

### Завдання 1.

Задані вектори сил  $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$  та вектор переміщення  $\vec{s}$ . Знайти:

- 1) рівнодійну силу  $\vec{R} = \vec{f}_1 - 2\vec{f}_2 + \vec{f}_3$ ;
- 2) модуль та напрямні косинуси рівнодійної сили  $\vec{R}$ ;
- 3) кут між векторами  $\vec{R}$  та  $\vec{s}$ ;
- 4) величину механічної роботи рівнодійної сили  $\vec{R}$ , якщо вектором переміщення є вектор  $\vec{s}$ ;
- 5) вектор перпендикулярний до векторів  $\vec{f}_1$  та  $\vec{f}_2$ .

### Варіанти.

- 1)  $\vec{f}_1 = (-2, 4, 1), \vec{f}_2 = (0, 1, 2), \vec{f}_3 = (1, 0, 1), \vec{s} = (-1, 2, 4)$ ;
- 2)  $\vec{f}_1 = (2, 4, -1), \vec{f}_2 = (1, 1, 2), \vec{f}_3 = (1, 0, 1), \vec{s} = (-1, 2, 4)$ ;
- 3)  $\vec{f}_1 = (2, 2, -1), \vec{f}_2 = (1, 1, 2), \vec{f}_3 = (1, 0, 1), \vec{s} = (-1, 2, 1)$ ;
- 4)  $\vec{f}_1 = (3, 2, -1), \vec{f}_2 = (-1, 1, 2), \vec{f}_3 = (1, -1, 1), \vec{s} = (-1, 2, 1)$ ;
- 5)  $\vec{f}_1 = (-1, 2, -1), \vec{f}_2 = (-3, 1, 2), \vec{f}_3 = (1, -1, 1), \vec{s} = (-1, 2, 1)$ ;
- 6)  $\vec{f}_1 = (-1, 2, -1), \vec{f}_2 = (0, 1, 2), \vec{f}_3 = (1, -1, 1), \vec{s} = (1, 0, 1)$ ;
- 7)  $\vec{f}_1 = (-1, 0, -1), \vec{f}_2 = (0, 1, 2), \vec{f}_3 = (1, -1, 1), \vec{s} = (1, -2, 1)$ ;
- 8)  $\vec{f}_1 = (1, 0, -1), \vec{f}_2 = (-3, 1, 2), \vec{f}_3 = (1, -1, 0), \vec{s} = (1, -2, 1)$ ;
- 9)  $\vec{f}_1 = (1, 3, -1), \vec{f}_2 = (-2, 1, 2), \vec{f}_3 = (1, -1, 0), \vec{s} = (1, 2, 1)$ ;
- 10)  $\vec{f}_1 = (1, 0, -1), \vec{f}_2 = (-2, 1, 0), \vec{f}_3 = (1, -1, 4), \vec{s} = (1, 2, 1)$ ;
- 11)  $\vec{f}_1 = (1, 5, -1), \vec{f}_2 = (-2, 1, 0), \vec{f}_3 = (1, -1, 4), \vec{s} = (1, 2, 1)$ ;
- 12)  $\vec{f}_1 = (1, 5, -1), \vec{f}_2 = (-2, 1, -1), \vec{f}_3 = (1, -1, 4), \vec{s} = (0, 2, 1)$ ;
- 13)  $\vec{f}_1 = (1, 2, 1), \vec{f}_2 = (3, 1, -1), \vec{f}_3 = (1, -1, 4), \vec{s} = (0, 2, 1)$ ;
- 14)  $\vec{f}_1 = (-1, 2, 1), \vec{f}_2 = (3, 1, -1), \vec{f}_3 = (1, -1, 4), \vec{s} = (3, 2, 1)$ ;
- 15)  $\vec{f}_1 = (-1, 2, 1), \vec{f}_2 = (0, 1, -1), \vec{f}_3 = (1, -1, 4), \vec{s} = (3, 2, 1)$ ;
- 16)  $\vec{f}_1 = (-1, 0, 1), \vec{f}_2 = (0, 1, -1), \vec{f}_3 = (1, -1, 0), \vec{s} = (3, -2, 1)$ ;
- 17)  $\vec{f}_1 = (-1, 0, 1), \vec{f}_2 = (3, 1, -1), \vec{f}_3 = (1, 0, 2), \vec{s} = (3, 2, 1)$ ;
- 18)  $\vec{f}_1 = (-1, 2, 1), \vec{f}_2 = (3, 1, -1), \vec{f}_3 = (1, 0, 2), \vec{s} = (-3, 2, -1)$ ;
- 19)  $\vec{f}_1 = (-1, 2, 1), \vec{f}_2 = (3, 1, -1), \vec{f}_3 = (2, 2, 2), \vec{s} = (3, 2, 1)$ ;
- 20)  $\vec{f}_1 = (-1, 2, 1), \vec{f}_2 = (1, 1, 1), \vec{f}_3 = (2, 0, 2), \vec{s} = (3, 2, -1)$ ;

- 21)  $\vec{f}_1 = (-1, 2, 1), \vec{f}_2 = (-1, -1, -1), \vec{f}_3 = (2, 0, 2), \vec{s} = (3, 2, 1);$
- 22)  $\vec{f}_1 = (2, 1, 2), \vec{f}_2 = (-1, -1, -1), \vec{f}_3 = (1, 0, 2), \vec{s} = (3, 2, 1);$
- 23)  $\vec{f}_1 = (2, 1, 2), \vec{f}_2 = (-1, -1, -1), \vec{f}_3 = (1, 0, 2), \vec{s} = (2, 3, 1);$
- 24)  $\vec{f}_1 = (2, -1, 2), \vec{f}_2 = (-1, 1, -1), \vec{f}_3 = (1, 0, 2), \vec{s} = (2, 3, 1);$
- 25)  $\vec{f}_1 = (2, -1, 2), \vec{f}_2 = (-1, 1, -1), \vec{f}_3 = (1, 3, 2), \vec{s} = (2, -3, 1);$
- 26)  $\vec{f}_1 = (2, 1, 2), \vec{f}_2 = (-1, 1, -1), \vec{f}_3 = (1, 0, 2), \vec{s} = (-2, 3, 1);$
- 27)  $\vec{f}_1 = (-3, 1, 2), \vec{f}_2 = (-1, 1, 1), \vec{f}_3 = (1, 0, 2), \vec{s} = (2, 3, 1);$
- 28)  $\vec{f}_1 = (2, 1, 2), \vec{f}_2 = (1, 1, 3), \vec{f}_3 = (1, 0, 2), \vec{s} = (2, 2, 0);$
- 29)  $\vec{f}_1 = (2, 1, 2), \vec{f}_2 = (1, -1, 1), \vec{f}_3 = (-1, 0, 2), \vec{s} = (2, 3, 1);$
- 30)  $\vec{f}_1 = (2, 1, 2), \vec{f}_2 = (3, -1, 2), \vec{f}_3 = (1, 0, 2), \vec{s} = (2, 3, 1).$

### Завдання 2

Знайти: 1)  $A^2$ ; 2)  $AB$ ; 3)  $BA^T$ ; 4)  $D = A^2 + AB - B$ .

### Варіанти.

$$1) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ -7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 0 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 6 \\ 7 & -1 & 8 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 6 \\ -7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 5 & 1 & 8 \\ -5 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$11) A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 6 \\ 7 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 2 & -4 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 3 & -1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$15) A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$18) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$19) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$20) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$21) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ -1 & -9 & -1 \end{pmatrix}$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$23) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 9 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$25) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$28) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$29) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$30) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 6 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

### Завдання 3.

Обчислити визначник:

- а) методом розкладання за елементами рядка або стовбця;
- б) методом дописування стовбців або рядків;
- в) методом зведення до трикутного вигляду.

### Варіанти.

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 2) \begin{vmatrix} 0.2 & 3 & 4 \\ -2 & 2 & 3 \\ 5 & 2 & 3 \end{vmatrix}; 3) \begin{vmatrix} 1.5 & 0.2 & 3 \\ -1 & 0.5 & 1 \\ 1 & 1 & -1.5 \end{vmatrix}; 4) \begin{vmatrix} 1 & \frac{2}{9} & 3 \\ -1 & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \\ 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{vmatrix};$$

$$5) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 9 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 6) \begin{vmatrix} 0.1 & 0.2 & 1.3 \\ -0.1 & 0.4 & 1.1 \\ 0.1 & 0.1 & -1.1 \end{vmatrix}; 7) \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -1 & \frac{4}{7} & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 8) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix};$$

$$9) \begin{vmatrix} -7 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 10) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -\frac{1}{3} & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 9 \end{vmatrix}; 11) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}; 12) \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -1 & 10 & 1 \\ 1 & 15 & 1 \end{vmatrix};$$

$$13) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 14) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 27 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}; 15) \begin{vmatrix} 1.2 & 2 & 3 \\ -1 & 4.1 & 1 \\ 1 & 1 & 1.3 \end{vmatrix}; 16) \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix};$$

$$17) \begin{vmatrix} 19 & 0 & 3 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & 18 & 1 \end{vmatrix}; 18) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 19) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & -7 \end{vmatrix}; 20) \begin{vmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 1 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix};$$

$$21) \begin{vmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ -1 & 0.4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 22) \begin{vmatrix} 0.1 & 2 & 3 \\ 1 & 0.4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 23) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}; 24) \begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix};$$

$$25) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 26) \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 27) \begin{vmatrix} 0.1 & 2 & 3 \\ -1 & 4.1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; 28) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{1}{9} & 1 \end{vmatrix};$$

$$29) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1.5 \\ 1 & 0.8 & 1 \\ 1.25 & 1 & 0 \end{vmatrix}; 30) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

**Завдання 4. Обчислити визначники.**

**Варіанти.**

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -5 & 1 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix};$$

$$4) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix};$$

$$7) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -5 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad 8) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad 9) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix};$$

$$10) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad 11) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad 12) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -4 & 4 & -4 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix};$$

$$13) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad 14) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}; \quad 15) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -10 & -2 \\ 0 & 1 & 10 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix};$$

$$16) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad 17) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 2 & 2 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad 18) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 & 6 \end{vmatrix};$$

$$\begin{array}{ll}
19) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; & 20) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 1 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; & 21) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}; \\
22) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -3 & 3 & -3 & 3 \end{vmatrix}; & 23) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; & 24) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \\
25) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 3 \\ -3 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; & 26) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 & 5 \end{vmatrix}; & 27) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \\
28) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; & 29) \begin{vmatrix} 0 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}; & 30) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -7 & 3 \end{vmatrix}.
\end{array}$$

### Завдання 5.

Розв'язати матричні рівняння, якщо

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

### Варіанти.

- 1) а)  $DAX=2B-C$ ; б)  $BXC=A+D$ ;
- 2) а)  $ADX=B-3C$ ; б)  $CXB^{-1}=D-A$ ;
- 3) а)  $BCX=2D+A$ ; б)  $DXA=B-C$ ;
- 4) а)  $CBX=2A-3D$ ; б)  $CXD^{-1}=A+B$ ;
- 5) а)  $ABX=C-D$ ; б)  $AXB=C-2D$ ;
- 6) а)  $BAX=D+2C$ ; б)  $B^{-1}XA=3C+D$ ;
- 7) а)  $ACX=D-C$ ; б)  $BXD=A-C$ ;
- 8) а)  $CAX=2D-C$ ; б)  $D^{-1}XB=2A+C$ ;
- 9) а)  $BDX=A+3C$ ; б)  $AXC=D-C$ ;
- 10) а)  $DBX=C-2A$ ; б)  $CXA^{-1}=2B+D$ ;
- 11) а)  $DAX=2B-C$ ; б)  $BXC=A+D$ ;



- 12) a)  $ADX=B-3C$ ; b)  $CXB^{-1}=D-A$ ;
- 13) a)  $BCX=2D+A$ ; b)  $DXA=B-C$ ;
- 14) a)  $CBX=2A-3D$ ; b)  $CXD^{-1}=A+B$ ;
- 15) a)  $ABX=C-D$ ; b)  $AXB=C-2D$ ;
- 16) a)  $BAX=D+2C$ ; b)  $B^{-1}XA=3C+D$ ;
- 17) a)  $ACX=D-C$ ; b)  $BXD=A-C$ ;
- 18) a)  $CZX=2D-C$ ; b)  $D^{-1}XB=2A+C$ ;
- 19) a)  $BDX=A+3C$ ; b)  $AXC=D-C$ ;
- 20) a)  $DBX=C-2A$ ; b)  $CXA^{-1}=2B+D$ .
- 21) a)  $DAX=2B-C$ ; b)  $BXC=A+D$ ;
- 22) a)  $BAX=2D-C$ ; b)  $B^{-1}XC=A+D$ ;
- 23) a)  $A^{-1}DX=B-2C$ ; b)  $CXB^{-1}=3D-A$ ;
- 24) a)  $BCX=6D+A^{-1}$ ; b)  $D^{-1}XA=B-C$ ;
- 25) a)  $CBX=2A-3D$ ; b)  $CXD^{-1}=A+B$ ;
- 26) a)  $ABX=C-D$ ; b)  $AXB=C-2D$ ;
- 27) a)  $BAX=D+2C$ ; b)  $B^{-1}XA=3C+D$ ;
- 28) a)  $ACX=D-C$ ; b)  $BXD=A-C$ ;
- 29) a)  $CD^{-1}X=2D-C$ ; b)  $DXB=2A+C$ ;
- 30) a)  $BDX=A+5C$ ; b)  $AXC=2D-C$ .

### Завдання 6

Задано координати вершин піраміди  $A_1A_2A_3A_4$ . Методами векторної алгебри знайти:

- 1) кут між ребрами  $A_1A_2$  та  $A_3A_4$ ;
- 2) проекцію вектора  $\overrightarrow{A_1A_3}$  на вектор  $\overrightarrow{A_1A_4}$ ;
- 3) площу грані  $A_1A_2A_3$ ;
- 4) об'єм піраміди  $A_1A_2A_3A_4$ ;
- 5) довжину висоти, яка опущена з вершини  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ .

### Варіанти.

- 1)  $A_1(4;0;0)$ ,  $A_2(-2;1;2)$ ,  $A_3(1;3;2)$ ,  $A_4(3;2;7)$
- 2)  $A_1(-2;1;2)$ ,  $A_2(4;0;0)$ ,  $A_3(3;2;7)$ ,  $A_4(1;3;2)$
- 3)  $A_1(1;3;2)$ ,  $A_2(3;2;7)$ ,  $A_3(4;0;0)$ ,  $A_4(-2;1;2)$
- 4)  $A_1(3;2;7)$ ,  $A_2(1;3;2)$ ,  $A_3(-2;1;2)$ ,  $A_4(4;0;0)$
- 5)  $A_1(3;1;-2)$ ,  $A_2(1;-2;1)$ ,  $A_3(-2;1;0)$ ,  $A_4(2;2;5)$

- 6)  $A_1(1; -2; 1), A_2(3; 1; -2), A_3(2; 2; 5), A_4(-2; 1; 0)$
- 7)  $A_1(-2; 1; 0), A_2(2; 2; 5), A_3(3; 1; 2), A_4(1; -2; 1)$
- 8)  $A_1(2; 2; 5), A_2(-2; 1; 0), A_3(1; -2; 1), A_4(3; 1; 2)$
- 9)  $A_1(1; -1; 6), A_2(4; 5; -2), A_3(-1; 3; 0), A_4(6; 1; 5)$
- 10)  $A_1(6; 1; 5), A_2(-1; 3; 0), A_3(4; 5; -2), A_4(1; -1; 6)$
- 11)  $A_1(4; 0; 0), A_2(-2; 1; 2), A_3(1; 3; 2), A_4(3; 2; 7)$
- 12)  $A_1(-2; 1; 2), A_2(4; 0; 0), A_3(3; 2; 7), A_4(1; 3; 2)$
- 13)  $A_1(1; 3; 2), A_2(3; 2; 7), A_3(4; 0; 0), A_4(-2; 1; 2)$
- 14)  $A_1(3; 2; 7), A_2(1; 3; 2), A_3(-2; 1; 2), A_4(4; 0; 0)$
- 15)  $A_1(3; 1; -2), A_2(1; -2; 1), A_3(-2; 1; 0), A_4(2; 2; 5)$
- 16)  $A_1(1; -2; 1), A_2(3; 1; -2), A_3(2; 2; 5), A_4(-2; 1; 0)$
- 17)  $A_1(-2; 1; 0), A_2(2; 2; 5), A_3(3; 1; 2), A_4(1; -2; 1)$
- 18)  $A_1(2; 2; 5), A_2(-2; 1; 0), A_3(1; -2; 1), A_4(3; 1; 2)$
- 19)  $A_1(1; -1; 6), A_2(4; 5; -2), A_3(-1; 3; 0), A_4(6; 1; 5)$
- 20)  $A_1(6; 1; 5), A_2(-1; 3; 0), A_3(4; 5; -2), A_4(1; -1; 6)$
- 21)  $A_1(4; 0; 0), A_2(-2; 1; 2), A_3(1; 3; 2), A_4(3; 2; 7)$
- 22)  $A_1(-2; 1; 2), A_2(4; 0; 0), A_3(3; 2; 7), A_4(1; 3; 2)$
- 23)  $A_1(1; 3; 2), A_2(3; 2; 7), A_3(4; 0; 0), A_4(-2; 1; 2)$
- 24)  $A_1(3; 2; 7), A_2(1; 3; 2), A_3(-2; 1; 2), A_4(4; 0; 0)$
- 25)  $A_1(3; 1; -2), A_2(1; -2; 1), A_3(-2; 1; 0), A_4(2; 2; 5)$
- 26)  $A_1(1; -2; 1), A_2(3; 1; -2), A_3(2; 2; 5), A_4(-2; 1; 0)$
- 27)  $A_1(-2; 1; 0), A_2(2; 2; 5), A_3(3; 1; 2), A_4(1; -2; 1)$
- 28)  $A_1(2; 2; 5), A_2(-2; 1; 0), A_3(1; -2; 1), A_4(3; 1; 2)$
- 29)  $A_1(1; -1; 6), A_2(4; 5; -2), A_3(-1; 3; 0), A_4(6; 1; 5)$
- 30)  $A_1(6; 1; 5), A_2(-1; 3; 0), A_3(4; 5; -2), A_4(1; -1; 6)$

### Завдання 7.

- А) знайти множину точок площини (написати рівняння) і зробити рисунок;  
 Б) побудувати лінію в полярній системі координат і записати її рівняння в декартових координатах.

### Варіанти.

- 1) А) рівновіддалених від двох заданих точок  $M_1(-2, 4)$  і  $M_2(6, 8)$ ;

Б)  $\rho = \frac{4}{2 + \cos \varphi}$ .

2) А) для яких відстань до точки  $A(6,0)$  втричі більша відстані до точки  $B\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ ;

Б)  $\rho = \frac{3}{1 - \cos \varphi}$ .

3) А) для яких різниця квадратів відстаней до двох даних точок є сталою величиною:  $A(6,0)$ ;  $B(-6,0)$ ;

Б)  $\rho = 2 + 2 \cos \varphi$ .

4) А) рівновіддалених від двох даних точок  $O(0,0)$ ;  $M(2,6)$ ;

Б)  $\rho = 3 \sin 4\varphi$ .

5) А) для яких відстань від осі  $Oy$  утричі більша, ніж від осі  $Ox$ ;

Б)  $\rho = 4 \sin^2 \frac{\varphi}{2}$ .

6) А) віддалених від початку координат на 6 одиниць;

Б)  $\rho = 2 \cos^3 \varphi$ .

7) А) для яких відстань до точки  $A(4,0)$  втричі менша відстані до точки  $B(1,0)$ ;

Б)  $\rho = 4(1 - \cos \varphi)$ .

8) А) для яких відстань від точки  $A(8,0)$  у чотири рази більша відстані до точки  $B(0.5,0)$ ;

Б)  $\rho = 5 \cos 3\varphi$ .

9) А) рівновіддалених від точок перетину ліній

$x^2 + y^2 = 25$  і  $4x - 3y = 0$ ;

Б)  $\rho = \frac{12}{3 + \cos \varphi}$ .

10) А) рівновіддалених від осі  $Ox$  та точки  $F(0,2)$ ;

Б)  $\rho = \frac{5}{6 + 3 \cos \varphi}$ .

11) А) розміщених удвічі ближче до точки  $A(1,0)$  ніж до точки  $B(4,0)$ ;

Б)  $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$ .

12) А) рівновіддалених від осі  $Oy$  та точки  $F(-4,2)$ ;

Б)  $\rho = 3(1 - \sin \varphi)$ .

13) А) рівновіддалених від осі  $Ox$  та точки  $F(3,2)$ ;

Б)  $\rho = a \sin 2\varphi$ .

14) А) сума квадратів відстаней яких від точок  $A(2,0)$  і  $B(0,2)$  дорівнює квадрату відстані між точками А та В;

Б)  $\rho = 3 - \cos \varphi$ .

15) А) сума відстаней яких до двох даних точок  $A(0,5)$  і  $B(5,0)$  дорівнює 6;

Б)  $\rho = 2 - \sin \varphi$ .

16) А) різниця відстаней яких до двох даних точок  $A(-4,0)$  і  $B(4,0)$  дорівнює 27;

Б)  $\rho = 2 \cos 4\varphi$ .

17) А) розміщених удвічі далі від точки  $A(-6,0)$  ніж до точки  $B(2,0)$ ;

Б)  $\rho = 1 + 2 \cos \varphi$ .

18) А) сума квадратів відстаней яких до точок  $A(-5,0)$  і  $B(5,0)$  дорівнює 58;

Б)  $\rho = 2 + \cos 2\varphi$ .

19) А) різниця квадратів відстаней яких до точок  $A(-3,0)$  і  $B(3,0)$  дорівнює 12;

Б)  $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$ .

20) А) для яких відношення відстані до точки  $A(2,0)$  до відстані до прямої  $3x + 7 = 0$  дорівнює 1,5;

Б)  $\rho^2 = a^2 \sin 2\varphi$ .

21) А) для яких відстань до точки  $A(-1,1)$  удвічі менша, ніж відстань до точки  $B(-4,4)$  ;

Б)  $\rho = \frac{a}{\varphi}, a > 0$ .

22) А) рівновіддалених від двох заданих точок  $M_1(-2,4)$  і  $M_2(6,8)$ ;

Б)  $\rho = \frac{4}{2 + \cos \varphi}$ .

23) А) для яких відстань до точки  $A(6,0)$  втричі більша відстані до точки  $B\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ ;

Б)  $\rho = \frac{3}{1 - \cos \varphi}$ .

24) А) для яких різниця квадратів відстаней до двох даних точок є сталою величиною:  $A(6,0)$ ;  $B(-6,0)$ ;

Б)  $\rho = 2 + 2 \cos \varphi$ .

- 25) А) рівновіддалених від двох даних точок  $O(0,0); M(2,6)$ ;  
 Б)  $\rho = 3\sin 4\varphi$ .

### Завдання 8.

Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

- А) за правилом Крамера ;  
 Б) за методом Гаусса-Жордано ;  
 В) матричним методом.

### Варіанти.

$$1) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -17, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -5, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9. \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -12, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 29. \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 10, \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 = 31, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 8. \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = -8, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -6. \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -17, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -5, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9. \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -12, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 29. \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 10, \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 = 31, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 8. \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = -8, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -6. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -2, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -17, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -15, \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = 8. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -8, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -6. \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -17, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 2, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = -7. \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -2, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -17, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -15, \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = 8. \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -8, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -6. \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -17, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 2, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = -7. \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$$

$$21) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -17, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -10, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -5, \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1; \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 2; \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$$

$$28) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -7; \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

$$29) \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -12; \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$30) \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -12. \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -12 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -15, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

### Завдання 9.

Розв'язати системи лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою метода Гаусса-Жордано:

**Варіанти.**

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 4. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6. \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1, \\ -7x_1 + 3x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 12, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 13, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 14. \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -6, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = -8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 8. \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 4. \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6. \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1, \\ -7x_1 + 3x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 12, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 13, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 14. \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -6, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = -8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 8. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11, \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 40, \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37. \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9, \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = -1. \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11, \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 40, \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37. \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9, \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = -1. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
21) & \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 4. \end{cases} \\
22) & \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 4. \end{cases} \\
23) & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = 4. \end{cases} \\
24) & \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 12x_1 - x_2 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -1, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6. \end{cases} \\
25) & \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases} \\
26) & \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1, \\ -x_1 + 3x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases} \\
27) & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases} \\
28) & \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 4, \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37. \end{cases} \\
29) & \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -6, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 8. \end{cases} \\
30) & \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = -9, \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = -1. \end{cases}
\end{aligned}$$

### Завдання 10.

Дослідити на сумісність систему алгебраїчних рівнянь, знайти загальний розв'язок системи та фундаментальну систему розв'язків.

### Варіанти.

$$\begin{aligned}
1) & \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases} & 2) & \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases} \\
3) & \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7. \end{cases} \\
4) & \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}
\end{aligned}$$



$$5) \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 24x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 24x_1 + 14x_2 + 30x_3 + 40x_4 + 41x_5 = 28, \\ 36x_1 + 21x_2 + 45x_3 + 61x_4 + 62x_5 = 43, \\ 48x_1 + 28x_2 + 60x_3 + 82x_4 + 83x_5 = 58, \\ 60x_1 + 35x_2 + 75x_3 + 99x_4 + 102x_5 = 69. \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9, \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = 0. \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7, \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9, \\ 8x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11. \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3. \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = 1. \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases},$$

$$13) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7. \end{cases},$$

$$14) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 24x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4. \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} 24x_1 + 14x_2 + 30x_3 + 40x_4 + 41x_5 = 28, \\ 36x_1 + 21x_2 + 45x_3 + 61x_4 + 62x_5 = 43, \\ 48x_1 + 28x_2 + 60x_3 + 82x_4 + 83x_5 = 58, \\ 60x_1 + 35x_2 + 75x_3 + 99x_4 + 102x_5 = 69. \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9, \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = 0. \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7, \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9, \\ 8x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11. \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3. \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = 1. \end{cases}$$

$$21) \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 0, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases},$$

$$24) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3 \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 0. \end{cases} \quad 25) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 24x_4 + 27x_5 = 0, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 0, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4. \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} 24x_1 + 14x_2 + 30x_3 + 40x_4 + 41x_5 = 2, \\ 36x_1 + 21x_2 + 45x_3 + 61x_4 + 62x_5 = 4, \\ 48x_1 + 28x_2 + 60x_3 + 82x_4 + 83x_5 = 5, \\ 60x_1 + 35x_2 + 75x_3 + 99x_4 + 102x_5 = 9. \end{cases}$$

$$28) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 0, \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = 0. \end{cases}$$

$$29) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 0, \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 0, \\ 8x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 1. \end{cases}$$

$$30) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = -1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = -2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = -3. \end{cases}$$

### Завдання 11.

Розкласти вектор  $\vec{x}$  за векторами  $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ .

#### Варіанти.

- 1)  $\vec{x} = (-2, 4, 7); \vec{p} = (0, 1, 2); \vec{q} = (1, 0, 1); \vec{r} = (-1, 2, 4);$
- 2)  $\vec{x} = (6, 12, -1); \vec{p} = (1, 3, 0); \vec{q} = (2, -1, 1); \vec{r} = (0, -1, 2);$
- 3)  $\vec{x} = (1, -4, 4); \vec{p} = (2, 1, -1); \vec{q} = (0, 3, 2); \vec{r} = (1, -1, 1);$
- 4)  $\vec{x} = (-9, 5, 5); \vec{p} = (4, 1, 1); \vec{q} = (2, 0, -3); \vec{r} = (-1, 2, 1);$
- 5)  $\vec{x} = (-5, -5, 5); \vec{p} = (-2, 0, 1); \vec{q} = (1, 3, -1); \vec{r} = (0, 4, 1);$

- 6)  $\vec{x} = (13, 2, 7); \vec{p} = (5, 1, 0); \vec{q} = (2, -1, 3); \vec{r} = (1, 0, -1);$
- 7)  $\vec{x} = (-19, -1, 7); \vec{p} = (0, 1, 1); \vec{q} = (-2, 0, 1); \vec{r} = (3, 1, 0);$
- 8)  $\vec{x} = (3, -3, 4); \vec{p} = (1, 0, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 9)  $\vec{x} = (1, -3, 4); \vec{p} = (1, 0, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 10)  $\vec{x} = (1, -3, 4); \vec{p} = (1, 0, 2); \vec{q} = (-2, 1, 1); \vec{r} = (2, 1, 4);$
- 11)  $\vec{x} = (-2, 4, 7); \vec{p} = (0, 1, 2); \vec{q} = (1, 0, 1); \vec{r} = (-1, 2, 4);$
- 12)  $\vec{x} = (6, 12, -1); \vec{p} = (1, 3, 0); \vec{q} = (2, -1, 1); \vec{r} = (0, -1, 2);$
- 13)  $\vec{x} = (-19, -1, 7); \vec{p} = (-1, 1, 1); \vec{q} = (-2, 0, 1); \vec{r} = (3, 1, 0);$
- 14)  $\vec{x} = (1, -3, 4); \vec{p} = (1, 0, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 15)  $\vec{x} = (3, -3, 4); \vec{p} = (0, 0, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 16)  $\vec{x} = (13, 2, 6); \vec{p} = (4, 1, 0); \vec{q} = (2, -1, 3); \vec{r} = (1, 0, -1);$
- 17)  $\vec{x} = (1, -3, 4); \vec{p} = (1, 0, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (-2, 1, 4);$
- 18)  $\vec{x} = (-9, 5, 5); \vec{p} = (4, -5, 1); \vec{q} = (2, 0, -3); \vec{r} = (-1, 2, 1);$
- 19)  $\vec{x} = (-1, -3, 4); \vec{p} = (-1, 0, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 20)  $\vec{x} = (1, -3, 4); \vec{p} = (1, 0, 2); \vec{q} = (-2, -1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 21)  $\vec{x} = (-2, 4, -2); \vec{p} = (0, 1, 2); \vec{q} = (1, 0, 1); \vec{r} = (-1, 2, 4);$
- 22)  $\vec{x} = (6, 6, -1); \vec{p} = (1, 3, 0); \vec{q} = (2, -1, 1); \vec{r} = (0, -1, 2);$
- 23)  $\vec{x} = (-9, -1, 7); \vec{p} = (-1, 1, 1); \vec{q} = (-2, 0, 1); \vec{r} = (3, 1, 0);$
- 24)  $\vec{x} = (1, -3, 4); \vec{p} = (1, 3, 2); \vec{q} = (0, -1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 25)  $\vec{x} = (3, 3, 4); \vec{p} = (-1, -3, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4).$
- 26)  $\vec{x} = (3, 0, 4); \vec{p} = (1, -3, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 27)  $\vec{x} = (3, 3, 4); \vec{p} = (-1, -3, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 28)  $\vec{x} = (1, 3, 4); \vec{p} = (-3, 0, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 29)  $\vec{x} = (3, 2, 4); \vec{p} = (0, -3, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4);$
- 30)  $\vec{x} = (0, 3, 4); \vec{p} = (0, -3, 2); \vec{q} = (0, 1, 1); \vec{r} = (2, -1, 4).$

## Завдання 12.

Задано координати вершин трикутника  $ABC$ . Побудувати трикутник і знайти:

- 1) довжину сторони  $AC$ ;
- 2) загальне рівняння сторони  $AC$ ;
- 3) нормальне рівняння сторони  $AC$ ;

- 4) відхилення і відстань точки  $B$  до сторони  $AC$ ;
- 5) рівняння сторони  $AC$  як рівняння з кутовим коефіцієнтом;
- 6) рівняння медіани сторони  $BC$  в канонічному і параметричному вигляді;
- 7) точку  $A'$  симетричну точці  $A$  відносно сторони  $BC$ ;
- 8) кут  $ACB$ ;
- 9) рівняння прямої, яка проходить через вершину  $B$ :
  - а) паралельно стороні  $AC$ ;
  - б) перпендикулярно стороні  $AC$ ;
- 10) рівняння бісектриси кута  $ACB$ ;
- 11) кут між висотою  $BH$  і медіаною  $BM$ ;
- 12) площу трикутника  $ABC$ .

### Варіанти.

- 1)  $A(6,2); B(15,-5); C(10,15)$
- 2)  $A(4,3); B(-12,-9); C(-5,15)$
- 3)  $A(-1,7); B(11,2); C(15,10)$
- 4)  $A(-10,10); B(10,3); C(-8,15)$
- 5)  $A(7,1); B(-5,-4); C(-9,-1)$
- 6)  $A(-2,1); B(-12,-10); C(-11,13)$
- 7)  $A(10,-1); B(-2,-6); C(-6,3)$
- 8)  $A(-12,6); B(12,-1); C(-6,10)$
- 9)  $A(8,0); B(-4,-5); C(-8,-2)$
- 10)  $A(11,0); B(-5,4); C(-1,-1)$
- 11)  $A(10,2); B(-6,6); C(-2,1)$
- 12)  $A(14,0); B(-2,4); C(2,-1)$
- 13)  $A(13,2); B(-3,6); C(1,1)$
- 14)  $A(11,3); B(-5,7); C(-1,2)$
- 15)  $A(11,-2); B(-5,6); C(-1,1)$
- 16)  $A(13,0); B(-3,4); C(1,-1)$
- 17)  $A(11,-1); B(-5,3); C(-1,-2)$
- 18)  $A(13,3); B(-3,7); C(1,2)$
- 19)  $A(6,2); B(10,-5); C(10,15)$
- 20)  $A(4,3); B(-12,-9); C(-5,15)$
- 21)  $A(-1,7); B(11,2); C(15,10)$
- 22)  $A(6,2); B(15,-5); C(10,15)$
- 23)  $A(4,3); B(-12,-9); C(-5,15)$
- 24)  $A(-1,7); B(11,2); C(15,10)$

- 25)  $A(-10,10); B(10,3); C(-8,15)$
- 26)  $A(6,2); B(1,-5); C(10,15)$
- 27)  $A(4,3); B(12,-9); C(-5,15)$
- 28)  $A(-1,7); B(11,2); C(5,1)$
- 29)  $A(-10,10); B(1,3); C(-8,5)$
- 30)  $A(-7,1); B(5,-4); C(-9,1)$

### Завдання 13.

#### Варіанти:

- 1) Скласти рівняння кола, що дотикається до осі  $Oy$ , проходить через точку  $A(4;2)$  та центр якого лежить на осі  $Ox$ .
- 2) Скласти рівняння кола, що проходить через точки  $A(2;1)$  та  $B(-1;2)$  та через початок координат.
- 3) Скласти рівняння кола з центром в точці  $(1;-3)$  що проходить через точку  $(3;5)$ .
- 4) Обчислити координати центра кола, що описане навколо трикутника з вершинами  $A(-1;1)$ ,  $B(2;-1)$ ,  $C(4;0)$ .
- 5) Скласти рівняння кола, що дотикається до прямої  $x - 2y + 1 = 0$  з центром в точці  $(2;3)$ .
- 6) Задано еліпс  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ . Записати рівняння директрис.
- 7) На еліпсі, один з фокусів якого має координати  $(3;0)$ , взята точка  $M(4;2,4)$ . Знайдіть відстань від цієї точки до відповідної директриси, знаючи, що центр еліпса співпадає з початком координат.
- 8) В еліпс  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$  вписано прямокутник, дві протилежні сторони якого проходять через фокуси. Обчисліть площу цього прямокутника.
- 9) Скласти рівняння еліпса, більша вісь якого дорівнює 26, а ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{12}{13}$ .
- 10) Визначити ексцентриситет еліпса, якщо відрізок між фокусами видно з вершини малої осі під кутом  $60^\circ$ .
- 11) Визначити ексцентриситет еліпса, якщо відстань між вершинами еліпса різних осей удвічі більше відстані між фокусами.
- 12) Осі еліпса співпадають з осями координат. Еліпс проходить через точки  $A(2;2)$  та  $B(3;1)$ . Скласти рівняння еліпса.

- 13) На еліпсі  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$  знайти точку, відстань якої від правого фокусу в чотири рази більша відстані її від лівого фокусу.
- 14) Знайти довжину діаметра (хорда, що проходить через центр) еліпса  $3x^2 + 8y^2 = 22$ , що ділить кут між осями координат навпіл.
- 15) Знайти координати точок еліпса  $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$  для яких відстань від лівого фокуса в два рази більша за відстань до правого.
- 16) Знайти довжину хорди еліпса  $x^2 + 10y^2 - 10 = 0$ , що проходить через його фокус паралельно малій осі.
- 17) Знайти довжину хорди еліпса  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{44} = 1$ , що напрямлена по діагоналі прямокутника, побудованого на осях еліпса.
- 18) Знайти координати точок еліпса  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ , в яких фокальні радіуси перпендикулярні.
- 19) В еліпс  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$  вписаний правильний трикутник так, що одна з його вершин співпадає з правою вершиною еліпса. Знайти координати двох інших вершин трикутника.
- 20) Знайти рівняння дотичних до еліпса  $x^2 + 2y^2 - 3 = 0$ , паралельних прямій  $x - 2y + 1 = 0$ .
- 21) Знайти координати точки еліпса  $9x^2 + 25y^2 = 450$ , що найбільш віддалена від прямої  $2x - 3y - 1 = 0$ . Обчислити цю відстань.
- 22) Скласти рівняння кола, що дотикається до осі  $Ox$ , проходить через точку  $A(4;2)$  та центр якого лежить на осі  $Oy$ .
- 23) Скласти рівняння кола, що проходить через точки  $A(-2;1)$  та  $B(-1;2)$  та через початок координат.
- 24) Скласти рівняння кола з центром в точці  $(-1;3)$  що проходить через точку  $(-3;5)$ .
- 25) Обчислити координати центра кола, що описане навколо трикутника з вершинами  $A(-1;2)$ ,  $B(-2;-1)$ ,  $C(3;0)$ .
- 26) Скласти рівняння кола, що дотикається до прямої  $x + 2y + 1 = 0$  з центром в точці  $(2;3)$ .
- 27) Задано еліпс  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$ . Записати рівняння директрис.
- 28) На еліпсі, один з фокусів якого має координати  $(-3;0)$ , взята точка  $M(4;2,4)$ . Знайдіть відстань від цієї точки до відповідної директриси, знаючи, що центр еліпса співпадає з початком координат.

- 29) В еліпс  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{20} = 1$  вписано прямокутник, дві протилежні сторони якого проходять через фокуси. Обчисліть площу цього прямокутника.
- 30) Скласти рівняння еліпса, більша вісь якого дорівнює 22, а ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{11}{13}$ .

#### Завдання 14.

##### Варіанти:

- 1) Фокуси гіперболи співпадають з фокусами еліпса  $9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$ . Знайти рівняння гіперболи, якщо її ексцентриситет дорівнює 2.
- 2) Задано еліпс  $\frac{x^2}{14} + \frac{y^2}{5} = 1$ . Знайти рівняння софокусної рівнобічної гіперболи.
- 3) Скласти рівняння гіперболи, якщо її фокуси  $F_1(-8; 2)$ ,  $F_2(12; 2)$  і відстань між вершинами дорівнює 16.
- 4) Скласти рівняння гіперболи, якщо її ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{5}{4}$ , а фокус  $F_2(5; 0)$ .
- 5) При яких значеннях  $\alpha$  пряма  $2x - y + \alpha = 0$  перетинає гіперболу  $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{18} = 1$ , або дотикається до неї?
- 6) Через лівий фокус гіперболи  $x^2 - y^2 = 8$  проведено перпендикуляр до її вісі, що містить вершини. Знайти відстань від фокусів до точок перетину цього перпендикуляра з гіперболою.
- 7) На гіперболі  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$  знайти точку М, найближчу до прямої  $2x + y - 2 = 0$  і обчислити відстань від М до цієї прямої.
- 8) Знайти фокальні радіуси точки  $M(10; 3\sqrt{6})$ , що лежить на гіперболі  $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$ .  
Знайти відстані від точки М до директрис.
- 9) На гіперболі  $x^2 - y^2 = 1$  знайти точку, фокальні радіуси якої взаємно перпендикулярні.



- 10) Знайти ексцентриситет гіперболи, асимптота якої складає із дійсною віссю кут  $\alpha$ .
- 11) Вершини квадрата лежать на гіперболі  $9x^2 - 4y^2 = 125$ . Знайти його площу.
- 12) Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо її дійсна вісь дорівнює 48 та ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{13}{12}$ .
- 13) Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо її дійсна вісь дорівнює 16, а кут між асимптотою та віссю абсцис визначається умовою  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ .
- 14) Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо відстань між директрисами дорівнює  $\frac{32}{5}$ , а ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{5}{4}$ .
- 15) Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо кут між асимптотами дорівнює  $60^\circ$  та  $c = 2\sqrt{3}$ .
- 16) Скласти рівняння гіперболи, що має спільні фокуси з еліпсом  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$  за умови, що ексцентриситет її  $\varepsilon = \frac{5}{4}$ .
- 17) На гіперболі  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  знайти точку, для якої фокальні радіуси перпендикулярні один одному.
- 18) На гіперболі  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  знайти точку, для якої відстань від лівого фокусу вдвічі більша, ніж від правого.
- 19) Обчислити півосі гіперболи, якщо відомо, що директриси задані рівняннями  $x = \pm 3\sqrt{2}$ , а кут між асимптотами – прямий.
- 20) Обчислити півосі гіперболи, якщо відомо, що директриси задані рівняннями  $y = \pm \frac{5x}{3}$ , та гіпербола проходить через точку  $M(6;9)$ .
- 21) Знайти відстань між точками перетину асимптот гіперболи  $9x^2 - 16y^2 = 144$  з колом, що має центр в правому фокусі гіперболи і проходить через початок координат.
- 22) Фокуси гіперболи співпадають з фокусами еліпса  $9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$ . Знайти рівняння гіперболи, якщо її ексцентриситет дорівнює 1,5.
- 23) Задано еліпс  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ . Знайти рівняння софокусної рівнобічної гіперболи.

- 24) Скласти рівняння гіперболи, якщо її фокуси  $F_1(-8;2)$ ,  $F_2(12;2)$  і відстань між вершинами дорівнює 25.
- 25) Скласти рівняння гіперболи, якщо її ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{7}{4}$ , а фокус  $F_2(5;0)$ .
- 26) При яких значеннях  $\alpha$  пряма  $2x - y + \alpha = 0$  перетинає гіперболу  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ , або дотикається до неї?
- 27) Через лівий фокус гіперболи  $x^2 - y^2 = 16$  проведено перпендикуляр до її вісі, що містить вершини. Знайти відстань від фокусів до точок перетину цього перпендикуляра з гіперболою.
- 28) На гіперболі  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$  знайти точку М, найближчу до прямої  $2x + y - 2 = 0$  і обчислити відстань від М до цієї прямої.
- 29) Знайти фокальні радіуси точки  $M(10;3\sqrt{6})$ , що лежить на гіперболі  $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$ .  
Знайти відстані від точки М до директрис.
- 30) На гіперболі  $x^2 - y^2 = 4$  знайти точку, фокальні радіуси якої взаємно перпендикулярні.

### Завдання 15.

#### Варіанти:

- 1) Скласти рівняння параболи, симетричної відносно осі Оу, що має вершину в початку координат. Якщо вона проходить через точку А(-2;4).
- 2) Знайти координати такої точки параболи  $y^2 = 6x$ , яка знаходиться на відстані 3,5 від директриси.
- 3) Через фокус параболи  $y^2 = 12x$  проведена хорда, що перпендикулярна її осі. Знайти довжину хорди.
- 4) В параболу  $y^2 = 2px$  вписаний рівносторонній трикутник, одна з вершин якого співпадає з вершиною параболи. Знайти сторону трикутника.
- 5) Знайти довжину хорди, що поєднує точки перетину двох парабол, що мають спільну вершину в початку координат, а фокуси в точках (2;0) і (0;2).
- 6) На параболі  $y^2 = -4x$  знайти точку, відстань від якої до прямої  $y = 1 + 3\sqrt{2} - x$  дорівнює 3.

- 7) Парабола  $y^2 = x$  відтинає від прямої, що проходить через початок координат, хорду, довжина якої дорівнює  $\sqrt{2}$ . Скласти рівняння цієї прямої.
- 8) Скласти рівняння параболи з вершиною в початку координат, фокус якої знаходиться в точці перетину прямої  $5x - 3y + 12 = 0$  з віссю ординат.
- 9) Скласти рівняння параболи з вершиною в початку координат, фокус якої знаходиться в точці перетину прямої  $5x - 3y + 12 = 0$  з віссю абсцис.
- 10) Скласти рівняння параболи, симетричної відносно осі  $Oy$ , що проходить через точку перетину прямої  $y - x = 0$  і кола  $x^2 + y^2 - 4y = 0$ .
- 11) Знайти рівняння прямої, що проходить через вершину параболи  $y = -2x^2 - 6x - 4$  паралельно прямій  $2x - y + 3 = 0$ .
- 12) Задана парабола  $y^2 = 12x$ . Знайти довжину її хорди, що проходить через точку  $A(8;0)$  і нахилена до осі  $Ox$  під кутом  $60^\circ$ .
- 13) Скласти рівняння дотичної до параболи  $y^2 = 36x$ , що проходить через точку  $A(1;10)$ .
- 14) До параболи  $y^2 = 36x$  проведені з точки  $A(1;10)$  дві дотичні. Скласти рівняння хорди, що з'єднує точки дотику.
- 15) На параболі  $y^2 = 8x$  знайти точку, фокальний радіус якої дорівнює 20.
- 16) Знайти таку хорду параболи  $y^2 = 4x$ , яка точкою  $(3;1)$  ділиться навпіл.
- 17) Знайти таку хорду параболи  $y^2 = 4x$ , яка точкою  $(2,5;1)$  ділиться навпіл.
- 18) Через фокус параболи  $y^2 = -x$  проведено пряму під кутом  $135^\circ$  до вісі  $Ox$ . Знайти довжину хорди, що утворилася.
- 19) Чому дорівнює довжина хорди, що проходить через фокус параболи  $x^2 = 8y$  перпендикулярно до її вісі симетрії?
- 20) Яким стане рівняння параболи з вершиною в точці  $(0;0)$ , якщо рівняння її директриси  $2y + 7 = 0$ ?
- 21) Яким стане рівняння параболи  $y^2 = 4x$ , якщо її вісь симетрії повернути на  $90^\circ$ .
- 22) Скласти рівняння параболи, симетричної відносно осі  $Ox$ , що має вершину в початку координат. Якщо вона проходить через точку  $A(-2;4)$ .
- 23) Знайти координати такої точки параболи  $y^2 = 8x$ , яка знаходиться на відстані 3,5 від директриси.
- 24) Через фокус параболи  $y^2 = 10x$  проведена хорда, що перпендикулярна її осі. Знайти довжину хорди.
- 25) В параболу  $y^2 = 2x$  вписаний рівносторонній трикутник, одна з вершин якого співпадає з вершиною параболи. Знайти сторону трикутника.

- 26) Знайти довжину хорди, що поєднує точки перетину двох парабол, що мають спільну вершину в початку координат, а фокуси в точках  $(3;0)$  і  $(0;3)$ .
- 27) На параболі  $y^2 = -2x$  знайти точку, відстань від якої до прямої  $y = 1 + 3\sqrt{2} + x$  дорівнює 3.
- 28) Парабола  $y^2 = 2x$  відтинає від прямої, що проходить через початок координат, хорду, довжина якої дорівнює  $\sqrt{3}$ . Скласти рівняння цієї прямої.
- 29) Скласти рівняння параболи з вершиною в початку координат, фокус якої знаходиться в точці перетину прямої  $5x - 3y + 12 = 0$  з віссю абсцис.
- 30) Скласти рівняння параболи з вершиною в початку координат, фокус якої знаходиться в точці перетину прямої  $5x - 3y + 12 = 0$  з віссю ординат.

### Завдання 16.

Задано координати вершин піраміди  $A_1A_2A_3A_4$ . Знайти:

- 1) загальне рівняння грані  $A_1A_2A_3$  і нормальне рівняння грані  $A_1A_2A_4$ ;
- 2) довжину висоти, що опущена з вершини  $A_4$  та рівняння цієї висоти;
- 3) кут між гранями  $A_1A_2A_3$  та  $A_1A_2A_4$ ;
- 4) кут між ребром  $A_1A_4$  і гранню  $A_1A_2A_3$ ;
- 5) рівняння прямої  $A_1A_2$ ;
- 6) відстань між мимобіжними ребрами  $A_1A_2$  та  $A_3A_4$ ; рівняння їх спільного перпендикуляра.

### Варіанти.

- 1)  $A_1(4;0;0)$ ,  $A_2(-2;1;2)$ ,  $A_3(1;3;2)$ ,  $A_4(3;2;7)$
- 2)  $A_1(-2;1;2)$ ,  $A_2(4;0;0)$ ,  $A_3(3;2;7)$ ,  $A_4(1;3;2)$
- 3)  $A_1(1;3;2)$ ,  $A_2(3;2;7)$ ,  $A_3(4;0;0)$ ,  $A_4(-2;1;2)$
- 4)  $A_1(3;2;7)$ ,  $A_2(1;3;2)$ ,  $A_3(-2;1;2)$ ,  $A_4(4;0;0)$
- 5)  $A_1(3;1;-2)$ ,  $A_2(1;-2;1)$ ,  $A_3(-2;1;0)$ ,  $A_4(2;2;5)$
- 6)  $A_1(1;-2;1)$ ,  $A_2(3;1;-2)$ ,  $A_3(2;2;5)$ ,  $A_4(-2;1;0)$
- 7)  $A_1(-2;1;0)$ ,  $A_2(2;2;5)$ ,  $A_3(3;1;2)$ ,  $A_4(1;-2;1)$
- 8)  $A_1(2;2;5)$ ,  $A_2(-2;1;0)$ ,  $A_3(1;-2;1)$ ,  $A_4(3;1;2)$
- 9)  $A_1(1;-1;6)$ ,  $A_2(4;5;-2)$ ,  $A_3(-1;3;0)$ ,  $A_4(6;1;5)$
- 10)  $A_1(6;1;5)$ ,  $A_2(-1;3;0)$ ,  $A_3(4;5;-2)$ ,  $A_4(1;-1;6)$
- 11)  $A_1(2;0;0)$ ,  $A_2(-2;0;-1)$ ,  $A_3(1;4;2)$ ,  $A_4(3;0;6)$
- 12)  $A_1(-2;0;2)$ ,  $A_2(0;1;4)$ ,  $A_3(3;2;5)$ ,  $A_4(1;3;2)$
- 13)  $A_1(1;2;3)$ ,  $A_2(2;0;0)$ ,  $A_3(3;2;5)$ ,  $A_4(4;0;0)$

- 14)  $A_1(3;0;6), A_2(1;-3;2), A_3(3;2;5), A_4(2;2;5)$
- 15)  $A_1(-2;0;-1), A_2(0;0;4), A_3(1;3;2), A_4(3;2;7)$
- 16)  $A_1(1;-2;1), A_2(0;0;4), A_3(1;4;2), A_4(2;0;0)$
- 17)  $A_1(-2;1;0), A_2(3;2;7), A_3(2;2;5), A_4(6;1;5)$
- 18)  $A_1(-1;3;0), A_2(2;0;0), A_3(4;-1;2), A_4(3;2;7)$
- 19)  $A_1(6;1;5), A_2(5;1;0), A_3(-4;1;-2), A_4(-6;0;5)$
- 20)  $A_1(-1;-1;6), A_2(-5;-1;0), A_3(4;0;0), A_4(2;2;5)$
- 21)  $A_1(4;2;5), A_2(0;7;2), A_3(0;2;7), A_4(1;5;0)$
- 22)  $A_1(4;0;1), A_2(-2;1;2), A_3(1;3;2), A_4(3;2;7)$
- 23)  $A_1(-2;1;2), A_2(4;0;1), A_3(3;2;7), A_4(1;3;2)$
- 24)  $A_1(1;3;2), A_2(3;2;7), A_3(4;0;1), A_4(-2;1;2)$
- 25)  $A_1(3;2;7), A_2(1;3;2), A_3(-2;1;2), A_4(4;0;1)$
- 26)  $A_1(3;1;-2), A_2(1;-2;1), A_3(-2;1;0), A_4(2;0;5)$
- 27)  $A_1(1;2;1), A_2(3;1;-2), A_3(2;2;5), A_4(-2;1;0)$
- 28)  $A_1(-2;1;0), A_2(2;2;5), A_3(3;0;2), A_4(1;-2;1)$
- 29)  $A_1(2;0;5), A_2(-2;1;0), A_3(1;-2;1), A_4(3;1;2)$
- 30)  $A_1(1;-1;6), A_2(4;5;-2), A_3(-1;3;0), A_4(1;1;5)$

### Завдання 17.

#### Варіанти.

- 1) Знайти рівняння площини, що проходить через точки  $M_1(2,1,0)$  і  $M_2(-1,0,2)$  паралельно прямій  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{0}$ .
- 2) Записати рівняння площини, що проектує пряму  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{3}$  на площину  $3x + 8y - 12z + 1 = 0$ .
- 3) Записати рівняння площини, що містить пряму  $\begin{cases} 3x + 4y - z + 1 = 0 \\ 2x + y + 3z = 0 \end{cases}$  та проходить через точку  $A(-1,2,4)$ .
- 4) Записати рівняння площини, що містить пряму  $\begin{cases} x - y + 2z + 2 = 0 \\ 2x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$  та проходить через точку  $M(-1,2,4)$ .

5) Знайти рівняння площини, що відтинає від координатних вісей відрізки рівної довжини і такої, що утворює з координатними осями піраміду об'ємом 64 од.куб.

6) Записати рівняння площини, що проходить через точку  $A(1,1,1)$  паралельно векторам  $\vec{a} = (0,1,2)$  і  $\vec{b} = (-1,0,1)$ .

7) Записати рівняння площини, що містить вісь  $Ox$  і проходить під кутом  $45^\circ$  до площини  $xOy$ .

8) Знайти рівняння площини, що проходить через точки  $M_1(2,3,1)$  і  $M_2(-1,0,1)$  перпендикулярній площині  $-x + 2y + z + 1 = 0$ .

9) Записати рівняння площини, що проходить через початок координат ортогонально прямій 
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases}.$$

10) Записати рівняння площини, що містить прямі  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{0}$  та  $\frac{x+3}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z-1}{0}$ .

11) Записати рівняння площини, що проходить через початок координат ортогонально прямій 
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y - 3z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12) Записати рівняння площини, що паралельна площині  $2x + 3y - z + 1 = 0$  і віддаленої від точки  $(-1,2,4)$  на 4 од.

13) Записати рівняння площини, що містить пряму  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$  та проходить через точку  $M(-1,4,2)$ .

14) Записати рівняння площини, що рівновіддалена від двох заданих точок  $M_1(3,5,2)$  і  $M_2(7,5,0)$  та проходить через точку  $A(0,1,0)$ .

15) Знайти рівняння площини, що відтинає від координатних вісей  $Ox$  і  $Oy$  відрізки рівної довжини, проходить через точку  $A(-1,1,-1)$  і такої, що утворює з координатними осями піраміду об'ємом 4 од.куб.

16) Записати рівняння площини, що рівновіддалена від двох заданих площин  $4x + y + 3z + 1 = 0$  і  $16x + 4y + 12z - 1 = 0$ .

17) Знайти рівняння площини, що ділять двогранні кути між площинами  $3x - y + 2z + 1 = 0$  і  $x + 7y - 6z = 0$  навпіл.

18) Знайти рівняння площини, що проходить через точки  $M_1(-3,2,1)$  і  $M_2(5,4,8)$  паралельно прямій 
$$\begin{cases} 5x - 3y + z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}.$$

19) Записати рівняння площини, що проектує пряму  $\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$  на площину  $x + 5y - z - 11 = 0$ .

20) Записати рівняння площини, що містить пряму  $\begin{cases} 5x + y + z = 0 \\ 3x - 3y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$  та проходить через точку  $M(2, 7, 1)$ .

21) Записати рівняння площини, що містить пряму  $\frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{-2}$  та проходить через точку  $M(-7, 3, 2)$ .

22) Знайти рівняння площини, що проходить через точки  $M_1(1, 1, 0)$  і  $M_2(-1, 3, 2)$  паралельно прямій  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{0}$ .

23) Записати рівняння площини, що проектує пряму  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$  на площину  $3x + 8y - 12z + 1 = 0$ .

24) Записати рівняння площини, що містить пряму  $\begin{cases} 3x + 4y - z + 1 = 0 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$  та проходить через точку  $A(-1, 2, 4)$ .

25) Записати рівняння площини, що містить пряму  $\begin{cases} x - y + 2z + 2 = 0 \\ 2x - 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$  та проходить через точку  $M(-1, 2, 4)$ .

26) Знайти рівняння площини, що відтинає від координатних вісей відрізки рівної довжини і такої, що утворює з координатними осями піраміду об'ємом 125 од.куб.

27) Записати рівняння площини, що проходить через точку  $A(1, 4, 1)$  паралельно векторам  $\vec{a} = (0, 1, 2)$  і  $\vec{b} = (-1, 0, 1)$ .

28) Записати рівняння площини, що містить вісь  $Ox$  і проходить під кутом  $30^\circ$  до площини  $xOy$ .

29) Знайти рівняння площини, що проходить через точки  $M_1(2, 0, 1)$  і  $M_2(-1, 3, 1)$  і перпендикулярна площині  $-x + 2y + z + 1 = 0$ .

30) Записати рівняння площини, що проходить через початок координат ортогонально прямій  $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$ .

## Завдання 18.

### Варіанти.

- 1) Знайти довжину та рівняння спільного перпендикуляра до прямих  $\frac{x+7}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{5}$  та  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{7}$ .
- 2) Знайти рівняння прямої, що проходить через точку  $M(1,2,1)$  паралельно площині  $2x - y + 3z - 5 = 0$  і такої, що перетинає пряму  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$ .
- 3) Знайти рівняння прямої, що проходить через точку  $M(1,3,-4)$  і такої, що перетинає пряму  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$  під кутом  $\frac{\pi}{6}$ .
- 4) Знайти рівняння прямих, що напрямлені по бісектрисах кутів між прямими  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{0}$  та  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}$ .
- 5) Знайти довжину та рівняння спільного перпендикуляра до прямих  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$  та  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-2}$ .
- 6) Знайти рівняння прямої, що належить площині  $y = 0$  і перпендикулярній площині  $x - 2y + 3z = 0$ .
- 7) Знайти рівняння прямої, що проходить через точку  $M(1,1,-2)$  і такої, що перетинає пряму  $\begin{cases} 3x + y - 4z + 2 = 0 \\ x - 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$  під кутом  $\frac{\pi}{2}$ .
- 8) Знайти довжину та рівняння спільного перпендикуляра до прямих  $\begin{cases} 3x + y - z + 8 = 0 \\ 2x - y + 5z - 1 = 0 \end{cases}$  та  $\begin{cases} x + 6y - z + 1 = 0 \\ x - 2y + z - 6 = 0 \end{cases}$ .
- 9) Знайти рівняння прямої, що проходить через точку  $M(1,-1,2)$  і такої, що перетинає пряму  $\begin{cases} 2x + 3y - z + 1 = 0 \\ x - y + 5z - 3 = 0 \end{cases}$  під кутом  $\frac{2\pi}{3}$ .
- 10) Знайти довжину та рівняння спільного перпендикуляра до прямих  $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{4}$  та  $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{4}$ .



- 11) Знайти рівняння перпендикуляра, що опущений з точки  $A(2, -3, 0)$  на пряму  $\begin{cases} x + y + z + 4 = 0 \\ -2x + y + 3z + 2 = 0 \end{cases}$ .
- 12) Знайти рівняння прямої, що паралельна прямій  $\begin{cases} 8x + y - z + 4 = 0 \\ 3x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$  і такої, що проходить через точку  $A(2, 7, -1)$ .
- 13) Знайти рівняння прямої, що перетинає прямі  $\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$  та  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{5}$  та проходить через точку  $M(2, 6, 1)$ .
- 14) Знайти рівняння прямої, що належить площині  $3x - 4y + 5z - 1 = 0$  і такої, що перетинає пряму  $\begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ 15x - y + 4z = 0 \end{cases}$  під кутом  $\frac{\pi}{2}$ .
- 15) Знайти відстань та записати рівняння перпендикуляра, що опущений з точки  $A(12, 0, 4)$  на пряму  $\frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$ .
- 16) Знайти рівняння проекції прямої  $\begin{cases} 3x + y + z - 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$  на площину  $x + y + z = 0$ .
- 17) Знайти рівняння прямої, що проходить через точку  $M(2, -1, 3)$  паралельно площині  $x + 7y - 2z + 1 = 0$  і такої, що перетинає пряму  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{0}$ .
- 18) Знайти довжину та рівняння спільного перпендикуляра до прямих  $\begin{cases} x + y - 2z + 2 = 0 \\ 2x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$  та  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{0}$ .
- 19) Знайти рівняння прямих, що напрямлені по бісектрисах кутів між прямими  $\frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{0}$  та  $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{5}$ .
- 20) Знайти рівняння прямої, що належить площині  $x = 0$  і перпендикулярній площині  $x + 2y - z = 0$ .
- 21) Знайти довжину та рівняння спільного перпендикуляра до прямих  $\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - 4z + 1 = 0 \end{cases}$  та  $\begin{cases} x - 5y + 3z - 2 = 0 \\ 3x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$ .

- 22) Знайти довжину та рівняння спільного перпендикуляра до прямих  $\frac{x+7}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{5}$  та  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{7}$ .
- 23) Знайти рівняння прямої, що проходить через точку  $M(1,2,1)$  паралельно площині  $2x - y + 3z - 3 = 0$  і такої, що перетинає пряму  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$ .
- 24) Знайти рівняння прямої, що проходить через точку  $M(1,1,-4)$  і такої, що перетинає пряму  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$  під кутом  $\frac{\pi}{6}$ .
- 25) Знайти рівняння прямих, що напрямлені по бісектрисах кутів між прямими  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{0}$  та  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}$ .
- 26) Знайти довжину та рівняння спільного перпендикуляра до прямих  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$  та  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-2}$ .
- 27) Знайти рівняння прямої, що належить площині  $z = 0$  і перпендикулярній площині  $x - 2y + 3z = 0$ .
- 28) Знайти рівняння прямої, що проходить через точку  $M(1,1,-2)$  і такої, що перетинає пряму  $\begin{cases} 3x + y - 4z + 2 = 0 \\ x - 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$  під кутом  $\frac{\pi}{2}$ .
- 29) Знайти довжину та рівняння спільного перпендикуляра до прямих  $\begin{cases} 3x + y - z + 8 = 0 \\ 2x - y + 5z - 1 = 0 \end{cases}$  та  $\begin{cases} x + 6y - z + 1 = 0 \\ x - 2y + z - 6 = 0 \end{cases}$ .
- 30) Знайти рівняння прямої, що проходить через точку  $M(1,-1,2)$  і такої, що перетинає пряму  $\begin{cases} 2x + 3y - z + 1 = 0 \\ x - y + 5z - 3 = 0 \end{cases}$  під кутом  $\frac{2\pi}{3}$ .

### Завдання 19.

З'ясувати, чи є дана множина лінійним простором над полем  $R$ . Операції над арифметичними векторами, матрицями та функціями позначаються звичайним чином.

### Варіанти.

- 1) Множина векторів  $R^n$ , всі координати яких рівні між собою.
- 2) Множина векторів  $R^n$ , остання координата яких дорівнює нулю.

- 3) Множина таких функцій, що  $f(a)=1$ .
- 4) Множина векторів  $R^n$ , сума всі координати яких дорівнює нулю.
- 5) Множина розв'язків рівняння  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$ .
- 6) Множина векторів площини, паралельних даній прямій.
- 7) Множина векторів тривимірного простору, перпендикулярних даній прямій.
- 8) Множина векторів площини, які знаходяться у двох вертикальних кутах, утворених прямими  $|y| = 2|x|$ .
- 9) Множина векторів площини, які за модулем не перевищують 1001.
- 10) Множина векторів площини, які утворюють кут  $\alpha$  з даною прямою  $\left(0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}\right)$ .
- 11) Множина квадратних матриць з нульовим першим стовпцем.
- 12) Множина діагональних матриць  $n$ -го порядку.
- 13) Множина симетричних матриць порядку  $n$ .
- 14) Множина невивіржених матриць розмірності  $n$ .
- 15) Множина кососиметричних матриць розміру  $n \times n$ .
- 16) Множина квадратних матриць з нульовим останнім стовпцем.
- 17) Множина нижньотрикутних матриць  $n$ -го порядку.
- 18) Множина функцій, неперервних на  $[a, b]$ .
- 19) Множина функцій, обмежених на  $[a, b]$ .
- 20) Множина функцій, диференційованих на  $(a, b)$ .
- 21) Множина функцій, невід'ємних на  $[a, b]$ .
- 22) Множина таких функцій, що  $f(a) = 0$ .
- 23) Множина функцій, монотонно зростаючих на  $[a, b]$ .
- 24) Множина парних многочленів степеня, який не перевищує  $n$ .
- 25) Множина функцій, монотонних на  $[a, b]$ .
- 26) Множина непарних многочленів степеня, який не перевищує  $n$ .
- 27) Множина функцій вигляду  $f(t) = e^{\alpha t} (a_0 + a_1 \cos t + a_2 \sin t)$ , де  $\alpha$  - фіксоване число,  $a_0, a_1, a_2$  - довільні числа.
- 28) Множина всіх тригонометричних многочленів.
- 29) Множина всіх непарних многочленів.
- 30) Множина однорідних многочленів степеня  $n$  від двох змінних вигляду

$$P(x, y) = \sum_{k=0}^n a_k x^{n-k} y^k.$$

## Завдання 20.

Довести лінійність оператора, вказати його матрицю.

### Варіанти.

- 1) Проектування на площину  $Oyz$ .
- 2) Дзеркальне відображення відносно площини  $X + Y = 0$ .
- 3) Проектування на вісь  $Oz$ .
- 4) Проектування на площину  $X = Y$ .
- 5) Поворот у додатному напрямку відносно вісі  $Oy$  на кут  $\frac{\pi}{2}$ .
- 6) Проектування на площину  $Y = 0$ .
- 7) Дзеркальне відображення відносно площини  $Z + Y = 0$ .
- 8) Проектування на вісь  $Ox$ .
- 9) Проектування на площину  $Y = \sqrt{3}X$ .
- 10) Поворот у додатному напрямку відносно вісі  $Oz$  на кут  $\frac{\pi}{4}$ .
- 11) Проектування на площину  $Z = 0$ .
- 12) Дзеркальне відображення відносно площини  $X - Y = 0$ .
- 13) Проектування на вісь  $Oy$ .
- 14) Проектування на площину  $X = Z$ .
- 15) Поворот у додатному напрямку відносно вісі  $Oz$  на кут  $\frac{\pi}{2}$ .
- 16) Проектування на площину  $\sqrt{3}x + y = 0$ .
- 17) Дзеркальне відображення відносно площини  $Y - Z = 0$ .
- 18) Проектування на площину  $X + Y = 0$ .
- 19) Поворот у додатному напрямку відносно вісі  $Ox$  на кут  $\frac{\pi}{2}$ .
- 20) Проектування на площину  $Z - Y = 0$ .
- 21) Дзеркальне відображення відносно площини  $Oyz$ .
- 22) Проектування на площину  $Z - Y = 0$ .
- 23) Поворот у від'ємному напрямку відносно вісі  $Ox$  на кут  $\frac{\pi}{2}$ .
- 24) Проектування на площину  $x - \sqrt{3}z = 0$ .
- 25) Дзеркальне відображення відносно площини  $X - Z = 0$ .
- 26) Проектування на площину  $X + Z = 0$ .
- 27) Проектування на площину  $y + \sqrt{3}z = 0$ .
- 28) Дзеркальне відображення відносно площини  $Oxz$ .
- 29) Проектування на площину  $\sqrt{3}y + z = 0$ .

30) Дзеркальне відображення відносно площини  $X + Z = 0$ .

### Завдання 21.

Лінійний оператор, який перетворює арифметичний простір  $R^3$  в себе, заданий в стандартній базі  $\vec{e}_1 = (1,0,0)$ ,  $\vec{e}_2 = (0,1,0)$ ,  $\vec{e}_3 = (0,0,1)$  матрицею  $A$ . Знайти матрицю оператора в базі векторів  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ .

### Варіанти.

$$1) A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_1 = (1,1,1), \vec{a}_2 = (0,1,1), \vec{a}_3 = (0,0,1).$$

$$2) A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_1 = (0,1,2), \vec{a}_2 = (3,1,0), \vec{a}_3 = (0,1,1).$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_1 = (1,1,0), \vec{a}_2 = (1,2,0), \vec{a}_3 = (-1,3,3).$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \vec{a}_1 = (1,1,1), \vec{a}_2 = (1,0,0), \vec{a}_3 = (1,-1,1).$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_1 = (-1,-1,1), \vec{a}_2 = (-1,1,0), \vec{a}_3 = (-1,-1,0).$$

$$6) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_1 = (-1,0,1), \vec{a}_2 = (0,1,0), \vec{a}_3 = (0,0,1).$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \vec{a}_1 = (1,1,0), \vec{a}_2 = (0,1,1), \vec{a}_3 = (0,0,2).$$

$$8) A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_1 = (0,1,1), \vec{a}_2 = (-1,1,0), \vec{a}_3 = (0,1,2).$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \vec{a}_1 = (-1,1,0), \vec{a}_2 = (1,2,0), \vec{a}_3 = (-1,3,-3).$$

$$10) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1,1,1), \vec{a}_2 = (-1,0,0), \vec{a}_3 = (1,-1,1).$$

$$11) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (-1,-1,1), \vec{a}_2 = (1,1,0), \vec{a}_3 = (-1,1,0).$$

$$12) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (-1,0,0), \vec{a}_2 = (0,-1,0), \vec{a}_3 = (0,0,1).$$

$$13) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1,0,0), \vec{a}_2 = (0,-1,0), \vec{a}_3 = (-1,-1,-1).$$

$$14) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1,1,0), \vec{a}_2 = (0,1,2), \vec{a}_3 = (1,0,1).$$

$$15) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1,1,1), \vec{a}_2 = (1,0,0), \vec{a}_3 = (1,1,-1).$$

$$16) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (2,1,0), \vec{a}_2 = (3,1,2), \vec{a}_3 = (1,2,-1).$$

$$17) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (-1,2,1), \vec{a}_2 = (-1,-1,2), \vec{a}_3 = (2,1,0).$$

$$18) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (4,1,3), \vec{a}_2 = (-1,2,1), \vec{a}_3 = (3,1,1).$$

$$19) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (2,-1,3), \vec{a}_2 = (1,1,1), \vec{a}_3 = (-1,0,1).$$

$$20) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1,-1,2), \vec{a}_2 = (2,3,1), \vec{a}_3 = (0,1,1).$$

$$21) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1,3,-1), \vec{a}_2 = (-1,2,1), \vec{a}_3 = (0,3,1).$$

$$22) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (-1, 2, 1), \vec{a}_2 = (1, -1, 2), \vec{a}_3 = (1, -1, 1).$$

$$23) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1, 4, 1), \vec{a}_2 = (0, 1, 1), \vec{a}_3 = (2, -1, 0).$$

$$24) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1, -2, 1), \vec{a}_2 = (-1, 2, 1), \vec{a}_3 = (-1, 3, 1).$$

$$25) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (3, 1, 1), \vec{a}_2 = (-1, 2, 1), \vec{a}_3 = (0, 2, 1).$$

$$26) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (2, 1, -1), \vec{a}_2 = (-1, 2, 1), \vec{a}_3 = (3, 1, 1).$$

$$27) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1, -2, 1), \vec{a}_2 = (3, 1, 0), \vec{a}_3 = (4, 0, 2).$$

$$28) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (2, -1, 1), \vec{a}_2 = (1, 1, -1), \vec{a}_3 = (1, 2, 1).$$

$$29) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1, -1, 1), \vec{a}_2 = (-1, 2, 3), \vec{a}_3 = (1, 2, 1).$$

$$30) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = (1, 0, 1), \vec{a}_2 = (2, 3, 1), \vec{a}_3 = (1, 1, 0).$$

## Завдання 22.

Знайти власні числа та власні вектори лінійних операторів, які задані своїми матрицями.

## Варіанти.

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$3) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$4) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$5) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$7) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$8) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$9) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$10) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$11) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$13) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$



$$14) \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$15) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$16) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$17) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$18) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$19) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$20) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$21) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$22) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & -5 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$23) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$24) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$25) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$26) \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}.$$

$$27) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$28) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -10 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$29) \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$30) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -5 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

### **Завдання 23.**

Зведіть, до канонічного вигляду наступні рівняння другого порядку і побудуйте криві в початковій системі координат.

### **Варіанти.**

$$1) \quad 16x^2 - 24xy + 9y^2 + 19x - 8y + 4 = 0;$$

$$2) \quad 10x^2 + 12xy + 5y^2 + 4x - 6y = 0;$$

$$3) \quad 15x^2 + 16xy - 15y^2 + 44x + 62y + 13 = 0;$$

$$4) \quad 7x^2 - 48xy - 7y^2 + 34x + 62y - 98 = 0.$$

$$5) \quad 5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 9 = 0$$

$$6) \quad 5^2 - 4xy + 4y^2 - 4x - 3y - 7 = 0$$

$$7) \quad 3x^2 - 2xy - 3y^2 + 12y - 15 = 0$$

$$8) \quad 4xy + 3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0$$

$$9) \quad 9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0$$

- 10)  $2x^2 + 4xy + 5y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$
- 11)  $x^2 + 4xy - 2y^2 - 4x + 1 = 0$
- 12)  $3x^2 + 2xy + 4y^2 - 8x - 4y + 2 = 0$
- 13)  $6xy + 3y^2 - 8x + 10y - 24 = 0$
- 14)  $2x^2 - 6xy + y^2 - 10y = 0$
- 15)  $3x^2 - 2xy + y^2 - 6x - 4y + 2 = 0$
- 16)  $-x^2 + 2xy - y^2 + 4y - 8x = 0$
- 17)  $x^2 + 4xy + 3y^2 - 2x + 3y - 5 = 0$
- 18)  $2x^2 + 2xy + 2y^2 - 4x - 6y + 1 = 0$
- 19)  $x^2 - 6xy + 4y^2 - 6x + 8y = 0$
- 20)  $x^2 - 4xy + 2y^2 - 2x + 4 = 0$
- 21)  $2x^2 + 6xy + 2y^2 - 4x - 8y + 3 = 0$
- 22)  $4x^2 - 2xy + 6x - 8y + 3 = 0$
- 23)  $4xy - 6y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$
- 24)  $x^2 + 4xy - 3y^2 + 4x - 2y + 3 = 0$
- 25)  $2x^2 - 2xy + 3y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$
- 26)  $3x^2 + 2xy + 4y^2 - 8x - 4y + 2 = 0$
- 27)  $6xy + 3y^2 - 8x + 10y - 24 = 0$
- 28)  $2x^2 - 6xy + y^2 - 10y = 0$
- 29)  $3x^2 - 2xy + y^2 - 6x - 4y + 2 = 0$
- 30)  $-x^2 + 2xy - y^2 + 4y - 8x = 0$