

Лабораторная работа №1

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ

В НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ ЗАДАЧАХ

НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ЭКСПЕРТНОГО АНАЛИЗА

Цель работы:

- изучение методов экспертного анализа, включая процедуры сбора экспертных оценок, их проверки и обработки;
- изучение возможностей применения методов экспертного анализа для поддержки принятия управленческих решений.

1.1 Общая характеристика и классификация методов экспертного анализа

Все виды задач, связанных с принятием решений, в зависимости от возможностей математического описания (формализации) можно разделить на следующие виды:

- хорошо структурированные задачи - могут быть выражены формально (т.е. в виде уравнений, неравенств и т.д.). Такие задачи решаются на основе методов математического программирования, например, линейного программирования;
- неструктурированные задачи - описываются только на содержательном уровне (в словесной форме);
- слабоструктурированные задачи - содержат как количественные, так и качественные элементы.

Методы экспертного анализа (экспертных оценок) предназначены в основном для решения неструктурированных задач. Эти методы могут применяться и для решения задач других видов, если математическое описание (формализация) задачи невозможно или очень сложно.

Методы экспертного анализа представляют собой совокупность процедур, направленных на получение от специалиста (эксперта) информации, необходимой для принятия решения. Эти методы основаны на опыте, знаниях и интуиции специалистов-экспертов. Процесс принятия решения на основе этих методов не является строго формализованным и упорядоченным. Сам эксперт не всегда может четко объяснить процесс решения проблемы. Информация, полученная от экспертов, подвергается обработке на основе математических (статистических) методов.

Процесс принятия решения на основе методов экспертного анализа включает следующие основные этапы:

- определение цели экспертизы;
- формирование группы экспертов;
- разработка сценария и процедур экспертизы;
- сбор и анализ экспертной информации;
- проверка экспертной информации на непротиворечивость;

- обработка экспертной информации;
- анализ результатов экспертизы и принятие решения.

Классификация методов экспертного анализа приведена в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Классификация методов экспертного анализа

Признак для классификации	Виды методов экспертного анализа	Описание	Примеры
Количество участвующих экспертов	Индивидуальные	Решение принимается на основе суждений одного эксперта	Алгоритм Саати
	Коллективные	Решение принимается на основе суждений группы экспертов	Метод ранга, метод предпочтений, метод Дельфи, метод мозгового штурма
Количество этапов получения и обработки информации	Одноэтапные	Выполняется обработка информации, полученной от экспертов, и на ее основе принимается решение	Алгоритм парных сравнений для группы экспертов
	Многоэтапные	В случае существенного расхождения мнений экспертов производится их уточнение и согласование	Метод Дельфи
Результаты экспертизы	Методы обработки альтернатив	Результат – решение, подготовленное экспертами	Метод мозгового штурма
	Методы анализа альтернатив	Результат – выбор лучшего из решений, предложенных экспертам для анализа	Метод парных сравнений, метод ранга, метод предпочтений
	Методы прогнозирования	Результат – прогноз состояния некоторого объекта или процесса	Метод Дельфи

Методы экспертного анализа применяются для решения следующих задач:

- разработка и оценка экономических и технических проектов и программ (включая оценку их эффективности, стоимости, трудоемкости, сроков реализации и т.д.) и выбор лучших вариантов;
- оценка качества продукции и новой техники;
- научно-техническое и экономическое прогнозирование;
- перспективное и текущее планирование;
- классификация объектов по определенным признакам;
- выбор критериев в задачах многокритериального выбора решений и оценка важности этих критериев.

Ниже рассматривается реализация некоторых методов экспертных оценок и примеры их применения для принятия решений.

1.2 Методы парных сравнений. Метод Саати

Метод парных сравнений основан на попарном сравнении альтернатив. Для каждой пары альтернатив эксперт указывает, какая из альтернатив предпочтительнее (лучше, важнее и т.д.). Существует ряд алгоритмов, реализующих метод парных сравнений: они различаются по количеству используемых экспертных оценок (индивидуальные и коллективные оценки), по шкалам сравнения альтернатив и т.д. В данной работе рассматривается наиболее известный и получивший наибольшее практическое применение метод парных сравнений – метод Саати.

Метод Саати основан на сравнении альтернатив, выполняемом одним экспертом. Для каждой пары альтернатив эксперт указывает, в какой степени одна из них предпочтительнее другой.

Рассмотрим применение этого метода на следующем примере.

Пример 1.1 – Предприятие выбирает основной вид рекламы для новой продукции. Предлагаются четыре возможных вида: реклама на телевидении (обозначим ее как A_1), на радио (A_2), в газете (A_3), на стендах (A_4). Решение о выборе вида рекламы принимается на основе консультации с экспертом.

Решение на основе метода Саати принимается в следующем порядке.

1 Экспертом заполняется матрица парных сравнений размером $N \times N$, где N – количество альтернатив. Матрица заполняется по правилам, приведенным в таблице 1.2.

Таблица 1.2 - Правила заполнения матрицы парных сравнений по методу Саати

X_{ij}	Значение
1	i -я и j -я альтернативы примерно равноценны
3	i -я альтернатива немного предпочтительнее j -й
5	i -я альтернатива предпочтительнее j -й
7	i -я альтернатива значительно предпочтительнее j -й
9	i -я альтернатива явно предпочтительнее j -й

Если i -я альтернатива менее предпочтительна, чем j -я, то указываются обратные оценки ($1/3, 1/5, 1/7, 1/9$). Могут использоваться промежуточные оценки ($2, 4, 6, 8$ и $1/2, 1/4, 1/6, 1/8$); например, если i -я альтернатива совсем немного лучше j -й, то можно использовать оценку $X_{ij}=2$ (тогда $X_{ji}=1/2$). На главной диагонали ставятся единицы.

Пусть эксперт заполнил матрицу парных сравнений, как показано в таблице 1.3.

Таблица 1.3 - Матрица парных сравнений

	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1	7	3	9
A_2	1/7	1	1/5	3
A_3	1/3	5	1	5
A_4	1/9	1/3	1/5	1

Здесь, например, элемент $X_{14}=9$ означает, что реклама на телевидении, по мнению эксперта, явно более эффективна, чем реклама на стендах. Элемент $X_{23}=1/5$ означает, что реклама на радио менее эффективна, чем реклама в газетах. Элемент $X_{24}=3$ означает, что реклама на радио немного более эффективна, чем реклама на стендах.

2 Находятся цены альтернатив - средние геометрические строк матрицы:

$$C_i = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N X_{ij}}, \quad i=1, \dots, N,$$

Это означает, что элементы строки перемножаются, и из их произведения извлекается корень N -й степени.

Для данного примера:

$$C_1 = \sqrt[4]{1 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9} = 3,71, \quad C_2 = \sqrt[4]{(1/7) \cdot 1 \cdot (1/5) \cdot 3} = 0,54, \quad C_3 = 1,7, \quad C_4 = 0,29$$

Примечание – Для упрощения расчетов в качестве цен альтернатив можно использовать суммы строк матрицы сравнений.

3 Находится сумма цен альтернатив:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i.$$

В данном примере $C = 3,71 + 0,54 + 1,7 + 0,29 = 6,24$.

4 Находятся веса альтернатив:

$$V_i = C_i / C, \quad i=1, \dots, N.$$

$V_1 = 3,71/6,24 = 0,595$; $V_2 = 0,4/6,24 = 0,087$; $V_3 = 1,7/6,24 = 0,272$; $V_4 = 0,29/6,24 = 0,047$.

Наиболее предпочтительной, по мнению эксперта, является альтернатива, имеющая максимальный вес.

Таким образом, по мнению эксперта, наиболее эффективной является реклама на телевидении; следующая за ней - реклама в газетах, менее эффективна реклама на радио, наименее эффективна реклама на стендах.

Проверка экспертных оценок на непротиворечивость. Проверка позволяет выявить ошибки, которые мог допустить эксперт при заполнении матрицы парных сравнений. Ошибки (противоречия) могут быть следующими: например, эксперт указывает, что альтернатива A_1 хуже, чем A_2 , а альтернатива A_2 хуже, чем A_3 ; но при этом эксперт указывает также, что A_1 лучше, чем A_3 . Пример матрицы парных сравнений, содержащей такую ошибку, приведен в таблице 1.4. Возможны также ошибки следующего вида: эксперт указывает, что альтернатива A_1 *значительно* хуже, чем A_2 , а альтернатива A_2 *значительно* хуже, чем A_3 , но при этом эксперт указывает также, что A_1 лишь *немного* хуже, чем A_3 . Пример матрицы парных сравнений с такой ошибкой приведен в таблице 1.5.

Таблица 1.4 – Первый пример ошибки в заполнении матрицы парных сравнений

	A_1	A_2	A_3
A_1	1	1/3	2
A_2	3	1	1/5
A_3	1/2	5	1

Таблица 1.5 – Второй пример ошибки в заполнении матрицы парных сравнений

	A_1	A_2	A_3
A_1	1	1/7	1/3
A_2	7	1	1/6
A_3	3	6	1

Рассмотрим проверку на непротиворечивость для задачи о выборе вида рекламы.

1 Находятся суммы столбцов матрицы парных сравнений:

$$R_j = \sum_{i=1}^N X_{ij}, \quad j=1, \dots, N.$$

$$R_1 = (1+1/7+1/3+1/9) = 1,588; R_2 = 13,333; R_3 = 4,4; R_4 = 18.$$

2 Рассчитывается вспомогательная величина λ путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:

$$\lambda = \sum_{j=1}^N R_j \cdot V_j.$$

$$\lambda = 1,588 \cdot 0,594 + 13,333 \cdot 0,087 + 4,4 \cdot 0,272 + 18 \cdot 0,047 = 4,07.$$

3 Находится величина, называемая индексом согласованности (*ИС*):

$$ИС = (\lambda - N) / (N - 1).$$

Для данного примера $ИС = (4,07 - 4) / (4 - 1) = 0,023$.

4 В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности (*СлС*). Значения *СлС* приведены в таблице 1.6.

Таблица 1.6 – Величины случайной согласованности

Размерность матрицы	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>СлС</i>	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

В данном примере (для $N=4$) $СлС=0,90$.

5. Находится отношение согласованности:

$$ОС = ИС / СлС.$$

Если отношение согласованности превышает 0,2, то требуется уточнение матрицы парных сравнений.

В данном примере $ОС = 0,023 / 0,9 = 0,024$. Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

1.3 Метод предпочтений

Метод основан на ранжировании альтернатив, выполняемом группой экспертов. Каждый из экспертов (независимо от других) выполняет ранжирование альтернатив, т.е. указывает, какая из альтернатив, по его мнению, является лучшей, какая - следующей за ней, и т.д.

Рассмотрим этот метод на следующем примере.

Пример 1.2 – В ходе разработки плана мероприятий по повышению эффективности производства возникает задача определения степени влияния различных факторов на производительность труда. Требуется оценить влияние на рост производительности труда следующих факторов:

- уровень профессиональной подготовки рабочих;
- соблюдение технологической дисциплины;
- эффективность материальных стимулов;
- эффективность организации соревнования;
- технологическое перевооружение.

Оценка влияния факторов на производительность труда выполняется четырьмя экспертами - ведущими специалистами предприятия.

Обозначим указанные выше факторы как A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 соответственно.

Степень влияния факторов на производительность труда оценивается по методу предпочтений в следующем порядке.

1 Каждому эксперту предлагается выполнить ранжирование альтернатив по предпочтению. В данном примере каждый эксперт присваивает номер 1 фактору, который (по его мнению) оказывает наибольшее влияние на рост производительности труда; 2 - следующему по важности фактору, и т.д. Оценки, указанные экспертами, сводятся в таблицу (матрицу) размером $M \times N$, где M - количество экспертов, N - количество альтернатив (в данном примере - количество факторов роста производительности труда). Обозначим эти оценки как X_{ij} , $i=1,...,M, j=1,...,N$.

Пусть, например, экспертами составлена матрица оценок, приведенная в таблице 1.7.

Таблица 1.7 – Матрица экспертных оценок для метода предпочтений

Эксперты	Альтернативы (факторы)				
	A1	A2	A3	A4	A5
1	2	1	3	5	4
2	2	3	1	5	4
3	1	3	2	5	4
4	2	1	4	5	3

Здесь, например, первый эксперт считает, что наибольшее влияние на рост производительности труда может оказать соблюдение технологической дисциплины; следующий по важности фактор - уровень профессиональной подготовки рабочих, затем - эффективность материальных стимулов, технологическое перевооружение, эффективность организации соревнования. Второй эксперт считает самым важным фактором эффективность материальных стимулов; следующий по важности фактор - уровень профессиональной подготовки рабочих, затем - соблюдение технологической дисциплины, технологическое перевооружение, эффективность организации соревнования.

2 Производится преобразование матрицы оценок по формуле:

$$B_{ij} = N - X_{ij}, \quad i=1,...,M, j=1,...,N.$$

Это означает, что каждая экспертная оценка вычитается из количества альтернатив.

Для данного примера получена матрица, приведенная в таблице 1.8.

Таблица 1.8 – Преобразованная матрица экспертных оценок для метода предпочтений

Эксперты	Альтернативы (факторы)				
	A1	A2	A3	A4	A5
1	3	4	2	0	1
2	3	2	4	0	1
3	4	2	3	0	1
4	3	4	1	0	2

Например, $B_{12} = 5 - X_{12} = 5 - 1 = 4$.

3 Находятся суммы преобразованных оценок по каждой из альтернатив:

$$C_j = \sum_{i=1}^M B_{ij}, \quad j=1, \dots, N.$$

В данном примере $C_1=3+3+4+3=13$; $C_2=4+2+2+4=12$; $C_3=10$; $C_4=0$; $C_5=5$.

4 Находится сумма всех оценок:

$$C = \sum_{j=1}^N C_j.$$

В данном примере $C = 13+12+10+0+5 = 40$.

5 Находятся веса альтернатив:

$$V_j = C_j/C, \quad j=1, \dots, N.$$

В данном примере $V_1=13/40=0,325$; $V_2=12/40=0,3$; $V_3=10/40=0,25$; $V_4=0/40=0$; $V_5=5/40=0,125$.

Чем больше вес, тем более предпочтительной является альтернатива (по мнению экспертов).

В данном примере самым важным фактором, влияющим на производительность труда, является уровень профессиональной подготовки рабочих); следующий по важности фактор - соблюдение технологической дисциплины; следующий по важности - эффективность материальных стимулов; еще менее важный - технологическое перевооружение; наименее важный фактор - эффективность организации соревнования.

Проверка согласованности экспертных оценок. Проверка согласованности необходима, чтобы выяснить, не было ли резких различий в суждениях экспертов. Если мнения экспертов резко различаются, то следует выявить причины таких различий и, возможно, уточнить некоторые оценки.

Для проверки согласованности мнений экспертов вычисляется величина, называемая коэффициентом конкордации (W). Ее расчет выполняется в следующем порядке.

1 Находятся суммы оценок, указанных экспертами для каждой из альтернатив:

$$S_j = \sum_{i=1}^M X_{ij}, \quad j=1, \dots, N.$$

В рассматриваемом примере $S_1 = 2+2+1+2 = 7$; $S_2 = 1+3+3+1 = 8$; $S_3 = 10$; $S_4 = 20$; $S_5 = 15$.

2 Находится вспомогательная величина A :

$$A = M(N+1)/2.$$

Для данного примера $A = 4(5+1)/2 = 12$.

3 Находится вспомогательная величина S :

$$S = \sum_{j=1}^N (S_j - A)^2.$$

Для рассматриваемого примера:

$$S = (7-12)^2 + (8-12)^2 + (10-12)^2 + (20-12)^2 + (15-12)^2 = 118.$$

4 Находится коэффициент конкордации:

$$W = \frac{12 \cdot S}{M^2 \cdot N \cdot (N^2 - 1)}.$$

При $W \geq 0,5$ степень согласованности экспертных оценок может считаться достаточной. При $W < 0,5$ требуется уточнение и согласование экспертных оценок.

В данном примере $W = 12 \cdot 118 / (16 \cdot 5 \cdot 24) = 0,7375$. Таким образом, уточнение экспертных оценок не требуется. Мнения экспертов в отношении влияния рассматриваемых факторов на производительность труда достаточно близки друг к другу.

1.4 Метод ранга

Метод основан на балльных оценках альтернатив, указываемых несколькими экспертами. Каждый из экспертов (независимо от других) оценивает альтернативы по некоторой шкале (обычно - 10-балльной). Чем более предпочтительной (по мнению эксперта) является альтернатива, тем более высокий балл для нее указывается.

Пример 1.3 – Рассмотрим применение метода ранга для решения задачи, приведенной в примере 1.2 (оценка влияния факторов на производительность труда).

1 Каждый эксперт указывает оценки альтернатив по 10-балльной шкале. Оценки, указанные экспертами, сводятся в матрицу размером $M \times N$, где M - число экспертов, N - число альтернатив. Обозначим эти оценки как X_{ij} , $i=1, \dots, M$, $j=1, \dots, N$.

Пусть в рассматриваемом примере получены экспертные оценки, приведенные в таблице 1.8.

Таблица 1.8 – Матрица экспертных оценок для метода ранга

Эксперты	Альтернативы (факторы)				
	A1	A2	A3	A4	A5
1	10	10	7	2	6
2	10	9	10	4	6
3	10	8	10	3	7
4	9	10	6	2	9

Здесь, например, первый эксперт считает, что наибольшее влияние на производительность труда оказывает уровень профессиональной подготовки рабочих и соблюдение технологической дисциплины; менее важный фактор - эффективность материальных стимулов, еще немного менее важный - технологическое перевооружение; значительно менее важный фактор - эффективность организации соревнования.

2 Находятся суммарные оценки альтернатив всеми экспертами:

$$C_j = \sum_{i=1}^M X_{ij}, \quad j=1, \dots, N.$$

В данном примере $C_1=10+10+10+9=39$; $C_2=10+9+8+10=37$; $C_3=33$; $C_4=11$; $C_5=28$.

3 Находится сумма всех оценок:

$$C = \sum_{j=1}^N C_j.$$

В примере $C = 39+37+33+11+28 = 148$.

4 Находятся веса альтернатив:

$$V_j = C_j/C, \quad j=1, \dots, N.$$

Наиболее предпочтительной, по мнению экспертов, является альтернатива, имеющая максимальный вес.

В данном примере $V_1 = 39/148 = 0,26$; $V_2 = 37/148 = 0,25$; $V_3 = 33/148 = 0,22$; $V_4 = 11/148 = 0,07$; $V_5 = 28/148 = 0,19$. Таким образом, наиболее важным фактором, влияющим на производительность труда, признается уровень профессиональной подготовки рабочих; следующий по важности фактор (очень близкий к первому) - соблюдение технологической дисциплины; немного менее важный фактор - эффективность материальных стимулов; еще немного менее важный - технологическое перевооружение. Наименее важным фактором (существенно менее важным по сравнению с другими) оказывается эффективность организации соревнования.

Проверка согласованности экспертных оценок. Как и для метода предпочтений, проверка согласованности экспертных оценок требуется для выявления существенных различий в мнениях экспертов и определения причин таких различий. Для этого рассчитываются дисперсии (оценки разброса) оценок для каждого эксперта и для каждой альтернативы. Расчет выполняется в следующем порядке.

1 Находятся средние оценки каждой альтернативы:

$$\bar{X}_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X_{ij}, \quad j=1, \dots, N.$$

В данном примере $\bar{X}_1 = 39/4 = 9,75$; $\bar{X}_2 = 37/4 = 9,25$; $\bar{X}_3 = 33/4 = 8,25$; $\bar{X}_4 = 11/4 = 2,75$; $\bar{X}_5 = 28/4 = 7$.

2 Находятся дисперсии оценок каждого эксперта:

$$D_{\Delta i} = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_j)^2, \quad i=1, \dots, M.$$

Эта величина показывает отклонение оценок, указанных i -м экспертом для альтернатив, от средних оценок этих альтернатив. Чем больше эта величина, тем больше *отличие мнения i -го эксперта от остальных экспертов*.

В данном примере:

$$D_{\Delta 1} = \frac{1}{4} ((10-9,75)^2 + (10-9,25)^2 + (7-8,25)^2 + (2-2,75)^2 + (6-7)^2) = 0,94.$$

$$D_{\Delta 2} = \frac{1}{4} ((10-9,75)^2 + (9-9,25)^2 + (10-8,25)^2 + (4-2,75)^2 + (6-7)^2) = 1,44.$$

$$D_{\Delta 3} = 1,19; D_{\Delta 4} = 2,69.$$

3 Находятся дисперсии оценок каждой альтернативы:

$$D_{aj} = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (X_{ij} - \bar{X}_j)^2, \quad j=1, \dots, N.$$

Эта величина показывает различие оценок, указанных экспертами для j -й альтернативы. Чем больше эта величина, тем больше *расхождение мнений экспертов в отношении данной альтернативы*.

В данном примере:

$$D_{a1} = \frac{1}{3} ((10-9,75)^2 + (10-9,75)^2 + (10-9,75)^2 + (9-9,75)^2) = 0,25.$$

$$D_{a2} = \frac{1}{3} ((10-9,25)^2 + (9-9,25)^2 + (8-9,25)^2 + (10-9,25)^2) = 0,917.$$

$$D_{a3} = 4,25; D_{a4} = 0,917; D_{a5} = 2.$$

Если величина $D_{\Delta i}$ оказывается большой (оценки i -го эксперта сильно отличаются от оценок, указанных другими экспертами), то i -му эксперту предлагается обосновать свои оценки. Если большой оказывается величина D_{aj} (оценки j -й альтернативы у экспертов сильно отличаются), то следует проанализировать причины таких расхождений.

В данном примере, возможно, следует предложить обосновать свои оценки четвертому эксперту. Кроме того, следует обратить внимание на разброс оценок третьей альтернативы.

1.5 Порядок выполнения работы

- 1 Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.
 - 2 Получить задание на лабораторную работу (см. приложение А).
 - 3 На основе оценок **первого** эксперта найти веса вариантов решения, используя алгоритм Саати. Выполнить проверку экспертных оценок на непротиворечивость.
 - 4 Выбрать рациональное решение, используя метод предпочтений. Выполнить проверку экспертных оценок на согласованность. При выявлении несогласованности экспертных оценок указать ее причины, т.е. указать, для каких альтернатив имеются существенные различия в указанных экспертами оценках, или какие эксперты указали оценки, существенно отличающиеся от оценок других экспертов.
 - 5 Выбрать рациональное решение, используя метод ранга. Выполнить проверку экспертных оценок на согласованность. При выявлении несогласованности экспертных оценок указать ее причины (аналогично тому, как указано для метода предпочтений).
- Для всех расчетов использовать табличный процессор Excel.

Лабораторная работа №2

РЕШЕНИЕ СЛАБОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

Цель работы:

- ознакомление с понятием слабоструктурированной задачи и одним из основных классов таких задач – задачами многокритериального выбора альтернатив;
- изучение принципов решения слабоструктурированных задач на основе выбора множества недоминируемых альтернатив и метода анализа иерархий.

2.1 Понятие слабоструктурированной задачи

Слабоструктурированные задачи – задачи, в постановке которых имеются как объективные данные (числовые соотношения, формулы и т.д.), так и субъективные, т.е. оценки или требования, заданные человеком, решающим данную задачу.

Типичный пример слабоструктурированных задач – задачи многокритериального выбора альтернатив (решений). В таких задачах каждое из возможных решений (альтернатив) оценивается по нескольким показателям (критериям). Как правило, одна альтернатива не может быть лучшей по всем (или хотя бы почти всем) критериям. Оценки по критериям могут иметь различный вид: числовые (например, стоимость, производительность, срок годности и т.д.), качественные (“отлично”, “хорошо”, “плохо”, “удобно”, “неудобно”, “надежно” и т.д.), критерии типа “да-нет” (выражающие наличие или отсутствие некоторого качества) и т.д. Кроме того, критерии могут быть различны по важности, т.е. при выборе решения требуется в большей степени обращать внимание на одни критерии, в меньшей – на другие. Все это затрудняет решение таких задач. Для их решения применяются методы системного анализа, представляющие собой комбинацию математических методов и методов экспертного анализа.

Рассмотрим пример постановки задачи многокритериального выбора альтернатив.

Пример 2.1 – Предприятие - производитель изделий бытовой электротехники выбирает место для размещения центра технического обслуживания (ЦТО). Имеется возможность выбрать одно из пяти мест (обозначим их как М1, М2, М3, М4, М5). При выборе учитываются три критерия: затраты, связанные с размещением ЦТО; близость к потребителям; удобство связи с предприятием-изготовителем (этот критерий означает удобство снабжения ЦТО запасными частями, удобство доставки изделий со сложными неисправностями из ЦТО на предприятие и т.д.). Характеристики возможных мест размещения ЦТО приведены в таблице 2.1.

Кроме того, при выборе места необходимо учесть, что критерии, по которым оцениваются места, различны по важности. По мнению руководства предприятия, наиболее важными критериями являются близость к потребителям и затраты (причем критерий “близость к потребителям” - немного более важный). Значительно менее важный критерий - удобство связи с предприятием.

Таблица 2.1 – Характеристики альтернатив для примера 2.1

Характеристики	М1	М2	М3	М4	М5
Затраты, тыс. ден. ед.	400	450	1200	500	500
Близость к потребителям	близко	далеко	очень близко	близко	далеко
Удобство связи с предприятием	удобно	удобно (немного лучше, чем для М1)	очень удобно	очень удобно	удобно

2.2 Выбор множества Парето

Выбор множества Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива.

Множество Парето представляет собой множество альтернатив, обладающих следующим свойством: любая из альтернатив, входящих во множество Парето, хотя бы по одному критерию лучше любой другой альтернативы, входящей в это множество. Другими словами, ни одна из альтернатив, входящих во множество Парето, не уступает какой-либо другой альтернативе из этого множества по всем критериям. Поэтому множество Парето называют также множеством недоминируемых альтернатив: в нем отсутствуют альтернативы, явно (по всем критериям) отстающие от какой-либо другой альтернативы.

Выбор множества Парето производится следующим образом. *Все* альтернативы *парно* сравниваются друг с другом *по всем критериям*. Если при сравнении каких-либо альтернатив (обозначим их как A_i и A_j) оказывается, что одна из них (например, A_j) *не лучше другой ни по одному критерию*, то ее можно исключить из рассмотрения. Исключенную альтернативу (в данном случае – альтернативу A_j) не требуется сравнивать с другими альтернативами, так как она явно неперспективна.

Как правило, во множество Парето входит несколько альтернатив. Поэтому выбор множества Парето не обеспечивает принятия окончательного решения (выбора одной лучшей альтернативы), однако позволяет сократить количество рассматриваемых альтернатив, т.е. упрощает принятие решения.

Выберем множества Парето для примера 2.1 (о выборе места для размещения ЦТО).

Сравним альтернативы М1 и М2. По критериям “затраты” и “близость к потребителям” альтернатива М1 лучше, чем М2; по критерию “удобство связи

с предприятием” М2 лучше, чем М1. Таким образом, ни одну из альтернатив исключить нельзя, так как по некоторым критериям лучше одна, а по другим – другая.

Сравним М1 и М3. По критерию “затраты” лучше М1, по двум другим критериям – М3. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним М1 и М4. По критерию “затраты” лучше М1, по критерию “удобство связи с предприятием” – М4 (по критерию “близость к потребителям” альтернативы одинаковы). Ни одна из альтернатив не исключается, так как (как и в предыдущих случаях) ни одна из них не уступает другой по всем критериям сразу.

Сравним М1 и М5. По критериям “затраты” и “удобство связи с предприятием” М1 лучше, чем М5. По критерию “близость к потребителям” они одинаковы. Таким образом, альтернативу М5 следует исключить из рассмотрения, так как она явно не лучшая из имеющихся. Сравнить с М5 другие альтернативы (М2, М3, М4) не требуется.

Сравним М2 и М3. По критерию “затраты” лучше М1, по двум другим критериям – М3. Ни одна из альтернатив не исключается.

Аналогично сравниваются М2 и М4, М3 и М4. Ни одна из них не исключается.

Таким образом, во множество Парето вошли альтернативы М1, М2, М3, М4. Именно из них будет затем выбираться лучшая альтернатива.

2.3 Выбор рационального решения на основе метода анализа иерархий

Решим задачу выбора лучшего места для размещения ЦТО на основе метода анализа иерархий (называемого также методом Саати).

Решение задачи начинается с построения иерархического представления задачи, включающего все элементы, учитываемые при ее решении (в данном случае – альтернативы и критерии). Иерархическое представление для рассматриваемого примера приведено на рисунке 2.1. На первом уровне в иерархическом представлении задач, решаемых методом анализа иерархий, *всегда* указывается один элемент - выбор (цель). На втором уровне указаны критерии, по которым делается выбор, на третьем - альтернативы, из которых делается выбор с учетом критериев.

Затем выполняется попарное сравнение всех элементов, учитываемых при решении задачи. Сравнение состоит в указании экспертных оценок превосходства (или, наоборот, отставания) элементов задачи относительно друг друга. Сначала сравниваются *критерии по их важности*. Затем сравниваются *альтернативы по каждому критерию*. Для этого заполняются матрицы парных сравнений. Размерность каждой матрицы парных сравнений равна количеству сравниваемых элементов. Матрицы парных сравнений заполняются, обрабатываются, а также проверяются на непротиворечивость по правилам метода Саати (см. подраздел 1.2).

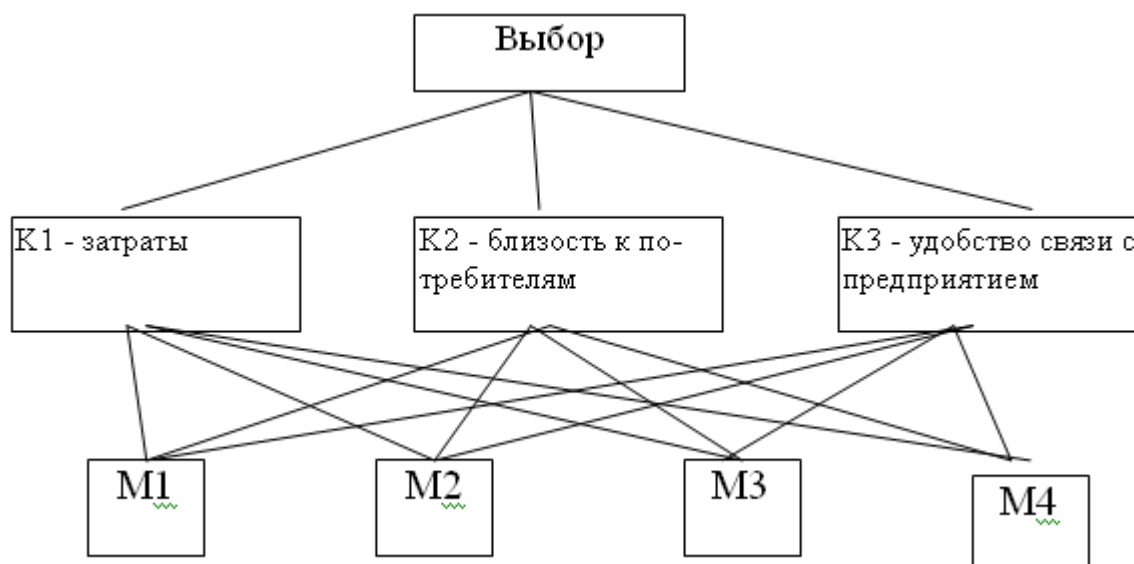


Рисунок 2.1 – Иерархическое представление многокритериальной задачи для решения методом анализа иерархий

На основании матриц парных сравнений вычисляются оценки важности критериев, оценки предпочтительности альтернатив по каждому из критериев и, наконец, обобщенные оценки предпочтительности альтернатив.

Рассмотрим сравнение критериев по важности. В рассматриваемой задаче три критерия: затраты (обозначим его как К1), близость к потребителям (К2), удобство связи с предприятием (К3). Поэтому потребуется заполнить матрицу размерностью 3 x 3. Матрица заполняется в соответствии с мнениями о важности критериев (см. постановку задачи) по правилам, приведенным в таблице 1.2. Матрица парных сравнений критериев для данного примера приведена в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Матрица парных сравнений критериев по важности

	К1	К2	К3
К1	1	1/2	7
К2	2	1	8
К3	1/7	1/8	1

Здесь, например, элемент $X_{12}=1/2$ означает, что критерий К1 (затраты) совсем немного менее важен, чем критерий К2 (близость к потребителю). Элемент $X_{13}=7$ означает, что критерий К1 значительно важнее, чем критерий К3.

Обработка матрицы парных сравнений выполняется по правилам метода Саати. Рассмотрим эту операцию для данного примера.

Вычисляются средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7} = 1,52; \quad C_2 = \sqrt[3]{2 \cdot 1 \cdot 8} = 2,52; \quad C_3 = \sqrt[3]{\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{8} \cdot 1} = 0,26.$$

Вычисляется сумма средних геометрических: $C=1,52+2,52+0,26=4,3$.

Вычисляются *локальные приоритеты* (в данном случае - оценки важности критериев):

$$L_{K1} = C_1/C = 1,52/4,3 = 0,35; L_{K2} = C_2/C = 0,59; L_{K3} = C_3/C = 0,06.$$

Чем больше локальный приоритет, тем важнее критерий (т.е. тем больше он должен учитываться при выборе решения).

Затем выполняется сравнение альтернатив по каждому из критериев. Рассмотрим сравнение альтернатив по критерию “затраты” (таблица 2.3).

Таблица 2.3 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию “затраты”

	M1	M2	M3	M4
M1	1	2	9	3
M2	1/2	1	9	2
M3	1/9	1/9	1	1/7
M4	1/3	1/2	7	1

Здесь, например, элемент $X_{12}=2$ означает, что, по мнению специалистов предприятия, место M1 совсем немного лучше, чем место M2 (по критерию “затраты”). Это видно из характеристик мест (для M1 затраты составляют 400 тыс.ден.ед., для M2 - 450 тыс.ден.ед.). Элемент $X_{13}=9$ означает, что по критерию “затраты” место M1 явно (очень существенно) лучше, чем M3: затраты составляют 400 и 1200 тыс.ден.ед. соответственно.

Матрица парных сравнений обрабатывается, как показано выше. Вычисляются средние геометрические строк:

$$C_1 = \sqrt[4]{1 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 3} = 2,71; \quad C_2 = \sqrt[4]{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 9 \cdot 2} = 1,73;$$

$$C_3 = \sqrt[4]{\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot 1 \cdot \frac{1}{7}} = 0,21; \quad C_4 = \sqrt[4]{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1} = 1,04.$$

$$\text{Сумма средних геометрических: } C = 2,71 + 1,73 + 0,21 + 1,04 = 5,69.$$

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия K1:

$$L_{M1}^{K1} = C_1/C = 2,71/5,69 = 0,48; \quad L_{M2}^{K1} = C_2/C = 1,73/5,69 = 0,3;$$

$$L_{M3}^{K1} = C_3/C = 0,21/5,69 = 0,04; \quad L_{M4}^{K1} = C_4/C = 1,04/5,69 = 0,18.$$

Чем больше локальный приоритет, тем лучше альтернатива *по данному критерию*. В данном случае видно, что по критерию “затраты” лучшее место - M1, худшее - M3.

Аналогично выполняется сравнение альтернатив по остальным критериям.

В таблице 2.4 приведено попарное сравнение альтернатив по критерию “близость к потребителям”, в таблице 2.5 – по критерию “удобство связи с предприятием”.

Таблица 2.4 - Матрица парных сравнений альтернатив по критерию “близость к потребителям”

	M1	M2	M3	M4
M1	1	7	1/2	1
M2	1/7	1	1/9	1/7
M3	2	9	1	2
M4	1	7	1/2	1

Здесь, например, элемент $X_{12}=7$ означает, что, по мнению специалистов предприятия, место М1 значительно лучше, чем место М2 (по критерию “близость к потребителям”), так как место М1 располагается близко к потребителям, а М2 - далеко. Элемент $X_{14}=1$ означает, что по критерию “близость к потребителям” места М1 и М4 одинаковы (оба - близко).

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К2 (близость к потребителям):

$$L_{M1}^{K2} = 0,25; \quad L_{M2}^{K2} = 0,04; \quad L_{M3}^{K2} = 0,45; \quad L_{M4}^{K2} = 0,25.$$

Таблица 2.5 - Матрица парных сравнений альтернатив по критерию “удобство связи с предприятием”

	M1	M2	M3	M4
M1	1	1/2	1/3	1/3
M2	2	1	1/2	1/2
M3	3	2	1	1
M4	3	2	1	1

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К3 (удобство связи с предприятием):

$$L_{M1}^{K3} = 0,11; \quad L_{M2}^{K3} = 0,19; \quad L_{M3}^{K3} = 0,35; \quad L_{M4}^{K3} = 0,35.$$

На основании полученных оценок вычисляются **глобальные приоритеты альтернатив**, в которых учитываются предпочтения альтернатив по каждому из критериев, а также важность этих критериев. Глобальные приоритеты альтернатив находятся следующим образом: локальные приоритеты альтернативы относительно критериев умножаются на приоритеты соответствующих критериев; эти произведения складываются.

$$G_{M1} = L_{M1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M1}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M1}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,48 \cdot 0,35 + 0,25 \cdot 0,59 + 0,11 \cdot 0,06 = 0,32;$$

$$G_{M2} = L_{M2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M2}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,3 \cdot 0,35 + 0,04 \cdot 0,59 + 0,19 \cdot 0,06 = 0,14;$$

$$G_{M3} = L_{M3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M3}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,04 \cdot 0,35 + 0,45 \cdot 0,59 + 0,35 \cdot 0,06 = 0,3;$$

$$G_{M4} = L_{M4}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M4}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M4}^{K3} \cdot L_{K3} = 0,18 \cdot 0,35 + 0,25 \cdot 0,59 + 0,35 \cdot 0,06 = 0,23.$$

Чем больше глобальный приоритет, тем лучше альтернатива (с учетом всех критериев, а также с учетом их важности).

В данном случае лучшим для размещения ЦТО является место, обозначенное как М1. Несколько хуже место М3, еще хуже - М4, самое худшее - М2.

Примечание – В данном примере рассмотрен достаточно простой случай применения метода анализа иерархий, и сам метод описан в упрощенной форме. Метод может применяться для решения значительно более сложных задач.

2.4 Порядок выполнения работы

- 1** Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.
- 2** Получить задание на лабораторную работу (см. приложение Б).
- 3** Выбрать множество Парето.
- 4** Составить матрицы парных сравнений для решения задачи методом анализа иерархий.
- 5** Выбрать лучшую альтернативу на основе метода анализа иерархий, выполнив расчеты в табличном процессоре Excel.

Лабораторная работа №3

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РИСКА ПРИ МНОГИХ КРИТЕРИЯХ

Цель работы:

– изучение принципов решения задач многокритериального выбора альтернатив в условиях риска на основе метода анализа иерархий.

3.1 Основные этапы решения задачи многокритериального выбора альтернатив в условиях риска

Как правило, в ходе принятия управленческих решений необходимо принимать во внимание как многокритериальность (т.е. различные показатели, характеризующие принимаемые решения), так и риск (т.е. зависимость результатов принимаемых решений не только от самих решений, но и от неконтролируемых внешних факторов). Обычно из нескольких критериев, учитываемых при принятии решения, некоторые зависят от внешних условий.

Анализ и выбор альтернатив по многим критериям с учетом риска может выполняться следующим образом.

1 Для *каждого варианта внешних условий* определяются обобщенные оценки альтернатив. Для этого могут применяться различные методы многокритериальной оценки альтернатив, например, метод анализа иерархий.

2 Полученные обобщенные оценки сводятся в матрицу выигрышей. Окончательный выбор альтернативы выполняется на основе методов игрового программирования, т.е. критерия Байеса (если известны вероятности внешних условий) или критериев Лапласа, Вальда, Гурвица (если вероятности внешних условий неизвестны).

3.2 Оценка альтернатив на основе метода анализа иерархий

Решение задачи выбора альтернатив по многим критериям с учетом риска рассмотрим на следующем примере.

Пример 3.1 – Рассматриваются три варианта строительства предприятия химической промышленности: проект А, В и С.

Спрос на продукцию, которую будет выпускать предприятие, заранее точно не известен. По мнению экспертов, в ближайшие годы вероятность низкого спроса на продукцию предприятия составляет 10%, среднего - 60%, высокого - 30%.

При выборе проекта учитываются следующие критерии: прибыль от работы предприятия (K1); количество рабочих мест, создаваемых предприятием (K2); загрязнение окружающей среды (K3); затраты на строительство предприятия (K4). Оценки проектов по критериям K1-K3 в условиях различных уровней спроса приведены в таблице 3.1.

Затраты на строительство предприятия по проекту А составят 60 млн ден.ед., по проекту В - 80, по проекту С - 90 млн ден.ед.

Таблица 3.1 – Исходные данные к примеру 3.1

Спрос	Низкий			Средний			Высокий		
Проекты	А	В	С	А	В	С	А	В	С
Прибыль, млн ден.ед./год	40	30	30	45	60	65	45	60	80
Количество рабочих мест, тыс.	8	11	12	8,5	11	12,5	8,5	11	12,5
Загрязнение окружающей среды, тонн/год	30	70	60	30	80	70	30	80	80

По мнению руководства компании - владельца предприятия, наиболее важным критерием, который следует учитывать при выборе проекта, является прибыль; очень важным критерием является также загрязнение окружающей среды. Менее важный критерий - затраты на строительство предприятия, еще немного менее важный - количество создаваемых рабочих мест.

В этой задаче требуется учитывать четыре критерия. Три из них (прибыль, количество рабочих мест и загрязнение окружающей среды) зависят не только от принятого решения (т.е. выбранного проекта предприятия), но и от внешних условий (спроса на продукцию). Таким образом, решение принимается в условиях риска и неопределенности. В то же время один из критериев - затраты на строительство предприятия - не зависит от будущего спроса на продукцию.

Для решения задачи воспользуемся методом анализа иерархий.

Найдем обобщенные оценки альтернатив (проектов) для первого варианта внешних условий, т.е. **для низкого спроса**.

1 Определяются локальные приоритеты (оценки важности) критериев. Для этого выполняется их попарное сравнение по важности согласно методу Саати (см. таблицу 3.2).

Таблица 3.2 – Матрица парных сравнений критериев по важности

	К1	К2	К3	К4
К1	1	7	2	5
К2	1/7	1	1/6	1/3
К3	1/2	6	1	4
К4	1/5	3	1/4	1

Локальные приоритеты альтернатив вычисляются, как показано в подразделе 1.2 или 2.3: $L_{K1} = 0,51$; $L_{K2} = 0,05$; $L_{K3} = 0,33$; $L_{K4} = 0,11$.

2 Определяются локальные приоритеты альтернатив (проектов) по каждому из критериев. Для этого выполняется их попарное сравнение согласно методу Саати (см. таблицы 3.3 – 3.6).

Таблица 3.3 – Сравнение по критерию “прибыль”

	A	B	C
A	1	5	5
B	1/5	1	1
C	1/5	1	1

$$L_A^{K1} = 0,71; L_B^{K1} = 0,14; L_C^{K1} = 0,14.$$

Таблица 3.4 – Сравнение по критерию “количество рабочих мест”

	A	B	C
A	1	1/5	1/6
B	5	1	1/2
C	6	2	1

$$L_A^{K2} = 0,08; L_B^{K2} = 0,34; L_C^{K2} = 0,58.$$

Здесь, например, оценка $X_{12} = 5$ (см. таблицу 3.3) означает, что в условиях низкого спроса проект А лучше, чем проект В, по критерию “прибыль”: проект А приносит прибыль в размере 40 млн ден.ед., а В - 30 млн.

Таблица 3.5 – Сравнение по критерию “загрязнение окружающей среды”

	A	B	C
A	1	9	7
B	1/9	1	1/3
C	1/7	3	1

$$L_A^{K3} = 0,79; L_B^{K3} = 0,07; L_C^{K3} = 0,15.$$

Таблица 3.6 – Сравнение по критерию “затраты на строительство”

	A	B	C
A	1	7	8
B	1/7	1	3
C	1/8	1/3	1

$$L_A^{K4} = 0,78; L_B^{K4} = 0,15; L_C^{K4} = 0,07.$$

3 Определяются обобщенные оценки (глобальные приоритеты) альтернатив, как показано в подразделе 2.3: $G_A = 0,71$; $G_B = 0,13$; $G_C = 0,16$. Например, глобальный приоритет проекта А вычислен следующим образом:

$$\begin{aligned} G_A &= L_A^{K1} \cdot L_{K1} + L_A^{K2} \cdot L_{K2} + L_A^{K3} \cdot L_{K3} + L_A^{K4} \cdot L_{K4} = \\ &= 0,71 \cdot 0,51 + 0,08 \cdot 0,06 + 0,79 \cdot 0,33 + 0,78 \cdot 0,1 = 0,71. \end{aligned}$$

Найдем обобщенные оценки альтернатив для второго варианта внешних условий, т.е. для **среднего спроса**.

1 Определяются локальные приоритеты (оценки важности) критериев. Так как важность критериев не зависит от внешних условий, локальные приоритеты критериев будут такими же, как и найденные выше (для условий низкого спроса): $L_{K1} = 0,51$; $L_{K2} = 0,05$; $L_{K3} = 0,33$; $L_{K4} = 0,11$.

2 Определяются локальные приоритеты альтернатив по каждому из критериев (см. таблицы 3.7 – 3.10).

Таблица 3.7 – Сравнение по критерию “прибыль”

	A	B	C
A	1	1/6	1/7
B	6	1	1/3
C	7	3	1

$$L_A^{K1} = 0,07; L_B^{K1} = 0,29; L_C^{K1} = 0,64.$$

Таблица 3.9 – Сравнение по критерию “загрязнение окружающей среды”

	A	B	C
A	1	9	9
B	1/9	1	1/3
C	1/9	3	1

$$L_A^{K3} = 0,81; L_B^{K3} = 0,06; L_C^{K3} = 0,13.$$

Таблица 3.8 – Сравнение по критерию “количество рабочих мест”

	A	B	C
A	1	1/5	1/6
B	5	1	1/3
C	6	3	1

$$L_A^{K2} = 0,08; L_B^{K2} = 0,29; L_C^{K2} = 0,64.$$

Таблица 3.10 – Сравнение по критерию “затраты на строительство”

	A	B	C
A	1	7	8
B	1/7	1	3
C	1/8	1/3	1

$$L_A^{K4} = 0,78; L_B^{K4} = 0,15; L_C^{K4} = 0,07.$$

3 Определяются обобщенные оценки (глобальные приоритеты) альтернатив: $G_A = 0,39; G_B = 0,2; G_C = 0,41$.

Найдем обобщенные оценки альтернатив для третьего варианта внешних условий, т.е. для **высокого спроса**.

1 Определяются локальные приоритеты (оценки важности) критериев: $L_{K1} = 0,51; L_{K2} = 0,05; L_{K3} = 0,33; L_{K4} = 0,11$.

2 Определяются локальные приоритеты альтернатив по каждому из критериев (см. таблицы 3.11 – 3.14).

Таблица 3.11 – Сравнение по критерию “прибыль”

	A	B	C
A	1	1/6	1/9
B	6	1	1/7
C	9	7	1

$$L_A^{K1} = 0,05; L_B^{K1} = 0,18; L_C^{K1} = 0,77.$$

Таблица 3.12 – Сравнение по критерию “количество рабочих мест”

	A	B	C
A	1	1/5	1/7
B	5	1	1/3
C	7	3	1

$$L_A^{K2} = 0,07; L_B^{K2} = 0,28; L_C^{K2} = 0,65.$$

Таблица 3.13 – Сравнение по критерию “загрязнение окружающей среды”

	A	B	C
A	1	9	9
B	1/9	1	1
C	1/9	1	1

Таблица 3.14 – Сравнение по критерию “затраты на строительство”

	A	B	C
A	1	7	8
B	1/7	1	3
C	1/8	1/3	1

$$L_A^{K3} = 0,82; L_B^{K3} = 0,09; L_C^{K3} = 0,09. \quad L_A^{K4} = 0,78; L_B^{K4} = 0,15; L_C^{K4} = 0,07.$$

3 Определяются обобщенные оценки (глобальные приоритеты) альтернатив: $G_A = 0,38; G_B = 0,16; G_C = 0,46$.

Примечание – Парные сравнения альтернатив и их локальные приоритеты по критерию “затраты на строительство” (таблицы 3.6; 3.10; 3.14) одинаковы для всех вариантов внешних условий, так как этот критерий не зависит от внешних условий. Затраты зависят только от проекта, по которому строится предприятие, но не от будущего спроса на его продукцию.

3.3 Выбор альтернативы на основе оценок для различных внешних условий

Обобщенные оценки альтернатив, полученные для различных вариантов внешних условий, сводятся в матрицу выигрышей (таблица 3.15).

Таблица 3.15 – Матрица выигрышей

Проекты	Внешние условия (спрос)		
	Низкий	Средний	Высокий
A	0,71	0,39	0,38
B	0,13	0,2	0,16
C	0,16	0,41	0,46

На основе матрицы выигрышей выбирается лучшая альтернатива. Выбор производится в зависимости от постановки задачи, прежде всего - в зависимости от информации о внешних условиях. В данном случае известны вероятности внешних условий, т.е. экспертные оценки вероятностей для различных уровней спроса. Поэтому для выбора альтернативы используется критерий Байеса (критерий максимума среднего выигрыша). Для каждой альтернативы определяется обобщенная оценка с учетом всех вариантов внешних условий:

$$E_A = 0,71 \cdot 0,1 + 0,39 \cdot 0,6 + 0,38 \cdot 0,3 = 0,42;$$

$$E_B = 0,13 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,6 + 0,16 \cdot 0,3 = 0,18;$$

$$E_C = 0,16 \cdot 0,1 + 0,41 \cdot 0,6 + 0,46 \cdot 0,3 = 0,4.$$

Таким образом, в качестве рационального решения следует выбрать строительство предприятия по проекту А.

3.4 Порядок выполнения работы

- 1** Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.
- 2** Получить задание на лабораторную работу (см. приложение В).
- 3** Рассчитать глобальные приоритеты альтернатив для каждого варианта внешних условий.
- 4** Свести глобальные приоритеты альтернатив в матрицу выигрышей. Выбрать рациональную альтернативу, используя (в зависимости от имеющейся информации о внешних условиях) критерий Байеса, Лапласа, Вальда или Гурвица.

Лабораторная работа №4

МЕТОДЫ И ПРОЦЕДУРЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ МНОГИХ КРИТЕРИЯХ

Цель работы:

- изучение методов и процедур многокритериального выбора альтернатив;
- изучение применения методов многокритериального выбора альтернатив для анализа и выбора управленческих решений.

4.1 Общая характеристика задач и методов принятия решений при многих критериях

В большинстве случаев решения (управленческие, проектно-технические и другие) принимаются с учетом нескольких критериев (целей, показателей качества). Поэтому большинство задач, связанных с принятием решений, являются *многокритериальными*. Другое название таких задач - задачи *векторной оптимизации*, так как решение в них принимается с учетом набора из нескольких критериев (называемых *вектором критериев*). Если при выборе решений учитывается только один критерий, то такая задача представляет собой задачу *скалярной оптимизации*. Примером задачи скалярной оптимизации может служить классическая транспортная задача (задача перевозки заданного количества грузов от поставщиков потребителям с минимальными затратами), так как в ней учитывается только один критерий – затраты на перевозки.

Среди задач принятия решений выделяют также дискретные и непрерывные задачи. В *дискретных* задачах множество возможных решений (альтернатив) конечно. Типичные примеры таких задач – выбор одного из нескольких товаров при покупке, выбор одного из возможных проектов строительства предприятия и т.д. В *непрерывных* задачах имеется бесконечное множество возможных решений (в пределах некоторого диапазона). Примеры таких задач – выбор оптимальных параметров химической реакции при разработке технологического процесса, выбор оптимального плана производства нескольких сортов бензина и т.д.

Очевидно, что задачи как скалярной, так и векторной оптимизации могут представлять собой как непрерывные, так и дискретные задачи. Например, если требуется распределить сумму в размере 10 млн ден. ед. между несколькими предприятиями, и эффективность вложения средств оценивается по одному критерию (например, только по прибыли), то решаемая задача относится к классу задач скалярной оптимизации. Если учитывается несколько критериев (например, прибыль и срок окупаемости), то решаемая задача представляет собой задачу векторной оптимизации. Если средства могут выделяться только в размерах, кратных одному миллиону, то данная задача - дискретная. Если средства могут выделяться в любых (в пределах имеющейся суммы) количествах, то задача относится к числу непрерывных.

В данной работе рассматриваются методы и процедуры решения дискретных задач многокритериального выбора альтернатив. Такие задачи относятся к числу слабоструктурированных и могут решаться на основе метода анализа иерархий (см. лабораторные работы №№2 и 3). Однако метод анализа иерархий требует большого объема экспертной информации: человеком-экспертом должно быть выполнено сравнение всех критериев, а также всех альтернатив по каждому из критериев. Легко подсчитать, что для решения задачи анализа N альтернатив с использованием M критериев требуется выполнить $M \cdot (M-1)/2$ сравнений критериев по важности и $M \cdot N \cdot (N-1)$ сравнений альтернатив по критериям. Так, в примере 2.1 (выбор места для размещения ЦТО) потребовалось выполнить $3 \cdot (3-1)/2 + 3 \cdot 4 \cdot (4-1) = 39$ сравнений критериев и альтернатив. Таким образом, метод анализа иерархий достаточно трудоемок. Кроме того, этот метод имеет смысл применять только при условии, что в решении задачи участвуют высококвалифицированные специалисты (эксперты), что не всегда возможно. Поэтому разработан ряд более простых методов и процедур, требующих использования небольшого объема экспертной информации. В данной работе рассматривается несколько таких методов.

4.2 Методика экспресс-анализа альтернатив

Методика предназначена для отбора перспективных альтернатив. При этом перспективными считаются альтернативы, не имеющие существенных недостатков ни по одному из критериев.

Методика рассчитана на применение в задачах, в которых большинство критериев являются числовыми. Методика может применяться и для решения задач, в которых имеются качественные (выраженные в словесной форме) критерии; в этом случае для перехода к числовым оценкам применяются следующие процедуры:

- оценки по качественным критериям выражаются по пятибалльной шкале (“отлично”, “хорошо”, “удовлетворительно”, “плохо”, “очень плохо”), а затем выполняется переход к числовым оценкам с использованием **шкалы Харрингтона**. При этом оценке “отлично” соответствуют числовые оценки от 0,8 до 1; “хорошо” - от 0,63 до 0,8; “удовлетворительно” - от 0,37 до 0,63; “плохо” - от 0,2 до 0,37; “очень плохо” - от 0 до 0,2. Числовая оценка выставляется человеком: экспертом или лицом, принимающим решения (ЛПР). Например, если по некоторому критерию две альтернативы имеют оценку “хорошо”, но одна из них очень хорошая, а другая - немного хуже, то первой из альтернатив (лучшей) можно назначить оценку 0,8, а второй, например - 0,7;

- для оценок, имеющих вид “да-нет” (т.е. выражающих наличие или отсутствие некоторого показателя), обычно используются следующие числовые оценки: “да” - 0,67, “нет” - 0,33 (здесь предполагается, что оценка “да” более желательна, чем “нет”).

Принцип работы методики экспресс-анализа альтернатив следующий. Для каждой альтернативы находится худшая оценка (из всех оценок данной аль-

тернативы по критериям, используемым в задаче). Выбираются альтернативы, худшая оценка которых *не ниже* некоторой пороговой величины.

Пример 4.1 – Химический комбинат планирует внедрить комплекс средств автоматизации (КСА) для системы управления технологическими процессами. Имеется возможность выбрать один из семи вариантов КСА (КСА1, КСА2,...,КСА7). При выборе учитываются четыре критерия: затраты, связанные с изготовлением КСА и его вводом в эксплуатацию; срок ввода КСА в эксплуатацию; срок гарантийного обслуживания предприятием-изготовителем; удобство КСА в эксплуатации. Характеристики КСА приведены в таблице 4.1.

Примечание – В этой задаче имеется семь альтернатив (вариантов КСА). Они оцениваются по четырем критериям. Критерий “удобство в эксплуатации” - качественный (словесный), остальные критерии - числовые. Критерии "затраты" и "срок ввода в эксплуатацию" подлежат минимизации, критерий "срок гарантийного обслуживания" - максимизации.

Таблица 4.1 – Исходные данные для примера 4.1

Показатели	КСА1	КСА2	КСА3	КСА4	КСА5	КСА6	КСА7
Затраты, млн ден.ед.	40	30	40	60	45	25	55
Срок ввода в эксплуатацию, мес.	8	8	6	6	7	8	6
Срок гарантийного обслуживания, лет	4	4	5	7	4	4	5
Удобство в эксплуатации	хор	отл	удовл	отл	плохо	очень хор	хор

Выберем множество Парето, как показано в подразделе 2.2. Для этого выполним попарное сравнение альтернатив по всем критериям. Во множество Парето войдут пять альтернатив: КСА2, КСА3, КСА4, КСА6, КСА7. Для удобства дальнейшего решения задачи приведем их оценки в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Множество Парето для примера 4.1

Показатели	КСА2	КСА3	КСА4	КСА6	КСА7
Затраты, млн ден.ед.	30	40	60	25	55
Срок ввода в эксплуатацию, мес.	8	6	6	8	6
Срок гарантийного обслуживания, лет	4	5	7	4	5
Удобство в эксплуатации	отл	удовл	отл	очень хор	хор

Обозначим оценки альтернатив по критериям как X_{ij} , $i=1,...,M$, $j=1,...,N$. Здесь M - количество критериев, N - количество альтернатив (в данной задаче $M=4$, $N=5$).

Выбор множества перспективных альтернатив на основе методики экспресс-анализа реализуется в следующем порядке.

1 Оценки альтернатив по критериям приводятся к безразмерному виду. Безразмерные оценки альтернатив P_{ij} , $i=1,...,M$, $j=1,...,N$, находятся следующим образом:

– для критериев, подлежащих максимизации, все оценки альтернатив по критерию делятся на максимальную из оценок по данному критерию:

$$P_{ij} = \frac{X_{ij}}{\max_j X_{ij}};$$

– для критериев, подлежащих минимизации, из оценок по данному критерию выбирается минимальная, и она делится на все оценки альтернатив по данному критерию:

$$P_{ij} = \frac{\min_j X_{ij}}{X_{ij}};$$

– для качественных (словесных) критериев выполняется переход к числовым оценкам по шкале Харрингтона.

Рассмотрим получение безразмерных оценок для данной задачи.

Критерий "затраты" подлежит минимизации. Поэтому для него находится минимальная оценка (в данном примере она равна 25) и делится на все оценки по данному критерию. Например, для КСА2 безразмерная оценка по критерию "затраты" находится следующим образом: $25/30=0,83$.

Аналогично находятся безразмерные оценки по критерию "срок ввода в эксплуатацию": минимальная оценка (в данном примере - 6) делится на все оценки по данному критерию.

Критерий "срок гарантийного обслуживания" подлежит максимизации. Поэтому все оценки по этому критерию делятся на максимальную оценку (в данном примере - на 7).

Безразмерные оценки по критерию "удобство в эксплуатации" назначаются экспертом по шкале Харрингтона.

Для данной задачи безразмерные оценки приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Безразмерные оценки альтернатив для примера 4.1

Показатели	КСА2	КСА3	КСА4	КСА6	КСА7
Затраты	0,83	0,63	0,42	1	0,45
Срок ввода в эксплуатацию	0,75	1	1	0,75	1
Срок гарантийного обслуживания	0,67	0,83	1	0,67	0,83
Удобство в эксплуатации	1	0,6	0,9	0,8	0,7

Примечание – По критерию "удобство в эксплуатации" эксперт назначил альтернативе КСА2 оценку 1, а КСА4 - оценку 0,9, хотя обе альтернативы оценивались по данному критерию как отличные. Это означает, что, согласно мнению эксперта, по данному критерию КСА2 немного лучше, чем КСА4.

В результате перехода к безразмерным оценкам устранены различия исходных оценок, затруднявшие сравнение альтернатив. Безразмерные величины не измеряются в каких-либо единицах, поэтому их можно сравнивать друг с другом, складывать и т.д. Безразмерные оценки не различаются по диапазону значений: все они имеют значения в пределах от 0 до 1. Они не различаются также по направленности: чем больше безразмерная оценка, тем лучше (по любому критерию), и лучшее значение равно 1.

2 Для каждой альтернативы находится минимальная оценка, т.е. худшая из оценок данной альтернативы по всем критериям:

$$P_j = \min_i P_{ij}, \quad j = 1, \dots, N.$$

Например, для КСА2 эта оценка равна 0,67; она находится как минимальная из 0,83, 0,75, 0,67 и 1.

Минимальные оценки приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Минимальные оценки альтернатив

Альтернатива	КСА2	КСА3	КСА4	КСА6	КСА7
P_j	0,67	0,6	0,42	0,67	0,45

3 Выбирается пороговое значение минимальной оценки P_0 . Эта величина назначается ЛПР или экспертом из субъективных соображений, например, в зависимости от количества альтернатив, которые требуется отобрать для дальнейшего анализа.

Пусть в данной задаче назначено $P_0=0,5$.

4 Выбирается множество альтернатив, для которых $P_j > P_0$. Таким образом, для дальнейшего анализа отбираются альтернативы, у которых все оценки (в том числе худшая) не ниже предельной величины P_0 .

В данной задаче отбираются альтернативы КСА2, КСА3, КСА6. Окончательный выбор производится на основе одного из методов, рассматриваемых ниже.

4.3 Методика скаляризации векторных оценок

Методика предназначена для выбора рациональной альтернативы из множества альтернатив, оцениваемых по нескольким критериям.

Как и методика экспресс-анализа альтернатив, данная методика рассчитана на решение задач, в которых решение принимается на основе числовых критериев (или может быть выполнен переход к таким критериям).

Основное преимущество этой методики - минимальный объем информации, которую требуется получить от ЛПР или эксперта для выбора решения, что позволяет практически полностью автоматизировать решение задачи. В то же время недостаточный учет субъективных суждений ЛПР является недостатком этой методики.

Методика основана на вычислении обобщенной оценки каждой альтернативы (с учетом оценок по всем критериям) и сопоставлении этих оценок.

Пример 4.2 – Рассмотрим реализацию методики на примере задачи выбора варианта КСА, рассмотренной в подразделе 4.2 (пример 4.1). В таблице 4.5 приведены оценки альтернатив, отобранных на основе выбора множества Парето и методики экспресс-анализа альтернатив.

Таблица 4.5 – Исходные данные для примера 4.2

Показатели	КСА2	КСА3	КСА6
Затраты, млн ден.ед.	30	40	25
Срок ввода в эксплуатацию, мес.	8	6	8
Срок гарантийного обслуживания, лет	4	5	4
Удобство в эксплуатации	отл	удовл	очень хор

Методика реализуется в следующем порядке.

1 Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду, как и в методике экспресс-анализа альтернатив (см. подраздел 4.2). Безразмерные оценки альтернатив для данной задачи приведены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Безразмерные оценки альтернатив для примера 4.2

Показатели	КСА2	КСА3	КСА6
Затраты	0,83	0,63	1
Срок ввода в эксплуатацию	0,75	1	0,75
Срок гарантийного обслуживания	0,8	1	0,8
Удобство в эксплуатации	1	0,6	0,8

2 Определяются веса (оценки важности) критериев. В рассматриваемой методике веса находятся *на основе разброса оценок*. Веса определяются в следующем порядке:

– определяются средние оценки по каждому критерию:

$$\bar{P}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N P_{ij}, \quad i=1, \dots, M,$$

где M - количество критериев;

N - количество альтернатив;

P_{ij} - безразмерные оценки.

Для данного примера: $\bar{P}_1 = (0,83+0,63+1)/3=0,82$; $\bar{P}_2 = (0,75+1+0,75)/3=0,83$; $\bar{P}_3 = 0,87$; $\bar{P}_4 = 0,8$;

– находятся величины разброса по каждому критерию:

$$R_i = \frac{1}{N \cdot \bar{P}_i} \sum_{j=1}^N |P_{ij} - \bar{P}_i|, \quad i=1, \dots, M.$$

Для данного примера:

$$R_1 = \frac{|0,83 - 0,82| + |0,63 - 0,82| + |1 - 0,82|}{3 \cdot 0,82} = 0,16;$$

$$R_2 = \frac{|0,75 - 0,83| + |1 - 0,83| + |0,75 - 0,83|}{3 \cdot 0,83} = 0,13;$$

$$R_3 = 0,1; \quad R_4 = 0,17;$$

– находится сумма величин разброса:

$$R = \sum_{i=1}^M R_i.$$

Для данного примера $R = 0,16 + 0,13 + 0,1 + 0,17 = 0,56$;

– находятся веса критериев, отражающие разброс оценок:

$$W_i = R_i / R, \quad i=1, \dots, M.$$

Для данного примера $W_1 = 0,16/0,56 = 0,29$; $W_2 = 0,13/0,56 = 0,23$; $W_3 = 0,18$; $W_4 = 0,3$.

Чем больше разброс (различие) в оценках альтернатив по критерию, тем больше вес этого критерия. Таким образом, критерии, по которым оценки альтернатив существенно различаются, считаются более важными. Если оценки альтернатив по какому-либо критерию очень близки, то его вес будет небольшим, так как сравнение альтернатив при близких оценках не имеет смысла.

3 Находятся взвешенные оценки альтернатив (путем деления весов критериев на оценки по соответствующим критериям):

$$E_{ij} = W_i / P_{ij}, \quad i=1, \dots, M, j=1, \dots, N.$$

Взвешенные оценки для данного примера приведены в таблице 4.7.

Таблица 4.7 – Взвешенные безразмерные оценки альтернатив

Показатели	КСА2	КСА3	КСА6
Затраты	0,35	0,46	0,29
Срок ввода в эксплуатацию	0,31	0,23	0,31
Срок гарантийного обслуживания	0,23	0,18	0,23
Удобство в эксплуатации	0,3	0,5	0,38

Здесь, например, $E_{11} = 0,29/0,83 = 0,35$; $E_{12} = 0,29/0,63 = 0,46$; $E_{13} = 0,29/1 = 0,29$; $E_{21} = 0,23/0,75 = 0,31$, и т.д. (Составляем топ)

Чем большие значения принимают безразмерные оценки P_{ij} , тем меньше значения взвешенных оценок. Таким образом, чем меньше взвешенные оценки, тем лучше альтернатива.

4 Определяются комплексные оценки альтернатив (суммы взвешенных оценок):

$$E_j = \sum_{i=1}^M E_{ij}, \quad j=1, \dots, N.$$

Для данного примера $E_1 = 0,35+0,31+0,23+0,3 = 1,19$ (комплексная оценка альтернативы КСА2); $E_2 = 0,46+0,23+0,18+0,5 = 1,37$ (КСА3); $E_3 = 0,29+0,31+0,23+0,38 = 1,21$ (КСА6).

Чем меньше комплексная оценка, тем лучше альтернатива. Таким образом, в данном примере лучшим является вариант комплекса средств автоматизации КСА2; несколько худший вариант – КСА6, еще хуже - КСА3.

Примечание – Возможны другие варианты реализации данной методики. Например, веса критериев могут определяться не на основе разброса оценок альтернатив, а с помощью методов экспертного анализа. Это позволяет учесть суждения эксперта или ЛПР о том, какие из критериев являются более важными.

4.4 Методика сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования

Методика предназначена для решения задач, в которых требуется выбрать лучшую из двух альтернатив. Такие задачи часто возникают, например, при проектировании технических систем, когда требуется выбрать лучший из двух вариантов системы: базовый (имеющийся) или новый (предлагаемый). Однако применение данной методики не ограничивается задачами проектирования.

Для применения данной методики все оценки альтернатив должны быть выражены в числовой форме.

Принцип работы методики следующий. Для каждой из двух сравниваемых альтернатив находится обобщенная оценка по всем критериям, по которым она превосходит другую альтернативу; при этом учитывается степень превосходства, а также важность критериев. Полученные обобщенные оценки сравниваются; выбирается альтернатива, имеющая большую оценку.

Рассмотрим реализацию методики на следующем примере.

Пример 4.3 – В ходе реконструкции порта рассматриваются проекты строительства нового терминала для разгрузки танкеров. Предлагаются четыре проекта. Характеристики проектов приведены в таблице 4.8.

По мнению руководства порта, наиболее важный критерий - пропускная способность, следующие по важности - экологическая безопасность и стоимость обработки одной тонны нефти, еще немного менее важный - затраты на строительство, наименее важный - срок строительства.

Таблица 4.8 – Исходные данные для примера 4.3

Показатели	П1	П2	П3	П4
Пропускная способность, т/день	2600	2000	2000	2500
Затраты на строительство, млрд ден.ед.	3,5	2,5	3	4
Срок строительства, мес	24	30	30	28
Экологическая безопасность	хор	отл	хор	удовл
Стоимость обработки нефти, ден.ед./т	4,5	3,5	4,5	6

Для отбора перспективных проектов найдем множество Парето, как показано в подразделе 2.2. Во множество Парето войдут только проекты П1 и П2. Таким образом, требуется выбрать одну из двух альтернатив. Для решения такой задачи целесообразно применить методику сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования.

По критерию "экологическая безопасность" требуется перейти к числовым оценкам. Для этого воспользуемся шкалой Харрингтона (см. подраздел 4.2). Пусть для проекта П1 по данному критерию назначена числовая оценка 0,8, а для П2 - оценка 1.

Если при сравнении альтернатив по какому-либо критерию они имеют одинаковые оценки, то такой критерий не учитывается. В данной задаче таких критериев нет.

Методика реализуется в следующем порядке.

1 Выполняется ранжирование критериев по важности: наиболее важный критерий получает ранг 1, следующий по важности - 2, и т.д. Если какие-либо критерии близки по важности, им рекомендуется назначать одинаковые ранги.

Обозначим ранги как $R_i, i=1,...,M$, где M - количество критериев.

Пусть в данной задаче критериям назначены следующие ранги: $R_1=1, R_2=3, R_3=4, R_4=2, R_5=2$. Ранги R_4 и R_5 равны, так как (по мнению ЛПР) критерии "экологическая безопасность" и "стоимость обработки одной тонны нефти" примерно одинаковы по важности.

2 Выполняется переход от рангов к весам критериев. Веса находятся следующим образом: из всех рангов выбирается максимальный (в данном примере он равен 4), к нему прибавляется единица, и из полученного числа вычитаются ранги:

$$V_i = \max_i(R_i) + 1 - R_i, \quad i=1,...,M. \quad \max_i(R_i) - \text{в данном случае везде 4.}$$

Таким образом, чем важнее критерий, тем больше его вес.

Для данной задачи веса критериев следующие: $V_1=4+1-1=4; V_2=4+1-3=2; V_3=1; V_4=3; V_5=3$.

3 Находятся отношения оценок альтернатив (степени доминирования) путем деления большей оценки по каждому критерию на меньшую:

$$S_i = \max(X_{i1}, X_{i2}) / \min(X_{i1}, X_{i2}), \quad i=1,...,M,$$

где X_{i1}, X_{i2} - оценки двух сравниваемых альтернатив по i -му критерию.

Для данной задачи $S_1=2600/2000=1,3; S_2=3,5/2,5=1,4; S_3=30/24=1,25; S_4=1/0,8=1,25; S_5=4,5/3,5=1,29$.

4 Находятся скорректированные степени доминирования альтернатив путем возведения степеней доминирования в степени, равные весам критериев:

$$C_i = S_i^{V_i}, \quad i=1,...,M.$$

Таким образом учитывается важность критериев: чем больше вес критерия, тем больше соответствующая степень доминирования будет влиять на окончательную оценку.

Для данной задачи $C_1=1,3^4=2,86$; $C_2=1,4^2=1,96$; $C_3=1,25^1=1,25$; $C_4=1,25^3=1,95$; $C_5=1,29^3=2,15$.

5 Для каждой из сравниваемых альтернатив находится оценка ее доминирования над другой альтернативой. Эта оценка вычисляется как произведение скорректированных степеней доминирования по всем критериям, по которым данная альтернатива лучше другой.

В данном примере проект П1 лучше проекта П2 по критериям "пропускная способность" и "срок строительства". Оценка доминирования проекта П1 над П2 находится следующим образом: $D_1=2,86 \cdot 1,25=3,575$.

Проект П2 лучше, чем проект П1, по критериям "затраты", "экологическая безопасность" и "стоимость обработки одной тонны нефти". Оценка доминирования П2 над П1: $D_2=1,96 \cdot 1,95 \cdot 2,15=8,22$.

6 Находится обобщенная оценка доминирования:

$$D = D_1 / D_2.$$

Если $D>1$, то первая альтернатива (оценка которой указана в числителе) лучше второй; если $D<1$, то вторая альтернатива превосходит первую. В данном примере $D = 3,575 / 8,22 = 0,44$. Таким образом, проект П2 лучше, чем П1.

4.5 Модифицированный алгоритм Кемени–Снелла

Рассматриваемый алгоритм предназначен для ранжирования альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям.

Основное преимущество алгоритма - возможность анализа и выбора альтернатив, оцениваемых по критериям различных видов: числовым, качественным, "да-нет" и т.д. Алгоритм также позволяет учитывать суждения ЛПР о важности критериев.

Алгоритм основан на ранжировании и попарном сравнении альтернатив по каждому критерию.

Пример 4.4 – Крупная фирма предполагает создать совместное предприятие за рубежом. Рассматривается возможность создания совместного предприятия в одной из пяти стран. Характеристики этих стран приведены в таблице 4.9.

По мнению руководства фирмы, при выборе страны следует прежде всего учитывать законодательство о совместных предприятиях. Немного менее важный критерий - спрос на внутреннем рынке. Еще немного менее важные критерии - наличие сырья и затраты на подготовку персонала.

Таблица 4.9 – Исходные данные для примера 4.4

Страна	C1	C2	C3	C4	C5
Законодательство о совместных предприятиях	Неблагоприятное	Благоприятное	Удовлетворительное	Благоприятное	Неблагоприятное
Наличие сырья	Нет	Есть	Нет	Нет	Есть
Спрос на продукцию предприятия на внутреннем рынке, млн ден.ед./год	5	6	4	8	6
Затраты на подготовку персонала, млн ден.ед.	1,2	2,5	1,5	1,8	1,3

В данной задаче для оценки альтернатив (стран) используются критерии различных видов. Критерий "законодательство о совместных предприятиях" - качественный (причем шкала оценок отличается от пятибалльной, что затрудняет перевод критерия в числовую форму). Критерий "наличие сырья" имеет вид "да-нет". Остальные критерии - количественные. Для решения таких задач целесообразно применять модифицированный алгоритм Кемени–Снелла.

Прежде чем приступать к выбору решения с использованием данного алгоритма (как и любого другого метода), следует отобрать множество Парето, т.е. множество перспективных альтернатив. Выполнив попарное сравнение альтернатив (как показано в подразделе 1.2), получим, что во множество Парето входят все пять альтернатив.

Выбор альтернативы на основе модифицированного алгоритма Кемени–Снелла реализуется в следующем порядке.

1 С помощью одного из методов экспертных оценок находят веса критериев, представляющие собой числовые оценки их важности.

В данном случае имеется только одно суждение о важности критериев. Поэтому следует применить один из индивидуальных методов экспертных оценок. Воспользуемся методом Саати. Обозначим критерии: K1 - законодательство о совместных предприятиях, K2 - наличие сырья, K3 - спрос на внутреннем рынке, K4 - затраты на подготовку персонала. Выполним попарное сравнение критериев, как показано в таблице 4.10.

Таблица 4.10 – Оценка критериев по методу Саати для примера 4.4

	K1	K2	K3	K4
K1	1	5	2	5
K2	1/5	1	1/3	1
K3	1/2	3	1	3
K4	1/5	1	1/3	1

Выполнив обработку матрицы парных сравнений по методу Саати, найдем веса критериев: $V_1 = 0,52$; $V_2 = 0,10$; $V_3 = 0,28$; $V_4 = 0,10$.

Примечание – Если все критерии одинаковы по важности, то веса критериев считаются равными единице.

2 Выполняется ранжирование альтернатив по каждому из критериев. При этом лучшая альтернатива по данному критерию получает оценку (ранг) 1, следующая за ней – оценку 2, и т.д. Если альтернативы по данному критерию одинаковы, то они получают *одинаковые* оценки. Результаты ранжирования сводятся в матрицу. Для данной задачи матрица ранжирований приведена в таблице 4.11.

Таблица 4.11 – Матрица ранжирований

	C1	C2	C3	C4	C5
K1	3	1	2	1	3
K2	2	1	2	2	1
K3	3	2	4	1	2
K4	1	5	3	4	2

3 На основе ранжирования альтернатив по каждому из критериев составляется матрица парных сравнений. Всего составляется M таких матриц, где M – количество критериев. Матрицы заполняются по правилам, приведенным в таблице 4.12.

Примечание – Матрицы парных сравнений альтернатив по критериям могут быть составлены и непосредственно на основе данных об альтернативах. В этом случае ранжирование альтернатив по критериям (шаг 2) не требуется. Однако при программной реализации данного алгоритма удобнее вводить матрицу ранжирований, так как при этом от человека (эксперта или ЛПР) требуется значительно меньший объем информации, чем при попарном сравнении всех альтернатив по каждому из критериев.

Таблица 4.12 – Правила заполнения матриц парных сравнений в модифицированном алгоритме Кемени–Снелла

R_{jk}^i	Значение
1	По i -му критерию j -я альтернатива лучше k -й
-1	По i -му критерию j -я альтернатива хуже k -й
0	По i -му критерию j -я и k -я альтернативы одинаковы

Здесь i – номер матрицы (номер критерия).

Для рассматриваемой задачи матрицы парных сравнений по критериям K1-K4 приведены в таблицах 4.13 – 4.16.

Таблица 4.13 – Парные сравнения по критерию K1

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	—	-1	-1	-1	0
C2	1	—	1	0	1
C3	1	-1	—	-1	1
C4	1	0	1	—	1
C5	0	-1	-1	-1	—

Таблица 4.14 – Парные сравнения по критерию K2

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	—	-1	0	0	-1
C2	1	—	1	1	0
C3	0	-1	—	0	-1
C4	0	-1	0	—	-1
C5	1	0	1	1	—

Таблица 4.15 – Парные сравнения по критерию К3

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	—	-1	1	-1	-1
C2	1	—	1	-1	0
C3	-1	-1	—	-1	-1
C4	1	1	1	—	1
C5	1	0	1	-1	—

Таблица 4.16 – Парные сравнения по критерию К4

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	—	1	1	1	1
C2	-1	—	-1	-1	-1
C3	-1	1	—	1	-1
C4	-1	1	-1	—	-1
C5	-1	1	1	1	—

Здесь, например, в таблице 4.13 элемент $R_{12}^1 = -1$ означает, что по критерию “законодательство о совместных предприятиях” страна C1 хуже, чем C2 (в стране C1 оно неблагоприятное, в C2 - благоприятное). Элемент $R_{23}^1 = 1$ означает, что по законодательству о совместных предприятиях страна C2 лучше, чем C3; $R_{24}^1 = 0$ означает, что по этому критерию страны C2 и C4 одинаковы (в обеих странах законодательство благоприятное).

4 Составляется матрица потерь. Размерность матрицы - $N \times N$, где N - количество альтернатив. Элементы матрицы потерь рассчитываются по следующей формуле:

$$R_{jk} = \sum_{i=1}^M V_i \cdot |R_{jk}^i - 1|, \quad j=1, \dots, N, \quad k=1, \dots, N.$$

Матрица потерь для рассматриваемой задачи приведена в таблице 4.17.

Таблица 4.17 – Матрица потерь

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	—	1,80	1,14	1,70	1,28
C2	0,20	—	0,20	1,28	0,58
C3	0,86	1,80	—	1,70	0,96
C4	0,30	0,72	0,30	—	0,40
C5	0,72	1,42	1,04	1,60	—

Приведем примеры расчета некоторых элементов матрицы потерь.

$$\begin{aligned} R_{12} &= V_1 \cdot |R_{12}^1 - 1| + V_2 \cdot |R_{12}^2 - 1| + V_3 \cdot |R_{12}^3 - 1| + V_4 \cdot |R_{12}^4 - 1| = \\ &= 0,52 \cdot |-1 - 1| + 0,10 \cdot |-1 - 1| + 0,28 \cdot |-1 - 1| + 0,10 \cdot |1 - 1| = 1,80. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{25} &= V_1 \cdot |R_{25}^1 - 1| + V_2 \cdot |R_{25}^2 - 1| + V_3 \cdot |R_{25}^3 - 1| + V_4 \cdot |R_{25}^4 - 1| = \\ &= 0,52 \cdot |1 - 1| + 0,10 \cdot |0 - 1| + 0,28 \cdot |0 - 1| + 0,10 \cdot |-1 - 1| = 0,58. \end{aligned}$$

Смысл элементов матрицы потерь следующий: чем больше элемент R_{jk} , тем больше отставание j -й альтернативы от k -й (тем хуже j -я альтернатива по сравнению с k -й).

5 Выполняется предварительное ранжирование альтернатив. Для этого находятся суммы строк матрицы потерь. Смысл этих сумм следующий: сумма j -й строки представляет собой оценку *отставания* j -й альтернативы от *всех остальных* альтернатив.

Альтернатива, которой соответствует *минимальная* сумма, предварительно считается *лучшей*. Строка и столбец этой альтернативы исключаются из матрицы потерь.

Суммирование строк матрицы потерь и исключение альтернатив выполняются до тех пор, пока не будет исключена вся матрица. Чем раньше исключена альтернатива, тем она лучше.

Выполним предварительное ранжирование для рассматриваемой задачи. Найдем суммы строк матрицы потерь:

$$P_1 = 1,80 + 1,14 + 1,70 + 1,28 = 5,92;$$

$$P_2 = 0,20 + 0,20 + 1,28 + 0,58 = 2,26;$$

$$P_3 = 0,86 + 1,80 + 1,70 + 0,96 = 5,33;$$

$$P_4 = 0,30 + 0,72 + 0,30 + 0,40 = 1,71;$$

$$P_5 = 0,72 + 1,42 + 1,04 + 1,60 = 4,78.$$

Предварительно лучшей считается альтернатива С4. Она исключается из матрицы потерь. Сокращенная матрица потерь приведена в таблице 4.18.

Таблица 4.18 – Первая сокращенная матрица потерь

	C1	C2	C3	C5
C1	—	1,80	1,14	1,28
C2	0,20	—	0,20	0,58
C3	0,86	1,80	—	0,96
C5	0,72	1,42	1,04	—

Суммы строк этой матрицы: $P_1=4,22$; $P_2=0,98$; $P_3=3,63$; $P_5=3,17$. Исключается альтернатива С2. Вторая сокращенная матрица потерь приведена в таблице 4.19.

Таблица 4.19 – Вторая сокращенная матрица потерь

	C1	C3	C5
C1	—	1,14	1,28
C3	0,86	—	0,96
C5	0,72	1,04	—

Суммы строк этой матрицы: $P_1=2,42$; $P_3=1,83$; $P_5=1,76$. Исключается альтернатива С5. Третья сокращенная матрица потерь приведена в таблице 4.20.

Таблица 4.20 – Третья сокращенная матрица потерь

	C1	C3
C1	—	1,14
C3	0,86	—

Суммы строк этой матрицы: $P_1=1,14$; $P_3=0,86$. Лучшая альтернатива (из двух оставшихся) - С3.

Предварительное ранжирование альтернатив: С4, С2, С5, С3, С1.

6 Выполняется окончательное ранжирование альтернатив. Для этого альтернативы сравниваются попарно, **начиная с конца** предварительного ранжирования. Если сравниваются j -я и k -я альтернативы (при этом j -я альтернатива в предварительном ранжировании находится выше k -й) и выполняется условие $R_{jk} \leq R_{kj}$ (где R_{jk} и R_{kj} - элементы матрицы потерь), то альтернативы остаются в ранжировании на прежних местах (j -я альтернатива лучше k -й). Если $R_{jk} > R_{kj}$, то альтернативы меняются местами (j -я альтернатива хуже k -й).

Выполним окончательное ранжирование для данной задачи.

Сравниваем С3 и С1. $R_{31}=0,86$; $R_{13}=1,14$. Так как $R_{31} < R_{13}$, альтернативы остаются на своих местах (С3 выше, чем С1).

Сравниваем С5 и С3. $R_{53}=1,04$; $R_{35}=0,96$. Так как $R_{53} > R_{35}$, альтернативы меняются местами: альтернатива С3 признается лучшей, чем С5. Ранжирование теперь имеет следующий вид: С4, С2, С3, С5, С1.

Сравниваем С2 и С3. $R_{23}=0,20$; $R_{32}=1,80$. Так как $R_{23} < R_{32}$, альтернативы остаются на прежних местах (С2 выше, чем С3).

Сравниваем С4 и С2. $R_{42}=0,72$; $R_{24}=1,28$. Так как $R_{24} < R_{42}$, альтернативы остаются на прежних местах (С4 выше, чем С2).

Таким образом, окончательное ранжирование альтернатив следующее: С4, С2, С3, С5, С1. Лучший вариант действий для фирмы - создание совместного предприятия в стране, обозначенной как С4.

4.6 Метод ЭЛЕКТРА

Метод предназначен для решения задач, в которых из имеющегося множества альтернатив требуется выбрать заданное количество лучших альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям, а также важности этих критериев.

Принцип работы метода следующий. Для каждой пары альтернатив (A_j и A_k) выдвигается предположение (гипотеза) о том, что альтернатива A_j лучше, чем A_k . Затем для каждой пары альтернатив находятся два индекса: индекс согласия (величина, подтверждающая предположение о превосходстве A_j над A_k) и индекс несогласия (величина, опровергающая это предположение). На основе анализа этих индексов выбирается одна или несколько лучших альтернатив ("ядро" альтернатив).

Рассмотрим реализацию одного из вариантов метода ЭЛЕКТРА на следующем примере.

Пример 4.5 – Предприятию требуется приобрести датчики для использования в составе автоматизированной системы управления технологическим

процессом механообработки. Имеется возможность приобрести датчики одного из шести типов. Характеристики датчиков приведены в таблице 4.21.

Таблица 4.21 – Исходные данные для примера 4.5

Показатели	GD360	BE178A	RON200	RON300	RON800	D200
Стоимость, ден.ед.	1600	1600	2000	6000	2100	1800
Наработка на отказ, ч	3200	500	4000	6500	5000	3500
Условия технического обслуживания	удовл	удовл	отл	отл	хор	отл
Точность, количество отсчетов	3600	2500	5000	5000	4000	3500

Имеются также суждения двух специалистов предприятия в отношении важности критериев.

По мнению первого специалиста, наиболее важный критерий - стоимость, следующие по важности (и одинаково важные между собой) - наработка на отказ и точность, наименее важный критерий - условия технического обслуживания.

По мнению второго специалиста, наиболее важный критерий - наработка на отказ, немного менее важный - стоимость, следующий по важности - точность, еще менее важный критерий - условия технического обслуживания.

При этом (в зависимости от окончательного варианта проектируемой АСУТП) предприятию могут потребоваться датчики как одного, так и нескольких типов.

Выберем множество Парето. Выполнив попарное сравнение альтернатив (как показано в подразделе 2.2), получим, что во множество Парето входят все датчики, кроме BE178A.

Для удобства записи введем обозначения критериев: стоимость - K1, наработка на отказ - K2, условия технического обслуживания - K3, точность - K4. Обозначим также альтернативы GD360, RON200, RON300, RON800 и D200 как A1, A2, A3, A4, A5. В таблице 4.22 приведены оценки альтернатив, вошедших во множество Парето.

Таблица 4.22 – Множество Парето для примера 4.5

	A1	A2	A3	A4	A5
K1	1600	2000	6000	2100	1800
K2	3200	4000	6500	5000	3500
K3	удовл	отл	отл	хор	отл
K4	3600	5000	5000	4000	3500

Найдем веса критериев. В данной задаче важность критериев оценивается несколькими (двумя) экспертами. Поэтому для определения весов необходимо применить один из коллективных методов экспертных оценок. Пусть эксперты согласны представить свои суждения в виде балльных оценок. В этом случае можно воспользоваться методом ранга. Предположим, что от экспертов получена матрица оценок, приведенная в таблице 4.23.

Таблица 4.23 – Экспертные оценки важности критериев

	K1	K2	K3	K4
1-й эксперт	10	8	5	8
2-й эксперт	9	10	6	7

Выполнив обработку экспертных оценок по методу ранга, получим веса критериев: $V_1=0,30$; $V_2=0,29$; $V_3=0,17$; $V_4=0,24$.

Выбор лучших альтернатив по методу ЭЛЕКТРА реализуется в следующем порядке.

1 Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду. Эта операция может выполняться разными способами, например, так же, как в методике экспресс-анализа альтернатив (см. подраздел 4.2). Безразмерные оценки приведены в таблице 4.24.

Таблица 4.24 – Безразмерные оценки альтернатив

	A1	A2	A3	A4	A5
K1	1,00	0,80	0,27	0,76	0,89
K2	0,49	0,62	1,00	0,77	0,54
K3	0,60	1,00	0,90	0,80	1,00
K4	0,72	1,00	1,00	0,8	0,70

Примечание – По критерию "качество технического обслуживания" альтернативы A2 и A5 получили безразмерные оценки 1, а альтернатива A3 - оценку 0,9, хотя все они имели оценку "отлично". Это означает, что (по мнению специалиста, выполнявшего оценивание) датчики A2 и A5 по данному критерию несколько лучше, чем A3.

2 Определяются индексы согласия C_{jk} , $j=1,...,N$, $k=1,...,N$ (где N - количество альтернатив). Индекс согласия отражает степень согласия с предположением о том, что j -я альтернатива лучше k -й. В рассматриваемой реализации метода ЭЛЕКТРА индексы согласия находятся по формуле

$$C_{jk} = \sum_{i \in K^+} V_i, \quad j=1,...,N, k=1,...,N,$$

где V_i - веса критериев;

K^+ - подмножество критериев, по которым j -я альтернатива не хуже k -й.

Таким образом, индекс согласия C_{jk} находится как сумма весов критериев, по которым j -я альтернатива не хуже k -й. Чем больше индекс согласия, тем более выражено превосходство j -й альтернативы над k -й.

Индексы согласия для данной задачи приведены в таблице 4.25.

Таблица 4.25 – Матрица индексов согласия

	A1	A2	A3	A4	A5
A1	—	0,30	0,30	0,30	0,54
A2	0,70	—	0,71	0,71	0,70
A3	0,70	0,53	—	0,70	0,53
A4	0,70	0,29	0,30	—	0,53
A5	0,46	0,47	0,47	0,47	—

Приведем примеры расчета индексов согласия. Найдем, например, индекс согласия C_{12} (оценку согласия с предположением о превосходстве альтернативы A1 над A2). Альтернатива A1 (GD360) не хуже альтернативы A2 (RON200) только по критерию K1 (стоимость). Его вес равен 0,30; таким образом, $C_{12}=0,30$. Аналогично найдем индекс согласия C_{21} . Альтернатива A2 не хуже, чем A1, по критериям K2, K3 и K4, поэтому $C_{21}=0,29+0,17+0,24=0,70$.

Найдем индекс согласия C_{23} . Альтернатива A2 (RON200) не хуже альтернативы A3 (RON300) по критериям K1, K3, K4 (по критериям K1 и K3 альтернатива A2 лучше, чем A3, а по критерию K4 они одинаковы). Таким образом, $C_{23}=0,30+0,17+0,24=0,71$.

Аналогично найдем индекс согласия C_{32} . Альтернатива A3 не хуже, чем A2, по критериям K2 и K4, поэтому $C_{32}=0,29+0,24=0,53$.

3 Определяются индексы несогласия D_{jk} , $j=1,...,N$, $k=1,...,N$. Индекс несогласия отражает степень несогласия с предположением о том, что j -я альтернатива лучше k -й. Индексы D_{jk} находятся по формуле:

$$D_{jk} = \max_{i \in K^-} (P_{ik} - P_{ij}), \quad j=1,...,N, k=1,...,N,$$

где P_{ik} , P_{ij} - безразмерные оценки альтернатив (для данного примера они приведены в таблице 4.24);

K^- - подмножество критериев, по которым j -я альтернатива не превосходит k -ю.

Таким образом, индекс несогласия D_{jk} находится как максимальная из разностей оценок по критериям, по которым j -я альтернатива *не лучше* k -й. Чем больше индекс несогласия, тем менее выражено превосходство j -й альтернативы над k -й.

Индексы несогласия для данной задачи приведены в таблице 4.26.

Таблица 4.26 – Матрица индексов несогласия

	A1	A2	A3	A4	A5
A1	—	0,40	0,51	0,28	0,40
A2	0,20	—	0,38	0,15	0,09
A3	0,73	0,53	—	0,49	0,62
A4	0,24	0,20	0,23	—	0,20
A5	0,11	0,30	0,46	0,23	—

Приведем примеры расчета индексов несогласия. Найдем индекс несогласия D_{12} (оценку несогласия с предположением о превосходстве альтернативы A1 над A2). Альтернатива A1 (GD360) не имеет превосходства над A2 (RON200) по критериям K2, K3, K4. Разности безразмерных оценок по этим

критериям следующие: $0,62 - 0,49 = 0,13$; $1 - 0,6 = 0,4$; $1 - 0,72 = 0,28$. Таким образом, $D_{12}=0,4$.

Аналогично найдем индекс несогласия D_{21} . Альтернатива A_2 не имеет превосходства над A_1 только по критерию K_1 . Разность оценок по этому критерию: $1 - 0,8 = 0,2$. Таким образом, $D_{21}=0,2$.

4 Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса согласия:

$$C_j = \min_k C_{jk}, \quad j=1, \dots, N.$$

Таким образом, предельное значение индекса согласия для j -й альтернативы находится как *минимальный* элемент j -й строки матрицы индексов согласия. Эта величина отражает степень согласия с предположением о том, что j -я альтернатива имеет превосходство над всеми другими альтернативами.

Для рассматриваемого примера $C_1=0,3$; $C_2=0,7$; $C_3=0,53$; $C_4=0,29$; $C_5=0,46$.

5 Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса несогласия:

$$D_j = \max_k D_{jk}, \quad j=1, \dots, N.$$

Таким образом, предельное значение индекса несогласия для j -й альтернативы находится как *максимальный* элемент j -й строки матрицы индексов несогласия. Эта величина отражает степень несогласия с предположением о превосходстве j -й альтернативы над другими альтернативами.

Для рассматриваемого примера $D_1=0,51$; $D_2=0,38$; $D_3=0,73$; $D_4=0,24$; $D_5=0,46$.

6 Выделяются лучшие альтернативы (“ядро” альтернатив), удовлетворяющие условиям:

$$\begin{aligned} C_j &> C^*, \\ D_j &< D^*, \end{aligned}$$

где C^* , D^* - пороговые значения индексов согласия и несогласия. Эти величины назначаются в зависимости от того, какое количество альтернатив требуется выбрать. Обычно сначала принимаются пороговые значения $C^*=0,5$, $D^*=0,5$; затем они изменяются в соответствии с количеством отбираемых альтернатив. Выбираются альтернативы, удовлетворяющие *обоим* условиям.

Пусть в рассматриваемом примере требуется выбрать *один* тип датчиков. Назначим пороговые значения $C^*=0,5$, $D^*=0,5$. Условию $C_j > C^*$ удовлетворяют альтернативы A_2 и A_3 , условию $D_j < D^*$ - альтернативы A_2 , A_4 и A_5 . Таким образом, выбирается альтернатива A_2 , т.е. датчик RON200.

Пусть требуется выбрать *два* типа датчиков. Снизим пороговое значение индекса согласия до $C^*=0,45$, оставив значение $D^*=0,5$. Тогда условию $C_j > C^*$ будут соответствовать альтернативы А2, А3 и А5, условию $D_j < D^*$ - альтернативы А2, А4 и А5. Таким образом, выбираются альтернативы А2 и А5, т.е. датчики RON200 и D200.

Примечание – Выбор ядра альтернатив данным методом не всегда является однозначным. Например, если в рассматриваемом примере назначить пороговые значения $C^*=0,5$, $D^*=0,8$, то условию $C_j > C^*$ будут соответствовать альтернативы А2 и А3, а условию $D_j < D^*$ - все альтернативы. Таким образом, в качестве двух лучших альтернатив будут отобраны А2 и А3 (датчики RON200 и RON300). Отбирая несколько вариантов ядра, ЛПР может самостоятельно выбрать окончательный вариант решения.

4.7 Порядок выполнения работы

- 1 Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.
- 2 Получить задание на лабораторную работу (см. приложение Б).
- 3 Выбрать множество Парето.
- 4 По указанию преподавателя выполнить анализ альтернатив и выбрать лучшую альтернативу одним из следующих двух способов:
 - первый способ:
 - а) используя методику экспресс-анализа альтернатив, выбрать три лучших альтернативы;
 - б) выполнить ранжирование выбранных альтернатив, используя методику скаляризации векторных оценок;
 - в) сравнить две лучшие альтернативы, используя методику сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования;
 - второй способ:
 - а) по виду имеющихся экспертных суждений о важности критериев выбрать метод экспертного анализа, который следует использовать для определения весов критериев: метод предпочтений или метод ранга. Используя выбранный метод экспертного анализа, вычислить веса критериев;
 - б) выполнить ранжирование альтернатив на основе модифицированного алгоритма Кемени-Снелла. По результатам ранжирования отобрать три лучшие альтернативы;
 - в) выполнить анализ трех отобранных альтернатив по методу ЭЛЕКТРА. Для приведения оценок к безразмерному виду использовать алгоритм, применяемый в методике экспресс-анализа альтернатив. Изменяя пороговые значения индексов согласия и несогласия, выбрать: одну лучшую альтернативу.

Литература

- 1 Железко, Б.А. Информационно-аналитические системы поддержки принятия решений / Б.А. Железко, А.Н. Морозевич. – Минск: НИУ, 1999. – 139 с.
- 2 Саати, Т. Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Кернс. – М.: Радио и связь, 1991. - 224 с.
- 3 Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.
- 4 Смородинский, С.С. Методы и системы принятия решений: Учеб. пособие по курсам “Интеллектуальные системы принятия решений” и “Методы и системы принятия решений” для студ. спец. “Автоматизированные системы обработки информации” / С.С. Смородинский, Н.В. Батин. – В 2 ч. Ч.1. - Минск: БГУИР, 2000.- 96 с; ч.2. - Минск: БГУИР, 2001.- 81 с.
- 5 Трахтенгерц, Э.А. Компьютерная поддержка принятия решений / Э.А. Трахтенгерц. – М.: Синтег, 1998. – 376 с.

Приложение А (справочное)

Варианты заданий для лабораторной работы №1

Вариант А.1

Негосударственному предприятию требуется в короткие сроки получить дополнительную денежную сумму. Для этого имеются следующие возможности: 1) банковский кредит (А1); 2) сдача части производственных помещений в аренду (А2); 3) продажа части производственных помещений (А3); 4) продажа части акций предприятия (А4).

Выбор одного из способов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

- первый эксперт: лучший способ - аренда, немного хуже - банковский кредит, еще хуже - продажа части акций, намного хуже - продажа помещений;
- второй эксперт: лучший способ - банковский кредит, хуже - аренда, примерно такой же (немного хуже) - продажа акций, намного хуже - продажа помещений;
- третий эксперт: лучший способ - банковский кредит, немного хуже - аренда, значительно хуже - продажа помещений, еще хуже - продажа части акций.

Вариант А.2

На предприятии возникли сложности, связанные с нехваткой складских площадей для сырья. Предлагаются следующие варианты действий: 1) построить новый склад (А1); 2) приобрести складские помещения у другого предприятия (А2); 3) арендовать складские помещения у другого предприятия (А3); 4) изменить режим работы предприятия таким образом, чтобы сократить запасы на складах (А4).

Выбор одного из вариантов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

- первый эксперт: лучший вариант - аренда склада, немного хуже - изменение режима работы, значительно хуже - приобретение склада у другого предприятия, еще хуже - строительство нового склада;
- второй эксперт: лучший вариант - изменение режима работы, хуже - аренда склада, еще хуже - строительство нового склада, самый худший вариант - приобретение склада у другого предприятия;
- третий эксперт: лучший вариант - строительство нового склада, немного хуже - изменение режима работы, еще немного хуже - аренда склада, значительно хуже - приобретение склада у другого предприятия.

Вариант А.3

Требуется обеспечить связь с некоторой отдаленной территорией. Предлагаются следующие варианты: 1) запустить спутник связи (А1); 2) приобрести право на использование каналов связи, обеспечиваемых уже имеющимся спутником (А2); 3) построить сеть наземных ретрансляторов (А3); 4) проложить проводную линию связи (А4).

Выбор одного из вариантов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

- первый эксперт: лучший вариант - приобретение каналов связи, значительно хуже - запуск спутника, еще немного хуже - строительство сети ретрансляторов, еще хуже - прокладка проводной линии;
- второй эксперт: лучший вариант - запуск спутника, немного хуже - строительство сети ретрансляторов, еще немного хуже - приобретение каналов связи, самый худший вариант - прокладка проводной линии;
- третий эксперт: лучший вариант - приобретение каналов связи, немного хуже - строительство сети ретрансляторов, еще немного хуже - запуск спутника, значительно хуже - прокладка проводной линии.

Вариант А.4

Выбирается вариант развития энергетики в некотором малоосвоенном регионе. Предлагаются следующие варианты: 1) постройка крупной гидроэлектростанции (ГЭС) (А1); 2) постройка нескольких мелких ГЭС (А2); 3) постройка атомной электростанции (АЭС) (А3); 4) отказ от строительства электростанций и импорт энергии (А4).

Выбор одного из вариантов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

- первый эксперт: лучший вариант - постройка АЭС, значительно хуже - постройка нескольких мелких ГЭС, еще немного хуже - постройка крупной ГЭС, самый худший вариант - импорт энергии;
- второй эксперт: лучший вариант - постройка крупной ГЭС, немного хуже - постройка АЭС, значительно хуже - импорт энергии, самый худший - постройка мелких ГЭС;
- третий эксперт: лучший вариант - постройка АЭС, хуже - импорт энергии, еще хуже - постройка мелких ГЭС, самый худший - постройка крупной ГЭС.

Вариант А.5

В процессе работы химического комбината возникают опасные отходы. Требуется выбрать способ их переработки или ликвидации. Предлагаются следующие способы: 1) заключить договор с зарубежным предприятием о вывозе и переработке отходов (А1); 2) построить сооружения для захоронения отходов (А2); 3) построить предприятие по переработке отходов (А3); 4) перепро-

филировать комбинат, переведя его на выпуск другой продукции, при которой будет значительно меньше опасных отходов (А4).

Выбор одного из вариантов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

- первый эксперт: лучший вариант - построить предприятие по переработке отходов, хуже - заключить договор о вывозе отходов, еще хуже - построить сооружения для захоронения отходов, значительно хуже - перепрофилировать комбинат;

- второй эксперт: лучший вариант - заключить договор о вывозе отходов, немного хуже - построить сооружения для захоронения отходов, еще немного хуже - построить предприятие по переработке отходов, значительно хуже - перепрофилировать комбинат;

- третий эксперт: лучший вариант - построить предприятие по переработке отходов, хуже - заключить договор о вывозе отходов, значительно хуже - перепрофилировать комбинат, еще хуже - построить сооружения для захоронения отходов.

Вариант А.6

Предприятие предполагает начать выпуск некоторой новой продукции. Для этого потребуется дополнительная тепловая энергия. Предлагаются следующие варианты действий: 1) использовать в качестве топлива торф (А1); 2) использовать уголь (А2); 3) перейти на использование газа и проложить газопровод (А3); 4) отказаться от выпуска новой продукции (А4).

Выбор одного из вариантов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

- первый эксперт: лучшее решение - переход на газ, хуже - использование угля, значительно хуже - использование торфа, хуже всего - отказ от выпуска новой продукции;

- второй эксперт: лучше всего - использование угля, хуже - использование торфа, еще хуже - переход на газ, значительно хуже - отказ от выпуска новой продукции;

- третий эксперт: лучше всего - переход на газ, немного хуже - использование торфа, значительно хуже - отказ от выпуска новой продукции, хуже всего - использование угля.

Вариант А.7

Предлагается построить нефтеперерабатывающее предприятие. Район строительства предприятия находится вблизи от потребителей продукции, однако удален от мест добычи нефти. Предлагаются следующие варианты действий: 1) организовать танкерные перевозки (т.е. доставлять нефть на специальных кораблях) (А1); 2) доставлять нефть железнодорожным транспортом (А2); 3) построить нефтепровод (А3); 4) отказаться от предлагаемого строительства (А4).

Выбор одного из вариантов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

- первый эксперт: лучшее решение - строительство нефтепровода, хуже - танкерные перевозки, еще хуже - отказ от строительства, значительно хуже - железнодорожные перевозки;

- второй эксперт: лучше всего - танкерные перевозки, немного хуже - строительство нефтепровода, значительно хуже - железнодорожные перевозки, еще хуже - отказ от строительства;

- третий эксперт: лучшее решение - строительство нефтепровода, хуже - отказ от строительства, еще хуже - танкерные перевозки, значительно хуже - железнодорожные перевозки.

Вариант А.8

В некотором городе строится крупное предприятие, в связи с чем значительно увеличился поток грузов, доставляемых в город. Имеющаяся в городе товарная железнодорожная станция не справляется с потоком грузов. Предлагаются следующие варианты действий: 1) построить новую железнодорожную станцию (А1); 2) расширить существующую станцию (А2); 3) построить речной грузовой порт (А3); 4) построить отдельную железнодорожную ветку к предприятию (А4).

Выбор одного из вариантов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

- первый эксперт: лучшее решение - строительство железнодорожной ветки, немного хуже - строительство речного порта, еще немного хуже - строительство новой станции, значительно хуже - расширение имеющейся станции;

- второй эксперт: лучшее решение - строительство новой станции, немного хуже - строительство речного порта, значительно хуже - строительство железнодорожной ветки, еще хуже - расширение имеющейся станции;

- третий эксперт: лучшее решение - строительство речного порта, немного хуже - строительство железнодорожной ветки, еще немного хуже - расширение имеющейся станции, еще хуже - строительство новой станции.

Приложение Б (справочное)

Варианты заданий для лабораторных работ №№2, 4

Вариант Б.1

Предприятие - производитель изделий бытовой электроники выбирает торговую фирму для заключения с ней договора о распространении своей продукции. Имеется шесть торговых фирм, о которых известно следующее.

Фирма	ТФ1	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
Опыт работы с данной продукцией, лет	5	2	6	5	7	4
Уровень развития торговой сети	развитая	развитая	развитая	средняя	средняя (немного хуже, чем у ТФ4)	средняя (немного лучше, чем у ТФ4 и ТФ5)
Репутация	сомнительная	хорошая	средняя	хорошая	средняя	хорошая

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, основной критерий - репутация, менее важный - опыт работы, еще менее важный – уровень развития торговой сети.

По мнению второго эксперта, основной критерий - репутация, менее важный – уровень развития торговой сети, еще менее важный – опыт работы.

Вариант Б.2

Предприятие предполагает приобрести станок. Характеристики станков, из которых делается выбор, следующие.

Станок	СТ1	СТ2	СТ3	СТ4	СТ5	СТ6
Производительность, изделий/ч	25	25	30	15	20	35
Стоимость станка, тыс. ден.ед.	140	100	200	100	100	200
Надежность	достаточно высокая	средняя	очень высокая	достаточно высокая (немного ниже, чем у СТ1 и СТ6)	средняя	достаточно высокая

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, основной критерий - производительность, немного менее важный - надежность, еще немного менее важный - стоимость.

По мнению второго эксперта, основной критерий - производительность, менее важный - стоимость, еще немного менее важный - надежность.

Вариант Б.3

Предлагаются шесть вариантов площадки для строительства нового предприятия. Характеристики площадок следующие.

Площадка	Пл1	Пл2	Пл3	Пл4	Пл5	Пл6
Уровень развития дорожной сети	средняя	плохая	развитая	развитая (немного лучше, чем для Пл3)	средняя	плохая
Энергоснабжение	хорошее	хорошее	плохое	среднее	очень хорошее	среднее
Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед.	3,5	2,5	3	3,5	3	2,0

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - затраты на подготовку к строительству, менее важны (и одинаково важны между собой) уровень развития дорожной сети и энергоснабжение.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - уровень развития дорожной сети, немного менее важный - затраты на подготовку к строительству, еще немного менее важный - энергоснабжение.

Вариант Б.4

Предлагаются шесть проектов строительства промышленного предприятия. Характеристики проектов следующие.

Проект	П1	П2	П3	П4	П5	П6
Прибыль, млн ден.ед./год	12	10	13	11	15	14
Новые рабочие места	3000	3500	3000	1500	2000	2500
Возможности развития территории	хорошие	средние	средние (немного хуже, чем для П2)	хорошие	очень хорошие	очень хорошие

Оценка важности критериев выполняется двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - прибыль, менее важный - возможности развития территории, еще менее важный - количество новых рабочих мест.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - прибыль, менее важный - количество новых рабочих мест, еще менее важный - возможности развития территории.

Вариант Б.5

Выбирается место для строительства металлургического предприятия. Характеристики мест, предлагаемых для строительства следующие.

Место	М1	М2	М3	М4	М5	М6
Близость к источникам сырья	совсем близко	близко	далеко	совсем близко	близко (немного дальше, чем для М2)	среднее расстояние
Близость к потребителям	далеко	среднее расстояние	близко	очень далеко	далеко	совсем близко
Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед.	2,5	4	3	2	3	3,5

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - затраты на подготовку к строительству; менее важный - близость к источникам сырья, еще немного менее важный - близость к потребителям.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - близость к источникам сырья, немного менее важный - затраты на подготовку к строительству, значительно менее важный - близость к потребителям.

Вариант Б.6

Предприятие предполагает заключить договор о поставках железной руды с одним из шести поставщиков. Характеристики поставщиков следующие.

Поставщик	П1	П2	П3	П4	П5	П6
Содержание металла в руде, %	12	9	15	8	7	10
Стоимость руды, ден.ед./т	200	120	220	120	100	140
Надежность поставок	возможны нарушения	высокая	очень высокая	достаточно высокая	высокая	высокая

Примечание – Содержание металла в руде - чем выше, тем лучше.

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - содержание металла в руде, следующий по важности - надежность поставок, следующий по важности - стоимость руды.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - содержание металла в руде, следующий по важности - стоимость руды, следующий по важности - надежность поставок.

Вариант Б.7

Предприятие предполагает закупить универсальный станок для изготовления изделий нескольких типов. Характеристики станков, из которых делается выбор, следующие.

Станок	СТ1	СТ2	СТ3	СТ4	СТ5	СТ6
Количество типов выпускаемых изделий	10	12	8	15	10	12
Стоимость станка, тыс.ден.ед.	200	250	160	250	180	240
Переналадка на другой тип изделия	достаточно простая	достаточно простая	сложная	очень простая	сложная (немного сложнее, чем для СТ3)	достаточно простая

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - количество типов выпускаемых изделий, менее важный - стоимость, еще менее важный - удобство переналадки на другой тип изделия.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий – стоимость, менее важный – удобство переналадки на другой тип изделия, еще менее важный - количество типов выпускаемых изделий.

Вариант Б.8

Предлагаются шесть вариантов площадки для строительства нового предприятия химической промышленности. Характеристики площадок следующие.

Площадка	Пл1	Пл2	Пл3	Пл4	Пл5	Пл6
Условия для доставки сырья	хорошие	отличные	средние	хорошие (немного хуже, чем для Пл1)	средние	очень хорошие
Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед.	3,5	1,8	4	3	3,5	4
Опасность загрязнения грунтовых вод в случае аварии	загрязнение возможно	высокая опасность	опасности нет	загрязнение возможно	опасности нет	опасности нет

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - опасность загрязнения, немного менее важный - затраты на подготовку к строительству, еще немного менее важный - условия для доставки сырья.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - затраты на подготовку к строительству, примерно такой же по важности (немного менее важный) - опасность загрязнения, менее важный - условия для доставки сырья.

Приложение В (справочное)

Варианты заданий для лабораторной работы №3

Вариант В.1

Предприятие предполагает приобрести новую технологическую линию для производства пластмассы. Имеется возможность приобрести одну из трех линий: Л1, Л2 или Л3. Каждая линия может применяться для производства трех видов пластмассы: для бытовых изделий, технической обычной и технической упрочненной.

Стоимость линий Л1, Л2, Л3 - 200, 600 и 300 тыс. ден. ед. соответственно. Другие характеристики линий зависят от вида выпускаемой пластмассы.

Пластмасса	Для бытовых изделий			Техническая обычная			Техническая упрочненная		
Линия	Л1	Л2	Л3	Л1	Л2	Л3	Л1	Л2	Л3
Производительность, кг/ч	110	450	350	150	400	350	100	350	300
Себестоимость пластмассы, ден.ед./кг	8	12	7	6	10	5	10	12	8
Время непрерывной работы, ч	40	60	50	30	60	50	20	40	40

Примечание - Время непрерывной работы линии - интервал времени, по истечении которого требуется остановка линии (например, для чистки). Чем дольше время непрерывной работы, тем лучше.

Из опыта работы предприятия известно, что примерно 40% заказов на производство пластмасс составляют заказы на пластмассу для бытовых изделий, еще 40% - заказы на обычную техническую пластмассу, 20% - на техническую упрочненную.

По мнению руководства предприятия, наиболее важный критерий - производительность, следующий по важности - себестоимость пластмассы, менее важны (и одинаково важны между собой) стоимость линии и время непрерывной работы.

Вариант В.2

Сельскохозяйственное предприятие может выращивать на земельном участке один из трех видов растений: Р1, Р2 или Р3.

При выборе вида растения учитываются следующие критерии: затраты на посадку (К1); затраты за время выращивания (К2); расход удобрений (К3); прибыль от продажи урожая (К4). Затраты на посадку растений Р1, Р2, Р3 составляют 80, 60 и 120 тыс. ден.ед. соответственно. Другие показатели зависят от погодных условий летом.

Погода	Сухая			Обычная			Влажная		
Растение	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
Затраты за время выращивания, тыс. ден.ед.	40	70	30	30	60	30	30	30	30
Расход удобрений, т	60	110	40	50	80	40	50	70	30
Прибыль от продажи урожая, тыс. ден.ед.	680	400	700	800	900	700	800	700	1200

По прогнозу, вероятность сухой погоды в данном году составляет 10%, обычной - 70%, влажной - 20%.

По мнению руководства предприятия, наиболее важный критерий - прибыль, следующий по важности - затраты за время выращивания, менее важны (и одинаково важны между собой) затраты на посадку и расход удобрений.

Вариант В.3

Предприятие предполагает приобрести новую технологическую линию для производства пластмассы. Имеется возможность приобрести одну из трех линий: Л1, Л2 или Л3. Каждая линия может применяться для производства трех видов пластмассы: для бытовых изделий, технической обычной и технической упрочненной.

Стоимость линий Л1, Л2, Л3 - 500, 300 и 800 тыс. ден.ед. соответственно. Другие характеристики линий зависят от вида выпускаемой пластмассы.

Пластмасса	Для бытовых изделий			Техническая обычная			Техническая упрочненная		
Линия	Л1	Л2	Л3	Л1	Л2	Л3	Л1	Л2	Л3
Производительность, кг/ч	300	100	400	400	200	400	300	180	350
Себестоимость пластмассы, ден.ед./кг	12	12	8	10	11	6	12	14	8
Время непрерывной работы, ч	80	40	80	100	50	120	80	40	100

Примечание – Время непрерывной работы линии - интервал времени, по истечении которого требуется остановка линии (например, для чистки). Чем дольше время непрерывной работы, тем лучше.

Из опыта работы предприятия известно, что примерно 30% заказов на производство пластмасс составляют заказы на пластмассу для бытовых изделий, 50% - заказы на обычную техническую пластмассу, 20% - на техническую упрочненную.

По мнению руководства предприятия, наиболее важный критерий - производительность, следующий по важности - себестоимость пластмассы, менее важны (и одинаково важны между собой) стоимость линии и время непрерывной работы.

Вариант В.4

Сельскохозяйственное предприятие может выращивать на земельном участке один из трех видов растений: Р1, Р2 или Р3.

При выборе вида растения учитываются следующие критерии: затраты на посадку (К1); затраты за время выращивания (К2); расход удобрений (К3); прибыль от продажи урожая (К4). Затраты на посадку растений Р1, Р2, Р3 составляют 200, 80 и 120 тыс. ден.ед. соответственно. Другие показатели зависят от погодных условий летом.

Погода	Сухая			Обычная			Влажная		
Растение	Р1	Р2	Р3	Р1	Р2	Р3	Р1	Р2	Р3
Затраты за время выращивания, тыс. ден.ед.	60	70	140	50	60	100	50	20	30
Расход удобрений, т	70	75	40	70	60	40	50	60	25
Прибыль от продажи урожая, тыс. ден.ед.	500	300	200	550	600	350	600	700	800

По прогнозу, вероятность сухой погоды в данном году составляет 60%, обычной - 30%, влажной - 10%.

По мнению руководства предприятия, наиболее важный критерий - прибыль, следующий по важности - затраты за время выращивания, менее важны (и одинаково важны между собой) затраты на посадку и расход удобрений.

Вариант В.5

Предприятие предполагает приобрести новую технологическую линию для производства пластмассы. Имеется возможность приобрести одну из трех линий: Л1, Л2 или Л3. Каждая линия может применяться для производства трех видов пластмассы: для бытовых изделий, технической обычной и технической упрочненной.

Стоимость линий Л1, Л2, Л3 - 600, 200 и 500 тыс. ден. ед. соответственно. Другие характеристики линий зависят от вида выпускаемой пластмассы.

Пластмасса	Для бытовых изделий			Техническая обычная			Техническая упрочненная		
Линия	Л1	Л2	Л3	Л1	Л2	Л3	Л1	Л2	Л3
Производительность, кг/ч	300	150	300	400	180	350	320	150	270
Себестоимость пластмассы, ден.ед./кг	10	7	8	6	8	10	9	12	10
Время непрерывной работы, ч	60	30	50	120	50	100	80	30	70

Примечание – Время непрерывной работы линии - интервал времени, по истечении которого требуется остановка линии (например, для чистки). Чем дольше время непрерывной работы, тем лучше.

Из опыта работы предприятия известно, что примерно 20% заказов на производство пластмасс составляют заказы на пластмассу для бытовых

изделий, 50% - заказы на обычную техническую пластмассу, 30% - на техническую упрочненную.

По мнению руководства предприятия, наиболее важный критерий - производительность, следующий по важности - себестоимость пластмассы, менее важны (и одинаково важны между собой) стоимость линии и время непрерывной работы.

Вариант В.6

Сельскохозяйственное предприятие может выращивать на земельном участке один из трех видов растений: P1, P2 или P3.

При выборе вида растения учитываются следующие критерии: затраты на посадку (K1); затраты за время выращивания (K2); расход удобрений (K3); прибыль от продажи урожая (K4). Затраты на посадку растений P1, P2, P3 составляют 30, 80 и 70 тыс. ден.ед. соответственно. Другие показатели зависят от погодных условий летом.

Погода	Сухая			Обычная			Влажная		
Растение	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
Затраты за время выращивания, тыс. ден.ед.	200	50	60	120	40	20	30	40	10
Расход удобрений, т	80	100	50	50	120	50	50	60	40
Прибыль от продажи урожая, тыс. ден.ед.	200	500	200	300	500	300	700	300	400

По прогнозу, вероятность сухой погоды в данном году составляет 10%, обычной - 20%, влажной - 70%.

По мнению руководства предприятия, наиболее важный критерий - прибыль, следующий по важности - затраты за время выращивания, менее важны (и одинаково важны между собой) затраты на посадку и расход удобрений.

Содержание

Лабораторная работа №1 Принятие решений в неструктурированных задачах на основе методов экспертного анализа.....	3
Лабораторная работа №2 Решение слабоструктурированных задач на основе метода анализа иерархий	15
Лабораторная работа №3 Принятие решений в условиях риска при многих критериях	24
Лабораторная работа №4 Методы и процедуры принятия решений при многих критериях	30
Литература	50
Приложение А Варианты заданий для лабораторной работы №1	51
Приложение Б Варианты заданий для лабораторных работ №№2,4.....	55
Приложение В Варианты заданий для лабораторной работы №3	59