# Білет №21 Теорема компенсації, її використання.

**Теорема компенсації.**Стверджує, що будь-який опір із струмом можна замінити на ЕРС, велич якої дор опору напруги на опорі, напрямок дії якої протилеж напрямку струму в опорі. Використ: виділимо з кола ділян з опором R і вкл дві однак ЕРС з протил напр(2-струми однак, бо дія ЕРС скомпенс).  $U_{ab}$ =IR- $E_2$ = IR-E, виберемо  $E_1$  та  $E_2$  так, щоб  $U_{ab}$ =0, IR=E. Отже а і  $E_2$  можна з'єднати провідн; викинувши з розгл ділян з  $E_2$  та  $E_3$  вийде еквівал схема відносно струмів. Отже, замість  $E_3$  маємо  $E_4$ =IR і напр дії протил струму  $E_3$ 

## Основні визначення синусоїдного струму. Часові діаграми. Діюче значення струму.

Синусоїдним будемо називати струм, закон зміни якого можна записати рівняннями:

$$i = I_m \sin(2\pi f t + \varphi_i) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = I_m \sin(2\pi \frac{t}{\pi} + \psi_i)$$

i – миттєве значення струму;

 $I_m$  – амплітуда синусоїдного струму

f – частота;  $\omega$ - кутова частота; T – період зміни струму;  $t = \frac{1}{T}$  - (для промислових мереж 50  $\Gamma$ ц)

 $\psi_i$  – початкова фаза струму.

Аргумент синуса, який відраховується від моменту проходження функції через 0 від від'ємного до додатного значення називається фазою. При відрахуванні фази ціле число періоду відкидається. Значення фази струму чи напруги в момент початкового відліку назв. початковою фазою.

Функція напруги:  $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_n)$ 

φ<sub>n</sub> – початкова фаза

Різницю початкових фаз напруги і струму називають **кутом зсуву фаз:**  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ 

Зображення кривих напруг і струму в ПДСК з часовою віссю назив. часовими діаграмами.

## Діюче значення періодичного змінного струму(напруги)

Під діючим значенням періодичного струму розуміють таку величину незмінного в часі струму, який за час, що дор. періоду змінного струму виділяє в опорі R, таку ж кількість тепла, що і змінний струм

І – діюче значення струму

 $Q_{\_}$  - кількість тепла, яку виділяє постійний струм  $Q_{\_} = I^2RT$ 

 $Q_{\sim}$  - кількість тепла, що виділяється змінним струмом i за період Т  $Q_{\sim} = \int_0^T i^2 R \; dt$ 

$$Q_{-} = Q_{\sim} \implies I^{2}RT = \int_{0}^{T} i^{2}R \ dt \implies I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} i^{2} \ dt}$$

Якщо струм  $\epsilon$  синусоїдною ф-ею  $i=I_m \sin(\omega t + \varphi)$ , то тоді для діючого значення струму із

формули отримуємо:  $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int\limits_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi_i) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ ; по аналогії -  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$   $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$ 

# Зображення синусоїдних функцій обертовими векторами. Векторні діаграми напруг і струмів електричного кола.

Відомо, що синусоїдну функцію можна розглядати як проекцію на вертикальну вісь вектора, що обертається з постійною кутовою швидкістю навколо початку координат (рис.1)

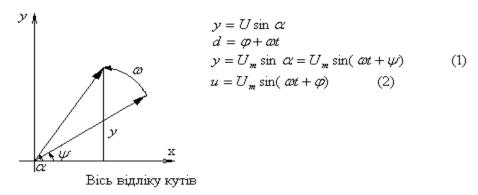


Рис. 1.

Порівнюючи рівняння (1) та (2), бачимо, що з-н зміни проєкції обертового вектора на вертик. вісь і з-н зміни синусоїдальної напруги аналогічні. Тобто синусоїдну функцію напруги чи струму можна представити, як проєкцію на вертикальну вісь вектора, що обертається з постійною кутовою швидкістю, навколо початку координат, якщо побудувати вектори, що відображають синусоїдні струми і напруги ел. кола, які будуть розміщені відносно осі відліку кутів (0X) з урахуванням початкових фаз струмів і напруг, то отримаємо векторну діаграму. Операції додавання і віднімання синусоїдних ф-цій струмів та напруг з використанням векторної діаграми спрощується, бо знаходження результуючих струмів і напруг в цих операціях замість дії над миттєвими ф-ціями струмів і напруг замінюється операціями геометричного додавання чи віднімання:

$$u_1 = U_{m1} \sin(\omega t + \psi_1)$$
  $u_2 = U_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$   $u_3 = U_{m3} \sin(\omega t + \psi_3)$   
 $u = u_1 + u_2 + u_3 = U_m \sin(\omega t + \psi)$ 

Побудуємо вектори  $U_{m1}$ ,  $U_{m2}$ ,  $U_{m3}$ 

Побудова відбувається у відповідному масштабі. Виміривши довжину  $U_m$  з урахуванням масштабу отримуємо амплітуду результуючої напруги. А положення  $U_m$  відносно 0X дасть початкову фазу результуючої напруги  $\psi$ . Хоча операції додавання і віднімання синусоїдної ф-ції з використанням діаграм, але графічний метод має недолік і низьку точність.

# Зображення синусоїдних струмів і напруг комплексними функціями. Комплексні амплітуди.

Високу точність розрахунків може дати аналітичний метод. Він базується на викор. комплексних ф-цій. Замість операцій над дійсними часовими синус. ф-ями формуються ф-ції з комплексними зображеннями.

$$\dot{U}_{\mathrm{m}} = \mathrm{U}_{\mathrm{m}} \, e^{j\Psi}$$
 - показникові ф-ма запису

U<sub>m</sub> - модуль комплексу

Ψ - аргумент

 $\dot{U}_{\mathrm{m}}$  – комплекс амплітуди

 $\dot{U}_{\rm m} = {\rm U}_{\rm m} {<} \Psi - {\rm c}$  прощена показ. ф-ма запису

$$\dot{U}_{\mathrm{m}}=\mathrm{U'}_{\mathrm{m}}+\mathrm{j}\mathrm{U''}_{\mathrm{m}}-$$
алг. ф-ма

$$\dot{U}_{\mathrm{m}} = \mathrm{U'_{m}cos} \ \psi + \mathrm{j} \mathrm{U''_{m}sin} \psi - \mathrm{геом.} \ \phi$$
-ма

Комплексна амплітуда:

$$\dot{U}_{_{M}}=U_{_{M}}e^{j\psi_{u}}$$

$$\dot{I}_{_{M}}=I_{_{M}}e^{j\psi_{_{i}}}$$

Метод, який використовує комп. ф-ції наз. методом комп. амплітуд.

# Особливості фізичних процесів в електричному колі змінного струму. Співвідношення між напругами і струмами на елементах розрахункової схеми.

Процеси, які відбув. в колі змінного струму досить складні. При зміні струму в контурі виникає індукована EPC еL, яка пов'язана зі зміною потокозчеплення законом ел.-маг. індукції  $e_L = -\frac{d\psi_L}{dt}$ ,  $\psi_L$  — повне потокозчеплення контуру

L=const 
$$e_L=-L\frac{di}{dt}$$

$$u_L - \text{ напруга самоіндукції}$$

$$u_L=-e_L=L\frac{di}{dt}$$

$$C$$

$$u_c$$

$$q_c=CU_c$$

$$i_c=\frac{dq_c}{dt}=\frac{Cdu_c}{dt}$$

$$u_c=\frac{1}{c}\int i_c dt$$

Швидкість перетворення енергії в тепло – це потужність ділянки  $P = \frac{dw}{dt}$   $P = i^2 R$ 

Енергія маг. поля  $W_M = L \frac{i^2}{2}$ 

Енергія ел. поля  $W_e$ = $C\frac{u_c^2}{2}$ 

## Білет № 27 Закон Кірхгофа для кола змінного струму.

Перший закон:

Алгебраїчна сума миттєвих струмів віток з'єднаних у вузол дорівнює нулю.

 $\Sigma i_{\kappa}=0$  (1)

Другий закон:

Приймаючи до уваги обмеження, які накладені на ідеалізоване коло змінного струму (розрах. схему) можемо вважати, що магнітні поля зосереджені тільки в індуктивності, а електричні тільки в ємностях і тоді для визначення напруги між відповідними точками матимемо відповідні рішення, що не будуть залежати від шляху переходу між точками для визначення напруг.

3 урахуванням цих обмежень з-н кірхгофа для розрахункової схеми можна сформулювати так:

В будь-якому контурі розрахункової схеми змінного стуму алгебраїчна сума миттєвих ЕРС дорівнює алгебраїчній сумі миттєвих напруг.

 $\Sigma e_{\kappa} = \Sigma u_{k}$  (2)

Синусоїдний струм в активному опорі. Графіки миттєвих значень струму, напруги, потужності. Активна потужність.

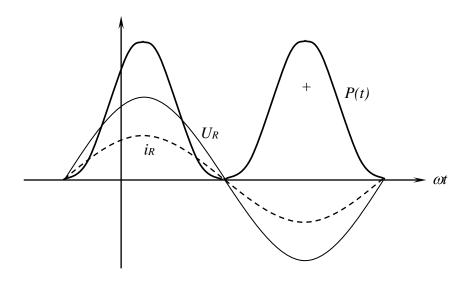


Рис.7.3.

# 28. Синусоїдний струм в актив опорі. $i=I_m sin(\omega t + \psi_i)$

 $U_R=R_i=RI_m sin(\omega t+\psi_i)=U_{Rm} sin(\omega t+\psi_i)$ .  $U_{Rm}=RI_m$ -амплітуда напруги на R. Тоді напруга співпадає зі струмом по фазі.

 $i\div I_m e^{j\Psi i}$ ;  $U_R\div U_{Rm} e^{j\Psi i}$ ; Таким чином 3-н Ома для резистора в компл формі:  $U_R=RI$  (для діючих значень)  $U_{Rm}=RI_m$ ; Добуток миттєвих знач напруги і струму наз миттєвою потужністю ділянки:  $P_R=U_R i=RI_m^2 \sin^2(\omega t + \psi_i)$ . Миттєва або активна потужність:  $P_R=RI^2$ .

# Синусоїдний струм в індуктивності. Реактивний опір індуктивності. Графіки миттєвих значень і, $\mathbf{u}_{L}$ , $\mathbf{p}_{L}$ .

**29.**Синус струм в індукції. і= $I_m sin(\omega t + \psi_i)$   $U_L = L^* di/dt = \omega L I_m cos(\omega t + \psi_i)$ .  $\omega L = X_L$ -реактивний опір індуктивності-це розрахункова величина, яка характеризує реакцію індуктивності на синусоїдний струм.  $X_L = U_L/I$ -індукт опір. і $\div I_m e^{j\psi_i}$ ;  $U_L \div U_{Lm} e^{j(\pi/2 + \psi_i)} = X_L I_m e^{j\pi/2} = jX_L I_m$ -3-н Ома в компл формі для діючих знач;  $P_L = U_L i = X_L I^2 sin^2 2(\omega t + \psi_i)$ -питома потужність для ділянки з індуктивн.  $Q_L = X_L I^2 = U_L I$ -реакт потужність (найбільш знач миттєв потужності)

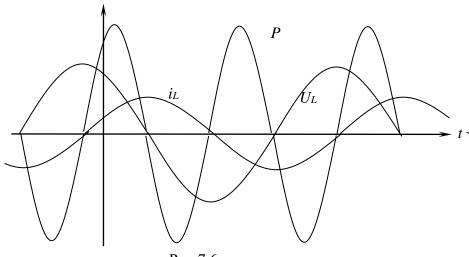


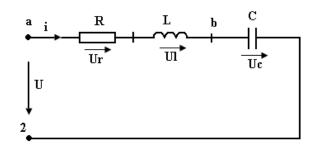
Рис.7.6.

Синусоїдний струм в ємності. Реактивний опір ємності. Графіки миттєвих значень і, ис, рс.

**30.**синус струм в ємності.  $U_c=1/C^*\int idt=-I_m/\omega C^*cos(\omega t+\psi_i);$   $X_C=1/\omega C$ -реакт опір ємності-це розрах величина, яка характеризує реакцію ємності на синус струм і визнач як віднош напруги до струму.  $X_C=U_C/I$ .  $i\div I_m e^{j\psi_i};\ U_c\div XI_m e^{-j\pi/2}.\ U^{'}c=-jI^{'}$  (для компл діюч знач)-з-н Ома в компл формі.Миттєва потужн:  $P_c=U_ci=-I_m^2 X_c sin 2(\omega t+\psi_i).\ Q_c=I^2 X_c$  реакт потужність ємності.

# Послідовне з'єднання R, L, C. Активна і реактивна напруги. Рівняння кола в комплексній формі. Векторна діаграма кола.

## 31. Нехай елементи R, L, C з'єднані послідовно:



 $i=Im*sin(\omega t+\varphi i)$ 

 $Ur=R*Im*sin(\omega t+\varphi i)$ 

Ul=X1\*Im\*sin( $\omega t + \varphi i + \pi/2$ )

Uc= -Xc\*Im\*sin( $\omega$ t+ $\varphi$ i+ $\pi$ /2)

Виходячи з ІІ-го закону Кірхгофа: рішення для вхідної напруги:

Знайдемо спочатку суму напруг Ul i Uc ділянок з L i C.

Ul+Uc= U6B+U62= $X*Im*sin(\omega t+\phi i+\pi/2)$ 

X - реактивний опір послідовно з'єднаних L і C.

Xl>0

Хс>0 (завжди додатні)

Up= Uc+Ul=XIm\* $\sin(\omega t + \phi i + \pi/2)$  – реактивна напруга послідовного з'єднання L, C.

Реактивна напруга Up має амплітуду:

Up=Upm\*sin(
$$\omega t + \varphi i + \pi/2$$
) (2)

Upm — амплітуда реактивної напруги, як видно із (2), реактивна напруга зсунута відносно струму на кут  $\pi/2$ .

Uаб=Ur=Ua – активна напруга

Ua=Uam\*sin(ωt+φi), де Uam=RIm.

Таким чином вхідна напруга U:

$$U=Ua6+U62=Ua=Up$$
 (3)

Для знаходження рішень по рівняннях (1) і (3) перейдемо від миттєвих значень напруг до їх комплексних амплітуд, маємо:

Um=Urm=Ulm=Ucm (4) відповідає (3)

Um=Uam+Upm (5)

Комплексна амплітуда реактивної напруги дорівнює:

 $Upm=X*Im*e^{(J(\phi i+\pi/2))}=J*XIm$ 

із р-ня (4): Um=Rim+J\*Xl\*Im-J\*Xc\*Im (6)

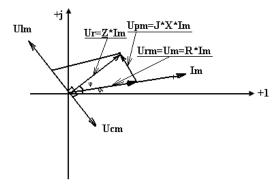
із р-ня (5): Um=R\*Im+J\*X\*Im (7)

Um = (R + J\*X)\*Im (8)

 $\underline{Z}=R+J*(Xl-Xc)$ 

(9) – комплексний опір

Побудуємо векторну діаграму по рівнянням (6) та (7) в комплексній площині:



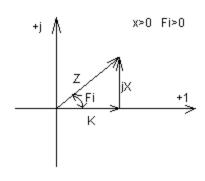
 $Um = \underline{Z}*Im \qquad (10)$ 

Прямокутний трикутник з катетами Upm та Urm і гіпотенуза Um над трикутником напруги. На рис.2 X>0 і трикутник напруг знаходиться зліва від вектору струму. Якщо X<0, то трикутник напруг знаходиться справа.

# Трикутники напруг та опорів. Комплексний опір, його складові

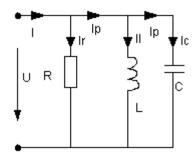
**32.** Прямокутний трикутник катетами якого  $\varepsilon$  U<sub>p</sub> i U<sub>Q</sub> називається трикутником напруг. Якщо сторони трикутника напруг зменшити в I<sub>m</sub> разів, то матимемо трикутник, подів бий попередньому із сторонами jX, R, Z – трикутник опорів:

 $z=ze^{j\varphi}$ , де Z – повний опір. Якщо відомий Z, тоді:



$$R=ZCos \varphi-$$
активний  $X=ZSin \varphi-$  реактивний  $Z=\sqrt{R^2+X^2}=\sqrt{R^2+(X_L+X_C)^2}$   $\varphi=arctg\,rac{X}{R}=arctg\,rac{X_L+X_C}{R}$   $U_M=ZI_M$   $\dot{U}=Z\!I-$ в комплексній формі  $U=Z\!I-$  закон Ома для синусої дального струму

Паралельне зє'днання елементів R,L,С при синусоїдній напрузі. Миттєві струми віток, провідності віток. Комплексні амплітуди струмів.



33. Нехай елементи R, L, C з'єднані параллельно  $U = U_{\scriptscriptstyle m} Sin(\omega t + \psi_{\scriptscriptstyle u})$ 

$$U = U_m Sin(\omega t + \psi_u)$$

$$i_R = i_G = GU = GU_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$GU_{\scriptscriptstyle m}=I_{\scriptscriptstyle GM}$$
 – амплітуда струму в  $G$ 

$$I_G = I_{Gm} Sin(\omega t + \psi_U)$$

$$U_L = L \frac{di}{dt}$$

$$i_{L} = \frac{1}{L} \int u dt = \frac{1}{L} \int U_{m} Sin(\omega t + \psi_{U}) = -\frac{U_{m}}{\omega L} cos(\omega t + \psi_{U})$$

 $\frac{1}{\omega L} = B_L$  - реактивна провідність індуктивності. Розрахункова величина (тільки для синусоїдального струму).

$$i_L = -B_L U_m Sin(\omega t + \varphi_U + \frac{\pi}{2}) = I_{LM} sin(\omega t + \varphi_U - \frac{\pi}{2})$$

 $B_{\scriptscriptstyle L} U_{\scriptscriptstyle M}$  – амплітуда струму індуктивності.

При синусоїдальній напрузі струм індуктивності теж гармонічна функція, але відстає на кут  $\Pi/2$ .

$$i_C = C \frac{dU}{dt} = \omega C U_M \cos(\omega t + \varphi_U) = B_C U_M \cos(\omega t + \psi_U)$$

 $\omega C = B_C$  – реактивна провідність ємності.

 $B_C U_M = I_{cm}$  – амплітуда струму на С.

# Р-ня для миттєвих струмів паралельного зє'днання R, l,C та в комплексній ф-мі. Векторна діаграма струмів

34. 
$$U = \dot{U}_m = U_m e^{J\Psi u}$$
  $i_G = i_a = \dot{I}_{Gm} = \dot{I}_{am} = G\dot{U}_m$ 

Для струму індуктивності:

$$i_L = I_{Lm} = B_L U_m e^{J\Psi u} e^{-J\frac{\pi}{2}} = B_L \dot{U}_m e^{-J\frac{\pi}{2}} = -JB_L * \dot{U}_m$$

Для струмів ємності:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi u)$$
  $i_c = \dot{I}_{cm} = B_c U_m e^{J\psi u} e^{J^{\frac{\pi}{2}}} = B_c \dot{U}_m e^{J^{\frac{\pi}{2}}} = JB_c \dot{U}_m$ 

$$i_G = I_{Gm} = G\dot{U}_m$$

$$\dot{i}_l = I_{Lm} = -JB_L\dot{U}_m$$

$$\dot{i}_c = I_{cm} = JB_c \dot{U}_m$$

Струм на вході кола визначається за 1-м з-ном Кірхгофа:

$$i = i_G + i_L + i_C \begin{vmatrix} I_{Lm} = B_L U_m \\ I_{Cm} = B_C U_m \end{vmatrix}$$

Знайдемо спочатку

$$i_L + i_C = I_{Lm}\sin(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}) - I_{Cm}\sin(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}) = (B_L - B_C)U_m\sin(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2})$$

 $B_{L} - B_{C} = B$  ---реактивна провідність паралельного з''єднання L.С

$$B_L > 0, ___ B_C > 0$$
 ---завжди

Якщо 
$$B_L > B_C$$
, то  $B > 0$ 

Якщо
$$B_L < B_C$$
, то B<0

$$i_L + i_C = BU_m \sin(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}) = i_p$$
 ---реактивний струм паралельного з"єднання

$$i_p = I_{pm} \sin(\omega t + \varphi_U - \frac{\pi}{2})$$

 $I_{pm} = BU_{m}$ ---аплітуда реактивного струму. Реактивний струм зсунутий відносно напруги на  $\frac{\pi}{2}$ .

Струм  $i_G$  назив. ще активним струмом.

Запишемо: 
$$i = i_G + i_p = i_a + i_p$$
 (2)

Запишемо рівняння (1) та (2) через комплексні амплітуди:

$$\dot{I}_{m} = \dot{I}_{Gm} + \dot{I}_{Lm} + \dot{I}_{Cm}$$
 (3)

$$\dot{I}_m = \dot{I}_{am} + \dot{I}_{pm} \tag{4}$$

$$\dot{I}_m = G\dot{U}_m - JB_L\dot{U}_m + JB_C\dot{U}_m \quad (5)$$

$$\dot{I}_{pm}=\dot{i}_{p}\stackrel{\cdot}{=}-JB\dot{U}_{m}$$

$$\dot{I}_{m} = G\dot{U}_{m} - JB\dot{U}_{m} \tag{6}$$

Побудуємо по рівнянням (5) та (6) діаграму струму в комплексній площині:

$$\dot{I}_m = (G - JB)\dot{U}_m \tag{7}$$

G - JB = Y ---комплексна провідність паралельного з''єднання

$$\dot{I}_m = Y\dot{U}_m$$

$$\dot{I}_{_{m}}=Y\dot{U}_{_{m}}$$
 (8)---Закон Ома в комплексній формі  $\dot{I}=Y\dot{U}$ 

Трикутники струмів та провідностей. Комплексна провідність, її складові, розміщення на комплексній площині.

**35.** Якщо сторони трикутника струмів зменшити в  $\dot{U}_m$  раз, то отримаємо трикутник із сторонами G, -JB, Y.

$$Y = Ye^{-J\varphi}$$
,  $Y$  ---комплексна провідність. Модуль  $Y$  ---повна провідність.

Якщо відома  $\boldsymbol{Y}$  можна знайти активну і реактивну провідність:

$$G = Y \cos \varphi$$
  $B = Y \sin \varphi$ 

Якщо відомі активна і реактивна провідності, то можна розрах. повну провідність і аргумент

$$\underline{Y} = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} = \sqrt{C^2 + (\frac{1}{\omega L} - \omega C)}$$

$$\varphi = arctg \frac{B}{G} = arctg \frac{B_L - B_C}{G}$$

Якщо відома схема з параметрами, то для того щоб знайти струм треба розрах. повну

$$\dot{I}_m = Y\dot{U}_m$$

$$\dot{I} = Y\dot{U}$$

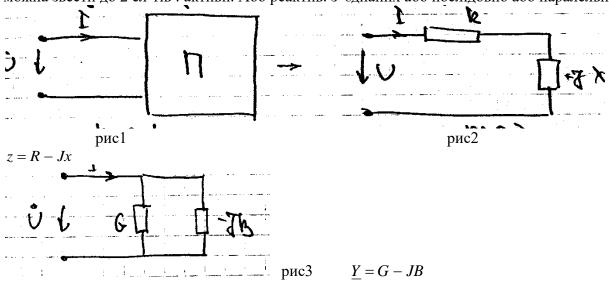
$$\dot{I} = Ye^{-J\varphi} * Ue^{J\psi u} = YUe^{J(\varphi u - \varphi)} = Ie^{J\psi}$$

$$YU=I$$
 ---діюче значення струму

 $\psi u - \varphi = \psi$  ---початкова фаза струму

Пасивний двополюсник в колі синусоїдного струму. Умови еквівалентності схем заміщення. Ф-ли переходу від опорів до провідностей і навпаки.

**36.** Незалежно від послідовності елементів, що входять в двополюсник, цей двополюсник можна звести до 2 ел-тів : активн. Або реактив. з"єднаних або послідовно або паралельно



- 1)  $\dot{U} = \dot{I}z$  ---для рис2
- 2)  $\dot{I} = \dot{U}Y$  ---для рис3

Схема заміщення (2) і (3) будуть еквівалентними при однакових  $\dot{U}$  будуть однакові  $\dot{I}$  Маємо:

$$\dot{U} = \dot{U} \, \underline{zY} \qquad \qquad \underline{zY} = 1 \quad (3)$$

Із рівн. (3) випливає: 
$$\underline{z} = \frac{1}{\underline{Y}}$$
  $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{z}}$  (4)

Повні опори і провідності величини взаємообернені також:  $z = \frac{1}{Y}$   $Y = \frac{1}{z}$  (5)

$$z = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{G - JB} = \frac{G + JB}{G^2 + B^2} = \frac{G}{G^2 + B^2} + J\frac{B}{G^2 + B^2} = R + Jx$$

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2}; ; ; ; ; ; ; ; x = \frac{B}{G^2 + B^2}$$
 (6)

$$G = \frac{R}{R^2 + x^2}; ; ; ; ; ; ; ; B = \frac{x}{R^2 + x^2}$$
 (7)

# Закони Кірхгофа в комплексній ф-мі. Про розрахунок кола синусоїдного струму символічним методом.

**37.** Закони Кірхгофа через неперервність струму і однозначність потенціалів зберігають свій попередній вигляд:

$$\sum_{k=1}^{n} Ik = 0$$
 i  $\sum_{k=1}^{n} Uk = 0$ , де K-номер вітки.

1 з-н Кір-фа – це алгебраїчна сума комплексних струмів у вузлі ел. кола = 0

$$I_1=I1\sqrt{2}\sin(\omega t+\psi_1)$$

$$I_2=I2\sqrt{2}\sin(\omega t+\psi_2)$$

$$I_3=I3\sqrt{2}\sin(\omega t+\psi_3)$$

2 з-н К-фа -Алгебраїчна сума напруг на пасивних елементах контура = алгебр. сумі EPC, які діють в цьому контурі.

Звязок між струмом і напругою ділянки визначає диф рі-ня:

$$iR + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = u$$
 Отже:

$$rI_{m}sin(\omega t + \psi_{i}) + L\frac{d}{dt}[I_{m}sin(\omega t + \psi_{i})] + \frac{1}{C}\int I_{m}sin(\omega t + \psi_{i})dt = U_{m}sin(\omega t + \psi_{u})$$

Зобразимо це рівняння в комплексній формі:

$$RI_m e^{j\omega t} + j\omega LI_m e^{j\omega t} + \frac{1}{i\omega C} I_m e^{j\omega t} = U_m e^{j\omega t}$$

Скоротивши р-ня на  $e^{j\omega t}$ :

$$RI_m+j\omega LI_m+\frac{1}{jwC}I_m=U_m$$

$$I_m(R+j\omega L+\frac{1}{iwC})=U_m$$
 and  $I_m\underline{Z(j\omega)}=U_m$ 

Ураховуючи правила переходу від алгебраїчної форми запису комплексного числа до показникової, можна записати, що модуль Z та аргумент комплексного опору :

$$Z = \sqrt{R^2 + (wL - \frac{1}{wC})^2}; \varphi = \arctan(\frac{wL - \frac{1}{wL}}{R})$$

Модуль комплексного опору наз повним опором ділянки.

Активна, реактивна та повна потужності кола синусоїдного струму. Співвідношення між потужностями та параметрами кола.

38. Середня потужність яка = активній потужності буде рівна:

$$P_{c}=P=\frac{1}{T}\int_{0}^{T}P\ dt=\frac{1}{T}\int_{0}^{T}UIcos\varphi\ dt-\frac{1}{T}\int_{0}^{T}UIcos(2w-\varphi)\ dt=UIcos\varphi$$

P=UIcosφ

Максимально можлива активна потужність зветься повною потужністю і познач буквою S. S=UI

 $P=P_{max}=UI=S$ 

Для хара-ки швидкості зміни енергії ел та магнітного полів вводять поняття реактивної потужності:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

S-повна потужність хара-ує максимальну можливу потужність

Р-ха-ує корисну роботу, яка виконується двополюсником.

Q-хара-ує енергію магнітного та еле-ного полів.

Співвідношення:

 $S=UI=I^2Z$ 

 $P=UIcos\phi=I^2R=U^2G=U_aI_aUI$ 

 $Q=UIsin\varphi=U_pI=I^2X=U^2B$ 

# Білет №39 Комплексна потужність. Баланс потужностей кола.

**39.** Миттєва потужність, яка виробляється ЕРС та отримується двополюсником, = швидкості здійснення роботи в даний момент часу:

$$P = \frac{dA}{dt} = UI$$

Миттєві значення напруги та струму:

 $u=U_m \sin \omega t$ ;  $i=I_m \sin(\omega t - \varphi)$ 

Отже:

 $P=ui=U_mI_msin\omega t sin(\omega t-\phi)=UIcos\phi-UIcos(2\omega t-\phi)$ 

Миттєва потужність має постійну складову і гармонійну складову, частота якої в 2 раза більша за частоту напруги та струму .Миттєва потужність додатня, коли у напруги и і струму І однакові знаки, а відємна потужність навпаки. Коли миттєва потужність відємна, енергія надчодить не в двуполюсник, а повертається з двуполюсника до джерела ЕРС.

Потужність в комплексній формі:

$$U=Ue^{j\psi}_{u}$$

$$I=Ie^{j\psi}_{i}$$

$$A=Ae^{j\alpha}=a+jb$$

$$A=ae^{-j\alpha}=a-jb$$

$$UI=Ue^{j\psi}_{u}Ie^{-j\psi}_{i}=UIe^{j\phi}=UI\cos\phi+jUI\sin\phi$$

$$\underline{S}=UI=P+jQ$$

$$\underline{U}=\underline{IZ}=I(R+jx)$$

$$\underline{I}=U^{*}I^{*}(G+jB)$$

$$S=\underline{UI}=\underline{IZ}I^{*}=I^{2}\underline{Z}=I^{2}(R+jX)=I^{2}R+jI^{2}x=P+jQ$$

$$\underline{S}=\underline{U}U^{*}Y^{*}=U^{2}Y^{*}=U^{2}(G+jB)=U^{2}G+jBU^{2}=P+jQ$$

$$S_{\Gamma eH}=S_{C\Pi O K}$$

# Р-ня індуктивно зв'язаних контурів для потокозчеплень і напруг. Однойменні затискачі. Узгоджені і неузгоджені струми.

**40.** Два ел-ти наз. Індуктивно звязаними, якщо при зміні струму в одному з них, в іншому виникає ЕРС, ЕРС взаємоїндукції.

Сума потоків зчеплених з усіма витками наз. потокозчепленням.

 $\Psi_{1L}$  – потокозчеплення самоіндукції 1-го контуру.

 $\Psi_{1L}=L_1i_1$ 

 $\Psi_{2L}$  – потокозчеплення самоіндукції 2-го контуру

 $\Psi_{2L}=Mi_1$ 

М – взаємоїндукція між контурами

 $\psi_{\text{ім}}$  – потокозчеплення взаємоїндукції контуру 1

 $\Psi_{iM}=Mi_2$ 

 $\Psi_1, \, \psi_2$  – повне покозчеплення контурів

 $\Psi_1 = \psi_{1L} + \psi_{1M} = L_1 i_1 + M i_2$ 

 $\Psi_2 = \psi_{2L} + \psi_{2M} = L_2 i_2 + M i_1$ 

Якщо потокозчеплення самоіндукції і взаємоіндукції напрямлені однаково,то говорять, що струми в цих контурах узгоджені.

Якщо ж напрям змінити в одному з контурів, то повні потокозчеплення будуть визнач. як різниця потокозчеплень самоіндукції і взаємоіндукції, цей вип. наз. варіантом неузгоджених струмів.

Полюси контурів відносно яких узгоджені струми напрям. однаково наз. однойменними. На схемі вони зобр. спец. мітками.

Якщо струми в контурах змінюються в часі, то змінюється і потокозчеплення в контурі, це призводить до появи EPC. Напруги, які врівноважують ці EPC визнач.:

$$u_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_1 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

Якщо струми змін. за синусоїдним законом, однаковою частотою w, то складові  $u_1$  і  $u_2$  можна зап. у комплексній  $\phi$ -мі:

 $\dot{U}_1$ =jwL<sub>1</sub> $\dot{I}_1$ ±jwM $\dot{I}_2$  (U<sub>2</sub>аналогічно)

## Розрахунок розгалуженого кола з індуктивно зв'язаними ел-ми. Приклад складання рнь кола із взаємоїндукцією.

41. Для розрахування кола використовують тільки методи р-нь К. та МКС.

Порядок розрахунку:

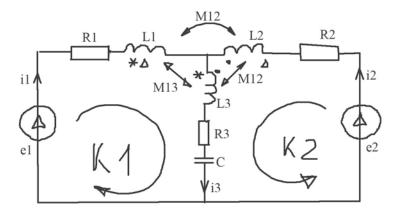
- 1) Вибираєм "+" напрямки струму віток
- 2) Встановлюємо магнітні положення індуктивнозв"язаних елементів (і.з.е.). Схеми.
- 3) Вибираємо розрахунковий метод і складаємо рівняння. В рівняннях враховуємо складові U взаємоїндукції.

Якщо коло працює в синусоідному режимі, то рівняння кола складається в комплектній формі.

5) Від комплектних струмів переходять до миттєвих значень.

Приклад складання рівнянь на основі законів Кірхзгофа.

1)



$$e1 = \sqrt{2E1}\sin(\omega t + \psi 1)$$
  

$$e2 = \sqrt{2E2}\sin(\omega t + \psi 2)$$

2)\_ 1-3 узгоджене

2-3 неузгоджене

1-2 узгоджене

3) По першому закону К.

i1+i2-i3=0

По другому закону К.

R1i1+L1(di1/dt) + M13(di3/dt) + M12(di2/dt) + L3(di3/dt) + M13(di1/dt) - M13(di3/dt) + M13(di3/dt)

 $M23(di2/dt)+R3i3+(1/C)\int i3dt=e1$ 

R2i2+L2(di2/dt)+M12(di1/dt)-M23(di3/dt)+L3(di3/dt)+M13(di1/dt)-M23(di3/dt)+M13(di1/dt)+M13(di1/dt)+M13(di3/dt)+M

 $M23(di2/dt)+R3i3+(1/C)\int i3dt=e2$ 

В комплексній формі:

11+12-13=0

 $R111+j\omega L111+j\omega M1313+j\omega M121j\omega L313+j\omega M1311-j\omega M2312+R313+(13/j\omega C)=$ É1

 $\begin{array}{lll} R2 \acute{1}2 + j\omega L2 \acute{1}2 + j\omega M12 \acute{1}1 - j\omega M23 \acute{1}3 + j\omega L3 \acute{1}3 + j\omega M13 \acute{1}1 - j\omega M23 \acute{1}2 + R3 \acute{1}3 + (\acute{1}3/j\omega C) = \acute{E}2 \\ \acute{1}1 = I1e^{j}\psi 1 & i1 = \sqrt{2}I1 sin(\omega t + \psi i1) \end{array}$