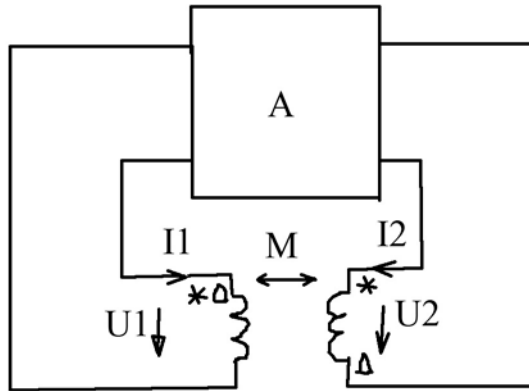


## Білет №42

### Потужності взаємодуції. Напрямки передачі енергії в індуктивно зв'язаних елементах.

Виділимо із кола два індуктивно зв'язані елементи рис.1



$S_{1m}$  – комплексна потужність взаємодуції 1-ї котушки.

$S_{2m}$  – комплексна потужність взаємодуції 2-ї котушки.

$$S_{1m} = U_{1m} \dot{I}_1, \quad S_{2m} = \dot{U}_{2m} \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = I_1 e^{j\psi_{i1}}, \quad \dot{I}_1 = I_1 e^{-j\psi_{i1}}$$

$$\dot{I}_2 = I_2 e^{j\psi_{i2}}, \quad \dot{I}_2 = I_2 e^{-j\psi_{i2}}$$

$\dot{U}_{1m}$  – комплексна напруга взаємодуції 1-ї котушки.

$\dot{U}_{2m}$  – комплексна напруга взаємодуції 2-ї котушки.

$$\dot{U}_{1m} = \pm j\omega M \dot{I}_2, \quad \dot{U}_{2m} = \pm j\omega M \dot{I}_1$$

$$\underline{S}_{1m} = \pm j\omega M \dot{I}_2 \dot{I}_1, \quad \underline{S}_{2m} = \pm j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2 \quad (2)$$

$$S_{1m} = \pm \omega M I_1 I_2 \sin(\psi_{i1} - \psi_{i2}) \pm j\omega M I_1 I_2 \cos(\psi_{i1} - \psi_{i2}) = \pm P_{1m} \pm jQ_{1m} \quad (3)$$

$P_{1m}$  – активна потужність взаємодуції.

$Q_{1m}$  – реактивна потужність взаємодуції.

$$\underline{S}_{2m} = \pm \omega M I_1 I_2 \sin(\psi_{i2} - \psi_{i1}) \pm j\omega M I_1 I_2 \cos(\psi_{i2} - \psi_{i1}) = \pm P_{2m} \pm jQ_{2m} \quad (4)$$

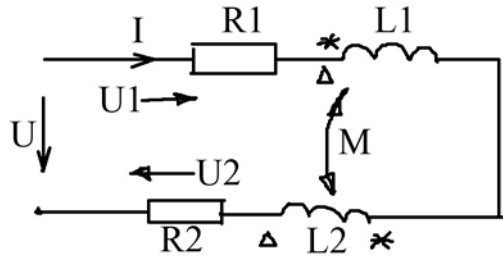
З (3) і (4) бачимо, що 1)  $P_{1m} = -P_{2m}$ , 2)  $Q_{1m} = Q_{2m} = Q_m$

3)  $S_{1m} + S_{2m} = \pm j2Q_m$  (+ для узгодж., - для неузгодж. струм)

$Q_m$  і  $P_m$  залежать від різниці початкових фаз.

# Білет № 43

Послідовне з'єднання двох індуктивно зв'язаних котушок. Векторні діаграми узгодженого і неузгодженого режиму. Ефект „несправжньої” ємності.



$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 \quad (1)$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}R_1 + \dot{I}j(\omega L_1 \pm \omega M) \quad (2)$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}R_2 + \dot{I}j(\omega L_2 \pm \omega M) \quad (3)$$

$$\dot{U} = \dot{I}R_1 + \dot{I}R_2 + \dot{I}j(\omega L_1 + \omega L_2 \pm 2\omega M) \quad (4)$$

$$\dot{U} = \dot{I}R_2 + jX_e \dot{I} \quad (5)$$

$R_e$  – еквівалентний активний опір не залежить від узгодженості

$$R_e = R_1 + R_2$$

$X_e$  – еквівалентний реактивний опір залежить від узгодженості.

$$X_{e \text{ узг}} = \omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M \quad (6)$$

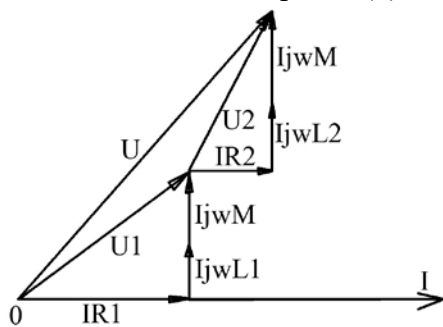
$$X_{e \text{ не узг}} = \omega L_1 + \omega L_2 - 2\omega M \quad (7)$$

$$M = (X_{e \text{ узг}} - X_{e \text{ не узг}}) / 4\omega \quad (8)$$

$$f = 50 \text{ Гц} \quad \omega = 314 \text{ 1/c}$$

Векторна діаграма напруг.

Узгоджене. По р-нях (1) – (3)

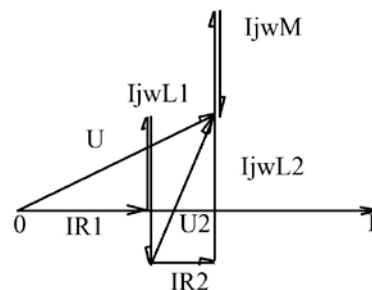


Неузгоджене. Рис.3.

$$\gamma_1 < 0$$

$$\gamma_2 > 0$$

$$\gamma > 0$$



Коли  $\omega L_{1,2} < \omega M$  називається ефектом хибної ємності.

## Білет №44

### Експериментальне визначення взаємної індуктивності двох котушок (окреме включення котушок; їх послідовне з'єднання).

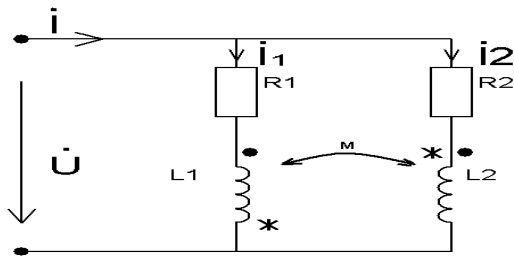
Взаємна індуктивність двох котушок залежить від кількості витків, форми і розмірів кожної з них, магнітних властивостей довкілля та взаємного розташування цих котушок.

Взаємну індуктивність можна визначити за результатами такого досліду. Підключають джерело енергії до однієї котушки, вимірюють її струм  $I_k$  та напругу на розімкнутих затискачах іншої котушки ( $U_{pm}$ ), яка в такому випадку дорівнює ЕРС взаємоіндукції:  $U_{pm} = E_{pm} = Z_m I_k$ . Якщо врахувати, що  $Z_m = X_m = \omega M$ , тобто є опором взаємоіндукції цих котушок, коефіцієнт взаємоіндукції визначається так:

$$M = \frac{U_{pm}}{\omega I_k}$$

В одних випадках магнітне поле струму кожної котушки підсилює магнітне поле струму іншої котушки, через що потокозчеплення кожної котушки стає більшим від потокозчеплення самоіндукції:

**Білет № 45**  
**Паралельне з'єднання котушок**



(точка) – узгоджене включення  
(зірочка) – неузгоджене

$$U = R_1 I_1 + j\omega L_1 I_1 \pm j\omega M I_2 \quad (1)$$

$$U = R_2 I_2 + j\omega L_2 I_2 \pm j\omega M I_1 \quad (2)$$

$$I = I_1 + I_2 \quad (3)$$

$$R_1 + j\omega L_1 = Z_1 \quad R_2 + j\omega L_2 = Z_2$$

$$j\omega M = Z_M$$

$$\begin{cases} U = I_1 Z_1 \pm I_2 Z_M \\ U = I_2 Z_2 \pm I_1 Z_M \\ I = I_1 + I_2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_1 & \pm Z_M \\ \pm Z_M & Z_2 \end{vmatrix} = Z_1 Z_2 - Z_M^2$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} U & \pm Z_M \\ U & Z_2 \end{vmatrix} = U(Z_2 \mp Z_M)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} Z_1 & U \\ \pm Z_M & U \end{vmatrix} = U(Z_1 \mp Z_M)$$

$$I_1 = \Delta_1 / \Delta = U * \frac{Z_2 \mp Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} \quad I_2 = \Delta_2 / \Delta = U * \frac{Z_1 \mp Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}$$

$$I = I_1 + I_2 = U * \frac{Z_1 + Z_2 \mp 2Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} \quad U = I_1 Z_{1e} \quad U = I_2 Z_{2e}$$

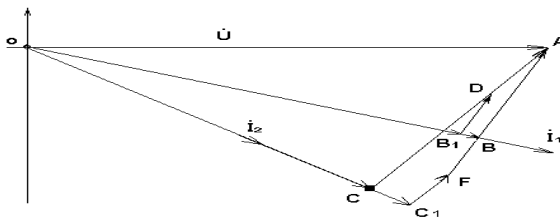
$$Z_{1e} = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_2 \mp Z_M} \quad (5) \quad Z_{2e} = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1 \mp Z_M} \quad (6)$$

В рішеннях 5 та 6 де  $Z_{1e}$  і  $Z_{2e}$  верхні знаки відносяться для узгодженого, нижні для неузгодженого включення котушки

$$Z_e = \frac{Z_1 + Z_2 - Z_M}{Z_1 + Z_2 \mp 2Z_M}$$

$$Z_{1e} = R_{1e} + jX_{1e} \quad Z_{2e} = R_{2e} + jX_{2e} \quad \text{Якщо } Z_M = 0, \text{ то із формул 5 та 6}$$

$$Z_{1e} = Z_1 \quad Z_{2e} = Z_2 \quad \text{и} \quad Z_e = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$



$OB \approx I_1 R_{1e}$  - активна напруга котушки 1;

$BA \approx I_1 X_{1e}$  - реактивна напруга котушки 1;

$OC \approx I_2 R_{2e}$  - активна напруга котушки 2 ;  $AC \approx I_2 X_{2e}$  - реактивна напруга котушки 2.

Білет №46

Паралельне неузгоджене з'єднання двох індуктивно зв'язаних котушок.

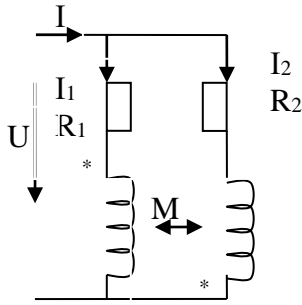


Рис.1.

$$\dot{U} = R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \quad (1)$$

$$\dot{U} = R_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 \quad (2)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \quad (3)$$

Введемо позначення:

$$R_1 + j\omega L_1 = \underline{Z}_1;$$

$$R_2 + j\omega L_2 = \underline{Z}_2;$$

$$j\omega M = \underline{Z}_M.$$

$$\begin{cases} \dot{U} = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 \pm \dot{I}_2 \underline{Z}_M \\ \dot{U} = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 \pm \dot{I}_1 \underline{Z}_M \\ \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\underline{\Delta} = \begin{vmatrix} \underline{Z}_1 & \pm \underline{Z}_M \\ \pm \underline{Z}_M & \underline{Z}_2 \end{vmatrix} = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2$$

$$\underline{\Delta}_1 = \begin{vmatrix} \dot{U} & \pm \underline{Z}_M \\ \dot{U} & \underline{Z}_2 \end{vmatrix} = \dot{U} (\underline{Z}_2 \mp \underline{Z}_M);$$

$$\underline{\Delta}_2 = \begin{vmatrix} \underline{Z}_1 & \dot{U} \\ \pm \underline{Z}_M & \dot{U} \end{vmatrix} = \dot{U} (\underline{Z}_1 \mp \underline{Z}_M).$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\underline{\Delta}_1}{\underline{\Delta}} = \frac{\dot{U} (\underline{Z}_2 \mp \underline{Z}_M)}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\underline{\Delta}_2}{\underline{\Delta}} = \frac{\dot{U} (\underline{Z}_1 \mp \underline{Z}_M)}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}.$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{U} \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \mp 2\underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}.$$

$$\dot{U} = \dot{I}_1 \underline{Z}_{1екв}; \quad \dot{U} = \dot{I}_2 \underline{Z}_{2екв}.$$

$$\underline{Z}_{1екв} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_2 \mp \underline{Z}_M}; \quad (5)$$

$$\underline{Z}_{2екв} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_1 \mp \underline{Z}_M}. \quad (6)$$

В (5) і (6) для  $\underline{Z}_{1екв}$  і  $\underline{Z}_{2екв}$  верхні знаки для узгоджених струмів, нижні—для неузгоджених.

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \mp 2\underline{Z}_M} \quad (7)$$

$$\underline{Z}_{1e} = R_{1e} + jX_{1e}$$

$$\underline{Z}_{2e} = R_{2e} + jX_{2e}$$

—еквівалентні електричні опори котушок при наявності взаємоіндукції.

$$\underline{Z}_M = 0, \text{ то } \underline{Z}_{1e} = \underline{Z}_1; \quad \underline{Z}_{2e} = \underline{Z}_2; \quad \underline{Z}_e = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}.$$

Побудуємо векторну діаграму струмів:

$$\begin{aligned}
 OA &\approx \dot{U} & OB &\approx I_1 R_{1e} & \text{—активна і реактивна напруга 1 котушки.} \\
 & & BA &\approx I_1 X_{1e} & \\
 OC &\approx I_2 R_{2e} & \text{—активна і реактивна напруга 2 котушки.} \\
 CA &\approx I_2 X_{2e} & 
 \end{aligned}$$

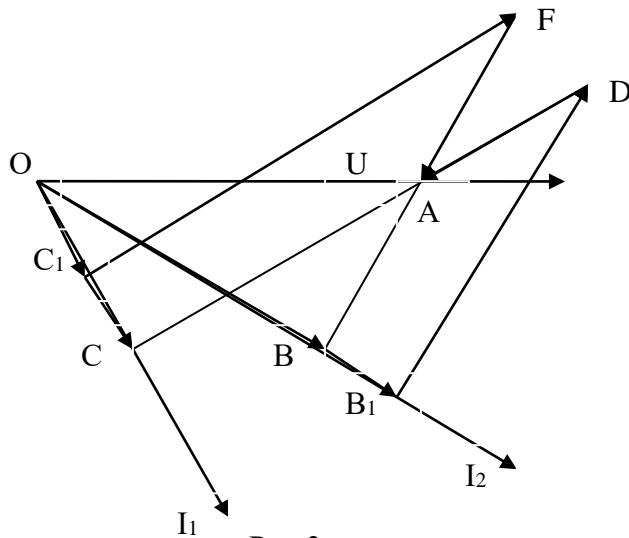


Рис.3.

$$\begin{aligned}
 OB_1 &\approx I_1 R_1; & B_1 D &\approx I_1 \omega L_1; & DA &\approx I_2 \omega M; \\
 OC_1 &\approx I_2 R_2; & C_1 F &\approx I_2 \omega L_2; & FA &\approx I_1 \omega M.
 \end{aligned}$$

Із рис.3 маємо співвідношення:

$$OB < OB_1; \quad R_{1e} < R_1; \quad \Rightarrow \quad P_{1a} < P_{1T}.$$

$$OC > OC_1; \quad R_{2e} > R_2; \quad \Rightarrow \quad P_{2a} > P_{2T}.$$

Перша котушка отримує меншу частину активної потужності, а друга котушка отримує більше активної потужності. Надлишок передається від другої котушки до першої для покриття теплових втрат.

## Білет №47

### Еквівалентна заміна індуктивних зв'язків. Магнітна розв'язка.

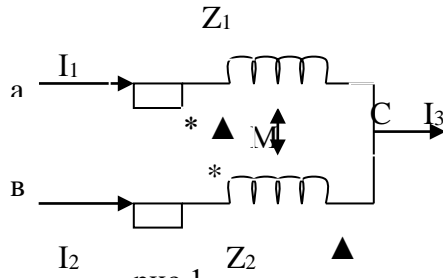


рис.1.

\*—узгоджені струми;

▲—неузгоджені струми.

Виділимо із електричного кола два індуктивно зв'язаних елемента, тоді рівняння на основі законів Кірхгофа будуть мати вигляд:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_3 \quad (1)$$

$$\dot{U}_{AC} = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 \pm \dot{I}_2 \underline{Z}_M \quad (2)$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 \pm \dot{I}_1 \underline{Z}_M \quad (3)$$

$$(\underline{Z}_M = j\omega M)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_3 - \dot{I}_1; \dot{I}_1 = \dot{I}_3 - \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_{AC} = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 \pm \dot{I}_3 \underline{Z}_M \mp \dot{I}_1 \underline{Z}_M \Rightarrow \dot{U}_{AC} = \dot{I}_1 (\underline{Z}_1 \mp \underline{Z}_M) \pm \dot{I}_3 \underline{Z}_M \quad (4)$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 \pm \dot{I}_3 \underline{Z}_M \mp \dot{I}_2 \underline{Z}_M \Rightarrow \dot{U}_{BC} = \dot{I}_2 (\underline{Z}_2 \mp \underline{Z}_M) \pm \dot{I}_3 \underline{Z}_M \quad (5)$$

Із рівнянь (1),(4)-(5) випливає така розрахункова схема:

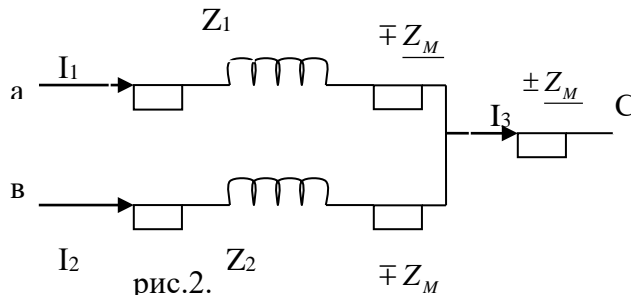


рис.2.

Приймаючи до уваги, що схема рис.2 відповідає рівнянням (1), (4)-(5), а ці рівняння отримані із вихідних (1)-(3), можна стверджувати, що схема рис.2 еквівалентна схемі рис.1. Але схема рис.2 уже не має магнітного зв'язку між вітками, як це було у рис.1. Це звичайна електрична схема, для якої можна використовувати метод еквівалентних перетворень, і яку можна використовувати для складання рівнянь електричного кола, в тому числі методу вузлових потенціалів.

Верхні знаки додаткового елемента  $\underline{Z}_M$  у рис.2 відповідають узгодженим струмам у рис.1, а нижні—неузгодженим струмам.

При складанні рівнянь та отриманні еквівалентні схеми рис.2 були попередньо обумовлені варіанти узгоджених та неузгоджених струмів, для чого необхідно було: знати де розміщені однойменні початки котушок; вибрати додатні напрямки струмів.

Щоб отримати еквівалентну розрахункову схему рис.2 не обов'язково вказувати попередньо додатні напрямки струмів, обов'язково тільки розміщення однойменних початків на вихідній

схемі. Далі перехід до еквівалентної розрахункової схеми без взаємоіндукції робимо таким чином:

- 1) знаходимо спільну точку індуктивно зв'язаних елементів (т.С);
- 2) встановлюємо як орієнтовані однойменні початки відносно спільної точки. Можливі два варіанти—або індуктивно зв'язані елементи під'єднані до т.С однойменними затискачами (\*), або різнойменними (▲);
- 3) при побудові еквівалентної розрахункової схеми рис.2 у вітки, де знаходились індуктивно зв'язані елементи додають додатковий елемент  $\mp \underline{Z_M}$ , а в третю вітку— додатковий елемент  $\pm \underline{Z_M}$ , причому верхні знаки в схемі рис.2 відповідають варіанту, коли в схемі рис.1 \*, а нижні—▲.



## Білет №48

### Резонанс у послідовному коливальному контурі. Основні визначення і векторні діаграми.

Електричним резонансом наз. такий стан кола синусоїдного струму, при якому в електричному колі, яке має реактивні елементи, напруга і струм співпадають по фазі.

Якщо в резонансному стані знаходиться нерозгалужене коло із послідовно з'єднаних R, L, C, то таке явище наз. резонансом напруг.

Якщо ж маємо резонанс при паралельному з'єднанні котушки і конденсатора, то говорять про резонанс струму.

Нехай маємо послідовно з'єднані R, L, C (рис.1).

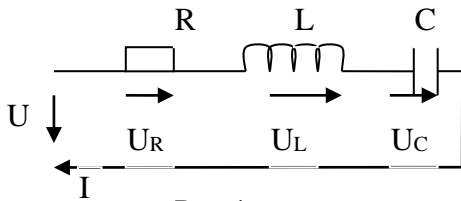


Рис.1.

$\varphi = 0$  (1) — основна умова резонансу.

$\varphi$ —кут зсуву фаз між струмом і напругою. Для схеми рис.1:  $\varphi = \arctg \frac{X}{R}$ .

$X = 0$  (2) — умова резонансу для схеми рис.1.  $X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ .

$\omega^2 LC = 1$  (3) для резонансу співвідношення між параметрами кола.

Із (3) видно, що резонанс в колі можна отримати, змінюючи L або C кола, або частоту струму  $\omega$ .

$L_p = \frac{1}{\omega^2 C}$  — резонансна індуктивність.  $C_p = \frac{1}{\omega^2 L}$  — резонансна ємність.

$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  — резонансна кутова частота.

Так як при резонансі  $X=0$ , то  $Z_p=R$ —мінімальне значення.  $I_p = \frac{U}{Z_p} = \frac{U}{R}$  —максимальний.

Опір реактивного елемента при резонансі наз. характеристичним чи хвильовим опором.

$\rho$ —характеристичний опір.  $\rho = X_{Lp} = X_{Cp}; \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Напруги на реактивних елементах при резонансі однакові і дорівнюють:  $U_{Lp} = U_{Cp} = I_p \cdot \rho$ .

Напруга на вході кола при резонансі дорівнює:  $U = I_p \cdot R$ .

Відношення напруги на реактивному елементі до вхідної напруги наз. добротністю

резонансного кола:  $Q = \frac{U_{Lp}}{U} = \frac{U_{Cp}}{U} = \frac{I_p \cdot \rho}{I_p \cdot R} = \frac{\rho}{R}$ .

Для електричного кола при резонансі:  $Q > 1$ ; для радіотехнічних кіл:  $Q \gg 1$ .

Для випадків, коли  $Q > 1$ , напруга на реактивних елементах при резонансі перевищує вхідну напругу, тому це явище наз. резонанс напруг.

Векторна діаграма при резонансі в колі рис.1 має вигляд рис.2.

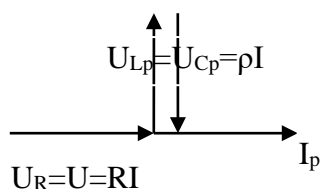


Рис.2.

Для реального кола, яке складається з реального конденсатора і реальної котушки, схема заміщення цих пристроїв буде мати по два елементи: один буде враховувати втрати потужності  $R_L$ ,  $R_C$ , а також  $L$ —індуктивність для котушки і  $C$ —ємність для конденсатора.

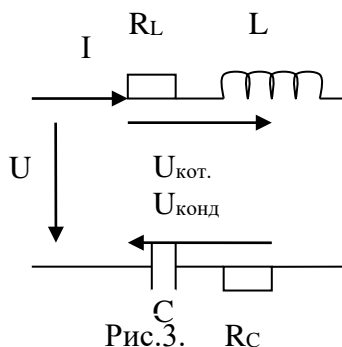


Рис.3.

Векторна діаграма для схеми рис.3 буде мати вигляд:

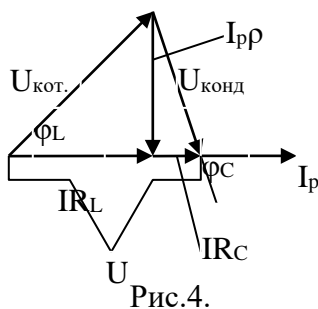


Рис.4.

# Білет №49

Настроювальні характеристики при зміні індуктивності послідовного контуру. Це залежність  $U_L, U_C, I, \varphi$  при зміні індуктивності чи ємності кола. при зміні індуктивності: вважатимемо, що вхідна напруга і  $R$  не змінюються

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (1)$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (2) \quad U_L = I \omega L = \frac{\omega L \cdot U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (3)$$

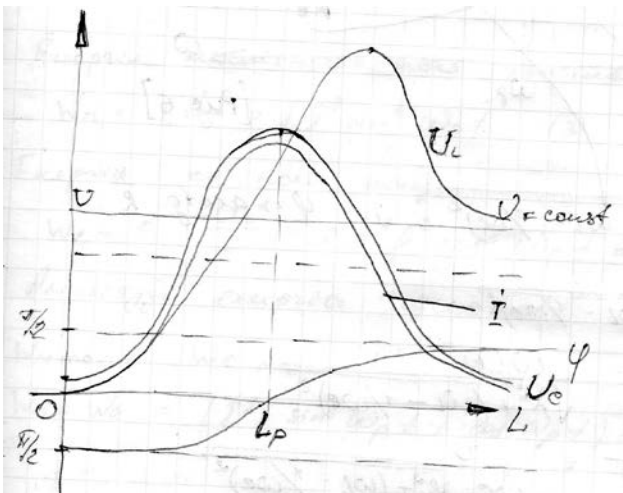
$$U_C = \frac{I}{\omega C} = \frac{U}{\sqrt{\omega C R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (4)$$

1) L-var (змін.)

$$a) L=0 \quad I_1 = \frac{U}{R^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \varphi_1 = \arctg -\frac{1}{R \omega C} < 0 \quad U_{L1}=0 \quad U_{C1} = I_1 \frac{1}{\omega C}$$

$$б) L=L_p \quad I = I_p = \frac{U}{R} - \max \quad \varphi_p = 0 \quad U_{Lp} = U_{Cp} = I_p \cdot \varphi$$

$$2) L \rightarrow \infty \quad I \rightarrow 0 \quad \varphi \rightarrow \pi/2 \quad U_C \rightarrow 0 \quad U_L \rightarrow U$$



**Білет №50**

**Настрою вальні характеристики при зміні індуктивності послідовного контуру.**

## Білет №51

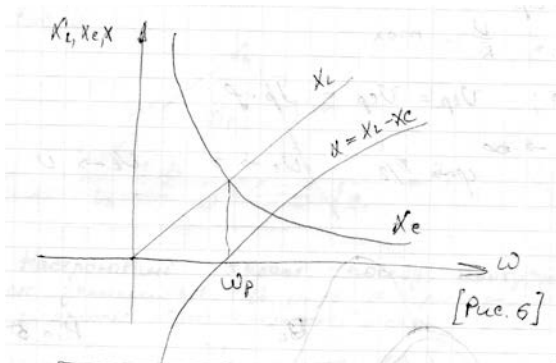
### Частотні характеристики послідовного контуру.

Це залежність  $X_L$ ,  $X_C$ ,  $X$ ,  $\varphi$ ,  $I$ ,  $U_L$ ,  $U_C$  при зміні частоти струму в колі

Для аналізу застосовуються формули

$$X_L = \omega L \quad (5) \quad X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (6) \quad X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad (7)$$

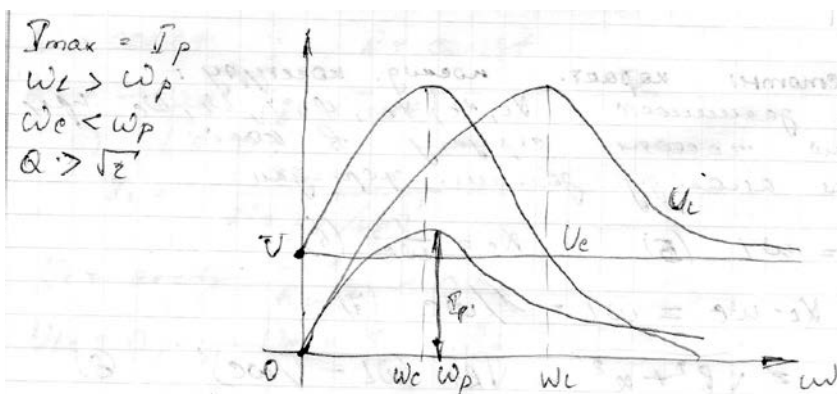
$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (8)$$



$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \varphi = \arctg \frac{X}{R}$$

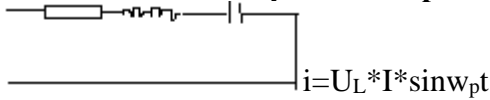
$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad U_L = \omega L I = \frac{\omega L U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$U_C = \frac{I}{\omega C} = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$



## Білет №52

### Енергетичні процеси при резонансі в послідовному контурі



$$U_c = \sqrt{2} * I_p \sin(w_p t - \frac{\pi}{2}) = -\sqrt{2} * I_p \cos w_p t$$

$$W_{\text{магн}} = L * \frac{i^2}{2} = LI^2 \sin^2 w_p t$$

$$W_{\text{елек}} = c * \frac{u_c^2}{2} = cI^2 \frac{L}{c} * \cos^2 w_p t = LI^2 \cos^2 w_p t$$

Порівнюючи вирази енергії електричного та магнітного полів  $W_M$  та  $W_e$  при резонансі, бачимо, що амплітуди цих енергій однакові:

$$W_{M \max} = W_{e \max} = L * I^2$$

Сума енергій електричних полів в будь-який момент часу буде:

$$W_M = W_e = L * I^2 = \text{const} \quad - \text{не залежить від часу.}$$

На відрізку часу  $wt$  від 0 до  $\frac{\pi}{2}$  струм в контурі зростає, а напруга на ємності по абсолютному

значенню зменшується, енергія магнітного поля котушки також зростає, а енергія електричного поля конденсатора зменшується. При цьому має місце віддавання енергії поля

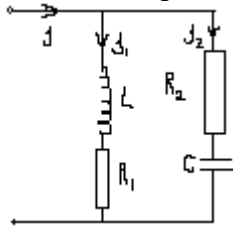
конденсатора в магнітне поле котушки. При  $\omega_L = \frac{\pi}{2}$  струм у котушці досягає максимального

значення і відповідно приймає енергія магнітного поля при цьому енергія електричного поля переходить в магнітне поле. При подальшому зростанні  $wt$  струм падає, а напруга підвищується. Це призводить до того, що енергія з магнітного поля контуру переходить в енергію електричного поля. В момент часу сума енергій електричного та магнітного полів залишається незмінною. Це свідчить про те, що від джерела енергія не надходить в джерело контуру, джерело віддає лише ту енергію, яка йде на теплові втрати. Тому по відношенню до джерела контур веде себе такий, який має лише активний опір.

Білет №53

**РЕЗОНАНС ПРИ ПАРАЛЕЛЬНОМУ З'ЄДНАНІ КОТУШКИ І КОНДЕНСАТОРА.  
УМОВА ВИНИКНЕННЯ РЕЗОНАНСУ. ВЕКТОРНА ДІАГРАМА.**

Частотні характеристики контурів без втрат :



$$\varphi = 0(1)$$

$$\varphi = \arctg \frac{B}{G}$$

B-реактивна провідність; G-активна провідність.

$B=B_1-B_2=0$ , (2) – при резонансі;

$B_1=B_2$ ;

$$\frac{wL}{R_1^2 + (wL)^2} = \frac{1/wc}{R_2^2 + (1/wc)^2} \quad (3) \text{ - умова резонансу досліджуваної системи;}$$

$$w^2 Lc \frac{Z_2^2}{Z_1^2} = 1 \quad (4)$$

Із рівняння (3) випливає, що в цьому контурі на відміну від послідовного контуру, резонанс можна отримати, змінюючи L, C, чи w, а також за рахунок зміни  $R_1$  та  $R_2$ . Із рівняння (3) для частоти w можна отримати таке рівняння:

$$w = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}, \quad \rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5)$$

Із рівняння (5) для видно, що змінюючи частоту, резонанс можна отримати при такому співвідношенні між параметрами:

$$1) \rho > R_1, \rho > R_2$$

$$2) \rho < R_1, \rho < R_2$$

$$3) \rho = R_1, \rho < R_2$$

$$w = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ - невизначеність } \left\{ \frac{0}{0} \right\} \text{ для 3).}$$

$$\text{Для 3) } Z_{\text{ex}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(\rho + jwL)(\rho - j\frac{1}{wL})}{2\rho + j(wL - \frac{1}{wc})} = \frac{\rho^2 + \rho j(wL - \frac{1}{wc}) + \rho^2}{2\rho + jwL - 1/wc} = \rho \quad (6)$$

Із рівняння (6) видно, що при будь-якому w при  $R_1 = R_2 = \rho$ , будь-яка w є резонансною.

Більш детально розглянемо варіант, коли  $\rho \gg R_1, \rho \gg R_2$ :

$$Y_1 = \frac{1}{\sqrt{R_1^2 + (wL)^2}} \approx \frac{1}{\rho} \quad Y_2 = \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + (1/wc)^2}} \approx \frac{1}{\rho} \quad Y_1 \approx Y_2 \approx \frac{1}{\rho}$$

$$B_1 = \frac{wL}{R_1^2 + (wL)^2} = \frac{1}{\rho} \quad G_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + (wL)^2} \approx \frac{R_1}{\rho^2} \quad G_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + (1/wc)^2} \approx \frac{R_2}{\rho^2}$$

Тоді запишемо вирази для  $I_1$  та  $I_2$ :

$$I_1 = UY_1 \approx \frac{U}{\rho}; \quad I_2 = UY_2 \approx \frac{U}{\rho}; \quad B=0$$

повна провідність всього кола.

$Y_p = G$  – активна провідність;

$$Y_p = G = G_1 + G_2 \approx \frac{R_1 + R_2}{\rho^2}; \quad I = UY_p \approx U \frac{R_1 + R_2}{\rho^2}$$

Відношення струму вітки до вхідного струму при резонансі становить:  $\frac{I_1}{I} = \frac{I_2}{I} = \frac{\rho}{R_1 + R_2} > 1$ ;

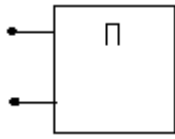
Таким чином при вказаних співвідношеннях параметрів струми віток можуть бути більшими ніж вхідний струм, тому це явище отримало назву резонанс струму. Якщо опорами віток  $R_1$  та  $R_2$  можна знехтувати, то струм на вході паралельного контуру дорівнюватиме нулю. Таким чином в такому резонансному контурі будуть незгасаючі коливання.



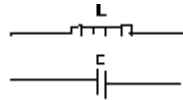
## Білет №54

### ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕАКТИВНИХ ДВОПОЛЮСНИКІВ. ВИМОГИ, ЯКІ ПОВИННІ ЗАДОВОЛЬНЯТИ ЧАСТОТНА ХАРАКТЕРИСТИКА.

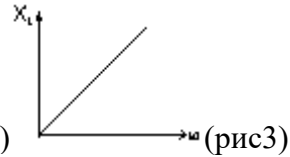
Нехай маємо пасивний двополусник, який має тільки реактивні елементи:  
для реактивних елементів частотні залежності будуть:



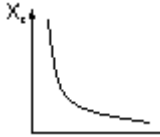
(рис1)



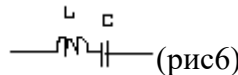
(рис2,4)



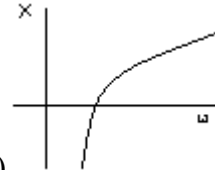
(рис3)



$X_C = 1/(wc)$  (рис5)



(рис6)



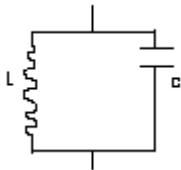
(рис7)

До рис7:  $X = wL - 1/(wc) = (w^2Lc - 1)/(wc)$ .

Для подальшого аналізу частотних залежностей введемо поняття Нуль і Поліус частотної характеристики. Нулем ЧХ будемо називати таке значення частоти  $w_0$  при якому:

$X_{вхідне}(w_0) = 0$ . Поліусом ЧХ будемо називати таке значення  $w_n$  при якому вхідний опір двополусника:  $X_{вхідне}(w_n) = +$  або  $-$  нескінченність.

Дослідимо наявність нулів та поліусів двополусник, який є паралельним з'єднанням індуктивності і ємності:



(рис8)

$$Z = jX = \frac{jwL \cdot \frac{1}{jwc}}{j(wL - 1/(wc))} = j\left(\frac{-wL}{w^2Lc - 1}\right)$$

$$X = \frac{-wL}{w^2Lc - 1} = \frac{N(w)}{M(w)} \quad N(w) = 0; \quad w_{01} = 0; \quad w_{02} = \infty, \quad \text{бо} \quad \frac{N(w_{02})}{M(w_{02})} \rightarrow \infty$$

$$M(w_n) = 0; \quad w_n LC = 1; \quad w_n = + \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



(рис9)

Проведемо узагальнення ЧХ двополусників на рис3,5,7,9 приходимо до висновку:

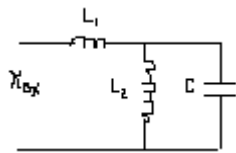
1). Сума нулів і поліусів ЧХ на одиницю більша від кількості реактивних елементів двополусника:  $n_0 + n_n = n_{p.e.} + 1$ .

2). Нулі і поліуси ЧХ чергуються.

3). ЧХ двополусника починається з нуля, якщо в цьому двополуснику є замкнений шлях по індуктивностях схеми для протікання постійного струму.

4). Якщо вхідний опір реактивного двополусника має вигляд дробу, то тоді показник чисельника відрізняється від показника знаменника по частоті на  $\pm 1$ .

Для підтвердження вказаних узагальнень проведемо дослідження двополусника із 3-ьох реактивних елементів (рис10).



$$X_{\text{ex}} = wL_1 - \frac{wL_2}{w^2L_2C - 1} = \frac{w(w^2L_1L_2C - (L_1 + L_2))}{w^2L_2C - 1} = \frac{N(w)}{M(w)}$$

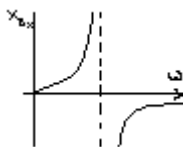
$$1). w_{01}=0, X_{\text{BX}}(w_{01})=0$$

$$2). M(w) = 0, \quad w_{\pi 1} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$$

$$3). N(w)=0, \quad w_{02}^2 L_2 C = L_1 + L_2, \quad w_{02} = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C}}, \quad \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} = L_e, \quad L_{\text{екв}} > L_2, \quad w_{02} = \sqrt{\frac{1}{L_e C}};$$

$$w_{02} > w_{\pi}$$

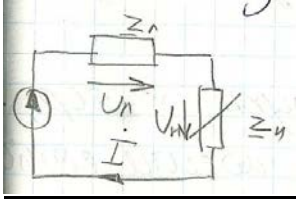
$$4). w_{\pi 2} = \infty, \quad X_{\text{BX}}(w_{\pi 2}) \rightarrow \infty$$



### Білет №55

#### Умови передачі максимальної потужності до споживача

Нехай в ел. колі, яке складається з дж. ЕРС  $\dot{E}$ , ліній передач з опором  $\underline{Z}_n$ , споживача з опором  $\underline{Z}_u$ . Опір споживача змінюється в широких межах. Встановимо при яких умовах від дж. ЕРС до споживача буде передаватися мах потужність  $P_u$   
Електрична схема з'єднань:



$$\underline{Z}_n = R_n + jX_n$$

$$\underline{Z}_u = R_u + jX_u$$

(1)

$$I = \frac{E}{\sqrt{(R_n + R_u)^2 + (X_n + X_u)^2}}$$

мах значення  $I$  буде при умові що

1)  $X_u = X_n$  ( $X = 0$ )

$$I = \frac{E}{R_n + R_u} \quad (2)$$

$$\text{Активна потужність } P_n = I^2 R_n = \frac{E^2}{(R_n + R_u)^2} R_n \quad (3)$$

$$\text{мах потужність споживача буде при виконанні умов } R_n = R_u \quad P_{n \max} = \frac{E^2}{4R_n^2} R_n = \frac{E^2}{4R_n} \quad (4)$$

Із приведених умов 1 і 2 для передачі максимальної потужності до споживача при зміні його опору в широких межах вказані співвідношення не завжди можуть бути виконані. Так як  $X_n$  має індуктивний характер то відповідно  $X_{sp}$  повинно носити ємнісний.

Умова 2 для енергетики взагалі не виконується. Її бажано виконувати коли необхідно отримати мах потужність сили струму на споживачах.