

ФЕЛ

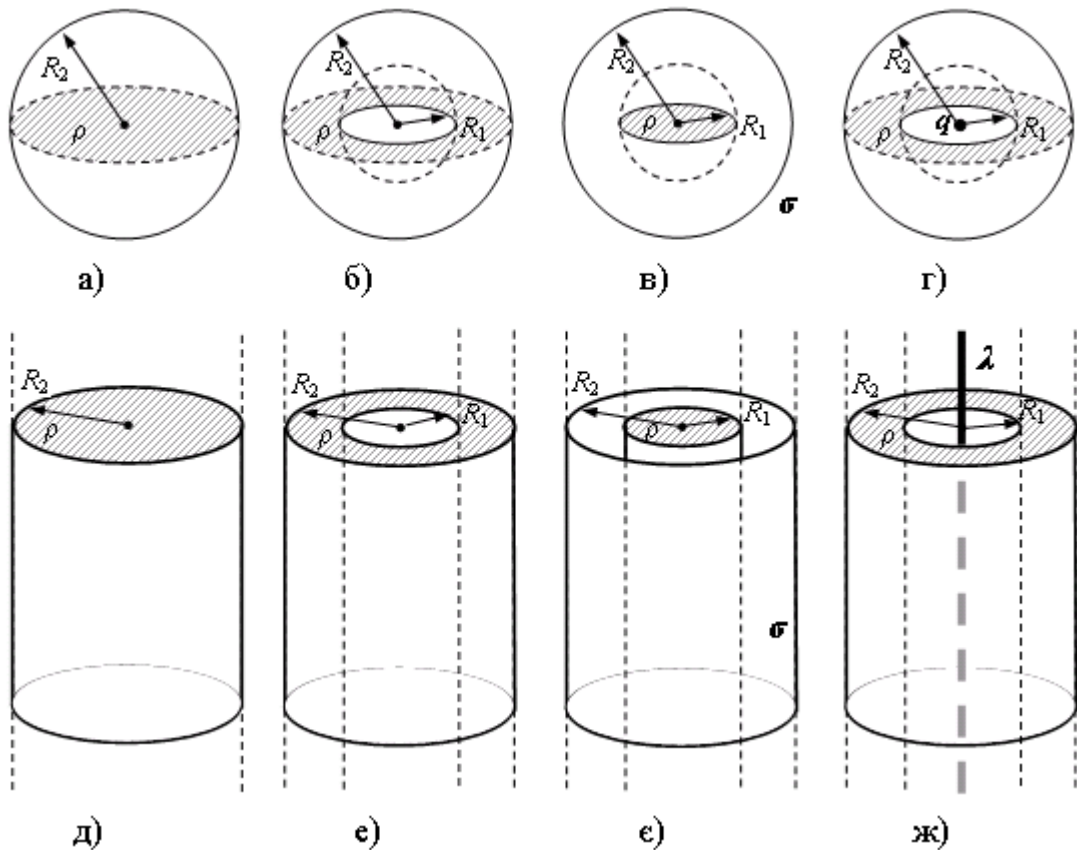
В. П. Бригінець, О. О. Гусєва

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА: «Електричне поле зарядів у вакуумі»

Умова

Електричне поле створюється у вакуумі (діелектрична проникність $\varepsilon = 1$) зарядом, який розподілений:

- а) із густиною $\rho(r)$ по об'єму кулі, r – відстань від центра;
- б) із густиною $\rho(r)$ по об'єму кульового шару, r – відстань від центра;
- в) із густиною $\rho(r)$ по об'єму кулі та з густиною σ по поверхні концентричної сфери, r – відстань від центра;
- г) із густиною $\rho(r)$ по об'єму кульового шару, в центрі якого знаходиться точковий заряд q , r – відстань від центра;
- д) із густиною $\rho(r)$ по об'єму нескінченного циліндра, r – відстань від осі;
- е) із густиною $\rho(r)$ по об'єму нескінченного циліндричного шару, r – відстань від осі;
- є) із густиною $\rho(r)$ по об'єму нескінченного циліндра та з густиною σ по нескінченній коаксіальній циліндричній поверхні, r – відстань від осі;
- ж) із густиною $\rho(r)$ по об'єму нескінченного циліндричного шару та з густиною λ по нескінченній нитці, що проходить по осі системи, r – відстань від осі.



Завдання

У відповідності до таблиці варіантів (варіант і рівень складності призначається викладачем індивідуально) виконати наступні завдання.

1. За допомогою теореми Гауса аналітично визначити вирази (вивести формули) $\vec{E}(r)$ залежності напруженості електричного поля системи від відстані r у всіх областях простору;
2. За напруженістю $\vec{E}(r)$ аналітично визначити вирази (вивести формули) $\varphi(r)$ залежності потенціалу електричного поля системи від відстані r у всіх областях простору;
3. Записати числові формули, розрахувати й подати таблиці значень та за ними побудувати графіки залежностей $E_r(r)$ і $\varphi(r)$.

Порядок виконання та оформлення завдання

1. Завдання оформлюється на папері формату А-4 з одного боку. На титульному аркуші обов'язково вказується:
 - тема роботи;
 - група та ПІБ студента;
 - варіант і рівень складності завдання.
2. Записати умову завдання для свого варіанту та записати параметри задачі (згідно з таблицею варіантів).

3. Зробити рисунок, на якому відобразити замкнену поверхню S , що буде використана для розрахунку, елементарну площадку ds , орт нормалі \vec{n} і вектор \vec{E} на цій площадці.

4. Отримати аналітичні вирази $E(r)$ для кожної з областей;

5. Отримати аналітичні вирази для $\varphi(r)$, вибравши нульовий рівень (початок відліку) потенціалу залежно від типу системи: для (а, б, в, г) – на нескінченності ($\varphi(\infty)=0$); для (д, е, є, ж) – на поверхні $r = R_2$ ($\varphi(R_2)=0$);

6. Записати числові вирази для $E_r(r)$ і $\varphi(r)$, задля чого підставити числові дані (в основних одиницях СІ) в отримані в пп. 4 і 5 формули та виконати обчислення.

7. Розрахувати із кроком 1,0 см числові значення $E_r(r)$ і $\varphi(r)$ у діапазонах $r = [0; 15]$ см за відсутності зарядів у центрі або на осі системи, та $r = [3; 15]$ см при наявності таких зарядів (г, ж). Результати розрахунків звести у таблицю й подати її в тексті роботи.

Зауваження: 1) в системах (д, е) на зарядженій поверхні ($r = R_2$) треба обчислювати два значення напруженості за формулами для суміжних областей. 2) Якщо в залежностях $E_r(r)$ і $\varphi(r)$ є точки екстремумів або перетину з віссю абсцис, треба окремо розрахувати та занести до таблиці координати цих точок та екстремальні значення величин.

8. За даними таблиці значень побудувати графіки $E_r(r)$ і $\varphi(r)$, згідно із такими вказівками:

- графіки виконати на одному аркуші міліметрового паперу формату А-4 один над одним, розмістивши осі ординат на одній вертикалі та вибравши однакові масштаби по осях абсцис;
- масштаби по осях ординат підібрати так, аби було зручно відкласти точки і кожен із графіків займав приблизно половину аркуша;
- розмітити координатні осі та вказати одиниці вимірювання величин;
- штриховими лініями показати на графіках межі областей.

Таблиця варіантів для груп ДЕ, ДП, ДС

Вар.	Розподіл	$\rho(r)$	σ , нКл/м ²
1	а	$\rho_0(1 - (2r/3R_2))$	
2	б	$\rho_0(R_1/r)$	
3	в	ρ_0	1,0
4	д	$\rho_0(1 - (2r/R_2))$	
5	е	$\rho_0(R_2/r)$	
6	є	ρ_0	-3,0
7	а	$\rho_0(1 - (5r/3R_2))$	
8	б	$\rho_0(r/R_1)$	
9	в	ρ_0	1,5
10	д	$\rho_0(1 - (7r/4R_2))$	
11	е	$\rho_0(r/R_2)$	
12	є	ρ_0	-4,5
13	а	$\rho_0(1 - (r/R_2))$	
14	б	$\rho_0(R_2/r)$	
15	в	ρ_0	-1,0
16	д	$\rho_0(1 - (5r/4R_2))$	
17	е	$\rho_0(R_1/r)$	
18	є	ρ_0	2,0
19	а	$\rho_0(1 - (2r/R_2))$	
20	б	$\rho_0(r/R_2)$	
21	в	ρ_0	-1,5
22	д	$\rho_0(1 - (r/R_2))$	
23	е	$\rho_0(r/R_1)$	
24	є	ρ_0	2,5

Для всіх варіантів $\rho_0 = 0,5$ мкКл/м³; $R_1 = 5$ см, $R_2 = 10$ см.

1 мкКл = 10^{-6} Кл, 1 нКл = 10^{-9} Кл.

Вказівки з виконання розрахунків

Розрахунок напруженості поля за теоремою Гауса

Перед початком розрахунку напруженості поля обов'язково необхідно вивчити теоретичний матеріал і розібрати приклади розрахунку полів за одним із підручників:

1. Иродов И.Е. Электromagnetизм. Основные законы, М, 2002 (або 1983), §§ 1.2, 1.3 (примеры 4, 5, 6);
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики, т. 2, Електрика і магнетизм, К, 2001, § 1.7, (приклад 4).
3. Савельев И.В. Курс физики, т.2, М, 1989, § 5 (ст.15-23), §§ 6,7,8.

Згідно з теоремою Гауса, у вакуумі потік напруженості електричного поля крізь замкнену поверхню будь-якої форми та розмірів визначається як

$$\oint E_n ds = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

де E_n – проекція вектора \vec{E} на зовнішню нормаль до елементарної ділянки поверхні ds , і q – сумарний заряд, який зосереджений всередині замкненої поверхні.

Оскільки вектор \vec{E} в кожній точці поля напрямлений по нормалі до еквіпотенціальної поверхні (поверхні сталого значення потенціалу $\varphi = const$), що проходить через цю точку, то $|E_n| = |\vec{E}|$. Для зручності надалі позначатимемо $E_n = E$ (знак E залежить від напрямку вектора \vec{E} відносно нормалі до еквіпотенціальної поверхні), відтак для потоку поля крізь будь-яку еквіпотенціальну поверхню можна записати $\int_S \vec{E} d\vec{s} = \int_S E ds$. При цьому для полів високої симетрії в усіх точках еквіпотенціальної поверхні $E = const$, тому потік через площу S еквіпотенціальної поверхні дорівнює:

$$\int_S E ds = ES$$

Якщо замкнена поверхня є замкненою еквіпотенціальною поверхнею з площею S , або складається з еквіпотенціальної поверхні площі S , та інших поверхонь, крізь які потік дорівнює нулю, то

$$\oint E ds = ES = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 S}, \quad (2)$$

Величина S у випадку симетричних поверхонь визначається за відомими простими формулами, тому задача зводиться до визначення сумарного заряду q всередині заданої замкненої поверхні. Це також не становить прин-

ципових труднощів, оскільки симетричне поле створюється відповідним симетричним розподілом заряду в просторі.

Придатними для розрахунку за теоремою Гауса полями, зокрема, є:

– центральне (сферично симетричне) поле, яке скрізь напрямлене радіально і в якому напруженість E та потенціал φ залежать тільки від відстані до центра симетрії. То ж еквіпотенціальними поверхнями центрального поля є концентричні сфери. У даній розрахунковій роботі такі поля створюють системи (а, б, в, г).

– аксіально симетричне поле, яке скрізь напрямлене перпендикулярно до заданої осі й напруженість E та потенціал φ залежать тільки від відстані r до неї. Еквіпотенціальними поверхнями такого поля є коаксіальні із віссю симетрії нескінченні циліндричні поверхні. У даній роботі подібні поля створюють системи (д, е, є, ж).

Визначення потенціалу за відомою напруженістю поля

Перед початком розрахунку потенціалу поля обов'язково необхідно вивчити теоретичний матеріал за одним із підручників:

1. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы, М, 2002 (1983), §§ 1.5, 1.6;
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики, т. 2, Електрика і магнетизм, К, 2001, § 1.10, 1.11.
3. Савельев И.В. Курс физики, т.2, М, 1989, §§ 8,9.

При переміщенні заряду q в неоднорідному електричному полі $\vec{E}(\vec{r})$ на нього діє змінна сила $\vec{F} = q\vec{E}(\vec{r})$, тому робота поля на шляху між якимось точками 1 і 2 визначається криволінійним інтегралом уздовж траєкторії переміщення:

$$A_{12} = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{r}.$$

Оскільки поле зарядів є потенціальним, ця робота не залежить від траєкторії і може бути виражена через різницю потенціалів у точках 1 і 2:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Прирівнюючи праві частини цих виразів отримуємо:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r}.$$

Якщо поле \vec{E} відоме, то цей вираз дозволяє знайти різницю потенціалів між будь-якими двома точками поля. Для визначення функції потенціалу $\varphi(\vec{r})$ інтегрування треба вести від довільної точки \vec{r} до нульової точки \vec{r}_0^1 , тоді

$$\varphi(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_0} \vec{E}(\vec{r}) d\vec{r}.$$

Наведені інтеграли не залежать від форми траєкторії, тому в даній розрахунковій роботі найзручніше інтегрувати вздовж силових ліній поля, тобто вздовж радіальних прямих, які виходять із центра (або осі) симетрії поля. В такому разі вирази для $\varphi_1 - \varphi_2$ та φ спрощуються:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E(r) dr \quad (3)$$

$$\varphi(r) = \int_r^{r_0} E(r) dr, \quad (4)$$

де r, r_0 – відстань від центра (осі) симетрії до даної та до нульової точки.

Приклади розрахунку поля

Приклад 1. Поле створюється кулею, що заряджена з об'ємною густиною $\rho = \rho_0 r^2 / R^2$ (розподіл а)

1.1 Визначення напруженості. Дане поле є центрально симетричним, отже для розрахунку за теоремою Гауса використовуємо вираз (2) й обираємо сферичні замкнені поверхні, для яких $S = 4\pi r^2$, де r – відстань від центра кулі до точки, в якій шукаємо напруженість поля. Отже,

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (1.1)$$

де q – сумарний заряд всередині сфери радіуса r , який визначається як інтеграл від елементарних зарядів dq усіх нескінченно малих областей dV всередині даної замкненої поверхні:

$$q = \int dq = \int_V \rho dV \quad (1.2)$$

Примітка 1. При однорідному розподілі заряду ($\rho = const$) очевидно, що $q = \rho V$ і записувати вираз (1.2) немає потреби.

Примітка 2. При визначенні поля всередині кулі радіус сферичної поверхні в (1.1) $r < R$, і заряд, який потрапляє в неї, залежить від величини r : $q = q(r)$. Якщо ж поле визначається поза кулею ($r \geq R$), то при будь-якій величині r всередині сферичної поверхні опиняється весь заряд кулі $q = Q$.

¹ Нульова точка (нульовий рівень) потенціалу – це точка (або множина точок) в якій потенціал приймається рівним нулю: $\varphi(\vec{r}_0) = 0$. У даній роботі для кожної системи нульова точка задана в тексті завдання.

Тому подальший розрахунок напруженості за формулою (1.1) треба проводити окремо для кожної з указаних областей.

Область 1 ($0 \leq r \leq R$). Для спрощення викладок при обчисленні заряду q в інтегралі (1.2) за dV беруть не гранично малий кубик $dx dy dz$, а всю елементарну область, в якій густина заряду $\rho(r)$ має однакову величину. Конфігурація такої області відповідає симетрії розподілу заряду, і в даному прикладі – це нескінченно тонкий кульовий шар радіуса r і товщини dr , об'єм якого дорівнює $dV = 4\pi r^2 dr$. Відтак, згідно з (1.2) і умовою завдання, маємо:

$$q = \int_0^r \rho_0 \frac{r^2}{R^2} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi\rho_0}{R^2} \int_0^r r^4 dr = \frac{4\pi\rho_0 r^5}{5R^2}. \quad (1.2')$$

Підставивши цей результат у (1.1), отримаємо вираз напруженості поля всередині кулі як функцію відстані від центра:

$$E_1(r) = \frac{\rho_0 r^3}{5\varepsilon_0 R^2}. \quad (1.3)$$

Область 2. ($r \geq R$). У цьому випадку при будь-якій величині r в формулі (1.1) фігурує весь заряд кулі Q , який отримаємо, підставивши в (1.2') значення $r = R$:

$$Q = \frac{4\pi\rho_0 R^3}{5}.$$

Відповідно, напруженість поля у зовнішній області простору

$$E_2(r) = \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0 r^2}. \quad (1.4)$$

Відмітимо, що на поверхні зарядженої кулі ($r = R$) вирази (1.3) і (1.4) дають однаковий результат

$$E_1(R) = E_2(R) = \frac{\rho_0 R}{5\varepsilon_0}. \quad (1.5)$$

Це корисно використовувати для контролю правильності розрахунків.

1.2 Визначення потенціалу. Після визначення напруженості поля $E(r)$ за допомогою співвідношень (3) і (4) можна знайти функцію потенціалу поля $\varphi(r)$, урахувавши, що за умовою завдання нульова точка потенціалу розташована на нескінченності.

Оскільки напруженість поля всередині та назовні кулі виражається різними функціями (1.3) і (1.4), розрахунок потенціалу теж треба проводити окремо для кожної області, і починати зручніше з області 2, яка включає нульову точку.

Область 2. ($r > R$). Підставивши в (4) вираз (1.4) і умову $r_0 = \infty$, отримаємо:

$$\varphi_2(r) = \int_r^{\infty} \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right)_r^{\infty}.$$

Підставивши границі, отримуємо остаточний результат:

$$\varphi_2(r) = \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0 r} \quad (1.6)$$

Визначаємо також потенціал на межі областей (поверхня зарядженої кулі), поклавши в (1.6) $r = R$:

$$\varphi_2(R) = \frac{\rho_0 R^2}{5\varepsilon_0}. \quad (1.7)$$

Область 1 ($0 \leq r \leq R$). Потенціал $\varphi_1(r)$ усередині зарядженої кулі визначаємо за допомогою співвідношення (3), врахувавши неперервність функції потенціалу². Завдяки цьому на поверхні кулі $\varphi_1(r) = \varphi_2(r)$, отже, згідно з (3) маємо:

$$\varphi_1(r) - \varphi_2(R) = \int_r^R E_1(r) dr$$

Підставивши сюди вирази (1.3) і (1.7), знайдемо шукане:

$$\varphi_1(r) - \frac{\rho_0 R^2}{5\varepsilon_0} = \int_r^R \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{\rho_0 R^2}{5\varepsilon_0} \int_r^R r^3 dr = \frac{\rho_0 R^2}{5\varepsilon_0} \left(\frac{r^4}{4} \right)_r^R = \frac{\rho_0 R^2}{5\varepsilon_0} \cdot \frac{R^4 - r^4}{4}$$

Звідси після елементарних викладок отримаємо:

$$\varphi_1(r) = \frac{\rho_0 (5R^4 - r^4)}{20\varepsilon_0 R^2}. \quad (1.8)$$

Цей вираз при $r = R$ дає величину (1.7), що вказує на відсутність помилок у викладках. Остаточна правильність отриманих результатів (1.6) і (1.8) перевіряємо за допомогою співвідношення між напруженістю та потенціалом, яке для розрахованого поля має вигляд:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \quad (1.9)$$

Підставивши під знак похідної функції (1.6) і (1.8) і виконавши диференціювання, отримуємо, відповідно, вирази (1.3) і (1.4), що засвідчує правильність розрахунку потенціалу.

1.3. Числові формули. Для розрахунку таблиць значень і побудови графіків необхідно записати числові формули залежностей (1.3), (1.4), (1.6), (1.8). Для цього в аналітичні вирази треба підставити задані значення параметрів та констант (обов'язково в основних одиницях СІ) і виконати обчис-

² Розрив потенціалу в будь-якій точці означав би нескінченне значення напруженості поля в цій точці, що позбавлено змісту.

лення. В даному прикладі, згідно з умовою, $\rho_0 = 50 \text{ нКл/м}^3 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^3$, $R = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $\varepsilon = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$, отже

$$E_1 = \frac{5 \cdot 10^{-8}}{5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 25 \cdot 10^{-4}} r^3 = 4,52 \cdot 10^5 \cdot r^3 \text{ В/м}$$

$$E_2 = \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 125 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{0,141}{r^2} \text{ В/м}$$

$$\varphi_1 = \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot (5 \cdot 6,25 \cdot 10^{-6} - r^4)}{20 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = 1,13 \cdot 10^5 (3,13 \cdot 10^{-5} - r^4) \text{ В}$$

$$\varphi_2 = \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 1,25 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \frac{1}{r} = \frac{0,14}{r} \text{ В}$$

Приклад 2. Поле створюється нескінченним циліндричним шаром із радіусами R_1 і R_2 , зарядженим із заданою залежністю об'ємної густини заряду від відстані до осі $\rho = \rho(r)$, (розподіл **е**).

2.1 Визначення напруженості. Для даної та подібних систем (заряд розподілений по об'єму циліндра або по циліндричній поверхні) є характерною осьова симетрія електричного поля. Відповідно, екіпотенціальними поверхнями є *нескінченні* циліндри з віссю на осі симетрії системи. Тому при розрахунку залежності $E = E(r)$ за теоремою Гауса замкнену поверхню беремо у вигляді прямого циліндра радіуса r із довільною висотою h . При цьому основи циліндра не є екіпотенціальними. Проте вектор \vec{E} напрямлений радіально (паралельно до основи), то ж на торцях циліндра нормальна проекція напруженості $E_n = 0$, і потік створюється тільки крізь бічну поверхню $S = 2\pi r h$. Тому, згідно з (2),

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 h r}, \quad (2.1)$$

Може здатися, що результат розрахунку залежить від невідомої величини h , але це не так, бо величина заряду q в (2.1) є прямо пропорційною висоті вибраної циліндричної поверхні, і величина h при обчисленнях скорочується. Ця задача є відмінною від попередньої (**Приклад 1**) ще тим, що при розподілі заряду по циліндричному шару створюється додаткова область $r < R_1$ (порожнина), яка потребує окремого розгляду. Тому при застосуванні теореми Гауса треба використовувати циліндри з радіусами, що потрапляють в кожну з трьох областей. Останнє зауваження стосується також розподілу **б**, в якому заряд зосереджений у кульовому шарі.

В іншому порядок розрахунку є аналогічним до розглянутого раніше (**Приклад 1**). А саме.

Область 1 ($r < R_1$). Очевидно, що всередині циліндра висоти h і будь-якого радіуса $r < R_1$ заряд $q_1 = 0$. Отже, згідно з (1), потік теж дорівнює нулю:

$E_1 S = 0$. Це означає, що $E_1 = 0$, тобто в порожнині електричне поле не створюється.

Область 2 ($R_1 \leq r \leq R_2$). Для визначення заряду всередині замкненої поверхні вибираємо елементарний об'єм у вигляді нескінченно тонкого циліндричного шару радіуса r і товщини dr з об'ємом $dV = 2\pi r h dr$. Отже, згідно з (1.2),

$$q_2 = \int_{R_1}^r \rho(r) 2\pi r h dr = 2\pi h \int_{R_1}^r \rho(r) r dr = 2\pi h (F(r) - F(R_1)), \quad (2.2)$$

і у відповідності до (2.1),

$$E_2 = \frac{F(r) - F(R_1)}{\varepsilon_0 r}. \quad (2.3)$$

Тут $F(r)$ і $F(R_1)$ – значення первісної

$$F(r) = \int \rho(r) r dr \quad (2.4)$$

від підінтегральної функції в (2.2) на межах області інтегрування.

Область 3 ($r > R_2$). У цій області замкнена поверхня охоплює весь заряд Q ділянки шару всередині замкненого циліндра висотою h :

$$q_3 = Q = 2\pi h \int_{R_1}^{R_2} \rho(r) r dr = 2\pi h (F(R_2) - F(R_1)). \quad (2.5)$$

Відповідно, напруженість

$$E_3 = \frac{F(R_2) - F(R_1)}{\varepsilon_0 r}. \quad (2.6)$$

Для отримання з (2.3) і (2.6) розгорнутих виразів напруженості $E(r)$ треба спочатку підставити в (2.4) задану залежність $\rho(r)$ і провести інтегрування.

2.2 Визначення потенціалу. Після отримання залежності $E(r)$ для кожної з областей, за допомогою (3) або (4) визначають функцію потенціалу $\varphi(r)$ у кожній області. У завданнях із осесиметричним розподілом заряду (д, е, є, ж) вибір нульовий рівень потенціалу встановлюється на циліндричній поверхні радіуса R_2 , отже, в (4) $r_0 = R_2$.

Спочатку визначаємо $\varphi(r)$ в областях 2 і 3, які прилягають до екіпотенціальної поверхні.

Область 3 ($r > R_2$). Згідно з (4),

$$\varphi_3(r) = \int_r^{R_2} E_3(r) dr.$$

Область 2 ($R_1 \leq r \leq R_2$):

$$\varphi_2(r) = \int_r^{R_2} E_2(r) dr.$$

Отримавши вираз $\varphi_2(r)$, знаходимо потенціал $\varphi_2(R_1)$ на внутрішній поверхні шару $r = R_1$.

Область 1 ($r < R_1$). Через неперервність функції потенціалу $\varphi_1(R_1) = \varphi_2(R_1)$, що дозволяє визначити потенціал $\varphi_1(r)$ в області 1 за допомогою співвідношення (3):

$$\varphi_1(r) - \varphi_2(R_1) = \int_r^{R_1} E_1 dr \Rightarrow \varphi_1(r) = \varphi_2(R_1) + \int_r^{R_1} E_1 dr.$$

У даному прикладі $E_1 = 0$, отже, у порожнині потенціал скрізь однаковий:

$$\varphi_1(r) = \varphi_2(R_1) = \text{const}.$$