

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных вычислительных машин

Лабораторная работа №3  
«Принятие решений в условиях риска при многих критериях»  
Вариант № 2

Выполнили  
студенты группы 050503:  
Григорик И. А.  
Деруго Д. В.

Проверила:  
Герман Ю.О.

Минск 2023

## 1. Исходные данные для выполнения

Сельскохозяйственное предприятие может выращивать на земельном участке один из трех видов растений: P1, P2 или P3.

При выборе вида растения учитываются следующие критерии: затраты на посадку (K4); затраты за время выращивания (K1); расход удобрений (K2); прибыль от продажи урожая (K3). Затраты на посадку растений P1, P2, P3 составляют 80, 60 и 120 тыс. ден. ед. соответственно. Другие показатели зависят от погодных условий летом.

Погода	Сухая			Обычная			Влажная		
Растение	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
Затраты за время выращивания, тыс. ден. ед.	40	70	30	30	60	30	30	30	30
Расход удобрений, т	60	110	40	50	80	40	50	70	30
Прибыль от продажи урожая, тыс. ден. ед.	680	400	700	800	900	700	800	700	1200

По прогнозу, вероятность сухой погоды в данном году составляет 10%, обычной - 70%, влажной - 20%.

По мнению руководства предприятия, наиболее важный критерий - прибыль, следующий по важности - затраты за время выращивания, менее важны (и одинаково важны между собой) затраты на посадку и расход удобрений.

## 2. Оценка альтернатив на основе метода анализа иерархий

1 Определяются локальные приоритеты (оценки важности) критериев. Для этого выполняется их попарное сравнение по важности согласно методу Саати (см. таблицу 2.1).

Таблица 2.1 — Матрица парных сравнений

	K1	K2	K3	K4
K1	1	2	1/3	2
K2	1/2	1	1/4	1
K3	3	4	1	4
K4	1/2	1	1/4	1

Вычисляются средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot 2 \cdot 1/3} = 1.07, C_2 = \sqrt[3]{1/2 \cdot 1 \cdot 1/5} = 0.59, C_3 = 2.63, C_4 = 0.59$$

Вычисляется сумма средних геометрических:  $C = 1.07 + 0.59 + 2.63 + 0.59 = 4.90$

Вычисляются *локальные приоритеты* (в данном случае - оценки важности критериев):

$$L_{K1} = C_1/C = 1.07/4.9 = 0.22; L_{K2} = C_2/C = 0.12; L_{K3} = C_3/C = 0.54; L_{K4} = C_4/C = 0.12.$$

Следующим шагом выполняется **проверка экспертных оценок на непротиворечивость**, которая позволяет выявить ошибки, которые мог допустить эксперт при заполнении матрицы парных сравнений.

**1** Для этого сначала находятся суммы столбцов матрицы парных сравнений:

$$R_j = \sum_{i=1}^N X_{ij}, \quad j = 1, \dots, N.$$

$$R_1 = 1 + 1/2 + 3 + 1/2 = 5; R_2 = 8; R_3 = 1.53; R_4 = 8$$

**2** Затем рассчитывается вспомогательная величина  $\lambda$  путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:

$$\lambda = \sum_{j=1}^N R_j \cdot V_j$$

$$\lambda = 5 \cdot 0.22 + 8 \cdot 0.12 + 1.83 \cdot 0.44 + 8 \cdot 0.12 = 4.03$$

**3** Находим величину, называемую индексом согласованности (*ИС*):

$$ИС = (\lambda - N)/(N - 1).$$

$$\text{Для данного примера } ИС = (4.03 - 4) / (4 - 1) = 0.01$$

**4** В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности (*СлС*). В данном примере (для  $N = 4$ )  $СлС = 0.90$

**5** Последним шагом находим отношение согласованности:

$$ОС = ИС / СлС$$

Если отношение согласованности превышает 0.2, то требуется уточнение матрицы парных сравнений.

В данном примере  $ОС = 0.01/0.9 = 0.01$ . Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

2 Определяются локальные приоритеты альтернатив (линий) по каждому из критериев. Для этого выполняется их попарное сравнение согласно методу Саати (см. таблицы 2.2 – 2.5).

Таблица 2.2 — Сравнение по критерию “затраты на посадку”

	P1	P2	P3
P1	1	3	1/2
P2	1/3	1	1/4
P3	2	4	1

$$L_{P1}^{K4} = 0.32; L_{P2}^{K4} = 0.12; L_{P3}^{K4} = 0.56$$

$$R_1 = 3.33; R_2 = 8; R_3 = 1.75$$

$$\lambda = 3.02$$

$$ИС = 0.01$$

$$СлС = 0.58$$

$$ОС = 0.02$$

Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

Таблица 2.3 — Сравнение по критерию “затраты”

	P1	P2	P3
P1	1	4	1/2
P2	1/4	1	1/5
P3	2	5	1

$$L_{P1}^{K1} = 0.33; L_{P2}^{K1} = 0.10; L_{P3}^{K1} = 0.57$$

$$R_1 = 3.25; R_2 = 10; R_3 = 1.7$$

$$\lambda = 3.02$$

$$ИС = (3.02 - 3) / (3 - 1) = 0.01$$

$$СлС = 0.58$$

$$ОС = 0.02$$

Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

Таблица 2.4 — Сравнение по критерию “расход”

	P1	P2	P3
P1	1	3	1/2
P2	1/3	1	1/4
P3	2	4	1

$$L_{P1}^{K2} = 0.32; L_{P2}^{K2} = 0.12; L_{P3}^{K2} = 0.56$$

$$R_1 = 3.33; R_2 = 8; R_3 = 1.75$$

$$\lambda = 3.02$$

$$ИС = 0.01$$

$$СлС = 0.58$$

$$ОС = 0.02$$

Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

Таблица 2.5 — Сравнение по критерию “прибыль”

	P1	P2	P3
P1	1	1/2	3
P2	2	1	5
P3	1/3	1/5	1

$$L_{P1}^{K3} = 0.31; L_{P2}^{K3} = 0.58; L_{P3}^{K3} = 0.11$$

$$R_1 = 3.33; R_2 = 1.7; R_3 = 9$$

$$\lambda = 3$$

$$ИС = 0$$

$$СлС = 0.58$$

$$ОС = 0$$

Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

**3** Определяются обобщенные оценки (глобальные приоритеты) альтернатив:

$$G_{P1} = L_{P1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{P1}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{P1}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{P1}^{K4} \cdot L_{K4} = 0.32$$

$$G_{P2} = L_{P2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{P2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{P2}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{P2}^{K4} \cdot L_{K4} = 0.17$$

$$G_{P3} = L_{P3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{P3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{P3}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{P3}^{K4} \cdot L_{K4} = 0.51$$

Найдем обобщенные оценки альтернатив для второго варианта внешних условий, т.е. для **обычной погоды**.

Определяются локальные приоритеты альтернатив (линий) по каждому из критериев. Для этого выполняется их попарное сравнение согласно методу Саати (см. таблицы 3.1 – 3.3).

Таблица 3.1 — Сравнение по критерию “затраты”

	P1	P2	P3
P1	1	1/4	1
P2	4	1	4
P3	1	1/4	1

$$L_{P1}^{K1} = 0.17; L_{P2}^{K1} = 0.67; L_{P3}^{K1} = 0.17$$

$$R_1 = 6; R_2 = 1.5; R_3 = 6$$

$$\lambda = 3$$

$$ИС = (3 - 3) / (3 - 1) = 0$$

$$СлС = 0.58$$

$$ОС = 0$$

Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

Таблица 3.2 — Сравнение по критерию “расход”

	P1	P2	P3
P1	1	1/4	2
P2	4	1	5
P3	1/2	1/5	1

$$L_{P1}^{K2} = 0.2; L_{P2}^{K2} = 0.68; L_{P3}^{K2} = 0.12$$

$$R_1 = 5.5; R_2 = 1.45; R_3 = 8$$

$$\lambda = 3.02$$

$$ИС = (3.02 - 3) / (3 - 1) = 0.01$$

$$СлС = 0.58$$

$$ОС = 0.01/0.58 = 0.02$$

Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

Таблица 3.3 — Сравнение по критерию “прибыль”

	P1	P2	P3
P1	1	1/2	2
P2	2	1	4
P3	1/2	1/4	1

$$L_{P1}^{K3} = 0.29; L_{P2}^{K3} = 0.57; L_{P3}^{K3} = 0.14$$

$$R_1 = 3.5; R_2 = 1.75; R_3 = 7$$

$$\lambda = 3$$

$$ИС = (3 - 3) / (3 - 1) = 0$$

$$СлС = 0.58$$

$$ОС = 0$$

Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

Значения  $L_{P1}^{K4}, L_{P2}^{K4}, L_{P3}^{K4}$  взяты из таблицы 2.1.

**3** Определяются обобщенные оценки (глобальные приоритеты) альтернатив:

$$G_{P1} = L_{P1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{P1}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{P1}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{P1}^{K4} \cdot L_{K4} = 0.25$$

$$G_{P2} = L_{P2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{P2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{P2}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{P2}^{K4} \cdot L_{K4} = 0.61$$

$$G_{P3} = L_{P3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{P3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{P3}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{P3}^{K4} \cdot L_{K4} = 0.14$$

Найдем обобщенные оценки альтернатив для второго варианта внешних условий, т.е. **для влажной погоды.**

Определяются локальные приоритеты альтернатив (линий) по каждому из критериев. Для этого выполняется их попарное сравнение согласно методу Саати (см. таблицы 4.1 – 4.3).

Таблица 4.1 — Сравнение по критерию “затраты”

	P1	P2	P3
P1	1	1	1
P2	1	1	1
P3	1	1	1

$$L_{P1}^{K1} = 0.33; L_{P2}^{K1} = 0.33; L_{P3}^{K1} = 0.33$$

$$R_1 = 3; R_2 = 3; R_3 = 3$$

$$\lambda = 3$$

$$ИС = (3 - 3) / (3 - 1) = 0$$

$$СлС = 0.58$$

$$ОС = 0$$

Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

Таблица 4.2 — Сравнение по критерию “расход”

	P1	P2	P3
P1	1	1/3	2
P2	3	1	5
P3	1/2	1/5	1

$$L_{P1}^{K2} = 0.23; L_{P2}^{K2} = 0.65; L_{P3}^{K2} = 0.12$$

$$R_1 = 4.5; R_2 = 1.53; R_3 = 8$$

$$\lambda = 3$$

$$ИС = (3 - 3) / (3 - 1) = 0$$

$$СлС = 0.58$$

$$ОС = 0$$

Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

Таблица 4.3 — Сравнение по критерию “прибыль”

	P1	P2	P3
P1	1	2	1/5
P2	1/2	1	1/9
P3	5	9	1

$$L_{P1}^{K3} = 0.16; L_{P2}^{K3} = 0.08; L_{P3}^{K3} = 0.76$$

$$R_1 = 6.5; R_2 = 12; R_3 = 1.31$$

$$\lambda = 3$$

$$ИС = 0$$

$$СлС = 0.58$$

$$ОС = 0$$

Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.



Значения  $L_{P1}^{K4}, L_{P2}^{K4}, L_{P3}^{K4}$  взяты из таблицы 2.1.

**3** Определяются обобщенные оценки (глобальные приоритеты) альтернатив:

$$G_{P1} = L_{P1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{P1}^{K2} \cdot L_{K1} + L_{P1}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{P1}^{K4} \cdot L_{K4} = 0.22$$

$$G_{P2} = L_{P2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{P2}^{K2} \cdot L_{K1} + L_{P2}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{P2}^{K4} \cdot L_{K4} = 0.27$$

$$G_{P3} = L_{P3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{P3}^{K2} \cdot L_{K1} + L_{P3}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{P3}^{K4} \cdot L_{K4} = 0.51$$

### 3. Выбор альтернативы на основе оценок для различных внешних условий

Обобщенные оценки альтернатив, полученные для различных вариантов внешних условий, сводятся в матрицу выигрышей (таблица 5.1).

Таблица 5.1 – Матрица выигрышей

Растение	Внешние условия (погода)		
	Сухая	Обычная	Влажная
P1	0.32	0.25	0.22
P2	0.17	0.61	0.27
P3	0.51	0.14	0.51

На основе матрицы выигрышей выбирается лучшая альтернатива. Выбор производится в зависимости от постановки задачи, прежде всего - в зависимости от информации о внешних условиях. В данном случае известны вероятности внешних условий, т.е. экспертные оценки вероятностей для различных уровней спроса. Поэтому для выбора альтернативы используется критерий Байеса (критерий максимума среднего выигрыша). Для каждой альтернативы определяется обобщенная оценка с учетом всех вариантов внешних условий:

$$E_{P1} = 0.32 \cdot 0.1 + 0.25 \cdot 0.7 + 0.22 \cdot 0.2 = 0.25$$

$$E_{P2} = 0.17 \cdot 0.1 + 0.61 \cdot 0.7 + 0.27 \cdot 0.2 = 0.50$$

$$E_{P3} = 0.51 \cdot 0.1 + 0.14 \cdot 0.7 + 0.51 \cdot 0.2 = 0.25$$

Таким образом, в качестве рационального решения следует выбрать тип растения P2.