Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра электронных вычислительных машин

Лабораторная работа №2

«Решение слабоструктурированных задач на основе

метода анализа иерархий»

Вариант № 2

Выполнили Проверила:

студенты группы 050503: Герман Ю.О.

Григорик И. А.

Деруго Д. В.

Минск 2023

**1. Исходные данные для выполнения**

Предприятие предполагает приобрести станок. Характеристики станков, из которых делается выбор, следующие.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ5 | СТ6 |
| Производительность, изделий/ч | 25 | 25 | 30 | 15 | 20 | 35 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 140 | 100 | 200 | 100 | 100 | 200 |
| Надежность | достаточно высокая | средняя | очень высокая | достаточно высокая (не2много ниже, чем у СТ1 и СТ6) | средняя | достаточно высокая |

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, основной критерий - производительность, немного менее важный - на­дежность, еще немного менее важный - стоимость.

По мнению второго эксперта, основной критерий - производительность, менее важный - стоимость, еще немного менее важный - надежность.

**2. Выбор множества Парето**

Выбор множества Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива.

Множество Парето представляет собой множество альтернатив, обладающих следующим свойством: любая из альтернатив, входящих во множество Парето, хотя бы по одному критерию лучше любой другой альтернативы, входящей в это множество. Другими словами, ни одна из альтернатив, входящих во множество Парето, не уступает какой-либо другой альтернативе из этого множества по всем критериям. Поэтому множество Парето называют также множеством недоминируемых альтернатив: в нем отсутствуют альтернативы, явно (по всем критериям) отстающие от какой-либо другой альтернативы.

Выбор множества Парето производится следующим образом. *Все* альтернативы *попарно* сравниваются друг с другом *по всем критериям*. Если при сравнении каких-либо альтернатив (обозначим их как *Ai*и *Aj*) оказывается, что одна из них (например, *Aj*) *не лучше другой ни по одному критерию*, то ее можно исключить из рассмотрения. Исключенную альтернативу (в данном случае – альтернативу *Aj*) не требуется сравнивать с другими альтернативами, так как она явно неперспективна.

Как правило, во множество Парето входит несколько альтернатив. Поэтому выбор множества Парето не обеспечивает принятия окончательного решения (выбора одной лучшей альтернативы), однако позволяет сократить количество рассматриваемых альтернатив, т.е. упрощает принятие решения.

Выберем множества Парето:

Сравним альтернативы СТ1 и СТ2. По критерию «стоимость станка» альтернатива СТ2 лучше, чем СТ1; по критерию «надёжность» альтернатива СТ1 лучше, чем СТ2. Таким образом, ни одну из альтернатив исключить нельзя, так как по некоторым критериям лучше одна, а по другим – другая.

Сравним СТ1 и СТ3. По критериям «производительность» и «надёжность» лучше СТ3; по критерию «стоимость станка» альтернатива СТ1лучше. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним СТ1 и СТ4. По критериям «производительность» и «надёжность» лучше СТ1, по критерию «стоимость станка» альтернатива СТ4 лучше. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним СТ2 и СТ5. СТ5 хуже по критерию «производительность», по остальным критериям равны. Альтернатива СТ5 исключается.

Аналогично сравниваются остальные альтернативы. Ни одна из них не исключается.

Таким образом, во множество Парето вошли альтернативы СТ1, СТ2, СТ3, СТ4, СТ6. Именно из них будет затем выбираться лучшая альтернатива.

**3. Метод анализа иерархий**

Затем выполняется попарное сравнение всех элементов, учитываемых при решении задачи. Сравнение состоит в указании экспертных оценок превосходства (или, наоборот, отставания) элементов задачи относительно друг друга. Сначала сравниваются *критерии по их важности*. Затем сравниваются *альтернативы* *по каждому критерию*. Для этого заполняются матрицы парных сравнений. Размерность каждой матрицы парных сравнений равна количеству сравниваемых элементов. Матрицы парных сравнений заполняются, обрабатываются, а также проверяются на непротиворечивость по правилам метода Саати.

На основании матриц парных сравнений вычисляются оценки важности критериев, оценки предпочтительности альтернатив по каждому из критериев и, наконец, обобщенные оценки предпочтительности альтернатив.

Рассмотрим сравнение критериев по важности. В рассматриваемой задаче три критерия: производительность (обозначим его как К1), стоимость станка (К2), надёжность (К3). Поэтому потребуется заполнить матрицу размерностью 3 х 3. Матрица заполняется в соответствии с мнениями о важности. Матрица парных сравнений критериев для данного примера приведена в таблице 3.1.

Таблица 3.1 — Матрица парных сравнений

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | К1 | К2 | К3 |
| К1 | 1 | 5 | 3 |
| К2 | 1/5 | 1 | 1/3 |
| К3 | 1/3 | 3 | 1 |

Обработка матрицы парных сравнений выполняется по правилам метода Саати. Рассмотрим эту операцию для данного примера.

Вычисляются средние геометрические строк матрицы:

Вычисляется сумма средних геометрических: *С* = 2 + 0.5 + 1 = 3.87

Вычисляются *локальные приоритеты* (в данном случае - оценки важности критериев):

*L*K1 = *C*1/*C* = 0.64; *L*K2 = *C*2/*C* = 0.10; *L*K3 = *C*3/*C* = 0.26

Суммы столбцов матрицы парных сравнений:

*R*1 = (1+0.2+0.33) = 1.53; *R*2 = 9; *R*3 = 4.33;

Рассчитывается вспомогательная величина λ путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:



λ = 3.04

Находим величину, называемую индексом согласованности (*ИС*):

*ИС* = (λ - *N*)/(*N* - 1).

Для данного примера *ИС* = (3.04 - 3) / (3 - 1) = 0.02

В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности (*СлС*). В данном примере (для *N* = 3) *СлС* = 0.58

Последним шагом находим отношение согласованности:

*ОС* = *ИС* / *СлС* ОС = 0.03.

Уточнение экспертных оценок не требуется.

Чем больше локальный приоритет, тем важнее критерий (т.е. тем больше он должен учитываться при выборе решения).

Затем выполняется сравнение альтернатив по каждому из критериев. Рассмотрим сравнение альтернатив по критерию «производительность» (таблица 3.2).

Таблица 3.2 — Матрица парных сравнений альтернатив

по критерию «производительность»

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| СТ1 | 1 | 1 | 1/4 | 2 | 1/5 |
| СТ2 | 1 | 1 | 1/4 | 2 | 1/5 |
| СТ3 | 4 | 4 | 1 | 3 | 1/2 |
| СТ4 | 1/2 | 1/2 | 1/3 | 1 | 1/7 |
| СТ6 | 5 | 5 | 2 | 7 | 1 |

Матрица парных сравнений обрабатывается, как показано выше. Вычисляются средние геометрические строк:

Сумма средних геометрических: *С* = 0.63 + 0.63 + 1.89 + 0.41 + 3.22= 6.79

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К1:

*= C1*/*C* = 0.63/6.79 = 0.093; *= C2*/*C* = 0.63/6.79 = 0.093;

*= C3*/*C* = 1.89/6.79 = 0.28; *= C*5/*C* = 0.41/6.79 = 0.06;

*= C*6/*C* = 3.22/6.79 = 0.48

Суммы столбцов матрицы парных сравнений:

*R*1 = (1+1+4+1/2+5) = 11.5; *R*2 = 11.5; *R*3 = 3.83; *R*4 = 15; *R*5 = 2

Рассчитывается вспомогательная величина λ путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:

λ = 5.08

Находим величину, называемую индексом согласованности (*ИС*):

Для данного примера *ИС* = (5.08 - 5) / (5 - 1) = 0.021

В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности (*СлС*). В данном примере (для *N* = 5) *СлС* = 1.12

Последним шагом находим отношение согласованности:

ОС = 0.019.

Уточнение экспертных оценок не требуется.

Чем больше локальный приоритет, тем лучше альтернатива *по данному критерию*. В данном случае видно, что по критерию «производительность» лучшая альтернатива – П5.

Аналогично выполняется сравнение альтернатив по остальным критериям.

В таблице 3.3 приведено попарное сравнение альтернатив по критерию «стоимость станка», в таблице 3.4 – по критерию «надёжность».

Таблица 3.3 — Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «стоимость станка»

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| СТ1 | 1 | 1/3 | 5 | 1/3 | 5 |
| СТ2 | 3 | 1 | 7 | 1 | 7 |
| СТ3 | 1/5 | 1/7 | 1 | 1/7 | 1 |
| СТ4 | 3 | 1 | 7 | 1 | 7 |
| СТ6 | 1/5 | 1/7 | 1 | 1/7 | 1 |

Матрица парных сравнений обрабатывается, как показано выше. Вычисляются средние геометрические строк:

Сумма средних геометрических: *С* = 7.32

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К1:

*= C1*/*C* = 1.23/7.32= 0.17; *= C2*/*C* = 2.71/7.32 = 0.37;

*= C3*/*C* = 0.33/7.32= 0.05; *= C*5/*C* = 2.71/7.32= 0.37;

*= C*6/*C* = 0.33/7.32= 0.05

Суммы столбцов матрицы парных сравнений:

*R*1 = (1+3+1/5+3+1/5) = 7.4; *R*2 = 2.63; *R*3 = 21; *R*4 = 2.63; *R*5 = 21

Рассчитывается вспомогательная величина λ путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:

λ = 5.033

Находим величину, называемую индексом согласованности (*ИС*):

Для данного примера *ИС* = (5.033 - 5) / (5 - 1) = 0.008

В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности (*СлС*). В данном примере (для *N* = 5) *СлС* = 1.12

Последним шагом находим отношение согласованности:

ОС = 0.007.

Уточнение экспертных оценок не требуется.

Таблица 3.4 — Матрица парных сравнений альтернатив

по критерию «надёжность»

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| СТ1 | 1 | 5 | 1/3 | 2 | 1 |
| СТ2 | 1/5 | 1 | 1/7 | 1/3 | 1/4 |
| СТ3 | 3 | 7 | 1 | 4 | 3 |
| СТ4 | 1/2 | 3 | 1/4 | 1 | 1/2 |
| СТ6 | 1 | 4 | 1/3 | 2 | 1 |

Матрица парных сравнений обрабатывается, как показано выше. Вычисляются средние геометрические строк:

Сумма средних геометрических: *С* = 6.53

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К1:

*= C1*/*C* = 1.27/6.53 = 0.19; *= C2*/*C* = 0.3/6.53 = 0.046;

*= C3*/*C* = 3.02/6.53 = 0.46; *= C*5/*C* = 0.71/6.53 = 0.11;

*= C*6/*C* = 1.22/6.53 = 0.19

Суммы столбцов матрицы парных сравнений:

*R*1 = () = 5.71; *R*2 = 20; *R*3 = 2; *R*4 = 9.33; *R*5 = 5.75

Рассчитывается вспомогательная величина λ путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:

λ = 5.077

Находим величину, называемую индексом согласованности (*ИС*):

Для данного примера *ИС* = (5.077 - 5) / (5 - 1) = 0.019

В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности (*СлС*). В данном примере (для *N* = 5) *СлС* = 1.12

Последним шагом находим отношение согласованности:

ОС = 0.017.

Уточнение экспертных оценок не требуется.

На основании полученных оценок вычисляются **глобальные приоритеты альтернатив**, в которых учитываются предпочтения альтернатив по каждому из критериев, а также важность этих критериев. Глобальные приоритеты альтернатив находятся следующим образом: локальные приоритеты альтернативы относительно критериев умножаются на приоритеты соответствующих критериев; эти произведения складываются.

*GСТ1* = = 0.127

*GСТ2* = = 0.110

*GСТ3* = = 0.302

*GСТ4* = = 0.106

*GСТ6* = = 0.356

Чем больше глобальный приоритет, тем лучше альтернатива (с учетом *всех* критериев, а также с учетом их важности).

В данном случае лучшей альтернативой является СТ6, СТ3 немного хуже. СТ5 было исключено при составлении множества Парето. СТ1, СТ2 и СТ4 являются наименее предпочтительными вариантами.