

Лекція №4

Скінченні автомати і граматики типу 3

Формальне визначення скінченного автомату

Скінченний автомат визначається п'ятьма поняттями:

$$M = (Q, T, q_0, d, F), \text{ де}$$

Q – множина всіх станів автомата;

T – множина вхідних символів автомата;

q_0 – початковий стан ($q_0 \in Q$) автомата;

d – функція переходів автомата;

F – множина кінцевих станів ($F \subseteq Q$) автомата.

Приклад скінченного автомата, що розпізнає десяткові числа з фіксованою комою із знаком та без знаку

Структура числа з фіксованою комою може мати одну із наступних форм:

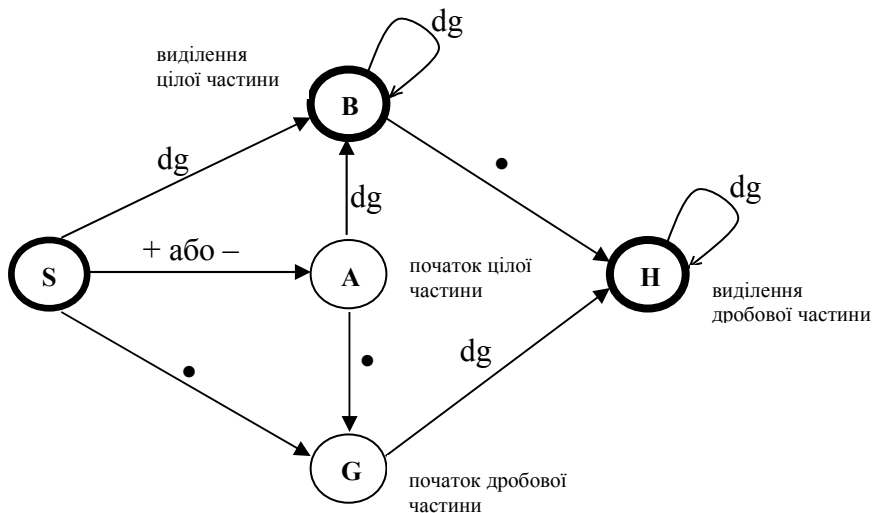
$\{\pm\}$ — ціле число;

$\{\pm\}$. — число з фіксованою комою має цілу і дробову частину;

$\{\pm\}$. — число з фіксованою комою має лише цілу частину;

$\{\pm\}$. — число з фіксованою комою має лише дробову частину.

Граф переходів цього автомату матиме такий вигляд:



Множина станів автомата:

$$Q = \{S, A, B, G, H\}$$

Множина вхідних символів автомата:

$$T = \{dg, +, -, .\}$$

Початковий стан автомата:

$$q_0 = S$$

Функція переходів:

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. $d(S, +) = \{A\}$ | 6. $d(A, .) = \{G\}$ |
| 2. $d(S, -) = \{A\}$ | 7. $d(B, dg) = \{B\}$ |
| 3. $d(S, dg) = \{B\}$ | 8. $d(B, .) = \{H\}$ |
| 4. $d(S, .) = \{G\}$ | 9. $d(G, dg) = \{H\}$ |
| 5. $d(A, dg) = \{B\}$ | 10. $d(H, dg) = \{H\}$ |

Множина кінцевих станів автомата:

$$F = \{B, H\}$$

В графах автоматів прийняті такі позначення:



– початковий стан;



– кінцевий стан;



– стан є одночасно і початковим, і кінцевим,

dg – десяткова цифра (0–9).

Приклад задавання (опису) скінченного автомата

Нехай скінченний автомат задано наступним чином:

$$M = (Q, T, q_0, d, F),$$

де $Q = \{A, B\}$ — множина станів автомата,

$q_0 = A$ — початковий стан автомата,

$T = \{0, 1\}$ — множина вхідних сигналів автомата,

$F = \{A\}$ — множина кінцевих станів автомата.

Функція переходів:

$$d(A, 1) = B$$

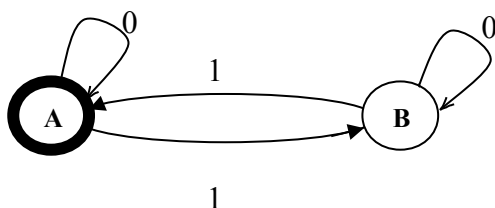
$$d(A, 0) = A$$

$$d(B, 1) = A$$

$$d(B, 0) = B$$

Цей скінченний автомат можна задати також таблицею станів чи графом переходів.

Граф переходів автомата:



Таблиця станів автомата:

	<i>A</i>	<i>B</i>
0	A	B
1	B	A

В таблицях станів автоматів прийнято такі позначення в заголовку таблиці:

- початковий стан виділено **жирним шрифтом**;
- кінцевий стан виділено *курсивним шрифтом*;
- якщо стан одночасно являється і початковим, і кінцевим, то він виділений **жирно-курсивним шрифтом**.

Наведений скінченний автомат розпізнає рядки цілих двійкових чисел, у яких кількість одиниць є завжди парною.

Приклади розпізнавання рядків, що поступають на вхід цього скінченного автомату:

Правильний рядок :

1 0 0 1 0 1 1

B B B A A B A

Неправильний рядок :

0 0 1 1 1

A A B A B (немає кінцевого стану)

Скінченний автомат називається детермінованим, якщо завжди існує однозначний перехід автомату із одного стану в інший по деякому символу.

Недетермінований скінченний автомат — це автомат, в якому можливий перехід в різні стани по одному і тому ж символу.

Приклад недетермінованого скінченного автомату і еквівалентного йому детермінованого скінченного автомату

Розглянемо недетермінований автомат із таким описом:

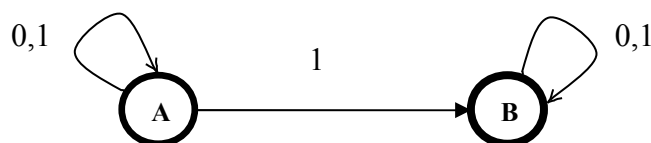
$M_1 = \{Q_1, T_1, q_{01}, d_1, F_1\}$

$Q_1 = \{A, B\}$

$T_1 = \{0, 1\}$

$q_{01} = A$

$F_1 = \{B\}$



	A	B
0	A	B
1	{A,B}	B

Цей автомат визначає довільний рядок нулів та одиниць, який має, як мінімум, одну одиницю і мінімальний рядок складається тільки з однієї одиниці.

Послідовність переходів даного автомату для вхідного рядка 1101 може бути, наприклад, такою:

- 1) по '1' із стану A відбувається перехід в стан A;
- 2) по '1' із стану A відбувається перехід в стан B;
- 3) по '0' із стану B відбувається перехід в стан B;
- 4) по '1' із стану B відбувається перехід в стан B.

Недетермінований скінченний автомат може призводити до повернень.

Еквівалентний детермінований скінченний автомат M_2 можна описати таким чином:

$M_2 = \{Q_2, T_2, q_{02}, d_2, F_2\}$

$Q_2 = \{A, B, C\}$

$T_2 = \{0, 1\}$

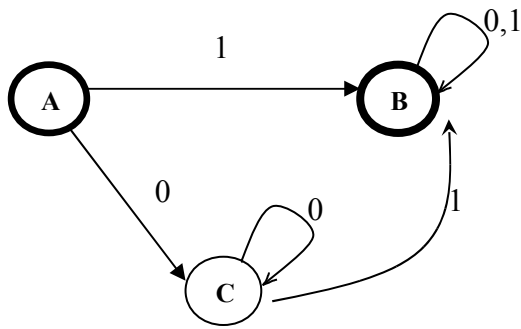
$q_{02} = A$

$F_2 = \{B\}$

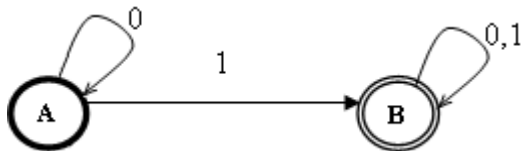
Таблиця переходів автомата M_2 :

	A	B	C
0	C	B	C
1	B	B	B

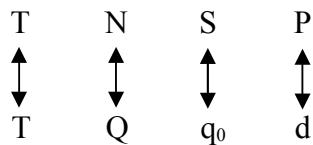
Граф автомата M2 має наступний вигляд:



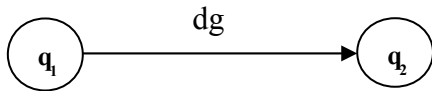
Заданому автомату відповідає також і такий граф



Відповідність між скінченним автоматом і граматикою типу 3

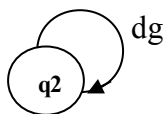


Переходу зі стану q₁ в стан q₂ по символу dg



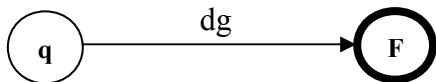
відповідає правило $\langle q_1 \rangle \rightarrow dg \langle q_2 \rangle$.

Переходу зі стану q₂ в той самий стан q₂ по символу dg



відповідає правило $\langle q_2 \rangle \rightarrow dg \langle q_2 \rangle$.

Переходу із стану q в кінцевий стан F



відповідає правило $\langle q \rangle \rightarrow dg$.

Граматика, що відповідає детермінованому скінченному автомату M2, матиме такий вигляд:

- | | | | |
|--|--|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $\langle A \rangle \rightarrow 1 \langle B \rangle$ | 4. $\langle B \rangle \rightarrow 1 \langle B \rangle$ | 7. $\langle A \rangle \rightarrow 1$ | 10. $\langle C \rangle \rightarrow 1$ |
| 2. $\langle A \rangle \rightarrow 0 \langle C \rangle$ | 5. $\langle C \rangle \rightarrow 0 \langle C \rangle$ | 8. $\langle B \rangle \rightarrow 0$ | |
| 3. $\langle B \rangle \rightarrow 0 \langle B \rangle$ | 6. $\langle C \rangle \rightarrow 1 \langle B \rangle$ | 9. $\langle B \rangle \rightarrow 1$ | |