponer de medidas alternativas de bondad del ajuste. Existen numerosas propuestas a lo largo de la literatura (véase Amemiya, 1981). Entre los resultados presentados se da la siguiente:

Modelo logit: Pseudo R2 = 0.0154 que se calcula de la siguiente forma:

$$PseudoR^2 = 1 - \frac{\log L_{NR}}{\log L_R} = 1 - \frac{532.49651}{540.84352} = 0.015433$$

siendo $\log L_{NR}$ el valor de la función de verosimilitud logarítmica no restringida en el máximo y $\log L_R$ el correspondiente valor restringiendo a que todos los coeficientes excepto la constante sean cero. En el caso del modelo probit se calcula de la misma forma.

Mi opinión es que una buena medida de la bondad del ajuste es calcular el porcentaje de predicciones que el modelo realiza correctamente. Es decir, consideremos el siguiente cuadro:

Valores observados → **Valores predichos** ↓	**1**	**0**	
1	Acierto	Error	Nº unos predicho
0	Error	Acierto	Nº ceros predicho
	Nº unos observ.	Nº ceros observ.	

Con la información del mismo podemos calcular como predice el modelo los unos, los ceros o todas las observaciones, simplemente mediante cocientes. Pero, ¿cómo asignamos valor 1 o 0 a una observación concreta? Lo podemos hacer de muchas maneras. Como lo que hemos ajustado es la probabilidad de observar el suceso $y_i = 1$ si $Pr(y_i = 1) >$ **cierto valor** asignamos 1 y si $Pr(y_i = 1) >$ **cierto valor** (el mismo en ambos casos, por supuesto), asignamos 0. Lo único que hemos de determinar es el **valor umbral** y de ahí que haya dicho que lo podemos hacer de muchas maneras. Lo más objetivo es que dicho umbral sea 0.50 pero, mi opinión, es que dicho valor ha de estar en sintonía con las probabilidades para los unos y ceros que la encuesta

[7] Los residuos en estos modelos sería la diferencia entre 0 y el valor para cada observación del gradiente.

proporciona, es decir, que se pueden dar diferentes medidas de la bondad del ajuste para diferentes submuestras, por ejemplo.

Continuando con el ejemplo de las innovaciones, ilustraremos las posibilidades que brinda esta medida de cálculo de bondad del ajuste. En primer lugar calculamos el porcentaje correcto de predicciones con la medida de probabilidad objetiva:

```
. gen acierto=1 if (prob>=0.5 & nipos==1) | (prob<0.5 & nipos==0)

. sum acierto

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     989    .7654196   .4239507          0          1

. sum acierto if nipos==1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     235     .012766   .1125027          0          1

. sum acierto if nipos==0

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     754           1          0          1          1
```

Podemos comprobar que el modelo predice correctamente el 76.54 por ciento de las observaciones de realización de innovación pero mientras sólo predice correctamente el 1.28 por ciento de los 1's, predice adecuadamente el 100 por cien de los ceros. A continuación ilustramos el calculo de la medida por submuestras, en este caso mediante las variables tamaño de la empresa y sector.

```
. by tram: sum acierto

-> tram=        1
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     292    .7808219   .4143998          0          1

-> tram=        2
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     203    .7586207   .4289777          0          1

-> tram=        3
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
```

```
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |       79    .6835443    .4680649          0          1

-> tram=        4
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |       96    .7916667    .4082483          0          1

-> tram=        5
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      205    .7560976    .4304858          0          1

-> tram=        6
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      114    .7894737    .4094824          0          1
```

```
. by sector: sum acierto

-> sector=        1
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      258    .8100775     .393002          0          1

-> sector=        2
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      102    .6764706     .470133          0          1

-> sector=        3
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      121    .7603306    .4286567          0          1

-> sector=        4
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      166    .7831325    .4133585          0          1

-> sector=        5
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      342     .751462    .4327985          0          1
```

Finalmente, calculamos otra variable que mide los aciertos en la predicción cambiando el umbral a 0.24 (ya que el modelo estima la media de las innovadoras y el porcentaje global de innovadoras es 0.24 aproximadamente). Podemos comprobar que el porcentaje de acierto es inferior pero se predicen mejor las observaciones correspondientes a empresas innovadoras a costa de predecir peor las correspondientes a no innovadoras.

```
. gen acierto=1 if (prob>=0.24 & nipos==1) | (prob<0.24 & nipos==0)

. sum acierto

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
```

```
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      989    .5965622   .4908354          0          1

. sum acierto if nipos==1

Variable |      Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      235    .4553191   .4990626          0          1

. sum acierto if nipos==0

Variable |      Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      754    .6405836   .4801479          0          1
```

De la misma forma, podríamos hacerlo para el modelo probit, con resultados que no diferirán sustancialmente de los presentados. Tras estimar un modelo probit y generar las predicciones podemos comprobar que el modelo predice correctamente el 76.54 por ciento de las observaciones de realización de innovación (exactamente igual que el logit) siendo la media de la probabilidad la media muestral (aproximadamente)[8] con las mismas cifras de predicciones correctas e incorrectas para innovadoras y no innovadoras.

```
. gen acierto=1 if (prob>=0.50 & nipos==1) | (prob<0.50 & nipos==0)
. sum prob

Variable |      Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
    prob |      988     .236916   .0562066    .114742   .5024488

. sum acierto

Variable |      Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      989    .7654196   .4239507          0          1

. sum acierto if nipos==1

Variable |      Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      235     .012766   .1125027          0          1

. sum acierto if nipos==0

Variable |      Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |      754           1          0          1          1
```

[8] Es exactamente la misma en el modelo logit.

Aquí generamos las predicciones correctas mediante dos umbrales diferentes (0.15 y 0.35) con los siguientes resultados.[9]

```
. gen acierto=1 if (prob>=0.15 & nipos==1) | (prob<0.15 & nipos==0)

. sum acierto

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     989    .2436805   .4295193          0          1

. sum acierto if nipos==1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     235    .9957447   .0652328          0          1

. sum acierto if nipos==0

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     754    .0092838   .0959679          0          1

. gen acierto=1 if (prob>=0.35 & nipos==1) | (prob<0.35 & nipos==0)

. sum acierto

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     989    .7593529   .4276927          0          1

. sum acierto if nipos==1

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     235    .0765957   .2665166          0          1

. sum acierto if nipos==0

Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
 acierto |     754    .9721485   .1646563          0          1
```

Me gustaría finalizar este subapartado mostrando como se interpretan los coeficientes en los modelos de elección discreta.[10] Volvamos de nuevo a la ecuación de interés que en todos los casos es la media condicionada de la variable observada y_i, $E(y_i / X_i)$. Mientras que en el

[9]Es difícil mejorar el porcentaje de observaciones correctas obtenido mediante el umbral objetivo porque asumimos independencia en la estimación y la utilización de dicho umbral también está basada en dicha hipótesis.
[10]Esta es una forma alternativa de comparar los resultados que proporcionan los modelos de probabilidad lineal, probit y logit.

modelo de probabilidad lineal dicha expresión es $b'X_i$, en los modelos probit y logit (ecuación [13]) es $F(b'X_i)$. La interpretación de los coeficientes la podemos realizar calculando los cambios en la variable de interés cuando se producen cambios en cualquier condicionante X_j. Para ello podemos derivar la expresión de interés respecto al condicionante deseado:

Modelo de probabilidad lineal:

$$\frac{\partial E(y_i / X_i)}{\partial X_j} = b_j \qquad [20]$$

Modelo logit:

$$\frac{\partial E(y_i / X_i)}{\partial X_j} = \frac{\exp(b'X_i)}{\left[1+\exp(b'X_i)\right]^2} b_j \qquad [21]$$

Modelo probit:

$$\frac{\partial E(y_i / X_i)}{\partial X_j} = f(b'X_i) b_j \qquad [22]$$

siendo f(.) la función de densidad de probabilidad de la normal estándar.

A la vista de las expresiones [20]-[22], el coeficiente de la variable cuyo efecto queremos medir no mide más que el efecto sobre la variable de interés en el modelo de probabilidad lineal (algo que ya sabemos por el modelo de regresión lineal), mientras que para medir el efecto verdadero se debe ponderar por una medida de la probabilidad en cada caso.

```
. dprobit nipos capbel1-share1l1 export cr4 pcapub t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      dF/dx   Std. Err.      z    P>|z|     x-bar  [    95% C.I.   ]
---------+--------------------------------------------------------------------
 capbel1 |   .0000124   .0000291     0.43   0.670   134.205  -.000045   .00007
  dimpl1*|  -.0030664   .0458287    -0.07   0.947   .568826  -.092889  .086756
imp903l1*|   .0123993   .0470862     0.26   0.792   .445344  -.079888  .104687
imptecl1*|   .0330506   .0460242     0.74   0.462     .1417  -.057155  .123256
share1l1 |  -.2659922   .4149873    -0.64   0.522   .018051  -1.07935  .547368
```

```
  export |   .0209371   .0355117     0.59   0.555   1.43522  -.048665  .090539
     cr4 |   .0394937   .1066038     0.37   0.711   .499277  -.169446  .248433
  pcapub |    .008768   .0312393     0.28   0.779   .082996   -.05246  .069996
     t1*|   .0107332   .0571256     0.19   0.850   .295547  -.101231  .122697
     t2*|   .0354081   .0584169     0.62   0.535   .205466  -.079087  .149903
     t3*|   .1279543   .0762133     1.81   0.070    .07996  -.021421   .27733
     t5*|   .0372453   .0574673     0.66   0.507    .20749  -.075389  .149879
     t6*|   .0041097   .0691074     0.06   0.952   .115385  -.131338  .139558
     s1*|  -.0483093   .0478536    -0.98   0.328   .261134  -.142101  .045482
     s2*|   .0965399   .0681509     1.51   0.131   .103239  -.037033  .230113
     s4*|  -.0286383   .0501617    -0.56   0.578   .168016  -.126953  .069677
     s5*|   .0131326   .0503421     0.26   0.793   .346154  -.085536  .111801
---------+--------------------------------------------------------------------
  obs. P |   .2368421
 pred. P |   .2337163  (at x-bar)
------------------------------------------------------------------------------
```

(*) dF/dx is for discrete change of dummy variable from 0 to 1
z and P>|z| are the test of the underlying coefficient being 0

```
. probit

Probit Estimates                                      Number of obs =     988
                                                       chi2(17)      =  16.57
                                                       Prob > chi2   = 0.4841
Log Likelihood = -532.56038                           Pseudo R2     = 0.0153

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
 capbel1 |   .0000406   .0000951      0.426   0.670      -.0001459     .000227
  dimpl1 |  -.0100036   .1494374     -0.067   0.947      -.3028956    .2828884
imp903l1 |   .0404081   .1532134      0.264   0.792      -.2598846    .3407009
imptecl1 |   .1050665   .1426914      0.736   0.462      -.1746034    .3847365
share1l1 |  -.8682024   1.354685     -0.641   0.522      -3.523336    1.786932
  export |    .068339    .115912      0.590   0.555      -.1588444    .2955224
     cr4 |   .1289082   .3479712      0.370   0.711      -.5531029    .8109192
  pcapub |   .0286188   .1019612      0.281   0.779      -.1712214     .228459
      t1 |    .034854   .1845701      0.189   0.850      -.3268967    .3966048
      t2 |   .1129067   .1822057      0.620   0.535        -.24421    .4700234
      t3 |   .3783481   .2085664      1.814   0.070      -.0304345    .7871307
      t5 |   .1186492   .1789205      0.663   0.507      -.2320286    .4693269
      t6 |   .0133645   .2239022      0.060   0.952      -.4254757    .4522046
      s1 |  -.1623859   .1659677     -0.978   0.328      -.4876767    .1629048
      s2 |   .2922497   .1936113      1.509   0.131      -.0872214    .6717209
      s4 |  -.0957233   .1718727     -0.557   0.578      -.4325875     .241141
      s5 |   .0426635   .1627919      0.262   0.793      -.2764027    .3617298
   _cons |  -.9848089    .354404     -2.779   0.005      -1.679428   -.2901899
------------------------------------------------------------------------------
```

. logistic nipos capbel1-share1l1 export cr4 pcapub t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5

```
------------------------------------------------------------------------------
   nipos | Odds Ratio   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
 capbel1 |   1.000069   .0001541      0.450   0.652       .9997675    1.000371
  dimpl1 |   .9877026   .2529634     -0.048   0.961       .5978917    1.631661
imp903l1 |    1.07617   .2831837      0.279   0.780        .642533    1.802463
imptecl1 |   1.196392   .2877986      0.745   0.456        .746642    1.917056
share1l1 |   .2125943    .502511     -0.655   0.512        .002068    21.85467
  export |   1.132218   .2248919      0.625   0.532       .7671072    1.671105
     cr4 |   1.254122   .7372348      0.385   0.700        .396243    3.969338
  pcapub |   1.066515   .1819636      0.377   0.706       .7633771     1.49003
      t1 |   1.060421   .3369944      0.185   0.854       .5688168    1.976898
      t2 |   1.205038   .3783682      0.594   0.553       .6512282    2.229812
      t3 |   1.887054   .6627145      1.808   0.071       .9480927    3.755932
      t5 |   1.215698   .3749776      0.633   0.527       .6641649    2.225234
      t6 |   1.025941   .3953242      0.066   0.947       .4820925    2.183305
      s1 |   .7514852   .2141434     -1.003   0.316       .4298944    1.313648
```

```
      s2 |   1.625524    .525225      1.504   0.133       .8629006    3.062148
      s4 |   .8469282   .2495582     -0.564   0.573       .4753672    1.508912
      s5 |   1.073317   .2968612      0.256   0.798       .6241662    1.845678
------------------------------------------------------------------------------

. logit

------------------------------------------------------------------------------
   nipos |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
 capbel1 |   .0000694   .0001541      0.450   0.652      -.0002326    .0003713
  dimpl1 |  -.0123737   .2561129     -0.048   0.961      -.5143457    .4895984
imp903l1 |   .0734083   .2631403      0.279   0.780      -.4423372    .5891538
imptecl1 |   .1793105   .2405554      0.745   0.456      -.2921694    .6507905
share1l1 |   -1.54837   2.363709     -0.655   0.512      -6.181154    3.084415
  export |   .1241781   .1986296      0.625   0.532      -.2651288     .513485
     cr4 |   .2264358   .5878493      0.385   0.700      -.9257276    1.378599
  pcapub |   .0643964   .1706151      0.377   0.706      -.2700031    .3987959
      t1 |    .058666   .3177931      0.185   0.854      -.5641969     .681529
      t2 |   .1865111   .3139886      0.594   0.553      -.4288952    .8019174
      t3 |   .6350168     .35119      1.808   0.071       -.053303    1.323337
      t5 |   .1953187   .3084462      0.633   0.527      -.4092248    .7998622
      t6 |   .0256104   .3853283      0.066   0.947      -.7296193      .78084
      s1 |  -.2857037   .2849603     -1.003   0.316      -.8442156    .2728082
      s2 |   .4858304   .3231111      1.504   0.133      -.1474558    1.119117
      s4 |  -.1661394   .2946627     -0.564   0.573      -.7436677     .411389
      s5 |    .070754   .2765829      0.256   0.798      -.4713386    .6128466
   _cons |  -1.643477   .6072883     -2.706   0.007       -2.83374   -.4532141
------------------------------------------------------------------------------
```

4. Modelos multinomiales de elección discreta

Como ya se ha adelantado, el tratamiento de los modelos (incluso los propios modelos) se complican cuando las alternativas de elección son múltiples. A estos modelos con más de dos alternativas los hemos llamado **modelos multinomiales**. El ejemplo típico y para el que surgieron los modelos es el del transporte. Este ejemplo ya hemos visto que sirve para el caso de los modelos con variables categóricas con alternativas no ordenadas. De nuevo, el modelo puede ser derivado de la teoría de la utilidad esperada: el consumidor elegirá la alternativa que le produce mayor utilidad esperada. Para el analista la utilidad no es observable y sólo se observa el resultado de la elección (alternativa escogida) y, consecuentemente, podemos de nuevo caracterizar el modelo en términos de variables latentes. Desarrollaremos primero el modelo con alternativas no ordenadas y lo haremos tan cercano al modelo logit que ya hemos visto como sea posible. Supongamos que tenemos k + 1 categorías o alternativas de elección. Supongamos que las probabilidades asociadas a cada una de estas k + 1 categorías son P_0, P_1, …, P_k.. La idea es expresar estas probabilidades en forma binaria, es decir, mantener el modelo tan próximo al logit como sea posible.[11]. Sea:

$$P_j = \Pr(y_i = j) \frac{\exp(b_j^{'} X_i)}{\sum_{j=0}^{k} \exp(b_j^{'} X_i)} \qquad [23]$$

De esta forma, cuando el número de alternativas es k = 1 (dos alternativas) entonces tenemos el logit binario que hemos visto en la sección anterior. Al modelo expresado en [23] llamaremos logit multinomial (aunque observacionalmente será equivalente a otros modelos que veremos y, en concreto al logit condicional). Antes de comenzar con la estimación del modelo y la interpretación de los resultados, debemos solventar un problema de indeterminación que aparece en la expresión [23]. Las ecuaciones que vamos a estimar proporcionarán un conjunto de estimadores de los parámetros b_k que nos darán las probabilidades de elegir cada una de las k + 1 alternativas. Sin embargo, si definiéramos $b^*_k = b_k + K$ para cualquier vector K, el conjunto de probabilidades que el modelo proporciona son exactamente las mismas.[12] Esto quiere decir que las k + 1 probabilidades no están determinadas (identificadas) y que hemos de expresarlas en relación a una de ellas (normalizarlas). Una normalización convencional es elegir $b_0 = 0$ de forma que:

$$P_j = \Pr(y_i = j)\frac{\exp(b_j^{'} X_i)}{1+\sum_{j=1}^{k}\exp(b_j^{'} X_i)} \qquad \text{j = 1, 2, …, k} \qquad [24]$$

$$P_j = \Pr(y_i = 0)\frac{1}{1+\sum_{j=1}^{k}\exp(b_j^{'} X_i)} \qquad [25]$$

De las expresiones [24] y [25] se observa fácilmente que el modelo con k = 1 es exactamente el logit binario. La elección de la alternativa de normalización puede ser cualquiera, aunque existe una regla para elegir que veremos más adelante. La estimación del modelo es igual de sencilla que en el caso del logit binario. Solamente se ha de construir la función de verosimilitud y optimizarla para obtener los vectores de parámetros (y las probabilidades) para cada alternativa.

$$\log L = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{k} \left[d_{ij} \log \Pr(y_i = j)\right] \qquad [26]$$

siendo $d_{ij} = 1$ si el individuo i elige la alternativa j y cero en caso contrario. La interpretación de los coeficientes de un logit multinomial no es sencilla. Para ver el efecto de cambios en una

[11]Se utiliza el modelo logit y no el probit por sencillez a la hora de expresar las probabilidades condicionadas y, como consecuencia, la función de verosimilitud asociada.

[12]Solamente hemos de notar que en la expresión [23] el vector K se cancelará en el numerador y denominador pero sin embargo, las probabilidades que proporciona b^*_k y b_k no son las mismas.

variable X_m sobre la probabilidad de una alternativa k, podemos derivar la expresión [24] respecto a X_m.

Ahora supongamos que tenemos en el modelo presentado anteriormente cuatro alternativas, 0 = no innovar, 1 = innovar en producto e 2 = innovar en proceso y 3 = innovar en proceso y producto. Planteamos un modelo logit multinomial para la decisión de innovar de las empresas industriales españolas y lo estimamos con datos de 1993. Los resultados están descritos en el siguiente cuadro.

```
. mlogit dinnova export cr4 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5 if year==93

Iteration 0:  Log Likelihood = -1070.713
Iteration 1:  Log Likelihood =-980.47079
Iteration 2:  Log Likelihood =-974.14323
Iteration 3:  Log Likelihood = -973.9656
Iteration 4:  Log Likelihood =-973.96501

Multinomial regression                                 Number of obs =     923
                                                        chi2(33)      = 193.50
                                                        Prob > chi2   = 0.0000
Log Likelihood = -973.96501                             Pseudo R2     = 0.0904

------------------------------------------------------------------------------
 dinnova |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
1        |
  export |   1.399783   .2903335      4.821   0.000       .8307397    1.968826
     cr4 |  -.5087329   .8213498     -0.619   0.536      -2.118549    1.101083
      t1 |   .2772941   .4343845      0.638   0.523      -.5740839    1.128672
      t2 |   .0683691   .4442816      0.154   0.878      -.8024068    .9391449
      t3 |    .253306   .5238906      0.484   0.629      -.7735007    1.280113
      t5 |   .2425162   .4362272      0.556   0.578      -.6124734    1.097506
      t6 |   -.640129   .6018095     -1.064   0.287      -1.819654    .5393959
      s1 |  -.5152198   .4035638     -1.277   0.202       -1.30619    .2757507
      s2 |  -.0497567   .4738104     -0.105   0.916       -.978408    .8788945
      s4 |  -1.012716   .5334879     -1.898   0.058      -2.058333    .0329013
      s5 |   -.142475   .3793248     -0.376   0.707      -.8859379    .6009878
   _cons |  -2.100914   .6892816     -3.048   0.002      -3.451881   -.7499464
---------+--------------------------------------------------------------------
2        |
  export |   .4794865   .2242714      2.138   0.033       .0399227    .9190503
     cr4 |   1.402504   .7211418      1.945   0.052      -.0109085    2.815916
      t1 |  -.3965772   .3580446     -1.108   0.268      -1.098332    .3051774
      t2 |  -.1982905   .3593139     -0.552   0.581      -.9025328    .5059518
      t3 |  -.3385246    .475232     -0.712   0.476      -1.269962     .592913
      t5 |   .5431979   .3529058      1.539   0.124      -.1484848    1.234881
      t6 |   .2972018   .4083369      0.728   0.467      -.5031239    1.097527
      s1 |   .2163226   .3575186      0.605   0.545      -.4844009    .9170461
      s2 |    .025528   .4501918      0.057   0.955      -.8568317    .9078878
      s4 |   .2122487   .3532334      0.601   0.548       -.480076    .9045734
      s5 |   .1885845   .3548381      0.531   0.595      -.5068854    .8840544
   _cons |  -2.237365    .628723     -3.559   0.000       -3.46964   -1.005091
---------+--------------------------------------------------------------------
3        |
  export |   1.558011   .2920263      5.335   0.000       .9856499    2.130372
     cr4 |  -.7740701   .7488874     -1.034   0.301      -2.241862    .6937222
```

```
      t1 |  -1.014107   .4301918     -2.357   0.018      -1.857268    -.170947
      t2 |  -.5501741   .3972895     -1.385   0.166      -1.328847    .2284991
      t3 |   .1490696   .4393027      0.339   0.734      -.7119478    1.010087
      t5 |   .4883759   .3502553      1.394   0.163      -.1981119    1.174864
      t6 |   .6776029   .3824836      1.772   0.076      -.0720512    1.427257
      s1 |  -.7008137   .3501106     -2.002   0.045      -1.387018   -.0146094
      s2 |  -.3747703   .4139053     -0.905   0.365       -1.18601    .4364692
      s4 |  -.0808313   .3521581     -0.230   0.818      -.7710485    .6093858
      s5 |  -.4454684   .3467401     -1.285   0.199      -1.125067    .2341297
   _cons |  -1.426588    .641343     -2.224   0.026      -2.683597   -.1695787
------------------------------------------------------------------------------
(Outcome dinnova==0 is the comparison group)
```

. mlogit dinnova export cr4 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5 if year==93, basecategor
> y(1)

```
Iteration 0:  Log Likelihood = -1070.713
Iteration 1:  Log Likelihood =-980.47079
Iteration 2:  Log Likelihood =-974.14323
Iteration 3:  Log Likelihood = -973.9656
Iteration 4:  Log Likelihood =-973.96501

Multinomial regression                                Number of obs =     923
                                                      chi2(33)      =  193.50
                                                      Prob > chi2   =  0.0000
Log Likelihood = -973.96501                            Pseudo R2     =  0.0904

------------------------------------------------------------------------------
 dinnova |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
0        |
  export |  -1.399783   .2903335     -4.821   0.000      -1.968826   -.8307397
     cr4 |   .5087329   .8213498      0.619   0.536      -1.101083    2.118549
      t1 |  -.2772941   .4343845     -0.638   0.523      -1.128672    .5740839
      t2 |  -.0683691   .4442816     -0.154   0.878      -.9391449    .8024068
      t3 |   -.253306   .5238906     -0.484   0.629      -1.280113    .7735007
      t5 |  -.2425162   .4362272     -0.556   0.578      -1.097506    .6124734
      t6 |    .640129   .6018095      1.064   0.287      -.5393959    1.819654
      s1 |   .5152198   .4035638      1.277   0.202      -.2757507     1.30619
      s2 |   .0497567   .4738104      0.105   0.916      -.8788945     .978408
      s4 |   1.012716   .5334879      1.898   0.058      -.0329013    2.058333
      s5 |    .142475   .3793248      0.376   0.707      -.6009878    .8859379
   _cons |   2.100914   .6892816      3.048   0.002       .7499464    3.451881
---------+--------------------------------------------------------------------
2        |
  export |  -.9202964   .3362632     -2.737   0.006       -1.57936   -.2612326
     cr4 |   1.911236   .9563969      1.998   0.046       .0367329     3.78574
      t1 |  -.6738713   .5046199     -1.335   0.182      -1.662908    .3151655
      t2 |  -.2666596   .5098867     -0.523   0.601      -1.266019    .7326999
      t3 |  -.5918306   .6314826     -0.937   0.349      -1.829514    .6458525
      t5 |   .3006817   .4878937      0.616   0.538      -.6555723    1.256936
      t6 |   .9373308    .652932      1.436   0.151      -.3423924    2.217054
      s1 |   .7315424   .4742783      1.542   0.123      -.1980261    1.661111
      s2 |   .0752848   .5677801      0.133   0.895      -1.037544    1.188113
      s4 |   1.224965   .5796009      2.113   0.035       .0889676    2.360961
      s5 |   .3310595   .4534098      0.730   0.465      -.5576074    1.219726
   _cons |  -.1364519   .8241211     -0.166   0.868      -1.751699    1.478796
---------+--------------------------------------------------------------------
3        |
  export |   .1582279   .3839877      0.412   0.680      -.5943742    .9108301
     cr4 |  -.2653372   .9619962     -0.276   0.783      -2.150815    1.620141
      t1 |  -1.291401   .5470197     -2.361   0.018       -2.36354   -.2192626
      t2 |  -.6185432    .526613     -1.175   0.240      -1.650686    .4135993
      t3 |  -.1042363   .5886447     -0.177   0.859      -1.257959    1.049486
      t5 |   .2458597   .4765318      0.516   0.606      -.6881254    1.179845
      t6 |   1.317732   .6293236      2.094   0.036       .0842803    2.551184
      s1 |  -.1855939   .4606514     -0.403   0.687      -1.088454    .7172663
```

```
          s2 |  -.3250136   .5313992     -0.612   0.541      -1.366537    .7165097
          s4 |   .9318845    .573709      1.624   0.104      -.1925645    2.056333
          s5 |  -.3029934   .4386337     -0.691   0.490        -1.1627    .5567129
       _cons |   .6743257   .8229895      0.819   0.413       -.938704    2.287355
------------------------------------------------------------------------------
(Outcome dinnova==1 is the comparison group)

. mlogit dinnova export cr4 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5 if year==93,
basecategor
> y(2)

Iteration 0:  Log Likelihood = -1070.713
Iteration 1:  Log Likelihood =-980.47079
Iteration 2:  Log Likelihood =-974.14323
Iteration 3:  Log Likelihood = -973.9656
Iteration 4:  Log Likelihood =-973.96501

Multinomial regression                                  Number of obs =    923
                                                        chi2(33)      = 193.50
                                                        Prob > chi2   = 0.0000
Log Likelihood = -973.96501                             Pseudo R2     = 0.0904

------------------------------------------------------------------------------
 dinnova |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
0        |
  export |  -.4794865   .2242714     -2.138   0.033      -.9190503   -.0399227
     cr4 |  -1.402504   .7211418     -1.945   0.052      -2.815916    .0109085
      t1 |   .3965772   .3580446      1.108   0.268      -.3051774    1.098332
      t2 |   .1982905   .3593139      0.552   0.581      -.5059518    .9025328
      t3 |   .3385246    .475232      0.712   0.476       -.592913    1.269962
      t5 |  -.5431979   .3529058     -1.539   0.124      -1.234881    .1484848
      t6 |  -.2972018   .4083369     -0.728   0.467      -1.097527    .5031239
      s1 |  -.2163226   .3575186     -0.605   0.545      -.9170461    .4844009
      s2 |   -.025528   .4501918     -0.057   0.955      -.9078878    .8568317
      s4 |  -.2122487   .3532334     -0.601   0.548      -.9045734     .480076
      s5 |  -.1885845   .3548381     -0.531   0.595      -.8840544    .5068854
   _cons |   2.237365    .628723      3.559   0.000       1.005091     3.46964
---------+--------------------------------------------------------------------
1        |
  export |   .9202964   .3362632      2.737   0.006       .2612326     1.57936
     cr4 |  -1.911236   .9563969     -1.998   0.046       -3.78574   -.0367329
      t1 |   .6738713   .5046199      1.335   0.182      -.3151655    1.662908
      t2 |   .2666596   .5098867      0.523   0.601      -.7326999    1.266019
      t3 |   .5918306   .6314826      0.937   0.349      -.6458525    1.829514
      t5 |  -.3006817   .4878937     -0.616   0.538      -1.256936    .6555723
      t6 |  -.9373308    .652932     -1.436   0.151      -2.217054    .3423924
      s1 |  -.7315424   .4742783     -1.542   0.123      -1.661111    .1980261
      s2 |  -.0752848   .5677801     -0.133   0.895      -1.188113    1.037544
      s4 |  -1.224965   .5796009     -2.113   0.035      -2.360961   -.0889676
      s5 |  -.3310595   .4534098     -0.730   0.465      -1.219726    .5576074
   _cons |   .1364519   .8241211      0.166   0.868      -1.478796    1.751699
---------+--------------------------------------------------------------------
3        |
  export |   1.078524   .3345612      3.224   0.001       .4227963    1.734252
     cr4 |  -2.176574    .876324     -2.484   0.013      -3.894137   -.4590101
      t1 |  -.6175302   .5006445     -1.233   0.217      -1.598775     .363715
      t2 |  -.3518836   .4685957     -0.751   0.453      -1.270314    .5665471
      t3 |   .4875943   .5622394      0.867   0.386      -.6143747    1.589563
      t5 |   -.054822    .412046     -0.133   0.894      -.8624174    .7527734
      t6 |   .3804012   .4572862      0.832   0.405      -.5158634    1.276666
      s1 |  -.9171363   .4191216     -2.188   0.029        -1.7386    -.095673
      s2 |  -.4002983   .5078582     -0.788   0.431      -1.395682    .5950855
      s4 |    -.29308   .4045523     -0.724   0.469      -1.085988    .4998278
      s5 |  -.6340529   .4173747     -1.519   0.129      -1.452092    .1839865
   _cons |   .8107775    .773829      1.048   0.295      -.7058995    2.327455
------------------------------------------------------------------------------
(Outcome dinnova==2 is the comparison group)
```

```
. mlogit dinnova export cr4 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5 if year==93,
basecategor
> y(3)

Iteration 0:  Log Likelihood = -1070.713
Iteration 1:  Log Likelihood =-980.47079
Iteration 2:  Log Likelihood =-974.14323
Iteration 3:  Log Likelihood = -973.9656
Iteration 4:  Log Likelihood =-973.96501

Multinomial regression                                Number of obs =    923
                                                       chi2(33)      = 193.50
                                                       Prob > chi2   = 0.0000
Log Likelihood = -973.96501                           Pseudo R2     = 0.0904

------------------------------------------------------------------------------
 dinnova |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
0        |
  export |  -1.558011   .2920263     -5.335   0.000      -2.130372   -.9856499
     cr4 |   .7740701   .7488874      1.034   0.301      -.6937222    2.241862
      t1 |   1.014107   .4301918      2.357   0.018        .170947    1.857268
      t2 |   .5501741   .3972895      1.385   0.166      -.2284991    1.328847
      t3 |  -.1490696   .4393027     -0.339   0.734      -1.010087    .7119478
      t5 |  -.4883759   .3502553     -1.394   0.163      -1.174864    .1981119
      t6 |  -.6776029   .3824836     -1.772   0.076      -1.427257    .0720512
      s1 |   .7008137   .3501106      2.002   0.045       .0146094    1.387018
      s2 |   .3747703   .4139053      0.905   0.365      -.4364692     1.18601
      s4 |   .0808313   .3521581      0.230   0.818      -.6093858    .7710485
      s5 |   .4454684   .3467401      1.285   0.199      -.2341297    1.125067
   _cons |   1.426588    .641343      2.224   0.026       .1695787    2.683597
---------+--------------------------------------------------------------------
1        |
  export |  -.1582279   .3839877     -0.412   0.680      -.9108301    .5943742
     cr4 |   .2653372   .9619962      0.276   0.783      -1.620141    2.150815
      t1 |   1.291401   .5470197      2.361   0.018       .2192626     2.36354
      t2 |   .6185432    .526613      1.175   0.240      -.4135993    1.650686
      t3 |   .1042363   .5886447      0.177   0.859      -1.049486    1.257959
      t5 |  -.2458597   .4765318     -0.516   0.606      -1.179845    .6881254
      t6 |  -1.317732   .6293236     -2.094   0.036      -2.551184   -.0842803
      s1 |   .1855939   .4606514      0.403   0.687      -.7172663    1.088454
      s2 |   .3250136   .5313992      0.612   0.541      -.7165097    1.366537
      s4 |  -.9318845    .573709     -1.624   0.104      -2.056333    .1925645
      s5 |   .3029934   .4386337      0.691   0.490      -.5567129      1.1627
   _cons |  -.6743257   .8229895     -0.819   0.413      -2.287355     .938704
---------+--------------------------------------------------------------------
2        |
  export |  -1.078524   .3345612     -3.224   0.001      -1.734252   -.4227963
     cr4 |   2.176574    .876324      2.484   0.013       .4590101    3.894137
      t1 |   .6175302   .5006445      1.233   0.217       -.363715    1.598775
      t2 |   .3518836   .4685957      0.751   0.453      -.5665471    1.270314
      t3 |  -.4875943   .5622394     -0.867   0.386      -1.589563    .6143747
      t5 |    .054822    .412046      0.133   0.894      -.7527734    .8624174
      t6 |  -.3804012   .4572862     -0.832   0.405      -1.276666    .5158634
      s1 |   .9171363   .4191216      2.188   0.029        .095673      1.7386
      s2 |   .4002983   .5078582      0.788   0.431      -.5950855    1.395682
      s4 |     .29308   .4045523      0.724   0.469      -.4998278    1.085988
      s5 |   .6340529   .4173747      1.519   0.129      -.1839865    1.452092
   _cons |  -.8107775    .773829     -1.048   0.295      -2.327455    .7058995
------------------------------------------------------------------------------
(Outcome dinnova==3 is the comparison group)
```

. mlogit, rrr (calculamos los exp(xb) mediante los que podemos evaluar las probabilidades de cada alternativa)

```
Multinomial regression                                Number of obs =    923
                                                      chi2(33)      = 193.50
                                                      Prob > chi2   = 0.0000
Log Likelihood = -973.96501                           Pseudo R2     = 0.0904

------------------------------------------------------------------------------
 dinnova |        RRR   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
0        |
  export |   .2105545   .0614874     -5.335   0.000       .1187931    .3731966
     cr4 |   2.168575   1.624018      1.034   0.301       .4997126    9.410842
      t1 |   2.756901   1.185996      2.357   0.018       1.186428    6.406209
      t2 |   1.733555   .6887232      1.385   0.166        .795727    3.776687
      t3 |   .8615091   .3784633     -0.339   0.734       .3641873    2.037957
      t5 |   .6136222   .2149244     -1.394   0.163       .3088611    1.219099
      t6 |   .5078328   .1942378     -1.772   0.076       .2399662     1.07471
      s1 |   2.015392   .7056102      2.002   0.045       1.014717    4.002895
      s2 |   1.454657   .6020904      0.905   0.365       .6463144    3.273991
      s4 |   1.084188   .3818056      0.230   0.818       .5436847    2.162032
      s5 |   1.561221   .5413381      1.285   0.199       .7912592    3.080422
---------+--------------------------------------------------------------------
1        |
  export |   .8536552   .3277931     -0.412   0.680       .4021902    1.811897
     cr4 |   1.303871   1.254319      0.276   0.783       .1978709    8.591859
      t1 |   3.637881   1.989993      2.361   0.018       1.245158    10.62851
      t2 |   1.856222   .9775105      1.175   0.240       .6612659    5.210551
      t3 |   1.109863   .6533149      0.177   0.859       .3501176    3.518233
      t5 |    .782032   .3726631     -0.516   0.606       .3073264    1.989982
      t6 |   .2677419   .1684963     -2.094   0.036       .0779893    .9191735
      s1 |   1.203933   .5545935      0.403   0.687       .4880847     2.96968
      s2 |   1.384049   .7354827      0.612   0.541       .4884542    3.921745
      s4 |   .3938109   .2259328     -1.624   0.104       .1279221    1.212355
      s5 |   1.353905   .5938686      0.691   0.490       .5730898    3.198557
---------+--------------------------------------------------------------------
2        |
  export |    .340097   .1137833     -3.224   0.001       .1765321    .6552121
     cr4 |   8.816048   7.725715      2.484   0.013       1.582507    49.11366
      t1 |   1.854343   .9283664      1.233   0.217       .6950893    4.946971
      t2 |   1.421743   .6662227      0.751   0.453       .5674815    3.561972
      t3 |    .614102   .3452723     -0.867   0.386       .2040147      1.8485
      t5 |   1.056353   .4352659      0.133   0.894       .4710583     2.36888
      t6 |   .6835871    .312595     -0.832   0.405       .2789659    1.675084
      s1 |   2.502115    1.04869      2.188   0.029       1.100399     5.68937
      s2 |    1.49227   .7578615      0.788   0.431       .5515154    4.037728
      s4 |    1.34055   .5423225      0.724   0.469       .6066351    2.962365
      s5 |   1.885236   .7868498      1.519   0.129        .831947    4.272044
------------------------------------------------------------------------------
(Outcome dinnova==3 is the comparison group)
```

. mlogit, rrr

```
Multinomial regression                                Number of obs =    923
                                                      chi2(33)      = 193.50
                                                      Prob > chi2   = 0.0000
Log Likelihood = -973.96501                           Pseudo R2     = 0.0904

------------------------------------------------------------------------------
 dinnova |        RRR   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
1        |
  export |    4.05432   1.177105      4.821   0.000       2.295016    7.162263
     cr4 |   .6012569   .4938423     -0.619   0.536       .1202059    3.007422
      t1 |   1.319554    .573194      0.638   0.523       .5632206    3.091548
      t2 |    1.07076   .4757191      0.154   0.878       .4482488    2.557793
```

```
      t3 |   1.288277   .6749164      0.484   0.629       .461395    3.597045
      t5 |   1.274452   .5559506      0.556   0.578      .5420086    2.996682
      t6 |   .5272244   .3172887     -1.064   0.287      .1620818    1.714971
      s1 |   .5973693   .2410766     -1.277   0.202        .27085    1.317519
      s2 |   .9514609    .450812     -0.105   0.916      .3759091    2.408236
      s4 |   .3632312   .1937794     -1.898   0.058      .1276666    1.033449
      s5 |   .8672092   .3289539     -0.376   0.707      .4123273     1.82392
---------+--------------------------------------------------------------------
2        |
  export |   1.615245   .3622532      2.138   0.033       1.04073    2.506909
     cr4 |   4.065365   2.931705      1.945   0.052      .9891508    16.70847
      t1 |   .6726184   .2408274     -1.108   0.268      .3334268    1.356866
      t2 |   .8201316   .2946847     -0.552   0.581      .4055412    1.658563
      t3 |   .7128212   .3387555     -0.712   0.476      .2808422    1.809251
      t5 |   1.721503   .6075285      1.539   0.124      .8620131    3.437968
      t6 |   1.346087    .549657      0.728   0.467      .6046389    2.996747
      s1 |   1.241503   .4438603      0.605   0.545      .6160661    2.501889
      s2 |   1.025857   .4618323      0.057   0.955      .4245049    2.479081
      s4 |   1.236455   .4367573      0.601   0.548      .6187363    2.470878
      s5 |   1.207539   .4284809      0.531   0.595      .6023688    2.420694
---------+--------------------------------------------------------------------
3        |
  export |   4.749365   1.386939      5.335   0.000      2.679553    8.417996
     cr4 |   .4611324   .3453362     -1.034   0.301      .1062604     2.00115
      t1 |   .3627261   .1560418     -2.357   0.018      .1560985    .8428662
      t2 |   .5768494   .2291762     -1.385   0.166      .2647823    1.256712
      t3 |   1.160754   .5099223      0.339   0.734      .4906875     2.74584
      t5 |   1.629667   .5707996      1.394   0.163      .8202781    3.237701
      t6 |   1.969152   .7531684      1.772   0.076      .9304832    4.167253
      s1 |   .4961814   .1737184     -2.002   0.045      .2498192    .9854968
      s2 |   .6874472    .284538     -0.905   0.365      .3054376    1.547235
      s4 |   .9223493   .3248127     -0.230   0.818      .4625279    1.839301
      s5 |   .6405242   .2220954     -1.285   0.199      .3246309    1.263808
------------------------------------------------------------------------------
(Outcome dinnova==0 is the comparison group)


. mlogit, rrr

Multinomial regression                                Number of obs =     923
                                                       chi2(33)      = 193.50
                                                       Prob > chi2   = 0.0000
Log Likelihood = -973.96501                           Pseudo R2     = 0.0904

------------------------------------------------------------------------------
 dinnova |        RRR   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
0        |
  export |   .2466505   .0716109     -4.821   0.000      .1396207    .4357268
     cr4 |   1.663182   1.366055      0.619   0.536      .3325107    8.319058
      t1 |   .7578316   .3291903     -0.638   0.523      .3234625    1.775503
      t2 |   .9339157   .4149215     -0.154   0.878       .390962    2.230904
      t3 |   .7762303   .4066598     -0.484   0.629       .278006     2.16734
      t5 |    .784651   .3422861     -0.556   0.578      .3337024    1.844989
      t6 |   1.896726   1.141467      1.064   0.287      .5831004    6.169723
      s1 |   1.674006   .6755684      1.277   0.202      .7590022    3.692081
      s2 |   1.051015    .497982      0.105   0.916      .4152417    2.660218
      s4 |   2.753068   1.468728      1.898   0.058      .9676341    7.832901
      s5 |   1.153124   .4374086      0.376   0.707      .5482698    2.425258
---------+--------------------------------------------------------------------
2        |
  export |   .3984009   .1339676     -2.737   0.006      .2061069    .7701018
     cr4 |   6.761444   6.466624      1.998   0.046      1.037416    44.06827
      t1 |   .5097314   .2572206     -1.335   0.182      .1895869    1.370486
      t2 |   .7659338   .3905394     -0.523   0.601      .2819518    2.080691
      t3 |   .5533135   .3494078     -0.937   0.349      .1604916    1.907613
      t5 |   1.350779   .6590366      0.616   0.538      .5191449    3.514635
      t6 |   2.553157   1.667038      1.436   0.151      .7100695    9.180245
```

```
      s1 |   2.078284   .9856849      1.542   0.123       .8203485    5.265156
      s2 |   1.078191   .6121755      0.133   0.895       .3543239    3.280885
      s4 |   3.404045   1.972988      2.113   0.035       1.093045    10.60114
      s5 |   1.392443   .6313472      0.730   0.465       .5725774    3.386261
---------+--------------------------------------------------------------------
3        |
  export |   1.171433    .449816      0.412   0.680       .5519078    2.486386
     cr4 |   .7669473   .7378004     -0.276   0.783       .1163892    5.053801
      t1 |   .2748853   .1503676     -2.361   0.018       .0940865    .8031108
      t2 |   .5387287   .2837015     -1.175   0.240       .1919183    1.512251
      t3 |   .9010123   .5303762     -0.177   0.859       .2842336    2.856183
      t5 |    1.27872   .6093508      0.516   0.606       .5025172    3.253869
      t6 |   3.734941   2.350486      2.094   0.036       1.087934    12.82227
      s1 |   .8306109   .3826221     -0.403   0.687       .3367367    2.048825
      s2 |   .7225176   .3839452     -0.612   0.541       .2549885    2.047275
      s4 |    2.53929   1.456813      1.624   0.104       .8248412    7.817255
      s5 |    .738604   .3239766     -0.691   0.490        .312641    1.744927
------------------------------------------------------------------------------
(Outcome dinnova==1 is the comparison group)
```

. mlogit, rrr

```
Multinomial regression                                 Number of obs =    923
                                                        chi2(33)      = 193.50
                                                        Prob > chi2   = 0.0000
Log Likelihood = -973.96501                            Pseudo R2     = 0.0904

------------------------------------------------------------------------------
 dinnova |        RRR   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
0        |
  export |   .6191012   .1388467     -2.138   0.033       .3988977    .9608637
     cr4 |   .2459804   .1773867     -1.945   0.052       .0598499    1.010968
      t1 |   1.486727   .5323147      1.108   0.268       .7369926    2.999159
      t2 |   1.219317   .4381174      0.552   0.581       .6029314    2.465841
      t3 |   1.402876   .6666917      0.712   0.476       .5527149    3.560718
      t5 |   .5808877   .2049986     -1.539   0.124       .2908695    1.160075
      t6 |   .7428941   .3033511     -0.728   0.467       .3336951     1.65388
      s1 |   .8054754   .2879724     -0.605   0.545        .399698    1.623202
      s2 |   .9747951   .4388448     -0.057   0.955       .4033753    2.355685
      s4 |   .8087635   .2856823     -0.601   0.548       .4047145    1.616197
      s5 |   .8281305   .2938522     -0.531   0.595       .4131046    1.660112
---------+--------------------------------------------------------------------
1        |
  export |   2.510034   .8440321      2.737   0.006        1.29853     4.85185
     cr4 |   .1478974   .1414486     -1.998   0.046       .0226921    .9639336
      t1 |   1.961817    .989972      1.335   0.182       .7296681    5.274627
      t2 |   1.305596   .6657059      0.523   0.601       .4806096    3.546705
      t3 |   1.807294   1.141275      0.937   0.349       .5242154    6.230856
      t5 |   .7403134   .3611942     -0.616   0.538       .2845246    1.926245
      t6 |   .3916719   .2557351     -1.436   0.151       .1089295    1.408313
      s1 |   .4811663   .2282067     -1.542   0.123       .1899279    1.218994
      s2 |   .9274793   .5266043     -0.133   0.895       .3047958    2.822276
      s4 |   .2937681   .1702683     -2.113   0.035       .0943295    .9148752
      s5 |   .7181624   .3256219     -0.730   0.465       .2953109    1.746489
---------+--------------------------------------------------------------------
3        |
  export |   2.940337   .9837229      3.224   0.001       1.526223    5.664691
     cr4 |   .1134295    .099401     -2.484   0.013       .0203609    .6319089
      t1 |   .5392747   .2699849     -1.233   0.217       .2021439    1.438664
      t2 |    .703362   .3295924     -0.751   0.453       .2807433    1.762172
      t3 |   1.628394   .9155472      0.867   0.386       .5409791    4.901607
      t5 |   .9466536   .3900649     -0.133   0.894       .4221404    2.122879
      t6 |   1.462871   .6689509      0.832   0.405       .5969849    3.584668
      s1 |   .3996619    .167507     -2.188   0.029       .1757664    .9087611
      s2 |   .6701201    .340326     -0.788   0.431        .247664    1.813186
      s4 |   .7459624   .3017808     -0.724   0.469       .3375681    1.648437
```

```
      s5 |    .5304376    .2213913     -1.519   0.129         .23408       1.202
------------------------------------------------------------------------------
(Outcome dinnova==2 is the comparison group)
```

Hemos de destacar varios resultados:

- Es evidente que el máximo de la función de verosimilitud es el mismo independientemente de la categoría excluida o grupo de comparación.
- Los valores de los coeficientes son diferentes cuando se utiliza una u otra categoría como referencia. Sin embargo no se deben mirar los coeficientes sino el efecto sobre la probabilidad de cada alternativa. Para ello, podemos comparar los valores de exp($b'_j X_i$) o mas en concreto las probabilidades que dichos valores generan para cada alternativa cuando se consideran diferentes categorías de referencia.
- El segundo punto se podría contrastar mediante un test que se denomina **independencia de las alternativas irrelevantes**. De forma sencilla lo vamos a exponer con un ejemplo: Supongamos un modelo de elección de medio de transporte para ir al trabajo con cuatro alternativas: 0 = coche/conductor, 1 = coche/pasajero, 2 = autobús, 3 = tren. Supongamos que se estima un modelo logit multinomial y dicho modelo predice que el 89 por ciento de los pasajeros van al trabajo en coche siendo ellos los conductores. El cociente entre las probabilidades estimadas para las alternativas 0 y 2, P_0/P_2 es 0.89/0.06 = 14.8. Supongamos que ahora diferenciáramos los que van al trabajo en coche no entre pasajeros y conductores sino entre ir en coche propio o en coche ajeno. Lo que esperamos de los resultados es que se mantengan los cocientes entre las probabilidades (es decir, la alternativa planteada coche como pasajero no afecta a la distribución de probabilidades de ir en autobús y tren). En nuestro ejemplo, si eliminamos la alternativa innovación en producto e innovación en proceso (3) la distribución de probabilidades en el resto de categorías se mantiene (está muy claro que no en el ejemplo planteado no sucede así).

Existen otros muchos modelos de elección discreta multinomiales pero no vamos a profundizar en ellos más que con un ejemplo. Supongamos que para innovar en producto una empresa tuviera necesariamente que innovar en proceso. Entonces el modelo multinomial planteado no serviría y tendríamos necesidad de plantear un modelo secuencial 0 = no innovar, 1 = innovar en proceso, 2 = innovar en proceso y producto, ya que la alternativa innovar en producto no sería ahora posible. La función de verosimilitud cambia porque ahora todas las probabilidades dependen entre sí. Consecuentemente cambia la estimación y los valores de los coeficientes.

. ologit oinnova export cr4 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5 if year==93

```
Iteration 0:  Log Likelihood =-810.60433
Iteration 1:  Log Likelihood = -750.2537
Iteration 2:  Log Likelihood =-748.48261
Iteration 3:  Log Likelihood =-748.47884

Ordered Logit Estimates                                Number of obs =    923
                                                        chi2(11)      = 124.25
                                                        Prob > chi2   = 0.0000
Log Likelihood = -748.47884                            Pseudo R2     = 0.0766

------------------------------------------------------------------------------
 oinnova |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
  export |    .777634   .1794146      4.334   0.000       .4259878     1.12928
     cr4 |   .0686585   .5381584      0.128   0.898      -.9861127     1.12343
      t1 |  -.6848487   .2801684     -2.444   0.015      -1.233969   -.1357286
      t2 |  -.3981504   .2771399     -1.437   0.151      -.9413346    .1450337
      t3 |  -.0854315   .3359232     -0.254   0.799      -.7438289     .572966
      t5 |   .4143415   .2591731      1.599   0.110      -.0936284    .9223114
      t6 |   .6914237   .2927158      2.362   0.018       .1177114    1.265136
      s1 |  -.2191186   .2592812     -0.845   0.398      -.7273004    .2890632
      s2 |  -.1789436   .3176009     -0.563   0.573        -.80143    .4435427
      s4 |   .1662327   .2589932      0.642   0.521      -.3413847    .6738501
      s5 |  -.1861894   .2569982     -0.724   0.469      -.6898965    .3175178
---------+--------------------------------------------------------------------
   _cut1 |   .9562488   .4626273            (Ancillary parameters)
   _cut2 |   2.034954   .4667919
------------------------------------------------------------------------------
```

. oprobit oinnova export cr4 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5 if year==93

```
Iteration 0:  Log Likelihood =-810.60433
Iteration 1:  Log Likelihood =-746.34262
Iteration 2:  Log Likelihood = -745.9763
Iteration 3:  Log Likelihood =-745.97621

Ordered Probit Estimates                               Number of obs =    923
                                                        chi2(11)      = 129.26
                                                        Prob > chi2   = 0.0000
Log Likelihood = -745.97621                            Pseudo R2     = 0.0797

------------------------------------------------------------------------------
 oinnova |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
```

```
---------+--------------------------------------------------------------------
  export |   .4779277   .1050938      4.548   0.000        .2719477    .6839077
     cr4 |   .0151506   .3210955      0.047   0.962        -.614185    .6444862
      t1 |  -.4076109   .1636713     -2.490   0.013       -.7284007   -.0868211
      t2 |  -.2416968   .1633802     -1.479   0.139       -.5619161    .0785225
      t3 |  -.0435357   .1981111     -0.220   0.826       -.4318264    .3447549
      t5 |   .2444137    .155592      1.571   0.116       -.0605409    .5493684
      t6 |   .4123935   .1760666      2.342   0.019        .0673094    .7574777
      s1 |  -.1371445   .1537805     -0.892   0.372       -.4385488    .1642598
      s2 |  -.1140589   .1890284     -0.603   0.546       -.4845478    .2564299
      s4 |   .0806038   .1558086      0.517   0.605       -.2247755    .3859831
      s5 |  -.1170856   .1519007     -0.771   0.441       -.4148055    .1806344
---------+--------------------------------------------------------------------
   _cut1 |   .5692798    .273569          (Ancillary parameters)
   _cut2 |   1.204884   .2750388
------------------------------------------------------------------------------
```

. oprobitp prob0 prob1 prob2

. sum prob0 prob1 prob2

```
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   prob0 |    3691    .6563331   .1678685   .3403076   .8672293
   prob1 |    3691    .1780557   .0579141   .0926246   .2493629
   prob2 |    3691    .1656112   .1120114   .0401461   .4113864
```

. sum prob0 prob1 prob2 if t1==1

```
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   prob0 |    1037    .8248614   .0576093   .6585029   .8672293
   prob1 |    1037    .1150727   .0293979   .0926246   .1932509
   prob2 |    1037    .0600659   .0282823   .0401461   .1482463
```

. sum prob0 prob1 prob2 if s1==1

```
Variable |     Obs        Mean   Std. Dev.       Min        Max
---------+-----------------------------------------------------
   prob0 |     988    .6726849   .1615589   .4237101   .8672293
   prob1 |     988    .1733537   .0598966   .0926246   .2474768
   prob2 |     988    .1539614   .1030114   .0401461   .3288131
```

5. Modelos de Poisson y binomiales

Este tipo de modelos se utiliza cuando se dispone de la variable observada y dicha variable toma valores discretos (números naturales). Ilustraremos con un ejemplo tomado del trabajo de Martínez-Ros y Labeaga (1996). Se trata de ajustar un modelo al número de innovaciones de producto. La variable de interés I_{it} sólo toma valores naturales (0, 1, 2,…). También podemos construir una variable para la decisión de innovar *1*(I_{it} > 0) que tome valor 1 cuando la empresa innova y cero en caso contrario. Si estamos interesados en un modelo para la variable número de innovaciones de producto, la variable en la que estamos interesados sigue una distribución de Poisson caracterizada por un parámetro λ, que es a la vez la media y la varianza de dicho proceso. Así la probabilidad de que la empresa i lleve a cabo en el año t y innovaciones de producto se puede escribir:

$$P(I_{it} = y / l) = \frac{e^{-l} l^{y}}{y!} \qquad y = 0,1,2,... \qquad [27]$$

Sin embargo, si observamos la distribución de las innovaciones de producto, es muy fácil comprobar que la varianza y la media no son iguales sino que la varianza es mucho más elevada. Para permitir que el modelo tenga una varianza superior a la media, se puede asumir que el modelo es Binomial Negativo en lugar de Poisson lo que no supone más que componer una distribución Gamma con una Poisson de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P(I_{it} = y) &= \int_0^{\infty} P(I_{it} = y / l) f(l) dl \\ &= \frac{\Gamma(y+v)}{\Gamma(y+1)\Gamma(v)} \left(\frac{v}{v+q}\right)^{v} \left(\frac{q}{v+q}\right)^{y} \end{aligned} \qquad [28]$$

donde Γ es la distribución Gamma caracterizada por los parámetros *y* y *v*. Los momentos del modelo resultante binomial negativo son:

$$E(I_{it}) = q, \quad q > 0$$

[29]

$$Var(I_{it}) = q + \frac{1}{v} q^2$$

donde en todo caso debemos entender que *E(.)* y *Var(.)* son condicionadas a los regresores. Dado que $q > 0$, la distribución derivada permite una varianza superior a la media. Además, *v* permite introducir en el modelo heterogeneidad no observable o errores de medida. Finalmente, los efectos de las variables explicativas puede introducirse a través de q, v o ambos. Además de estimar los modelos presentados en [27] y [28], también creemos que un modelo que tenga en cuenta por separado las decisiones de innovar y el número de innovaciones a producir, estará más de acuerdo con los datos descriptivos que se observan para la muestra de empresas industriales.[13] Por ejemplo, podemos que la empresa decide realizar innovaciones (gastando en I+D o contratando personal cualificado, por ejemplo) y por cualquier causa no tiene éxito a lo largo de un determinado período. En este caso, hemos de tener presente que pueden observarse ceros (no producción de innovaciones) incluso después de haber decidido llevarlas a cabo. Para ello planteamos un modelo con doble decisión (o de doble valla) cuyo funcionamiento se podría resumir: solamente se observa producción de innovaciones de producto una vez que la empresa ha sobrepasado dos vallas; primero decide llevar a cabo dichas innovaciones, después tiene éxito y las lleva a la práctica. El modelo subyacente está recogido tiene la siguiente expresión de la función de verosimilitud:

$$L = \prod_{i \in \Omega_0} P(Y_{it} = 0 / X_{it}^{'} b_1, s_1^2) \prod_{i \in \Omega_1} [1 - P(Y_{it} = 0 / X_{it}^{'} b_1, s_1^2)]$$
$$\prod_{i \in \Omega} [P(Y_{it} / X_{it}^{'} b_2, s_2^2)] \qquad [30]$$

en la que $d_1 = (b_1^{'}, s_1^2)$ y $d_2 = (b_2^{'}, s_2^2)$ son los vectores de parámetros de ambas vallas. Los primeros dos productos de [30] están gobernados por un modelo de elección discreta binario y el tercero recoge el número de innovaciones (modelo binomial negativo) que actúa toda vez que

[13]Si bien este modelo podría caber bajo la denominación de modelos simultáneos que se presenta con más detalle en el epígrafe siguiente.

la empresa ha decidido llevar a cabo innovaciones de producto. Ω representa toda la muestra mientras Ω_0 y Ω_1 corresponden a la submuestra de ceros y positivos, respectivamente. Si pensamos que una vez decidido innovar, las innovaciones tienen lugar entonces hemos de restringir la presencia de ceros solamente en la primera valla. Introducimos una restricción que llamaremos de dominancia de la primera valla puesto que una vez se decide innovar las innovaciones tienen lugar y no existe posibilidad de fracaso. La expresión de la función de verosimilitud de este último modelo es:

$$L = \prod_{i \in \Omega_0} P(Y_{it} = 0 / X_{it}^{'} b_1, s_1^2) \prod_{i \in \Omega_0} [1 - P(Y_{it} = 0 / X_{it}^{'} b_1, s_1^2)] \prod_{i \in \Omega_1} \frac{P(Y_{it} / X_{it}^{'} b_2, s_2^2)}{P(Y_{it} \geq 1 / X_{it}^{'} b_2, s_2^2)} \qquad [31]$$

que como se puede ver en el tercer productorio, restringe (trunca) en la submuestra de positivos de la primera valla. Los resultados para todos estos modelos aparecen recogidos en el siguiente Cuadro. Como creemos que es una buena práctica presentar contrastes para todas las hipótesis que se realizan a lo largo de las estimaciones de los modelos, en el Cuadro 2 se presentan valores de diversos diagnósticos.[14]

[14]Estos resultados se pueden consultar en Martínez-Ros y Labeaga (1996).

Table 1 Maximum likelihood estimates[1]

	Probit	Poisson	Negbin 2	Truncated Poisson	Truncated Negbin 2
Constant	-0.625 (0.12)*	0.384 (0.07)*	0.639 (0.26)‡	1.781 (0.07)*	1.719 (0.17)*
k (*10000)	0.672 (0.57)	0.458 (0.36)	0.497 (1.53)	-0.710 (0.43)†	-0.315 (0.90)
kprod	-0.011 (0.01)	0.015 (0.00)*	0.017 (0.01)	0.038 (0.01)*	0.038 (0.01)*
imp903	-0.090 (0.09)	-0.240 (0.06)*	-0.225 (0.19)	-0.165 (0.06)	-0.119 (0.13)
dimp	0.156 (0.09)†	0.146 (0.06)*	0.137 (0.18)	0.052 (0.06)	0.069 (0.12)
imptec	0.335 (0.10)*	0.566 (0.05)*	0.638 (0.20)*	0.071 (0.06)	0.067 (0.13)
share	-0.424 (0.82)	1.022 (0.43)‡	1.169 (1.81)	1.284 (0.49)*	1.868 (1.27)
cr4	-0.286 (0.38)	-0.457 (0.21)‡	-1.905 (0.80)‡	-0.390 (0.24)‡	-0.408 (0.53)
chem	-0.132 (0.07)†	-0.123 (0.05)*	0.007 (0.15)	-0.095 (0.05)*	0.214 (0.10)‡
elec	0.296 (0.11)*	0.683 (0.06)*	0.873 (0.23)*	0.359 (0.06)*	0.392 (0.14)*
machin	0.013 (0.12)	0.109 (0.07)	0.569 (0.24)*	0.232 (0.07)*	0.326 (0.16)‡
food	-0.122 (0.10)	0.034 (0.06)	0.288 (0.19)	0.167 (0.06)*	0.198 (0.14)
size1	-0.264 (0.11)*	-0.166 (0.06)*	-0.868 (0.24)*	-0.107 (0.07)	-0.254 (0.16)†
size2	-0.352 (0.11)*	-0.379 (0.07)*	-0.994 (0.25)*	-0.354 (0.07)*	-0.473 (0.16)*
size4	-0.293 (0.15)‡	-0.566 (0.09)*	-0.577 (0.30)‡	-0.622 (0.10)*	-0.546 (0.19)*
size5	-0.161 (0.11)	-0.484 (0.07)*	-0.789 (0.25)*	-0.374 (0.07)*	-0.509 (0.16)*
size6	-0.490 (0.14)*	-0.614 (0.08)*	-1.182 (0.31)*	-0.229 (0.09)*	-0.413 (0.21)‡
dt92	-0.007 (0.06)	-0.036 (0.04)	-0.358 (0.14)*	-0.163 (0.04)*	-0.222 (0.09)‡
dt93	-0.066 (0.07)	-0.180 (0.05)*	-0.606 (0.15)*	-0.341 (0.05)*	-0.344 (0.10)*
gt1	0.118 (0.01)*	0.021 (0.00)*	0.174 (0.03)*	0.012 (0.00)*	0.026 (0.01)*
gt2	0.172 (0.02)*	0.030 (0.00)*	0.144 (0.03)*	0.020 (0.00)*	0.030 (0.01)*
gt4	0.274 (0.06)*	0.104 (0.01)*	0.124 (0.05)*	0.056 (0.01)*	0.047 (0.01)*
gt5	0.026 (0.01)*	0.030 (0.00)*	0.116 (0.03)*	0.019 (0.00)*	0.034 (0.01)*
gt6	0.093 (0.01)*	0.054 (0.00)*	0.142 (0.03)*	0.024 (0.00)*	0.029 (0.01)*
kut1	-0.289 (0.26)	-0.960 (0.42)	-0.649 (0.55)	-0.549 (0.42)	-0.403 (0.75)
kut2	-0.001 (0.01)	-0.005 (0.01)	-0.009 (0.02)	0.001 (0.01)	0.001 (0.02)
kut4	-0.004 (0.01)	-0.022 (0.01)*	-0.019 (0.01)†	-0.008 (0.01)*	-0.010 (0.01)
kut5	-0.002 (0.00)*	-0.001 (0.00)*	-0.002 (0.00)†	-0.003 (0.00)*	0.003 (0.00)‡
kut6 (*1000)	-0.123 (0.11)	-0.077 (0.04)‡	-0.011 (0.03)	-0.258 (0.06)*	0.336 (0.21)†

Notes.

1. Standard errors are in parenthesis.
2. * Significant at 1%. ‡Significant at 5%. †Significant at 10%.

Table 2 Diagnostics					
	Probit	**Poisson**	**Negbin 2**	**Truncated Poisson**	**Truncated Negbin 2**
Significance test[1]	399.8 (28)	4088.9 (28)	293.2 (28)	1924.0 (28)	241.3 (28)
Significance test[2]	18.3 (5)	89.8 (5)	22.1 (5)	74.4 (5)	14.8 (5)
Significance test[3]	249.3 (15)	4639.4 (15)	110.9 (15)	1575.1 (15)	106.3 (15)
Overdispersion[4]	---	22.3 (1)	---	6.01 (1)	---
Negbin vs. Poisson[5]	---	---	9341.8 (1)	---	2396.5 (1)
Random effects[6]	---	242.6 (1)		3.92 (1)	---
$\mathbf{R^2_{COR}}$	---	0.27	0.10	0.34	0.20
$\mathbf{R^2_{P}}$		0.45	0.30	0.50	0.52
$\mathbf{R^2_{DEV}}$	---	0.23	0.22	0.33	0.31
$\mathbf{R^2_{DP}}$	---	---	0.72	---	0.72
$\mathbf{R^2_{LR}}$	0.12	0.21	0.04	0.24	0.06

Notes.
1. H_0: All coefficients are zero. Test χ^2; degrees of freedom in brackets.
2. H_0: Coefficients of the size variables (SIZEi) are zero. Degrees of freedom in brackets.
3. H_0: All size coefficients are zero. Degrees of freedom in parenthesis.
4. Regression based test of Cameron and Trivedi (1990). Distributed as a t-student with 1 df.
5. Likelihood ratio test distributed as a χ^2 with 1 df.
6. Hausman type test comparing Poisson and Poisson with random effects. Distributed as a χ^2 with 1 df.

6. Modelos multivariantes de elección discreta

Supongamos que en el modelo planteado en [1], uno de los condicionantes es una variable endógena (cualitativa o no). El tratamiento que se debiera dar al modelo sería totalmente diferente. En Labeaga y Martínez-Ros (1994) se plantea un modelo de determinación de decisión de innovar, empleo y decisión de exportar y se estima utilizando datos de la CB para 1990. Todo el tratamiento algebraico es bastante complicado por lo que nos remitimos a dicho artículo o al capítulo 5 (apartados 5.7 a 5.9) del libro de Maddala.

7. Modelos de elección discreta y datos de panel

Terminaremos con la estimación de dos modelos de elección discreta, logit de efectos fijos y probit de efectos aleatorios, que se pueden aplicar cuando se dispone de datos de panel y se tiene interés en explicar el comportamiento de una variable discreta. El planteamiento de los modelos sería similar al utilizado en la sección tercera, pero el tratamiento econométrico es completamente diferente. Ahora al disponer de varias observaciones temporales para cada unidad muestral (empresa), se pueden controlar las variables no observables (habilidad de los dirigentes de las mismas, efectos de experiencia o cualquier variables que no tenga variación temporal y no tengamos entre la información). Esto es muy importante porque esos efectos no observables pueden estar correlacionados con las variables incluidas como explicativas en el modelo y su no control sesgará los parámetros obtenidos. El tratamiento econométrico es, por tanto, mucho más difícil y es muy extraño encontrar artículos donde simultáneamente se tengan en cuenta los problemas de variable dependiente cualitativa y se haga además en un contexto de panel. En los ejemplos que sigue se presentan los resultados de estimar una ecuación de decisión de innovar en producto y se dispone del panel de datos de la ESEE durante el período 1990-93. Se han de destacar varios aspectos de los resultados:

1. El modelo logit de efectos fijos está estimado por MV pero tras realizar una transformación que elimina los efectos. De ahí que para todas las variables que no tienen variación temporal no está identificado el parámetro (en el caso que nos ocupa las variables sectoriales y la constante). El modelo probit de efectos aleatorios se estima por MV pero en niveles, de ahí que estén identificados incluso los parámetros que acompañan a variables sin variación temporal. Lo que se supone que los efectos son parte de la perturbación y se modeliza dicho error con un esquema de autocorrelación (se supone equi-correlación).
2. En el modelo logit de efectos fijos se supone que los mismos están potencialmente correlacionados con las variables incluidas en la especificación, de ahí que se utiliza una transformación para eliminarlos. En el modelo probit de efectos aleatorios al formar parte

los efectos de la perturbación se debe suponer que variables y efectos no están correlacionados para obtener estimadores consistentes.

3. La posibilidad de eliminar los efectos para la estimación de los parámetros en el modelo logit, se da porque existe un estadístico suficiente para poder hacerlo. Este estadístico es la suma del indicador de realizar innovaciones para cada individuo durante los T períodos para los que se observa. Sabemos que si dicha suma es 4 (número de períodos de la muestra) la probabilidad de realizar innovación cada período es 1. Si la suma es 0, la probabilidad de realizar innovaciones en dicha empresa es 0. Así que los sucesos {realiza innovaciones todos los períodos de la muestra} y {no realiza innovaciones en ningún período} no se tienen en cuenta durante la estimación porque contribuyen con una probabilidad cero al logaritmo de la función de verosimilitud. Solo contribuyen los sucesos para los que existe cambio de régimen (innova – no innova). En el modelo probit de efectos aleatorios, todas las observaciones se tienen en cuenta (para comprobar ver el número de observaciones que aparece en cada uno de los listados de ordenador, además de las notas que aparecen al principio del listado del logit de efectos fijos).[15]

[15]Una descripción muy simple de ambos modelos se puede consultar en Maddala (capítulo 2, apartado 2.17).

Modelo logit de efectos fijos.

```
. clogit ipr export cr4 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5, group(posic)

Note: multiple positive outcomes within groups encountered.

Note: 443 groups (1772 obs) dropped due to all positive or negative outcomes.
Note: s5 omitted due to no within-group variance.
Note: s4 omitted due to no within-group variance.
Note: s2 omitted due to no within-group variance.
Note: s1 omitted due to no within-group variance.

Iteration 0:  Log Likelihood =-718.52716
Iteration 1:  Log Likelihood =-712.30837
Iteration 2:  Log Likelihood =-712.30672

Conditional (fixed-effects) logistic regression         Number of obs =   1919
                                                        chi2(7)       =  16.75
                                                        Prob > chi2   = 0.0191
Log Likelihood = -712.30672                             Pseudo R2     = 0.0116

------------------------------------------------------------------------------
     ipr |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
  export |   .3616451    .235845      1.533   0.125      -.1006026    .8238928
     cr4 |   .8198152    .252938      3.241   0.001       .3240658    1.315565
      t1 |  -.9211299   .8309341     -1.109   0.268      -2.549731     .707471
      t2 |  -.3018804     .77119     -0.391   0.695      -1.813385    1.209624
      t3 |  -.3850003   .6075153     -0.634   0.526      -1.575708    .8057077
      t5 |   .1726133   .3271693      0.528   0.598      -.4686267    .8138533
      t6 |   .4207007   .5308369      0.793   0.428      -.6197206    1.461122
------------------------------------------------------------------------------
```

Modelo probit de efectos aleatorios.

```
. xtprobit ipr export cr4 t1 t2 t3 t5 t6 s1 s2 s4 s5, i(posic) robust

Iteration 1: tolerance = .07489878
Iteration 2: tolerance = .00138303
Iteration 3: tolerance = .00004048
Iteration 4: tolerance = 1.055e-06
Iteration 5: tolerance = 2.771e-08

General estimating equation for panel data        Number of obs     =      3691
Group variable:                        posic      Number of groups  =       923
Link:                                 probit      Obs/group, min    =         3
Family:                             binomial                 avg    =      4.00
Correlation:                    exchangeable                 max    =         4
                                                   chi2(11)         =    224.29
Scale parameter:                           1       Prob > chi2      =    0.0000
Pearson chi2(3679):                  3683.42      Deviance          =   4200.86
Dispersion (Pearson):               1.001202      Dispersion        =  1.141847

                            (standard errors adjusted for clustering on posic)
------------------------------------------------------------------------------
         |               Robust
     ipr |      Coef.   Std. Err.       z     P>|z|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
  export |   .2691346   .0685756      3.925   0.000        .134729    .4035402
     cr4 |   .3456914   .1029371      3.358   0.001       .1439383    .5474445
      t1 |  -.4784658   .1112799     -4.300    0.000      -.6965705   -.2603612
      t2 |  -.2608832   .1112149     -2.346    0.019      -.4788604   -.0429061
      t3 |  -.0576466   .1295339     -0.445    0.656      -.3115284    .1962352
      t5 |   .2293405   .0999249      2.295   0.022        .0334913    .4251897
      t6 |     .40042   .1231943      3.250   0.001       .1589636    .6418764
      s1 |  -.0162234    .099136     -0.164    0.870      -.2105263    .1780795
      s2 |  -.0951072   .1270078     -0.749    0.454      -.3440378    .1538235
      s4 |  -.1398536    .107999     -1.295    0.195      -.3515278    .0718205
      s5 |  -.0717591   .0978339     -0.733    0.463      -.2635101    .1199918
   _cons |  -.5975038   .1325741     -4.507    0.000      -.8573443   -.3376633
------------------------------------------------------------------------------
```