



PREDICCIÓN EN ECONOMÍA

**Simulación de  
Portfolios de  
Inversión  
Considerando el  
Índice de Volatilidad  
(VIX)**

Iván González Cuesta

## **ABSTRACT**

La predicción y simulación desempeñan un papel crucial en la toma de decisiones financieras y económicas. Este estudio se centra en la relación entre el índice de volatilidad (VIX) y la volatilidad de los activos financieros a lo largo del tiempo, utilizando técnicas elementales de predicción y simulación. Se emplean modelos ARCH, VAR y VEC, junto con simulaciones de Montecarlo, para analizar patrones históricos de volatilidad y proyectar posibles escenarios futuros. El análisis se enfoca en la dinámica entre el VIX y el S&P500, evaluando cómo estos índices pueden guiar las estrategias de inversión. Los resultados proporcionan una base sólida para comprender y anticipar cambios en el mercado, contribuyendo a la gestión eficaz del riesgo financiero.

Prediction and simulation play a crucial role in financial and economic decision-making. This study focuses on the relationship between the Volatility Index (VIX) and the volatility of financial assets over time, utilizing basic prediction and simulation techniques. ARCH, VAR, and VEC models, along with Monte Carlo simulations, are employed to analyze historical volatility patterns and project potential future scenarios. The analysis centers on the dynamic relationship between the VIX and the S&P500, assessing how these indices can guide investment strategies. The results provide a solid foundation for understanding and anticipating market changes, contributing to effective financial risk management.

## ÍNDICE

- **Objeto del estudio.**
  1. Introducción a la cuestión
  2. Presentación de las series utilizadas
- **Estado de la cuestión y fundamentación teórica.**
  1. Descripción del marco teórico y mención a las metodologías empleadas
- **Descripción y justificación de la técnica o técnicas utilizadas.**
  1. Desarrollo teórico de los modelos empleados y propiedades matemáticas
- **Desarrollo de la investigación y análisis de resultados.**
  1. Implementación de las técnicas en Python y análisis relacional de las series.  
Comparación de resultados
- **Conclusiones.**
- **Bibliografía.**

## **OBJETO DE ESTUDIO**

La predicción y la simulación desempeñan un papel crucial en la toma de decisiones financieras y económicas. En un entorno tan dinámico como el mercado financiero, la capacidad para anticipar y gestionar el riesgo es fundamental para el éxito de los inversores y gestores de fondos. En este contexto, el índice de volatilidad (VIX) emerge como una herramienta clave para medir la percepción del riesgo en los mercados financieros y guiar las estrategias de inversión.

La aplicación de técnicas elementales de predicción y simulación en este estudio, nos va a permitir analizar la relación entre el índice de volatilidad VIX y la volatilidad de los activos financieros a lo largo del tiempo. Estas técnicas proporcionan una base sólida para comprender los patrones históricos de volatilidad y anticipar posibles cambios en el mercado.

## **ESTADO DE LA CUESTIÓN Y FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

El índice de volatilidad VIX y el S&P500 son empleados a lo largo del presente texto como herramientas clave para evaluar la volatilidad implícita y la dirección del mercado, respectivamente. Este análisis se propone explorar la relación dinámica entre el VIX y el S&P500, utilizando modelos de predicción y simulación como la familia ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), modelos VAR (Vector Autoregression) y VEC (Vector Error Correction) además de otras técnicas de simulación como puede ser montecarlo para proyectar escenarios futuros de volatilidad.

La volatilidad es una medida en la dispersión de los rendimientos de un activo financiero con respecto a su media. Un aumento en la volatilidad puede indicar incertidumbre o nerviosismo en el mercado, lo que puede influir en las decisiones de inversión y el comportamiento del precio de los activos.

El índice de volatilidad VIX, creado por Chicago Board Options Exchange (CBOE), es una medida de la volatilidad implícita en el mercado de opciones del S&P500. El VIX refleja las expectativas del mercado sobre la volatilidad futura del S&P500 en los próximos 30 días. Por lo tanto, el VIX se utiliza como un indicador de la percepción del riesgo en el mercado financiero.

En definitiva, el análisis de la relación entre el VIX y el S&P500 utilizando modelos de volatilidad condicional, VEC y VAR, junto con simulaciones Montecarlo, proporciona una comprensión más profunda de la dinámica del mercado y puede ser útil para la gestión de riesgos y la toma de decisiones de inversión. Es importante tener en cuenta que la volatilidad del mercado es una variable compleja y multifacética que puede ser influenciada por una variedad de factores económicos, políticos y sociales. Por lo tanto, es necesario realizar un análisis exhaustivo y considerar múltiples enfoques metodológicos para obtener una visión completa de la relación entre ambos índices.

## DESCRIPCIÓN Y JUSTIFICACIÓN DE LAS TÉCNICAS UTILIZADAS

Pasamos a exponer la descripción de las técnicas estadísticas empleadas y analizar su idoneidad para el análisis que nos atañe.

Comenzando por los modelos ARCH; son utilizados para modelar la volatilidad condicional en series temporales financieras. Estos modelos fueron desarrollados por Robert F. Engle en la década de 1980. La idea central detrás de los modelos ARCH es que la varianza de un proceso estocástico puede ser modelada como una función lineal de errores cuadráticos pasados. En otras palabras, la volatilidad de un periodo de tiempo es una función de la información de la volatilidad pasada.

Dado un proceso estocástico  $y_t$ , un modelo ARCH(p) se define como:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

$\mu$  es una constante

$\varepsilon_t$  son los errores estándar, asumiendo que tienen media cero

$\sigma_t^2$  es la varianza condicional de  $y_t$

$\alpha_0$  y  $\alpha_i$  son parámetros a estimar

$p$  es el orden del modelo ARCH, es decir, el número de rezagos considerados en el modelo

Sus propiedades matemáticas son la estacionariedad (si los coeficientes  $\alpha_i$  están acotados, el proceso  $y_t$  es estacionario), la invertibilidad (si los coeficientes  $\alpha_i$  están acotados, el proceso  $y_t$  es estacionario), la consistencia (bajo ciertas condiciones, los estimadores de máxima verosimilitud de los parámetros son consistentes) y la eficiencia asintótica (bajo ciertas condiciones, los estimadores de máxima verosimilitud de los parámetros son eficientes en el límite cuando el tamaño de la muestra tiende a infinito).

En el análisis de la relación entre el VIX y el S&P500, los modelos ARCH son útiles para capturar la naturaleza cambiante de la volatilidad en el mercado financiero. Dado que el VIX es un índice de volatilidad implícita, modelar la volatilidad condicional del S&P500 utilizando modelos ARCH puede ayudar a identificar patrones de volatilidad y anticipar cambios en la dirección del mercado.

En cuanto a los modelos VAR (Vector Autoregression), son utilizados para modelar la dinámica conjunta de múltiples series temporales. En un modelo VAR, cada variable endógena se modela como una función lineal de sus propios rezagos y los rezagos de las otras variables en el sistema. Estos modelos son adecuados para capturar las relaciones de retroalimentación entre las variables y hacer pronósticos a corto plazo.

Dado un sistema de variables endógenas  $Y_t$ , un modelo VAR(p) se define como:

$$Y_t = \alpha + \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_2 Y_{t-2} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + \mu_t$$

$\alpha$  es un vector de constantes

$\Phi_i$  son matrices de coeficientes a estimar

$\mu_t$  son errores estándar, asumiendo que tienen media cero

Sus propiedades matemáticas son la estacionariedad (bajo ciertas condiciones, los procesos VAR pueden ser estacionarios), la invertibilidad (bajo ciertas condiciones, los procesos VAR pueden ser estacionarios), la causalidad de Granger (los test de causalidad de Granger pueden usarse para evaluar la causalidad entre las variables de un modelo VAR) y su capacidad para hacer pronósticos.

Los modelos VAR son por lo tanto útiles para examinar la dinámica conjunta entre los dos indicadores que nos atañen (VIX y S&P500) y cómo se influyen mutuamente en el corto plazo. Los modelos VAR pueden ayudar a identificar patrones de interacción entre ambas series y ser utilizados para hacer pronósticos sobre la evolución futura de ambos indicadores.

Los modelos VEC (Vector Error Correction) por su parte, son una extensión de los modelos VAR que incorporan relaciones de largo plazo entre variables en un sistema. Estos modelos son particularmente adecuados cuando las variables están cointegradas, es decir, cuando existe una relación de equilibrio de largo plazo entre ellas.

Dado un sistema de variables endógenas  $Y_t$ , un modelo VEC(p) se define como:

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta_1 \Delta Y_{t-1} + \beta_2 \Delta Y_{t-2} + \dots + \beta_p \Delta Y_{t-p} + \mu_t$$

$$\mu_t = \mu + \Phi Y_{t-1} + \Gamma_1 \mu_{t-1} + \Gamma_2 \mu_{t-2} + \dots + \Gamma_p \mu_{t-p} + \varepsilon_t$$

$\Delta Y_t$  es el cambio en las variables endógenas

$\alpha$  es un vector de constantes

$\beta_i$  son matrices de coeficientes a estimar

$\mu$  es un vector de errores constantes

$\Phi$  es una matriz de coeficientes de corrección de error a estimar

$\Gamma_i$  son matrices de coeficientes de rezago para los errores a estimar

$\varepsilon_t$  son errores estándar, asumiendo que tienen media cero

Sus propiedades son la estacionariedad (si los autovalores de la matriz  $\Phi$  están dentro del círculo unitario, el proceso es estacionario), la cointegración (si existe una combinación lineal de las variables que es estacionaria, entonces las variables están cointegradas) y el error de corrección (los términos de corrección de error en el VEC ajustan las desviaciones de corto plazo de la relación de equilibrio de largo plazo).

Por lo tanto, en el contexto del análisis de la relación entre el VIX y el S&P500, los modelos VEC son útiles para examinar las relaciones de equilibrio de largo plazo entre ambos indicadores. Dado que tanto el VIX como el S&P500 están influenciados por factores económicos y financieros comunes, los modelos VEC pueden ayudar a identificar y

cuantificar estas relaciones de largo plazo, así como analizar cómo se ajustan las desviaciones de corto plazo de la relación de equilibrio.

## DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

El punto inicial de la investigación se basa en conseguir los datos que serán objeto de análisis. A este respecto y con fines comparativos se extraen los mismos datos de dos formas distintas; la primera consiste en descargar los datos de forma manual a través de alguna de las múltiples fuentes de información financiera disponibles en internet.

Los datos son extraídos en formato .xlsx dónde se limpian y acomodan con la intención de leerlos posteriormente en forma de data frame a través de Python que será el software empleado en la realización del presente trabajo de investigación.

|   | A          | B                 | C             |
|---|------------|-------------------|---------------|
| 1 | Fecha      | Cierre ajus SP500 | Volumen       |
| 2 | 22/03/2024 | 5234,18           | 3.374.700.000 |
| 3 | 21/03/2024 | 5241,53           | 4.207.730.000 |
| 4 | 20/03/2024 | 5224,62           | 4.064.850.000 |
| 5 | 19/03/2024 | 5178,51           | 4.031.760.000 |
| 6 | 18/03/2024 | 5149,42           | 4.036.220.000 |
| 7 | 15/03/2024 | 5117,09           | 7.753.670.000 |
| 8 | 14/03/2024 | 5150,48           | 4.687.970.000 |
| 9 | 13/03/2024 | 5165,31           | 4.282.890.000 |

Fig 1: Muestra de los datos utilizados. Formato .xlsx

Ambas series bien podrían juntarse en un único fichero para su posterior manipulación. El procesado de los datos aun pudiendo tener distintos grados de eficiencia no deja de ser algo muy subjetivo y ligado al investigador en cuestión.

La segunda forma de extracción de la información consiste en hacer “scraping” de datos financieros. El scraping consiste en acceder a los datos directamente a través de un script de código. La ventaja del scraping es por tanto la posibilidad de obtener datos dinámicos, entendiendo por dinamismo la posibilidad de poder modificar en el propio código por ejemplo el intervalo temporal de nuestros datos o que estos se actualicen en tiempo real entre otras cuestiones. Para lograr esto se ha utilizado la biblioteca “yfinance” que proporciona una interfaz muy fácil de usar para acceder a datos financieros.

```
##### SCRAPEAR DATOS DE YAHOO FINANCE

sp500url = 'https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_S%26P_500_companies'
data_table = pd.read_html(sp500url)

ticker = data_table[0]['Symbol'].tolist()

snp_prices = yf.download(ticker, start='2000-01-01', end='2024-01-01')['Adj Close']
```

Fig 2: Código en python para la lectura y descarga de datos online por ticker



Así por ejemplo en el script anterior, se almacena la siguiente tabla que contiene información referida a los componentes del índice S&P500 de wikipedia en la variable “data\_table” para después quedarnos únicamente con su primera columna que hace referencia a los ticker de los componentes y es la información que necesitaremos para descargar los datos de cotización de cada uno de ellos, además de un intervalo de fechas.

Los ticker de los componentes que conforman el índice se almacenan en la lista “ticker”.

| Symbol ↕               | Security ↕                             | GICS Sector ↕          | GICS Sub-Industry ↕                          | Headquarters Location ↕                 | Date added ↕ | CIK ↕      | Founded ↕   |
|------------------------|--|------------------------|--|---|--------------|------------|-------------|
| <a href="#">MMM</a> ↗  | 3M                                     | Industrials            | Industrial Conglomerates                     | <a href="#">Saint Paul, Minnesota</a>   | 1957-03-04   | 0000066740 | 1902        |
| <a href="#">AOS</a> ↗  | <a href="#">A. O. Smith</a>            | Industrials            | Building Products                            | <a href="#">Milwaukee, Wisconsin</a>    | 2017-07-26   | 0000091142 | 1916        |
| <a href="#">ABT</a> ↗  | <a href="#">Abbott</a>                 | Health Care            | Health Care Equipment                        | <a href="#">North Chicago, Illinois</a> | 1957-03-04   | 0000001800 | 1888        |
| <a href="#">ABBV</a> ↗ | <a href="#">AbbVie</a>                 | Health Care            | Biotechnology                                | <a href="#">North Chicago, Illinois</a> | 2012-12-31   | 0001551152 | 2013 (1888) |
| <a href="#">ACN</a> ↗  | <a href="#">Accenture</a>              | Information Technology | IT Consulting & Other Services               | <a href="#">Dublin, Ireland</a>         | 2011-07-06   | 0001467373 | 1989        |
| <a href="#">ADBE</a> ↗ | <a href="#">Adobe Inc.</a>             | Information Technology | Application Software                         | <a href="#">San Jose, California</a>    | 1997-05-05   | 0000796343 | 1982        |
| <a href="#">AMD</a> ↗  | <a href="#">Advanced Micro Devices</a> | Information Technology | Semiconductors                               | <a href="#">Santa Clara, California</a> | 2017-03-20   | 0000002488 | 1969        |
| <a href="#">AES</a> ↗  | <a href="#">AES Corporation</a>        | Utilities              | Independent Power Producers & Energy Traders | <a href="#">Arlington, Virginia</a>     | 1998-10-02   | 0000874761 | 1981        |
| <a href="#">AFL</a> ↗  | <a href="#">Aflac</a>                  | Financials             | Life & Health Insurance                      | <a href="#">Columbus, Georgia</a>       | 1999-05-28   | 0000004977 | 1955        |

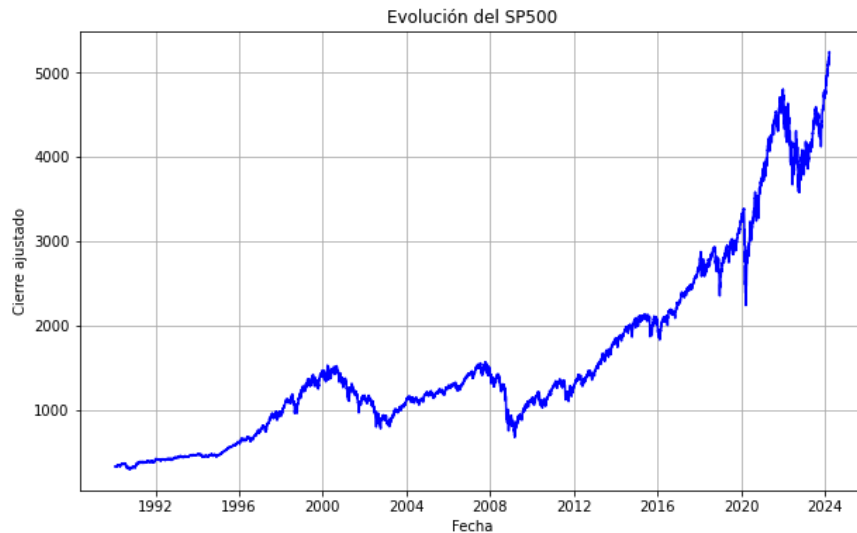
Fig 3: Tabla de wikipedia.org utilizada como input de ticker de activos

Finalmente, por medio de la última línea de código se descargan los datos de cierre ajustado para todos los ticker en el intervalo 2000-01-01 / 2024-01-01. (Nótese que este intervalo puede ajustarse al gusto).

De esta sencilla manera obtenemos los datos de cierre ajustado de todos los componentes del S&P500. También podríamos obtener los datos agrupados del índice sin desglose individual por componentes de una forma todavía más sencilla utilizando el ticker para el índice completo sin desglosar por componentes.

```
# Descargar los precios ajustados de cierre del índice S&P 500 (GCSP) desde Yahoo Finance
gcsp_prices = yf.download('^GSPC', start='2000-01-01', end='2024-01-01')['Adj Close']
```

Fig 4: Código en python para la lectura y descarga de datos online S&P 500



*Fig 5: Evolución del S&P500. Elaboración propia*

Si representamos la evolución del índice gráficamente obtenemos la siguiente serie temporal que procedemos a analizar.

Lo primero que vamos a estudiar es la volatilidad del índice. Existen diversos modelos de volatilidad que pueden clasificarse en distintos grupos (medidas simples y medidas estructuradas). Dentro de lo que se conoce como medidas estructuradas existen a su vez varios enfoques (modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva, modelos de volatilidad realizada y modelos de volatilidad estocástica).

A continuación se revisan y aplican los modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva al caso concreto de los rendimientos del S&P500.

El modelo ARCH( $p$ ) modeliza la varianza de las innovaciones como función lineal de los cuadrados de las primeras  $p$  observaciones pasadas de la serie de innovaciones.

Tras calcular los retornos de nuestra serie <sup>1</sup>en python mediante el método `".pct_change().dropna()"` procedemos a ajustar un modelo ARCH(1) a los mismos con la intención de calcular su volatilidad condicional. Para ello importamos la biblioteca "arch", una herramienta tremendamente popular para modelar y analizar series temporales financieras en Python.

---

<sup>1</sup> Los retornos o rentabilidad hacen referencia a la ganancia o pérdida neta que se obtiene con una inversión en dicho activo en un determinado periodo de tiempo. Así pues suponiendo que no se perciben dividendos y asumiendo que el horizonte de planificación de la inversión es uno, el rendimiento porcentual de un activo puede expresarse como la tasa de variación de su precio  $R_t = ((P_t - P_{t-1}) / P_{t-1}) * 100$

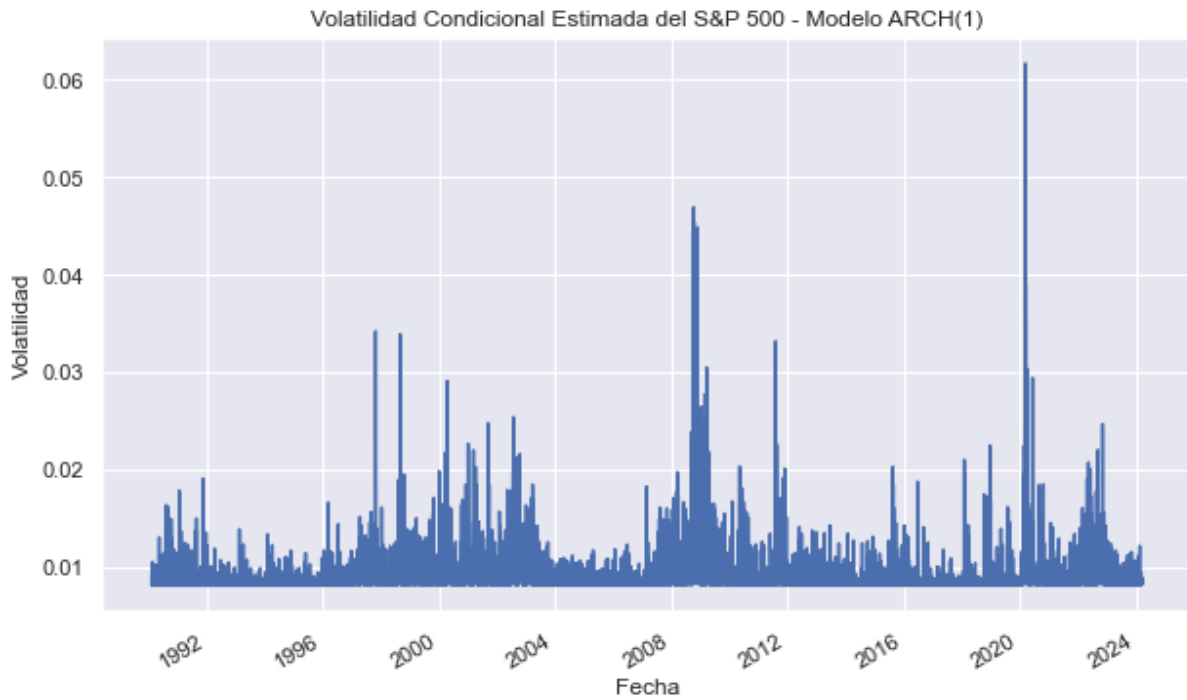


Fig 6: Volatilidad condicional estimada del S&P 500. Modelo ARCH(1)

Si observamos la distribución del histograma de volatilidad podemos fácilmente comprobar que los picos máximos se obtienen aproximadamente en 2009 y 2020 coincidiendo con la crisis financiera global y la pandemia respectivamente.

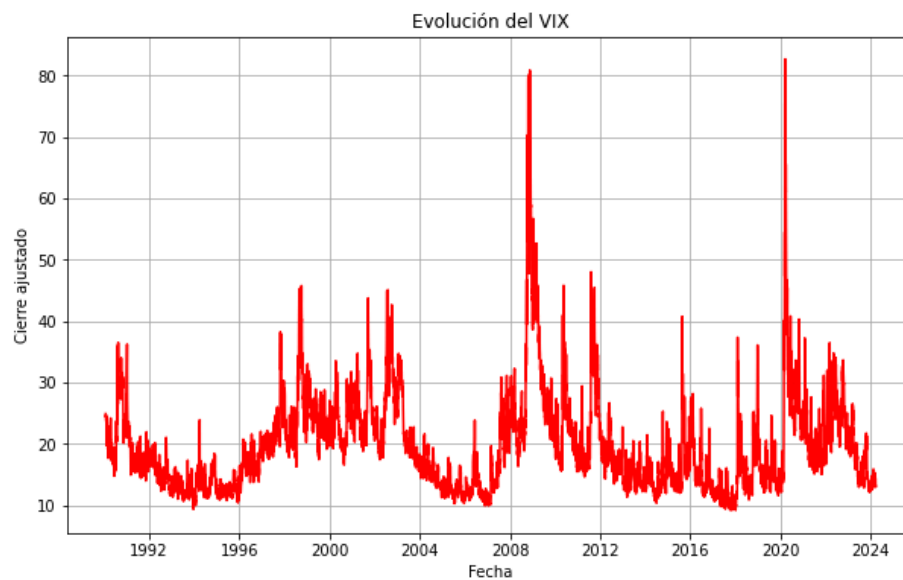
A continuación se muestra el resumen de resultados estadísticos del modelo ajustado.

| Constant Mean - ARCH Model Results |                    |                   |          |           |                          |
|------------------------------------|--------------------|-------------------|----------|-----------|--------------------------|
| =====                              |                    |                   |          |           |                          |
| Dep. Variable:                     | Cierre ajus SP500  | R-squared:        | 0.000    |           |                          |
| Mean Model:                        | Constant Mean      | Adj. R-squared:   | 0.000    |           |                          |
| Vol Model:                         | ARCH               | Log-Likelihood:   | 26627.7  |           |                          |
| Distribution:                      | Normal             | AIC:              | -53249.4 |           |                          |
| Method:                            | Maximum Likelihood | BIC:              | -53228.2 |           |                          |
| Date:                              | Tue, Apr 16 2024   | No. Observations: | 8599     |           |                          |
| Time:                              | 17:38:37           | Df Residuals:     | 8598     |           |                          |
|                                    |                    | Df Model:         | 1        |           |                          |
| Mean Model                         |                    |                   |          |           |                          |
| =====                              |                    |                   |          |           |                          |
|                                    | coef               | std err           | t        | P> t      | 95.0% Conf. Int.         |
| -----                              |                    |                   |          |           |                          |
| mu                                 | -4.9619e-04        | 1.266e-04         | -3.920   | 8.854e-05 | [-7.443e-04, -2.481e-04] |
| Volatility Model                   |                    |                   |          |           |                          |
| =====                              |                    |                   |          |           |                          |
|                                    | coef               | std err           | t        | P> t      | 95.0% Conf. Int.         |
| -----                              |                    |                   |          |           |                          |
| omega                              | 6.5723e-05         | 1.628e-06         | 40.362   | 0.000     | [6.253e-05, 6.891e-05]   |
| alpha[1]                           | 0.2000             | 1.632e-02         | 12.253   | 1.625e-34 | [ 0.168, 0.232]          |
| =====                              |                    |                   |          |           |                          |
| Covariance estimator: robust       |                    |                   |          |           |                          |

Fig 7: Resultados estadísticos del modelo ARCH(1) ajustado

Generalmente, las aplicaciones empíricas de este modelo han mostrado que el número de retardos necesarios para ajustar la volatilidad es demasiado grande lo cual podría conducir a problemas de estimación. Además otra desventaja de este modelo es que resulta afectado por el problema de valores extremos. Es decir, que la presencia de valores atípicos puede distorsionar los resultados del modelo.

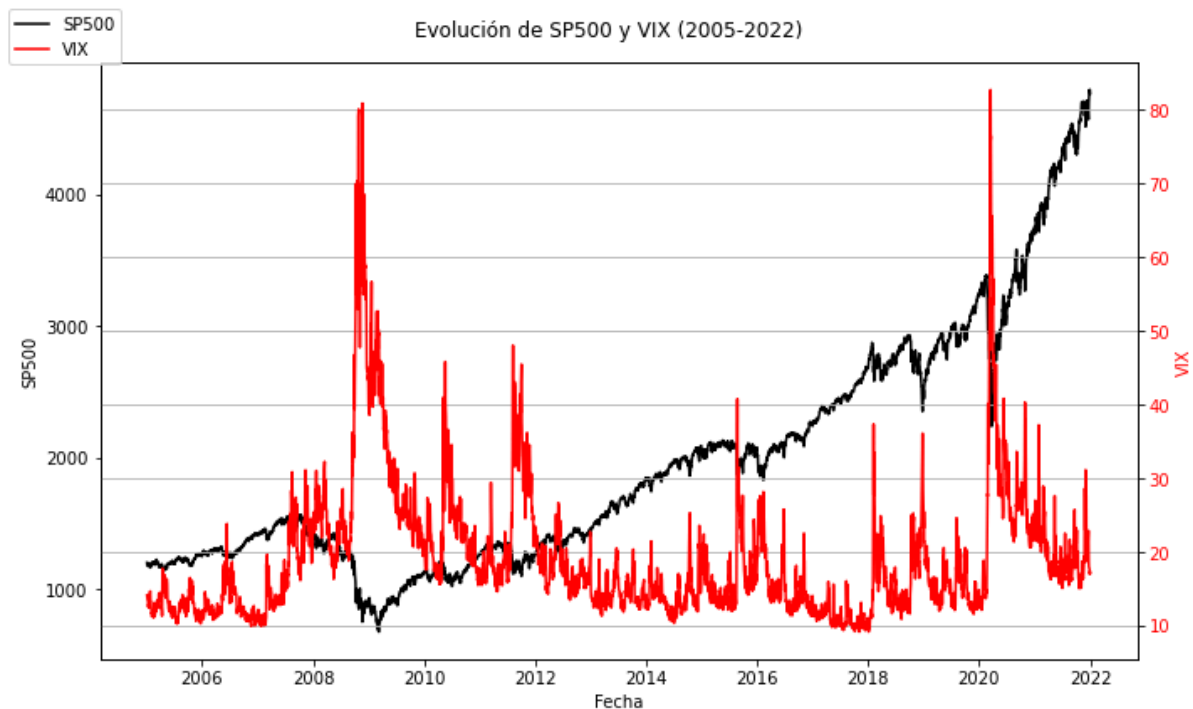
Si queremos representar de igual modo que hicimos con el S&P500 la evolución histórica de nuestro índice de volatilidad VIX obtenemos el siguiente resultado.



*Fig 8: Evolución del índice de volatilidad VIX. Elaboración propia*

A primera vista destacan también dos picos fundamentales de volatilidad; el del año 2009 y el del año 2020 que como ya hemos mencionado antes se refieren a dos crisis históricas. Pero, ¿cuál es la relación existente

entre el S&P500 y el VIX?. Pues bien, veamos que observamos si representamos ambas series en un mismo gráfico (para lo cual debemos ajustar una escala a cada una de ellas).



*Fig 9: Representación conjunta del S&P 500 y el VIX. Elaboración propia*

Cómo probablemente se hubiese ya intuido, la relación entre el VIX y el S&P500 es inversa y simétrica. A mayor volatilidad en los mercados, menor rendimiento de los mismos.

En condiciones normales de mercado, cuando el S&P500 posee una tendencia alcista, la volatilidad implícita medida por el VIX tiende a bajar. Esto se debe a que los inversores tienden a estar más confiados y menos preocupados por los movimientos bruscos del mercado cuando las acciones están subiendo y viceversa.

Con intención de medir de forma más profunda la relación entre ambos indicadores se ajusta un modelo VAR (Vector Autoregression) a ambas series para tratar de capturar sus relaciones de retroalimentación y las interdependencias mutuas.

Para ello se importa la clase "VAR" del módulo de análisis de series temporales (tsa) de la biblioteca Statsmodels en Python. A continuación se presentan los resultados obtenidos.

```

Summary of Regression Results
=====
Model:                VAR
Method:               OLS
Date:                 Sun, 21, Apr, 2024
Time:                 12:44:16
-----
No. of Equations:     2.00000    BIC:                6.50056
Nobs:                 8565.00    HQIC:              6.42349
Log likelihood:       -51502.1   FPE:                592.046
AIC:                  6.38358    Det(Omega_mle):    582.351
=====

```

*Fig 10: Resultados estadísticos del modelo VAR*

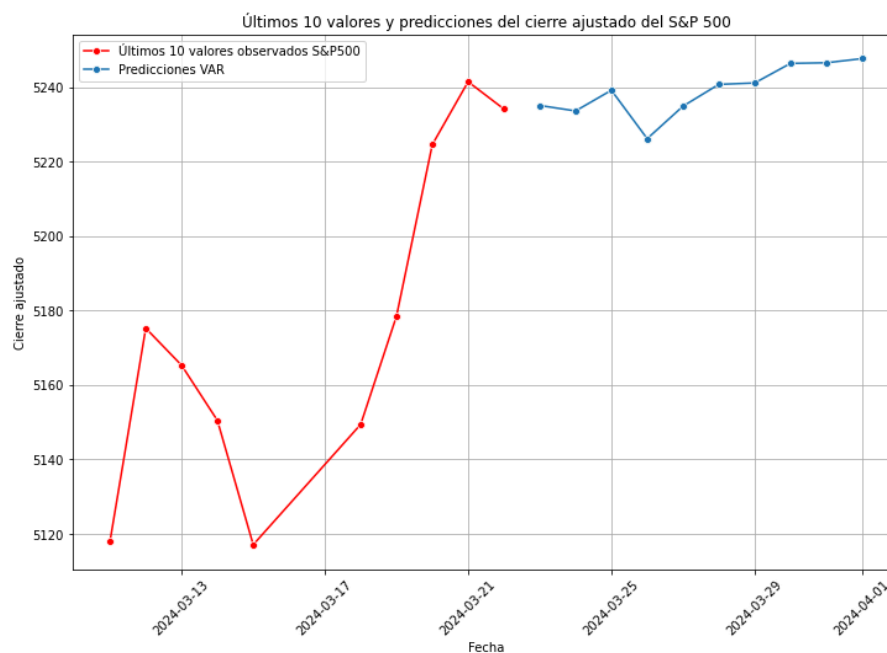
Dónde podemos ver el tipo de modelo y el método utilizado para estimar sus parámetros (OLS - Mínimos cuadrados ordinarios “Ordinary Least Squares”). Además de mostrar también la fecha y hora de la ejecución y el número de ecuaciones endógenas en el modelo. En este caso hay dos ecuaciones, lo que significa que el modelo VAR modela simultáneamente las 2 series de tiempo.

Se muestran también distintos criterios de información como:

- **BIC (Criterio de información bayesiano)** que es un criterio de selección de modelos que penaliza el número de parámetros en el modelo. Un valor más bajo indica un mejor ajuste del modelo. Teniendo en cuenta la complejidad
- **HQIC (Criterio de información de Hannan-Quinn)** similar al BIC, pero proporciona una penalización menos severa por la complejidad del modelo
- **AIC (Criterio de información de Akaike)** similar al BIC y HQIC, pero con una penalización aún menos severa por la complejidad del modelo. Un valor más bajo indica un mejor ajuste del modelo

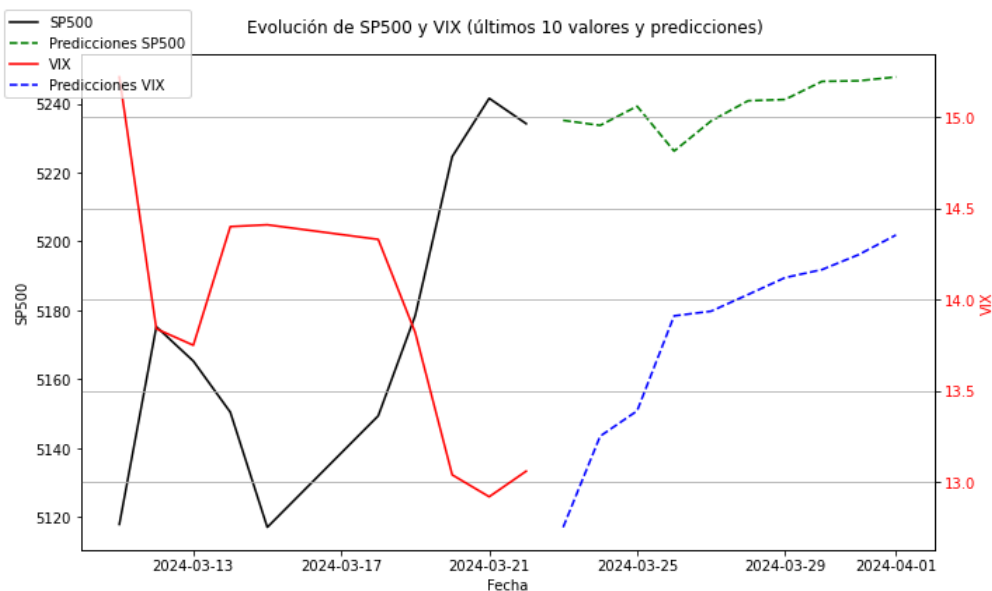
Y se muestra también otra información de carácter relevante como el número de observaciones (**Nobs**), el logaritmo de la función de verosimilitud del modelo (**Log Likelihood**; Cuanto mayor sea este valor, mejor será el ajuste del modelo a los datos), el error de pronóstico final (**FPE**) que es una medida del ajuste del modelo, cuanto menor sea este valor, mejor será el ajuste a los datos y el **det(Omega\_mle)** que es el determinante de la matriz de covarianza estimada (Omega) utilizando el método de máxima verosimilitud (**MLE**) que es una medida de la varianza residual del modelo.

Se procede adicionalmente a realizar y representar una predicción para el S&P500 a 10 períodos vista.



*Fig 11: Representación de los últimos 10 valores observados del S&P 500 y predicciones VAR*

Como el modelo VAR analiza la relación dinámica entre las dos series de tiempo mediante un sistema de ecuaciones simultáneas donde cada una de las variables independientes se modela como función lineal de sus rezagos y los rezagos de las otras variables del sistema, podemos de igual modo realizar una estimación para el VIX.



*Fig 12: Representación de los últimos 10 valores observados del S&P 500 - VIX y predicciones VAR*

En este gráfico, podemos en primer lugar apreciar la relación inversa de las series manifiesta en los últimos diez datos observados. Además podemos entrever una clara relación secante entre las predicciones proyectadas para los próximos 10 períodos de cada una de las series dónde se conserva la relación simétrica e inversa entre ellas.

Las limitaciones de este modelo son evidentes y algunas de las más sonadas pueden ser la sensibilidad al número de rezagos o sus asunciones sobre la estacionariedad y linealidad de las observaciones además de la multicolinealidad cuando hablamos de series muy correlacionadas.

Otro enfoque alternativo podría ser trabajar con un modelo VEC. Esto puede ser interesante por varias razones, especialmente cuando se trabaja con series que muestran relaciones de largo plazo y cointegración. Es decir, el VEC modela la relación de equilibrio a largo plazo lo que puede ayudar a proporcionar una visión más robusta y estable de las relaciones entre las series de tiempo en comparación con un modelo VAR estándar, especialmente en situaciones donde las variables están relacionadas en el largo plazo pero muestran movimientos de corto plazo más volátiles.

Así pues ajustamos un modelo VEC a ambas series obteniendo los siguientes resultados.

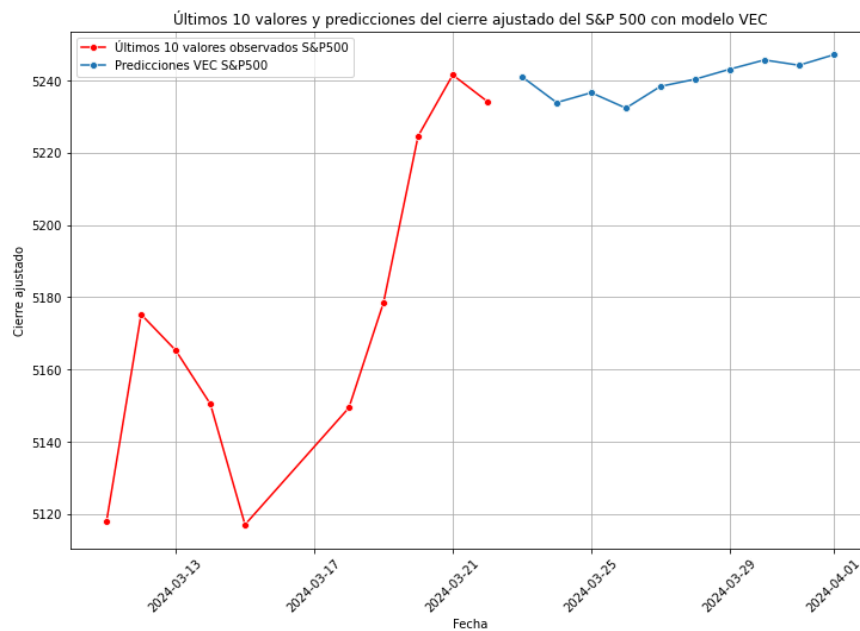


Fig 13: Representación de los últimos 10 valores observados del S&P 500 y predicciones VEC

| Det. terms outside the coint. relation & lagged endog. parameters for equation Cierre ajus SP500 |         |         |        |       |        |        |
|--|---------|---------|--------|-------|--------|--------|
|  | coef    | std err | z      | P> z  | [0.025 | 0.975] |
| L1.Cierre ajus SP500   | -0.0397 | 0.015   | -2.615 | 0.009 | -0.070 | -0.010 |
| L1.Cierre ajus VIX   | 0.5637  | 0.202   | 2.789  | 0.005 | 0.168  | 0.960  |
| L2.Cierre ajus SP500   | -0.0080 | 0.015   | -0.530 | 0.596 | -0.038 | 0.022  |
| L2.Cierre ajus VIX   | -0.2408 | 0.203   | -1.188 | 0.235 | -0.638 | 0.157  |
| L3.Cierre ajus SP500   | -0.0394 | 0.015   | -2.608 | 0.009 | -0.069 | -0.010 |
| L3.Cierre ajus VIX   | -0.6276 | 0.203   | -3.084 | 0.002 | -1.026 | -0.229 |
| L4.Cierre ajus SP500   | -0.0404 | 0.015   | -2.685 | 0.007 | -0.070 | -0.011 |
| L4.Cierre ajus VIX   | -0.1865 | 0.203   | -0.918 | 0.358 | -0.585 | 0.212  |
| L5.Cierre ajus SP500   | 0.0095  | 0.015   | 0.633  | 0.527 | -0.020 | 0.039  |
| L5.Cierre ajus VIX   | -0.0119 | 0.204   | -0.058 | 0.953 | -0.412 | 0.388  |
| L6.Cierre ajus SP500   | -0.0756 | 0.015   | -5.020 | 0.000 | -0.105 | -0.046 |
| L6.Cierre ajus VIX   | -0.3604 | 0.204   | -1.767 | 0.077 | -0.760 | 0.039  |
| L7.Cierre ajus SP500   | 0.0651  | 0.015   | 4.331  | 0.000 | 0.036  | 0.095  |
| L7.Cierre ajus VIX   | 0.0541  | 0.203   | 0.267  | 0.790 | -0.344 | 0.452  |
| L8.Cierre ajus SP500   | -0.0464 | 0.015   | -3.087 | 0.002 | -0.076 | -0.017 |
| L8.Cierre ajus VIX   | 0.2191  | 0.203   | 1.080  | 0.280 | -0.179 | 0.617  |
| L9.Cierre ajus SP500   | 0.0939  | 0.015   | 6.258  | 0.000 | 0.065  | 0.123  |
| L9.Cierre ajus VIX   | 0.1675  | 0.202   | 0.830  | 0.407 | -0.228 | 0.563  |
| L10.Cierre ajus SP500  | -0.0400 | 0.015   | -2.655 | 0.008 | -0.069 | -0.010 |
| L10.Cierre ajus VIX  | -0.4461 | 0.200   | -2.228 | 0.026 | -0.839 | -0.054 |
| Det. terms outside the coint. relation & lagged endog. parameters for equation Cierre ajus VIX   |         |         |        |       |        |        |

Fig 14: Coeficientes estimados del modelo VEC

En primer lugar vemos los coeficientes estimados para cada una de las variables endógenas en el modelo. Cada coeficiente indica la relación entre una variable en un período de tiempo y las mismas variables en períodos anteriores. Los términos “L1”, “L2”, etc indican los rezagos.

En segundo lugar podemos encontrar los determinantes fuera de la relación de cointegración. Coeficientes que reflejan los efectos de las variables exógenas y los rezagos de las variables endógenas en las mismas variables endógenas en el periodo actual. Por ejemplo, “L1.Cierre ajus SP500” y “L1.Cierre ajus VIX” indican cómo influyen las variables “Cierre ajus SP500” y “Cierre ajus VIX” en sí mismas un período después.



|                       | coef       | std err | z      | P> z  | [0.025 | 0.975]    |
|-----------------------|------------|---------|--------|-------|--------|-----------|
| L1.Cierre ajus SP500  | 0.0007     | 0.001   | 0.654  | 0.513 | -0.001 | 0.003     |
| L1.Cierre ajus VIX    | -0.1357    | 0.015   | -8.971 | 0.000 | -0.165 | -0.106    |
| L2.Cierre ajus SP500  | -0.0007    | 0.001   | -0.581 | 0.561 | -0.003 | 0.002     |
| L2.Cierre ajus VIX    | -0.0709    | 0.015   | -4.674 | 0.000 | -0.101 | -0.041    |
| L3.Cierre ajus SP500  | -0.0004    | 0.001   | -0.327 | 0.743 | -0.003 | 0.002     |
| L3.Cierre ajus VIX    | -0.0368    | 0.015   | -2.419 | 0.016 | -0.067 | -0.007    |
| L4.Cierre ajus SP500  | -0.0021    | 0.001   | -1.840 | 0.066 | -0.004 | 0.000     |
| L4.Cierre ajus VIX    | -0.1005    | 0.015   | -6.615 | 0.000 | -0.130 | -0.071    |
| L5.Cierre ajus SP500  | 0.0015     | 0.001   | 1.313  | 0.189 | -0.001 | 0.004     |
| L5.Cierre ajus VIX    | -0.0050    | 0.015   | -0.328 | 0.743 | -0.035 | 0.025     |
| L6.Cierre ajus SP500  | 0.0021     | 0.001   | 1.849  | 0.064 | -0.000 | 0.004     |
| L6.Cierre ajus VIX    | -0.0236    | 0.015   | -1.545 | 0.122 | -0.053 | 0.006     |
| L7.Cierre ajus SP500  | -0.0023    | 0.001   | -2.045 | 0.041 | -0.005 | -9.62e-05 |
| L7.Cierre ajus VIX    | -0.0612    | 0.015   | -4.027 | 0.000 | -0.091 | -0.031    |
| L8.Cierre ajus SP500  | 0.0025     | 0.001   | 2.208  | 0.027 | 0.000  | 0.005     |
| L8.Cierre ajus VIX    | -0.0199    | 0.015   | -1.308 | 0.191 | -0.050 | 0.010     |
| L9.Cierre ajus SP500  | -5.691e-05 | 0.001   | -0.051 | 0.960 | -0.002 | 0.002     |
| L9.Cierre ajus VIX    | 0.0279     | 0.015   | 1.847  | 0.065 | -0.002 | 0.057     |
| L10.Cierre ajus SP500 | 0.0054     | 0.001   | 4.758  | 0.000 | 0.003  | 0.008     |
| L10.Cierre ajus VIX   | 0.0855     | 0.015   | 5.704  | 0.000 | 0.056  | 0.115     |

Fig 15: Determinantes fuera de la relación de cointegración modelo VEC

Estos términos capturan los ajustes a corto plazo en las variables endógenas debido a cambios en las variables exógenas.

Se muestran además los coeficientes de carga. Coeficientes que muestran cómo se combinan linealmente las variables endógenas para formar la variable de corrección de errores “EC”. Por ejemplo, “ec1” representa la combinación lineal de las variables endógenas para formar la primera variable de corrección de errores. Los coeficientes indican la fuerza y dirección de la relación de cointegración de largo plazo entre las variables endógenas.

Por último, se muestran también las relaciones de integración bajo la sección “Cointegration relations for loading coefficients-column1”. Estos coeficientes muestran los pesos asociados con las combinaciones lineales de las variables endógenas que forman la relación de cointegración. Por ejemplo, “beta.1” y “beta.2” representan los pesos asociados con las variables endógenas en la primera relación de cointegración. Estos coeficientes capturan la relación de largo plazo entre las variables endógenas

| Loading coefficients (alpha) for equation Cierre ajus SP500 |           |          |        |       |           |         |
|---|-----------|----------|--------|-------|-----------|---------|
|   | coef      | std err  | z      | P> z  | [0.025    | 0.975]  |
| ec1   | 0.0003    | 0.000    | 1.836  | 0.066 | -2.29e-05 | 0.001   |
| Loading coefficients (alpha) for equation Cierre ajus VIX   |           |          |        |       |           |         |
|   | coef      | std err  | z      | P> z  | [0.025    | 0.975]  |
| ec1   | 4.173e-05 | 1.39e-05 | 3.003  | 0.003 | 1.45e-05  | 6.9e-05 |
| Cointegration relations for loading-coefficients-column 1   |           |          |        |       |           |         |
|   | coef      | std err  | z      | P> z  | [0.025    | 0.975]  |
| beta.1  | 1.0000    | 0        | 0      | 0.000 | 1.000     | 1.000   |
| beta.2  | -68.8901  | 9.394    | -7.333 | 0.000 | -87.302   | -50.478 |

Fig 16: Coeficientes de carga y relaciones de integración modelo VEC

En resumen, cada sección nos proporciona información sobre diferentes aspectos del modelo VEC ajustado, incluyendo los efectos de los rezagos, los ajustes a corto plazo, las combinaciones lineales para formar la variable de corrección de errores y las relaciones de cointegración de largo plazo entre las variables endógenas.

Me detengo algo más en el caso de este modelo concreto ya que lo considero el más completo e interesante de analizar en detalle como versión mejorada de los modelos VAR.

```
# Asegurarse de que los DataFrames estén en el mismo orden
sp500 = sp500.sort_index(ascending=True)
vix = vix.sort_index(ascending=True)

# Unir los DataFrames en uno solo
df = pd.concat([sp500, vix], axis=1)

# Verificar tipos de datos
print(df.dtypes)

# Convertir tipos de datos si es necesario
df = df.apply(pd.to_numeric, errors='coerce')

# Eliminar filas con NaNs si es necesario
df = df.dropna()

# Utilizar select_order para encontrar el orden óptimo
model_order = select_order(df, maxlags=10)

# Crear y ajustar el modelo VEC con el orden óptimo
model = VECM(df, k_ar_diff=model_order.aic)
results = model.fit()

# Ver resumen del modelo
print(results.summary())

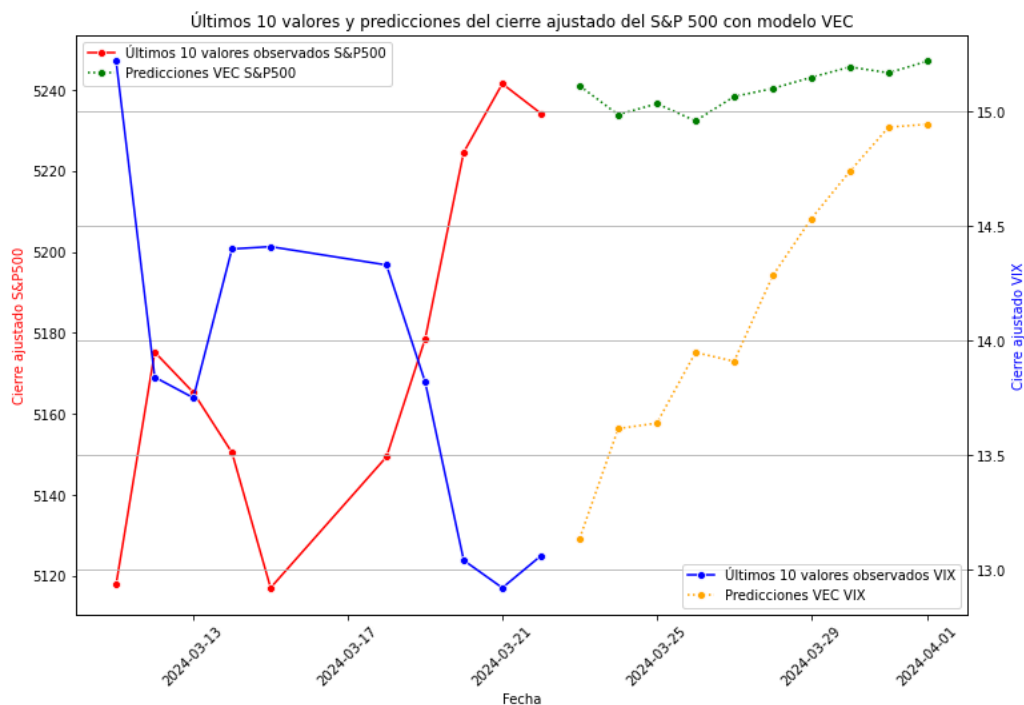
# Extraer los residuos del modelo VEC
residuos = results.resid
```

*Fig 17: Código en python para el ajuste de modelo VEC*

Computacionalmente, se busca por medio del criterio de información de Akaike (AIC) el orden diferencial óptimo del modelo. El orden diferencial, se refiere a la cantidad de veces que se diferencia cada una de las series que componen el sistema antes de modelar la relación de cointegración entre ellas. Determinar el orden diferencial óptimo implica seleccionar el número apropiado de diferenciaciones para cada serie temporal para que el modelo resultante sea estacionario y tenga un buen ajuste a los datos. El criterio de información como el AIC mencionado en el código que se muestra a continuación es a menudo utilizado para seleccionar el modelo diferencial óptimo.

Este criterio busca equilibrar la complejidad del modelo con su capacidad para explicar los datos, seleccionando el orden que minimiza la información perdida.

Si realizamos de nuevo predicciones para ambas series y las representamos gráficamente obtenemos el siguiente resultado.



*Fig 18: Representación de los últimos 10 valores observados del S&P 500 - XIV y predicciones VEC*

Otro análisis que podemos llevar a cabo es el análisis de correlaciones con el ánimo de analizar de una manera más analítica esa relación que denominamos inversa y simétrica.

Algo muy sencillo de hacer es calcular la correlación entre los retornos de ambos índices. Si calculamos los retornos de las series y después sus correlaciones

```
##### CORRELACIONES RETORNOS ACTIVOS-VIX

# Calcular los rendimientos diarios de los activos del S&P 500
snp_returns = snp_prices.pct_change()

# Calcular los rendimientos diarios del VIX
vix_returns = vix_prices.pct_change()

# Calcular la correlación entre los rendimientos diarios de cada activo individual y los rendimientos diarios del VIX
correlations = snp_returns.corrwith(vix_returns)

# Imprimir las correlaciones
print(correlations)
```

*Fig 19: Código en python para el cálculo de correlaciones de retornos*

Obtendremos un dataframe de más de 500 registros (tantos como tickers haya en el índice).

| Ticker |           |
|--------|-----------|
| A      | -0.428662 |
| AAL    | -0.332420 |
| AAPL   | -0.409707 |
| ABBV   | -0.394939 |
| ABNB   | -0.365670 |
| ...    |           |
| XYL    | -0.488236 |
| YUM    | -0.404478 |
| ZBH    | -0.406881 |
| ZBRA   | -0.411574 |
| ZTS    | -0.451768 |

*Fig 20: Data frame resultante con las correlaciones calculadas*

Y para simplificar el análisis nos quedaremos con las 10 correlaciones más altas y las 10 más pequeñas. Podemos obtener estos 20 activos de forma sencilla implementando el siguiente script.

```
##### RELACION DE LOS RENDIMIENTOS CON EL VIX TOP20
# Obtener las 10 mayores correlaciones
top_correlations = correlations.abs().nlargest(10)
# Obtener las 10 menores correlaciones
bottom_correlations = correlations.abs().nsmallest(10)
# Combinar los activos de interés
assets_of_interest = top_correlations.index.tolist() + bottom_correlations.index.tolist()
# Calcular la correlación entre los rendimientos diarios de los activos seleccionados y los rendimientos diarios del VIX
correlations_selection = snp_returns[assets_of_interest].corrwith(vix_returns)
```

*Fig 21: Código en python para la extracción de los 20 activos con mayor y menor correlación con el VIX*

Si ejecutamos en consola un print() podemos ver la lista de los activos con mayor y menor correlación con el VIX

```
In [6]: print(assets_of_interest)
['AMP', 'BEN', 'TROW', 'ITW', 'PH', 'DOV', 'TEL', 'DHR', 'ETN', 'EMR', 'NEM', 'MRNA', 'KVUE', 'AMCR', 'PCG', 'EQIX', 'CPB', 'KR', 'CLX', 'ENPH']
```

*Fig 22: Lista resultante con los ticker de los activos con mayor y menor correlación con el VIX*

Y podemos también representar gráficamente sus desempeños.

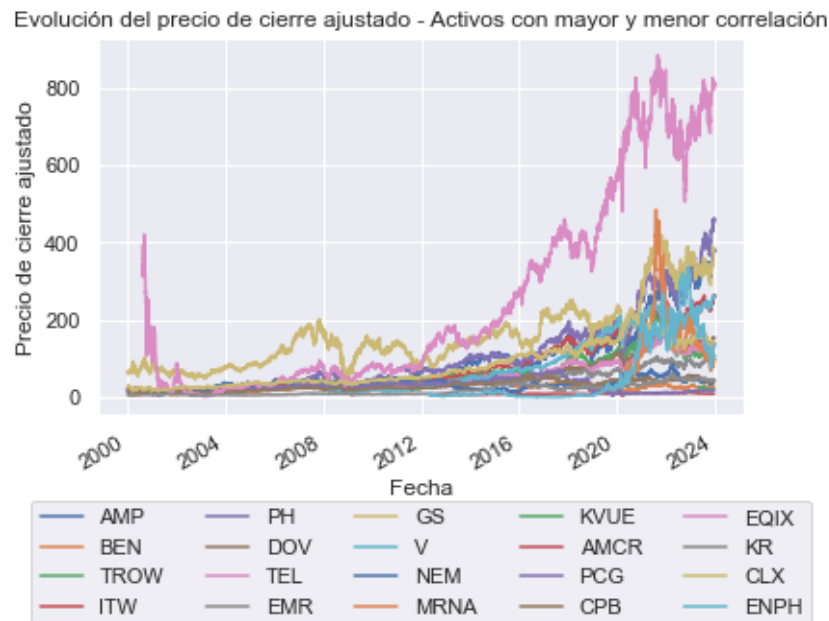


Fig 23: Evolución de los 20 activos con mayor y menor correlación con el VIX

Además podemos representar en un gráfico de barras las correlaciones que previamente habíamos calculado.

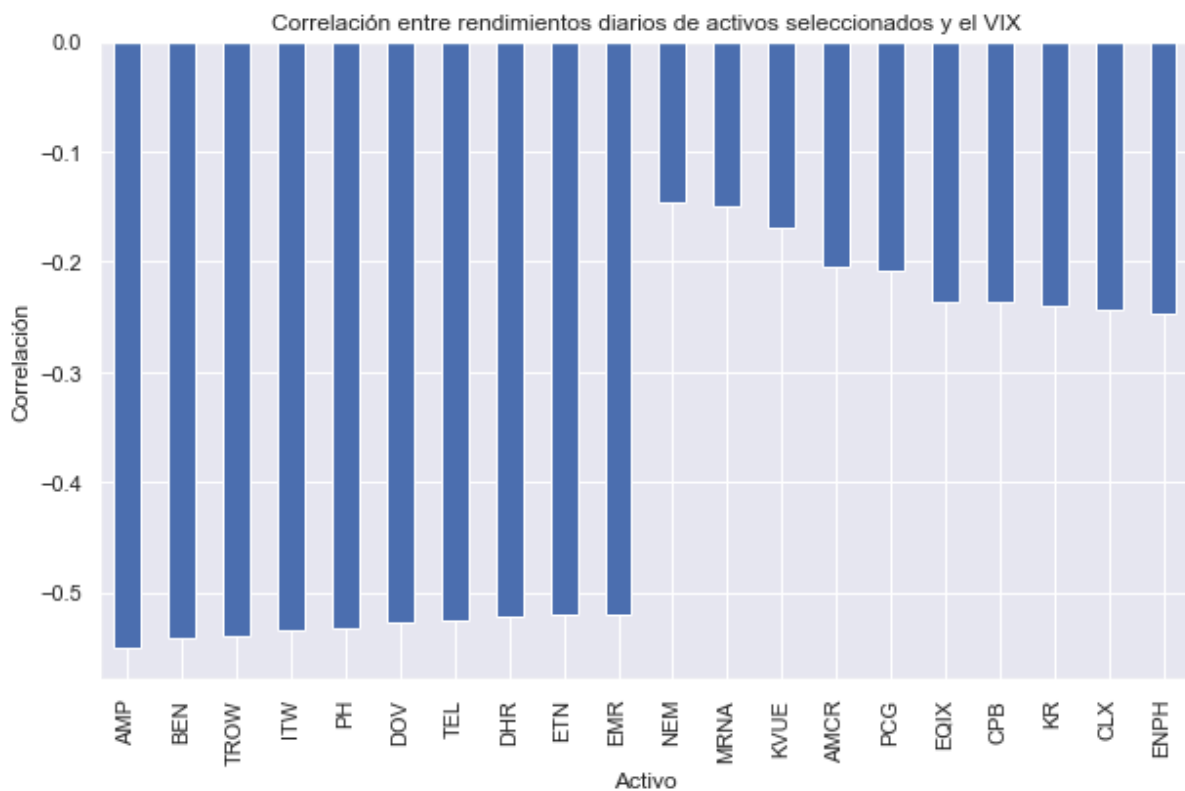


Fig 24: Representación gráfica de las correlaciones de los activos y el VIX

Una cosa que podemos sacar en claro de un primer vistazo a este último gráfico es que absolutamente todas las correlaciones son negativas. En mayor o menor grado pero todas

negativas y así lo demuestran los 10 activos con mayor correlación. Esto nos confirma lo que ya apreciamos visualmente al representar las series y es que se mueven de forma inversa. Algo que debemos tener en cuenta es que la correlación no implica causalidad, aunque el VIX se calcula utilizando las opciones (derivados financieros) de compra y venta del S&P500 y refleja por tanto las expectativas de los inversores en el corto plazo, existen numerosas razones que nos inducen a descartar la causalidad. Por ejemplo, que ambos índices representan aspectos diferentes del mercado financiero; mientras que el VIX mide la volatilidad esperada del mercado, el S&P500 representa el desempeño de las acciones de las empresas más grandes de EE.UU. Por otro lado, ambos índices pueden ser afectados por factores externos como noticias económicas o eventos geopolíticos; efectos que pueden influir simultáneamente en ambos índices sin ninguna relación causal. Además, la volatilidad del mercado puede influir en el comportamiento de los inversores, lo que a su vez puede afectar al valor cotizado de las acciones. Sin embargo, esto no significa que un cambio en la volatilidad cause directamente un cambio en el precio de las acciones o viceversa.

No obstante, no niego la posibilidad de existencia de causalidad, pese a no estar nada clara su dirección. ¿Qué causa qué?. ¿Una caída en la cotización de las acciones dispara la volatilidad?, o por el contrario, ¿que se dispare la volatilidad causa un desplome en el precio de las acciones?. Es precisamente este tipo de disyuntivas y debates lo que entraña la verdadera dificultad de la economía como campo de estudio. La existencia de expectativas autocumplidas, influencia de factores psicológicos y las dinámicas transformaciones de las preferencias y restricciones de los agentes hacen tremendamente complejo establecer cualquier ley universal o teoría científica en el marco de la investigación económica.

A continuación se analiza la correlación entre la volatilidad condicional medida con modelos ARCH(p) de los activos con mayor y menor correlación en rendimientos y el VIX.

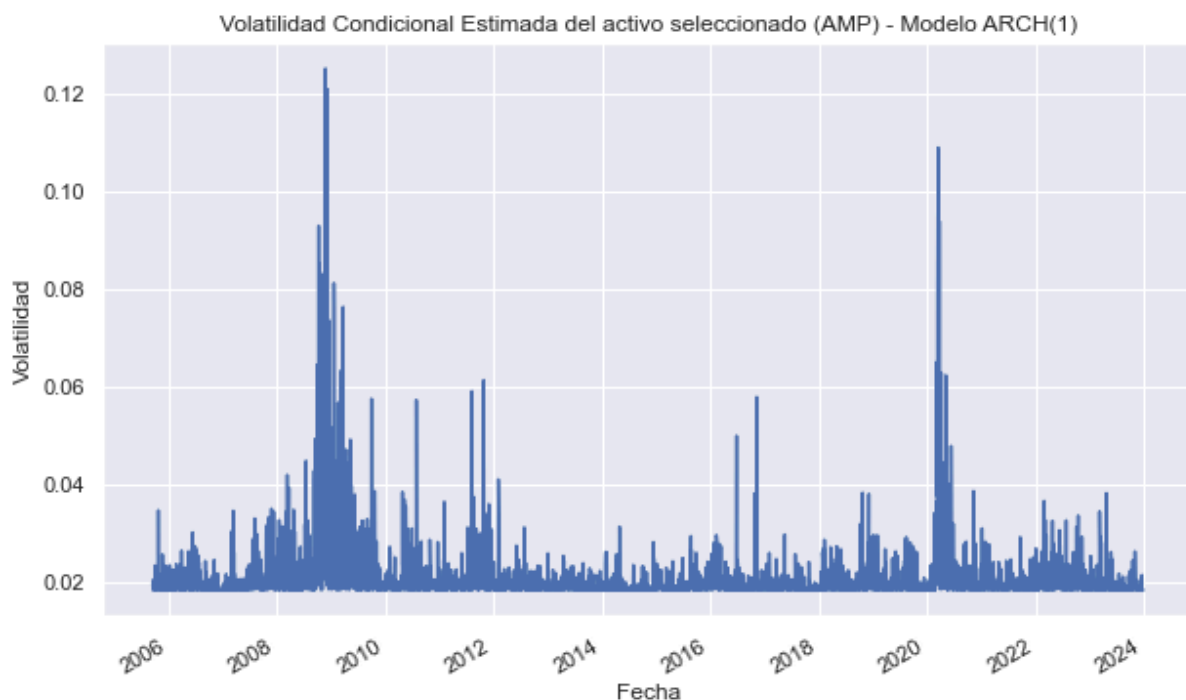
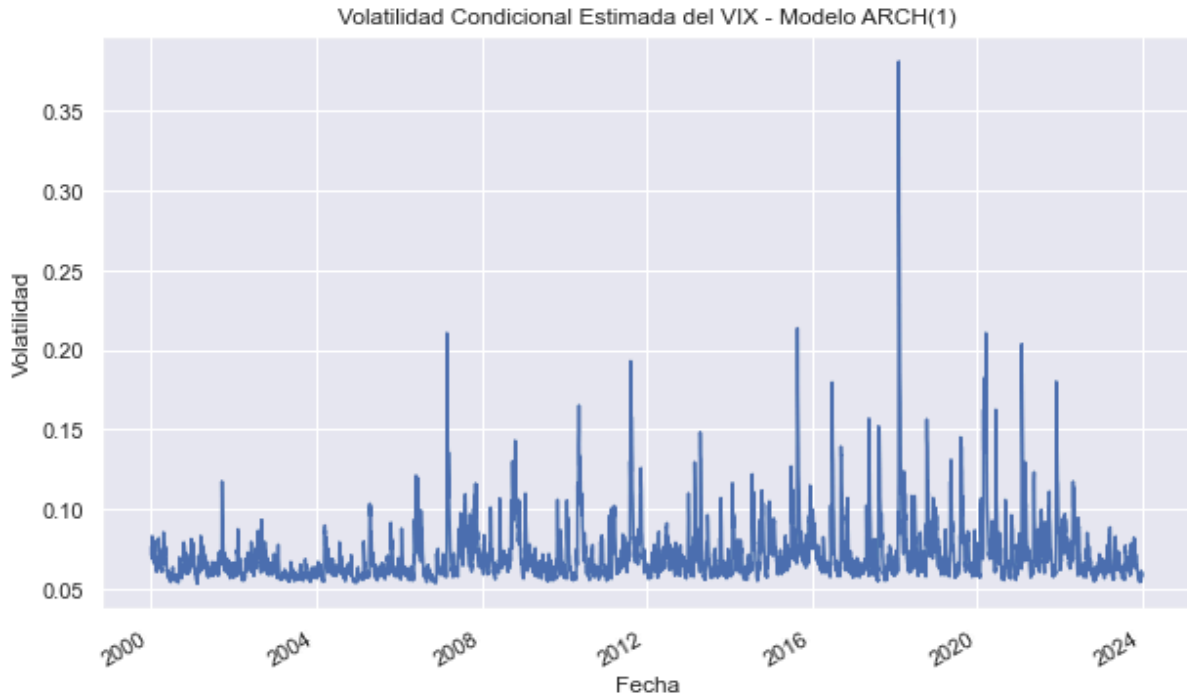


Fig 25: Volatilidad condicional estimada del activo AMP - Modelo ARCH(1)

El gráfico anterior representa la volatilidad condicional estimada para el activo con menor correlación.

Y si ajustamos otro modelo ARCH al VIX para calcular su volatilidad condicional obtenemos lo siguiente



*Fig 26: Volatilidad condicional estimada del VIX - Modelo ARCH(1)*

Para ajustar el modelo en Python, nuevamente utilizamos `from arch import arch_model`.

En el caso del activo AMP<sup>2</sup>

```
# Calcular los retornos
asset = 'AMP'

# Obtener los retornos diarios del activo seleccionado
asset_returns = snp_prices[asset].pct_change().dropna()

# Ajustar un modelo ARCH(1)
model = arch_model(asset_returns, vol='Garch', p=1, o=0, q=0, dist='Normal')
results_asset = model.fit()

# Resumen del modelo
print(results_asset.summary())

# Extraer la volatilidad condicional estimada
cond_volatility_asset = results_asset.conditional_volatility
```

Fig 27: Código en python para el ajuste del modelo ARCH(1) al activo AMP

Y para el VIX

```
# Ajustar un modelo GARCH al VIX
vix_returns = vix_prices.pct_change().dropna()

vix_model = arch_model(vix_returns, vol='Garch', p=1, o=0, q=1, dist='Normal')
results_vix = vix_model.fit()

# Extraer la volatilidad condicional estimada del VIX
cond_volatility_vix = results_vix.conditional_volatility

# Ajustar un modelo ARCH al activo seleccionado
asset_returns = snp_prices[asset].pct_change().dropna()

model_asset = arch_model(asset_returns, vol='Garch', p=1, o=0, q=0, dist='Normal')
results_asset = model_asset.fit()

# Extraer la volatilidad condicional estimada del activo seleccionado
cond_volatility_asset = results_asset.conditional_volatility
```

Fig 28: Código en python para el ajuste del modelo ARCH(1) al VIX

Y si imprimimos en consola el valor de la correlación obtenemos

```
In [28]: print("Correlación entre la volatilidad condicional de {} y la volatilidad del VIX: {}".format(asset, correlation))
Correlación entre la volatilidad condicional de AMP y la volatilidad del VIX: 0.2717048420071474
```

Fig 29: Código en python para mostrar la correlación de las volatilidades condicionales

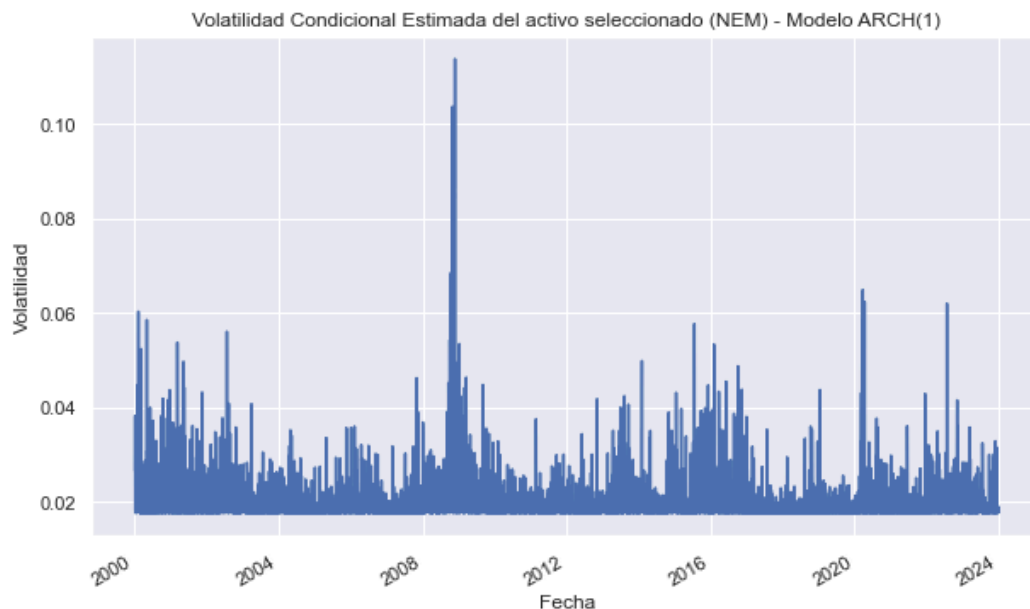
---

<sup>2</sup>Ameriprise Financial, Inc. es una empresa de servicios financieros diversificada y un holding bancario constituida en Delaware y con sede en Minneapolis, Minnesota. Proporciona productos y servicios de planificación financiera, incluida la gestión patrimonial, la gestión de activos, seguros, anualidades y planificación patrimonial.



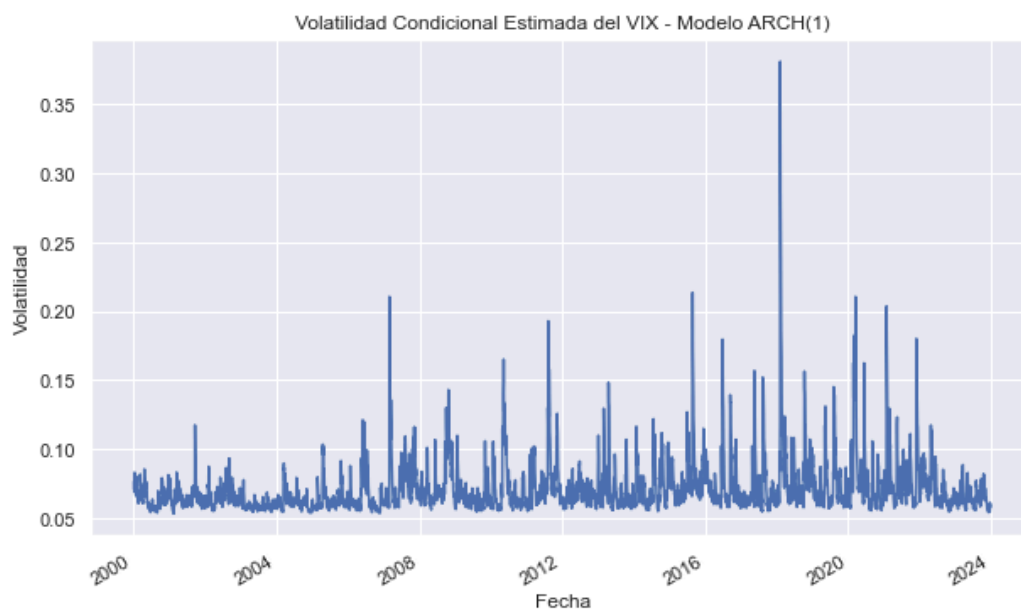
Lo cual tiene mucho sentido porque tal y como somos capaces de apreciar en los gráficos los momentos de mayor volatilidad tienden a coincidir. Es decir la correlación es positiva y vemos que por ejemplo los picos más grandes en ambos casos se dan en 2008 y 2020 coincidiendo tal y como ya se ha mencionado anteriormente en este documento con la crisis financiera global del año 2008 y la pandemia del coronavirus.

Si hacemos exactamente lo mismo pero para el activo con menor correlación de retornos, obtenemos lo siguiente.



*Fig 30: Volatilidad condicional estimada del activo NEM - Modelo ARCH(1)*

Siendo el caso de la volatilidad del VIX obviamente la misma que en el caso anterior.



*Fig 31: Volatilidad condicional estimada del VIX - Modelo ARCH(1)*

Obteniendo en este caso la correlación entre las volatilidades siguiente.

```
...: print("Correlación entre la volatilidad condicional de {} y la
volatilidad del VIX: {}".format(asset, correlation))
Correlación entre la volatilidad condicional de NEM y la volatilidad del
VIX: 0.12152149821352913
```

Fig 32: Código en python para mostrar la correlación de las volatilidades condicionales NEM-VIX

Que es menos del doble de la correlación que obtuvimos en el caso anterior. Aun así positiva confirmando de nuevo que en épocas de mayor dispersión de una serie también se da una mayor dispersión de la otra y encajando con los picos observados en las representaciones. En este segundo caso es notorio como al activo NEM<sup>3</sup> le afectó más la crisis del 2008 que la pandemia mientras que al VIX le afectó más la pandemia que la crisis del 2008.

A continuación se presenta la evolución histórica de los precios de cierre ajustados de los activos objeto de estudio.

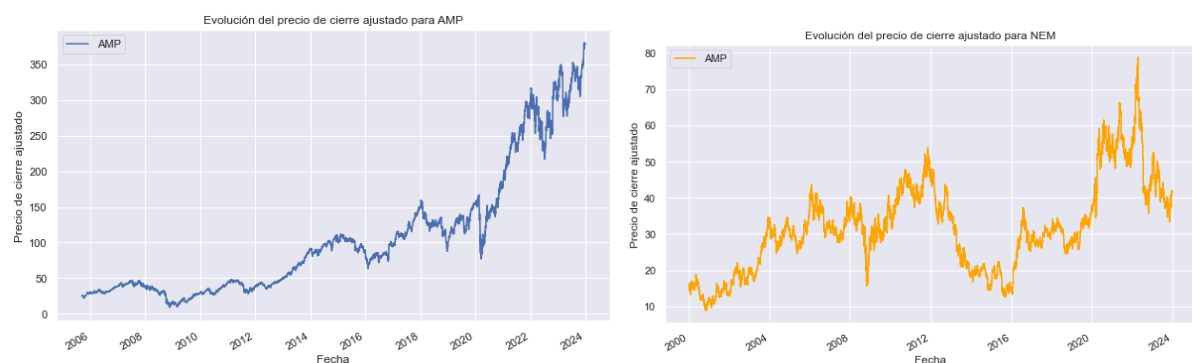


Fig 33: Evoluciones de los activos AMP y NEM. Elaboración propia

<sup>3</sup> **Newmont Mining Corporation** con sede en Denver, Colorado, es uno de los explotadores más grandes de oro en el mundo, con minas activas en Australia, EE. UU., Indonesia, Ghana, Nueva Zelanda y Perú.

Que representados en un mismo gráfico resultaría.



*Fig 34: Representación conjunta de la evolución de los activos AMP-NEM*

Por último se utiliza el método de Montecarlo, que es una técnica estadística y computacional utilizada en simulación mediante la generación de números aleatorios para estimar el comportamiento de sistemas complejos o calcular el valor de expresiones matemáticas para simular posibles escenarios futuros de volatilidad.

Así con el siguiente código, se define el número de periodos y el número de simulaciones (sendas potenciales de evolución) que posteriormente se generan mediante un bucle.

```
# Definir el número de periodos de simulación y el número de simulaciones de Montecarlo
num_periodos = 10
num_simulaciones = 120

# Simular escenarios de volatilidad utilizando Montecarlo
resultados_simulacion = []

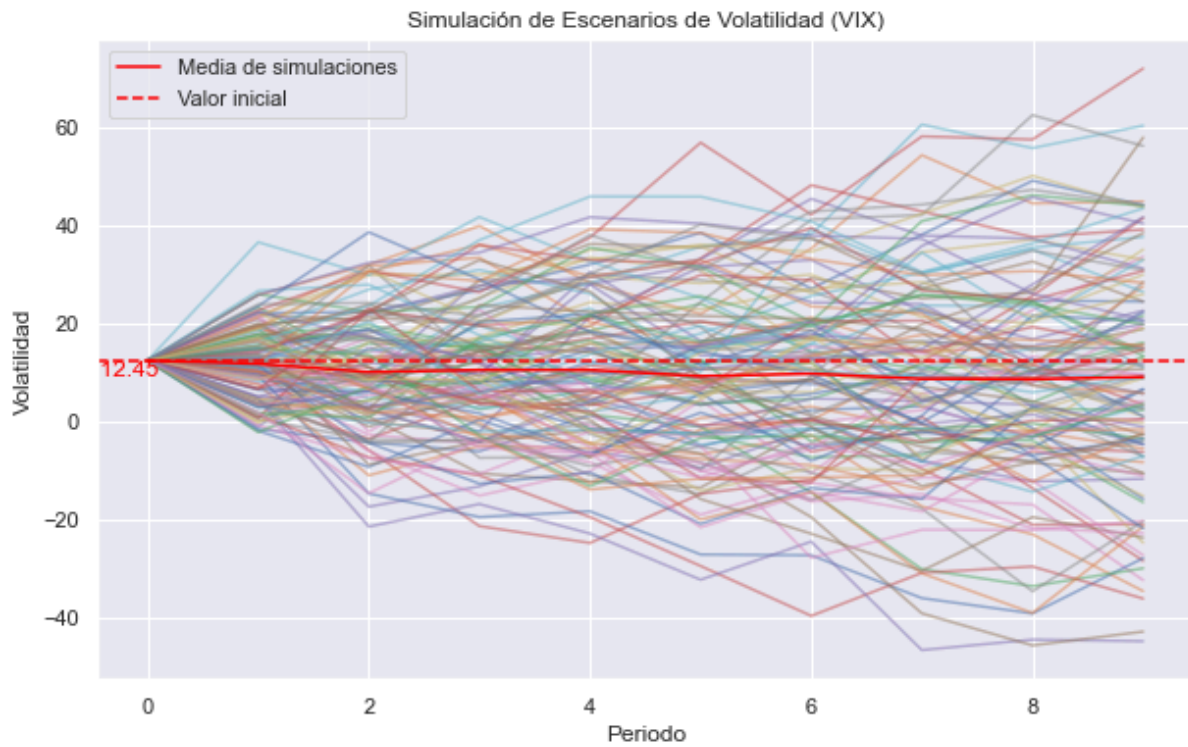
for _ in range(num_simulaciones):
    volatilidad_simulada = np.random.normal(media_vix, desviacion_vix, num_periodos)
    # Ajustar los valores para que todos comiencen desde el último valor disponible
    volatilidad_simulada[0] = ultimo_valor
    volatilidad_simulada = np.cumsum(volatilidad_simulada)
    resultados_simulacion.append(volatilidad_simulada)

# Convertir resultados a un array de NumPy
resultados_simulacion = np.array(resultados_simulacion)

# Calcular la media de todas las simulaciones
simulacion_media = np.mean(resultados_simulacion, axis=0)
```

*Fig 35: Código en python para la implementación de una simulación de escenarios de volatilidad. Técnica Montecarlo*

Y podemos representar las predicciones futuras para la evolución del VIX en los próximos 10 periodos.



*Fig 36: Representación de las distintas sendas potenciales de volatilidad estimadas por Montecarlo. Elaboración propia*

## CONCLUSIONES

En este estudio, exploramos la relación entre el índice de volatilidad del mercado, representado por el VIX, y el índice bursátil de referencia, el S&P500, mediante el empleo de distintas metodologías econométricas. Nuestro análisis se centró en los modelos ARCH, VAR y VEC para capturar diferentes aspectos de la dinámica entre estas dos variables clave.

En primer lugar, al aplicar el modelo ARCH, pudimos examinar la volatilidad condicional de cada serie por separado e incluso del caso concreto de determinados activos. Observamos que tanto el VIX como el S&P500 exhiben comportamientos que varían con el tiempo, lo que sugiere la presencia de fluctuaciones significativas en el mercado que pueden influir en las decisiones de inversión.

Luego, mediante el modelo VAR, exploramos la relación de causalidad entre el VIX y el S&P500. Nuestros resultados indicaron la existencia de una relación bidireccional entre estas dos variables, lo que implica que movimientos en el índice de volatilidad pueden afectar al rendimiento del mercado y viceversa. Este hallazgo destaca la interconexión entre la percepción del riesgo y el comportamiento del mercado de valores.

Finalmente, al emplear el modelo VEC, profundizamos en las relaciones de equilibrio a corto plazo y largo plazo entre el VIX y el S&P500. Descubrimos que, si bien existen ajustes a corto plazo para corregir cualquier desequilibrio entre estas dos series, también hay evidencia de una relación de equilibrio a largo plazo.

En conjunto, nuestros resultados resaltan la compleja interacción entre la volatilidad del mercado y el rendimiento bursátil, así como la importancia de considerar tanto aspectos de corto como de largo plazo al analizar la relación entre el VIX y el S&P500. Estas conclusiones proporcionan una base sólida para comprender mejor la dinámica del mercado financiero y pueden ser útiles para los inversores y analistas en la toma de decisiones.

## REFLEXIÓN PERSONAL

La realización de este trabajo ha sido una experiencia de aprendizaje enriquecedora. A lo largo del proceso, he adquirido un entendimiento más profundo de las técnicas de predicción y simulación aplicadas a la economía y los mercados financieros. La exploración de modelos econométricos como ARCH, VAR y VEC me ha permitido no solo comprender su estructura y funcionamiento, sino también aplicar estos modelos a datos reales y analizar su efectividad en la predicción de la volatilidad del mercado.

El desarrollo de las habilidades en programación, particularmente en Python, ha sido otro aspecto crucial de mi aprendizaje. Implementar estas técnicas y modelos en un entorno de programación práctica me ha proporcionado una comprensión tangible de cómo las teorías estadísticas se traducen en herramientas útiles para la toma de decisiones económico-financieras.

Las conclusiones derivadas de este estudio son sólidas. A través de un análisis exhaustivo de la relación entre el VIX y el S&P500, he podido identificar patrones y comportamientos que pueden ser cruciales para anticipar movimientos futuros del mercado. La validación de los modelos utilizados y la comparación de los resultados obtenidos con datos históricos respaldan la fiabilidad de las técnicas empleadas.

En resumen, este trabajo no sólo ha ampliado mis conocimientos teóricos y prácticos en el ámbito de la economía y las finanzas, sino que también ha fortalecido mi capacidad para abordar problemas complejos con rigor metodológico. Las conclusiones obtenidas ofrecen una base sólida para futuras investigaciones y aplicaciones en la gestión del riesgo financiero.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Benito Muela, Sonia, Carmen López Martín, Laura García Jorcano, Raquel Arguedas Sanz. *Gestión de Riesgo de Mercado: Métodos Avanzados para su Cuantificación y Control*. UNED, 9788436277203.
2. Pulido, Antonio, y Ana López. *Predicción y Simulación Aplicada a la Economía y Gestión de Empresas*. Pirámide, 9788436277203.