1 *Електродинаміка*

Електродинамікою називають розділ фізики, в якому вивчають взаємодію між зарядженими тілами.

- Взаємодії стосуються взаємодій між електронами та ядрами в атомах та молекулах. Також електромагнітну природу мають пружні сили (тертя та інші).
- Електродинаміка лежить в основі електротехнічних дисциплін, теорії електричних кіл тощо.
- Електромагнітні явища є наслідком набування тілами електричних зарядів. Ця взаємодія проявляється у випадку нерухомих зарядів (електростатика), а також для рухомих зарядів (магнетизм).
- Здавалося б, що ці два прояви взаємодії не узгоджуються з принципом відносності. Теорія Максвела пов'язує електричне та магнітне поля і узгоджує принцип відносності щодо електромагнітних взаємодій

1.1 Електичний заряд

Електричного заряду тіла набувають внаслідок електризації. Наприклад, при дотику ебоніт-шерсть, скло-шовк. При взаємодії двох електризованих ебонітових паличок виникаютиме сила відштовхування (2 скляні палички аналогічно). Скляна і ебонітова- притягування

Знак сили (відштовх. чи притягання) означає, що електричні заряди можуть бути двох знаків - від'ємні та додатні (одноіменного відштовхуються, різнойменного притягуються)

Атоми складаються з ядер, навколо яких є електрони. Прийнято вважати, що заряд електрона - від'ємний, ядер додатній. Ядра складаються з протонів, кількість яких дорівнює кількості електронів, заряд протона дорівнює заряду електрона, та має інший знак

Всі атоми електронейтральні $\Rightarrow$ величина заряду не залежить від швидкості.

Виходячи з такої будови атому, електризацію речовини можна пояснити зміною кількості електронів в ній. Якщо при електризації тіло набуває додатньої кількості електронів, то воно матиме від'ємний заряд. $q = -Ne$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл

І навпаки, заряд буде додатній при віддаванні електрона. $q = Ne$

Вважається, що електрон не має просторової структури розподілу власного заряду - заряд електрона зосереджений в точці. Це положення протирічить фундаментальним поняттям, бо в такому випадку енергія електрона повинна бути безкінечною. Але в той час $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$кг

У протона заряд має просторовий розподіл. Досліди показують, що весь заряд протона зосереджений на відстані 10^{-15} м від центра протона.

dr - товщина сферичного шару

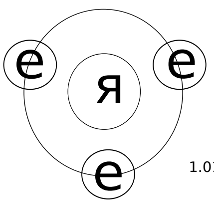
$\rho(\vec{r})$-об'ємна густина заряду

Площа зазначеної фігури має бути рівною елементарному заряду. Оскільки заряд e - елементарний

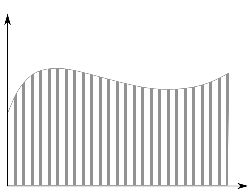
і менше заряду немає, то звідки з'являється $\rho(\vec{r})$ - об'ємна густина заряду?

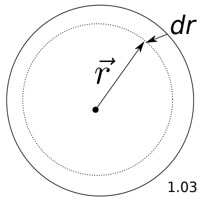
Для пояснення цього факту була запропонована гіпотеза про існування кварків. Вважається, що протон складається з 3 кварків

Це означає, що припускають, що ці кварки рухаються хаотично по об'єму протона.

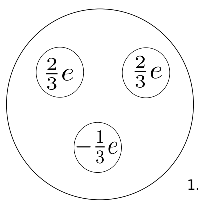


1.01


1.02



1.03



1.04

1.2 Закон збереження заряду.

При електризації відбувається перехід певної кількості електронів.

Електрон - це стійка частинка з нескінченним часом життя, як і протони. Через це заряд будь-якої системи електричних тіл має зберігатися за умови, що система замкнута (закон збереження заряду)

Маємо, що $\sum_i q_i = const$; $\sum_i q_i = q_{\text{повн}}$; $q_{\text{повн}} = const$.

Закон збереження заряду має більш фундаментальне трактування. Він також впливає на процеси перетворення елементарних частинок з утворенням нових заряджених частинок.

Наприклад, при β-розпаді утворюються електрон, а заряд ядра збільшується на e.

1.3 Закон Кулона

Закон Кулона визначає взаємодію між точковими нерухомими зарядами. Рис 1.5

Точковими називаються заряди, розміри яких багато менші за відстань до інших об'єктів.

$F_{\text{кл}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{Ф}}{\text{м}}$

Запишемо формулу закону Кулона у векторному вигляді

$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^2}\frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$; $\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2}\frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|}$

$\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$

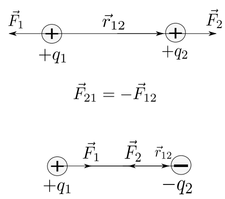
$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

До яких відстаней виконується закон Кулона?

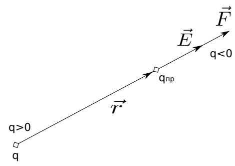
Закон Кулона виконується для $r > 10^{-15}$м

Взаємодію між зарядами здійснюють шляхом обміну віртуальними фотонами. Очевидно, що $max\lambda_m$(довжина хвилі притаманна фотонам, макс.) має дати верхню межу, для якої виконується закон Кулона.

Найменша частота електромагнітної хвилі, що спостерігається в природі є хвиля Шумана. Для $\nu_{min} \sim 8$ Гц та $r_{max} \sim 10^7$мзакон Кулона ще виконується.



1.05



1.06

1.4 Напруженість електричного поля.

Електростатичне поле має польову природу.

Заряд в оточуючому просторі створює електричне поле, а це поле чинить дію на інший заряд. Відповідно інший заряд створює своє поле, що чинить силову дію на перший заряд. На заряди силову дію чинять електричні поля.

Для означення вводять вектор напруженості електричного поля. Визначаємо його з формули $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{проб}}}$

$\vec{F}$- сила, з якою поле діє на $q_{\text{проб}}$.

$q_{\text{проб}} > 0$, $q_{\text{проб}}$ має бути достатнім, щоб вимагати силу $\vec{F}$, але таким, щоб не створити поле.

$\vec{F} = q\vec{E}$

Знаючи вектор напруженості електричного поля, знаходимо силу, що дорівнює добутку вектора напруженості електричного поля і будь-якого заряду.

Остання формула визначає силу дії на певний заряд (не $q_{\text{проб}}$).

1.4.1 Напруженість електричного поля точкового заряду (рис 1.06)

$\vec{F}_{\text{к}} = \frac{qq_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r}$

$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{к}}}{q_{\text{пр}}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r}$

$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$- орт радіус вектора

$\vec{E} = \frac{q\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

1.4.2 Принцип суперпозиції для електричного поля

Для електричних полів виконується принцип суперпозиції, за яким напруженість електричного поля в т. простору дорівнює сумарній напруженості всіх напруженостей полів в цій точці $\vec{E} = \sum\limits_i \vec{E}_i$.

Беремо 2 поля і точку $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

У цій точці заряд q

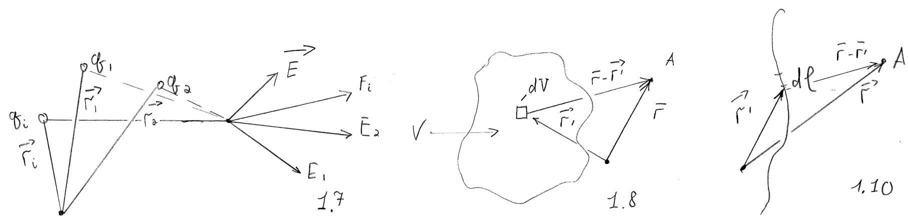
$\vec{F} = q\vec{E} = q(\vec{E}_1 + \vec{E}_2) = q\vec{E}_1 + q\vec{E}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

Принцип суперпозиції призводить до незалежності дії сил з боку кожного з полів

Напруженість всередині атомів $10^{11} - 10^{17}\frac{\text{В}}{\text{м}}$. На поверхні важкого ядра E ~ $10^{22}\frac{\text{В}}{\text{м}}$

Незважаючи на це, досліди показують, що принципи суперпозиції виконуються з високою точністю, але можлива поляризація вакуму.

1.4.3 Електричне поле системи точкових зарядів (рис 1.7)



$\vec{E} = \sum\limits_i \vec{E}_i$

$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1(\vec{r}-\vec{r}_1)}{|\vec{r}-\vec{r}_1|^3}$

$\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}$

$\vec{E} = \sum\limits_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}$

$E_x = \sum\limits_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i(x-x_i)}{((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2)^{\frac{3}{2}}}$

1.4.4 Напруженість електричного поля неперервно розподілених зарядів

1.4.4.1 Об'ємний розподіл Для характеристики розподілу неперервних зарядів вводять поняття густини розподілених зарядів

$\rho = \frac{\vartriangle q}{\vartriangle V}$, $\vartriangle V \to 0$.

$\vartriangle q \to \vartriangle V,\ \rho = \frac{dq}{dV}$

Відповідно $dq = \rho dV$ (рис 1.8)

Нам відома об'ємна густина ρ

Треба розрахувати $\vec{E}$ в т. А, положення якої задається радіус-вектором $\vec{r}$

Розіб'ємо на малі ділянки dV.

$dq = \rho(\vec{r})dV$, dq - точковий

$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_V \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')dV}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$ (для об'ємно розподіленного заряду)

1.4.4.2 Поверхневий розподіл У провідників заряди розподіляються по поверхні.

По поверхні задають поверхневою густиною зарядів

$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}, \Delta S \to 0$

$\Delta q \to \Delta S,\ \sigma = \frac{dq}{dS}$

$dq = \sigma dS$

Розглянемо довільне тіло (рис 1.09 (в розробці))

$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_S \frac{\sigma(\vec{r})(\vec{r}-\vec{r}')ds}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$

1.4.4.3 Лінійний розподіл У випадку лінійного розподілу заряду

$\lambda = \frac{\Delta q}{\Delta l}$, $\Delta l \to 0$, $\lambda = \frac{dq}{dl}$,

$dq = \lambda dl$

Беремо заряджену нитку (рис 1.10)

$\vec{E}$в т. А характеризує $\vec{r}$

$dq = \lambda(\vec{r}')dl$

$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dq}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}\cdot\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_l \frac{\lambda(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')dl}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$

$[\rho] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$

$[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

$[\lambda] = \frac{\text{кл}}{\text{м}}$

1.5 Сила взаємодії між зарядженими тілами

Розглянемо 2 тіла об'ємна густина котрих ρ_1 і ρ_2 (рис 1.11)

$F = \int \vec{E}_1 dq_2$

розрахуємо силу. з якою 1 діє на 2

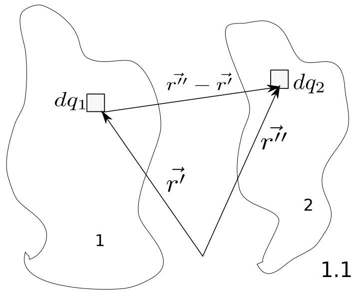
dq_1, dq_2 - точкові, тоді

$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}dq_1 dq_2\frac{(\vec{r}''-\vec{r}')}{|\vec{r}''-\vec{r}'|^3}$

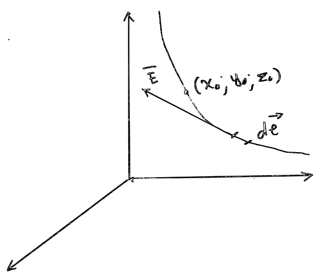
$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_{V_1}\int\limits_{V_2}\frac{\rho_1(\vec{r}')\rho_2(\vec{r}'')(\vec{r}''-\vec{r}')dV_1dV_2}{|\vec{r}''-\vec{r}'|^3}$

або у випадку поверхневого розподілу заряду другого тіла

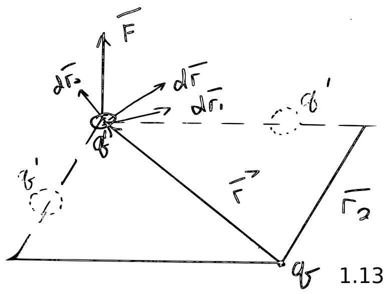
$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_{V_1}\int\limits_{S_2}\frac{\rho_1(\vec{r}')\sigma_2(\vec{r}'')(\vec{r}''-\vec{r}')dV_1dS_2}{|\vec{r}''-\vec{r}'|^3}$



1.11



1.12



1.13

1.6 Силові лінії

Векторне електричне поле можна характеризувати за допомогою силових ліній.

Силовими лініями називають лінії в просторі, дотичні до яких співпадають з вектором напруженості електричного поля.

Беремо систему координат (рис 1.12)

$d\vec{\ell} \upuparrows \vec{E} \Rightarrow [\vec{R} \cdot d\vec{\ell}] = 0$

$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$

$d\vec{\ell} = \vec{i}dx + \vec{j}dy + \vec{k}dz$

$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}$- диференціальне рівняння за допомогою якого можна розрахувати силову лінію

Беремо точку $(x_0, y_0, z_0) \Rightarrow E_x(x_0, y_0, z_0), E_y(x_0, y_0, z_0), E_z(x_0, y_0, z_0)$.

$x_1 = x_0 + dx$

$y_1 = y_0 + \frac{E_y(x_0,y_0,z_0)}{E_x(x_0,y_0,z_0)}dx$

$z_1 = z_0 + \frac{E_z(x_0,y_0,z_0)}{E_x(x_0,y_0,z_0)}dx$

Знайшли 1 точку. Знаходимо іншу точки аналогічно

$x_2 = x_1 + dx$

$y_2 = y_1 + \frac{E_y(x_1,y_1,z_1)}{E_x(x_1,y_1,z_1)}dx$

$z_2 = z_1 + \frac{E_z(x_1,y_1,z_1)}{E_x(x_1,y_1,z_1)}dx$

2 Робота електричного поля точкового заряду

Розгянемо точковий додатній заряд q. q - нерухомий (положення фіксоване). Беремо інший q' - рухомий (рис 1.13)

Зрозуміло, що при даному русі виконуеться робота

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r$

$\vec{F} = q'\vec{E}$

Очевидно $dA = \vec{F}d\vec{r}$

$d\vec{r}$- радіус вектор переміщення заряду q'

Очевидно, що $d\vec{r}$ можемо розкласти на 2 складові

$d\vec{r} = d\vec{r}_{\parallel} + d\vec{r}_{\perp}$

$d\vec{r}_{\parallel} \upuparrows \vec{F}$

$d\vec{r}_{\parallel} \upuparrows \vec{r}$

$dA = \vec{F}d\vec{r}_{\parallel} = Fdr = \frac{q'qdr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

dr- приріст $|\vec{r}|$

$A = \int\limits_{r_1}^{r_2} dA = \int\limits_{r_1}^{r_2} \frac{q'qdr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q'q}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -\frac{q'q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}\,|_{r_1}^{r_2} = \frac{q'q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$

Робота не залежить від форми траекторії а визначається лише початковим та кінцевим положенням зарядів. Отже, електичне поле точкового заряду є потенціальним.

Очевидно, що величина потенціальної енергії взаємодії двох точкових зарядів має вигляд $W = \frac{q'q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

2.1 Диференційна умова потенціального електричного поля

Раніше з'ясовано, що $A = \frac{q'q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$ не залежить від форми траєкторії.

Якщо поле потенціальне, то робота на замкненій траєкторії дорівнює 0.

$A = \oint \vec{F}d\vec{r} = 0$

$\vec{F} = q'\vec{E}$

Для електричного поля циркуляція вектора $\vec{E}$ дорівнює 0

Умова потенціальності електричного поля в інтегральному вигляді $\oint \vec{E}d\vec{r} = 0$

$\vec{E}d\vec{r} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$

Незалежність роботи від форми траєкторії та рівність нулю циркуляції означає, що$\vec{E}d\vec{r} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$ є повним диференціалом.

тоді для повного диференціалу проекція вектора напруженості електричного поля має задовільняти умовам

$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0$

$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0$

$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0$

Очевидно, що вирази зліва є проекціями ротора від вектора напруженості електричного поля.

$$rot\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \vec{i}(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}) - \vec{j}(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}) + \vec{k}(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y})$$

Таким чином диференціальна умова потенціальності електричного поля набуває вигляду: $rot\vec{E} = 0$

2.2 Потенціал електростатичного поля

В попередньому пункті ми визначили, що $\vec{E}d\vec{r} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$ є повним диференціалом. Його вводять ще й так

$d\varphi = -\vec{E}d\vec{r} = -(E_x dx + E_y dy + E_z dz)$

$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz$

Прирівнюючи вирази, отримаємо:

$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}$

Очевидно, що частинні похідні від повного диференціалу є градієнтом від нього

$\vec{E} = -(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k})$

$\vec{E} = -grad\varphi = -\frac{d\varphi}{d\vec{r}}$

$\varphi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r}_0) - \int\limits_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}d\vec{r}$

Потенціал - це скалярна функція поля, градієнт якої, взятий зі знаком мінус, є напруженість електричного поля

З визначення $dA = \vec{F}d\vec{r} = qEd\vec{r} = -qd\varphi$

Отже, $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$

$\varphi_1 - \varphi_2 =_\Delta \varphi$

1 o———————-→———————o 2

$\varphi_1 - \varphi_2 = U$

U- напруга

Також роботу можна записати $A = W_1 - W_2$

Тоді $W = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r} = q\varphi$

З рівності $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ випливає, що потенціал точкового заряду $\varphi = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r}$

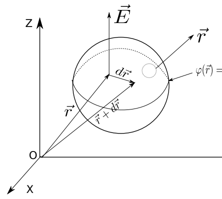
2.3 Еквіпотенціальні поверхні

*Еквіпотенціальними*_поверхнями називають ізопотенціальні поверхні з постійним потенціалом, тобто $\varphi(\vec{r}) = const$ (рис 2.01)

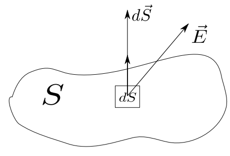
Якщо поверхня еквіпотенціальна, тоді її потенціал постійний$\varphi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r} + d\vec{r}) = const$, тоді $d\varphi(\vec{r}) = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz$=0

$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}, \quad \vec{E} = -\vec{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \vec{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} - \vec{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \quad d\varphi = \vec{E}d\vec{r} = 0, \quad \vec{E} \perp d\vec{r},$

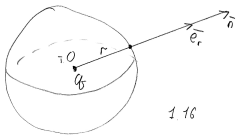
$\vec{E} \perp$ ізоповерхні (форму поверхні часто задають нормаллю $\vec{r}$)



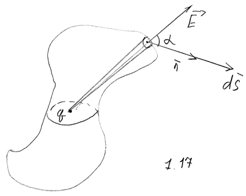
2.01



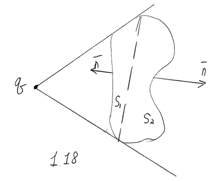
2.02



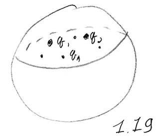
1.16



1.17



1.18



1.19

3 Потік вектора напруженості електричного поля

Розглянемо довільне електричне поле. Це означає, що нам в кожній точці простору відомий вектор $\vec{E}(\vec{r})$, $\vec{r} \to \vec{E}(\vec{r})$ (рис 2.02)

Візьмемо довільну поверхню S. В кожній точці поверхні маємо вектор Ē. Візьмемо ділянку повехні. Площа ділянки $_\triangle S$. При $_\triangle S \to 0$, $_\triangle S = ds$. Для означення напрямленості введемо вектор $\vec{n} \perp ds$. Введемо вектор елементарної поверхні $d\vec{S} = \vec{n}dS$

$|d\vec{S}| = dS$

Елементарний потік вектора напруженості електричного поля через елементарну поверхню dS визначається у вигляді скалярного добутку

$d\Phi_E = \vec{E}d\vec{S} = \vec{E}\vec{n}dS = Ecos\alpha dS$

Велечина потоку вектора напруженості електричного поля визначається інтегралом

$\Phi_E = \int\limits_S d\Phi_E = \int\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_s \vec{E}\vec{n}dS$

3.1 Теорема Гауса для вектора напруженості електричного поля

Розглянемо спочатку точковий заряд q, що створює електричне поле навколо себе

$q \to \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\vec{e}_r}{r^2}$

$\vec{e}_r \upuparrows \vec{r}$

$\vec{r}$- початок на заряді q (рис 1.16)

Оточимо заряд q сферичною поверхнею радіуса R так, що т.O співпадає з q. т.$O \to q$

Ми маємо, що $\vec{e_r}$(Одиничний вектор) напрямлений як на рис. 1.16

В цьому випадку радіус сфери співпадає з радіус-вектором на її поверхні. Тоді елементарний потік через елементарну ділянку поверхні:

$d\Phi_E = \vec{E}\vec{n}dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r\vec{n}dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dS$

Розрахуємо повний потік через замкнену поверхню

$\oint\limits_S$- інтеграл по замкненій поверхні

$\Phi_E = \oint\limits_S \vec{E}\vec{n}dS = \oint\limits_S \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dS$

У випадку, коли ми маємо сферу при розрахунку останнього інтегралу для зазначеної сфери R^2 є константа (можна винести за знак інтегралу)

$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\oint\limits_S dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}S = \frac{q4\pi r^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$

Ми розглянули простий випадок. А тепер знайдемо потік в загальному випадку, коли поверхня, що оточує заряд є довільною (рис 1.17)

$\phi_E = \oint\limits_S \vec{E}\vec{n}dS = \oint\limits_S |\vec{E}|cos\alpha dS = \oint\limits_S \frac{qcos\alpha dS}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Розглянемо відношення

$\frac{cos\alpha dS}{r^2} = \frac{dS_\perp}{r^2}$

$dS_\perp$- проекція $d\vec{S}$ на радіус вектор

$\frac{dS_\perp}{r^2} = d\Omega$

$d\Omega$ - велечина елементарного тілесного кута

$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint\limits_s d\Omega = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} 4\pi$

Для довільного точкового заряду $\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$

Ми оточили довільний точковий заряд довільною замкненою поверхнею, і отримали, що для довільного точкового заряду оточеною довільною поверхнею $\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$\oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_{S_1} \vec{E}d\vec{S} + \int\limits_{S_2} \vec{E}d\vec{S} < 0$

Якщо заряд знаходися всередині, то потік електричного поля $\frac{q}{\varepsilon_0}$. Якщо заряд знаходиться за межами поверхні, то потік дорівнює нулю. (рис 1.18)

Обидві ці поверхні мають один і той самий тілесний кут. В результаті, оскільки тілесний кут однаковий, а знаки інтегралів різні, ця сума буде дорінювати нулю.

$\oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_{S_1} \vec{E}d\vec{S} + \int\limits_{S_2} \vec{E}d\vec{S} = 0$

Розглянемо довільний точковий заряд або систему зарядів. Результуюча напруженість електричного поля дорінює сумі напруженостей. (рис 1.19)

$E = \sum\limits_i \vec{E}_i$- результуюча напруга.

$\Phi_E = \oint\limits_S Ed\vec{S} = \oint\limits_S \sum\limits_i \vec{E}_i d\vec{S} = \sum\limits_i \oint\limits_S \vec{E}_i d\vec{S} = \sum\limits_i \Phi_{E_i} = \sum\limits_j \frac{q_j}{\varepsilon_0}$

Там стоїть інша сума, тому що ми маємо врахувати тільки ті заряди, які знаходяться всередині поверхні.

Суму $\sum\limits_j q_j$ назвемо $q_{\text{охопл}}$- заряд, який знаходится всередині поверхні.

Отже, теорема Гауса в інтегральному вигляді має наступний вигляд: $\Phi_E = \frac{q_{\text{охопл}}}{\varepsilon_0}$, $\oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q_{\text{охопл}}}{\varepsilon_0}$

3.2 Теорема Гауса для вектора напруженості електричного поля в дифіренційній формі

За теоремою Гауса маємо $\Phi_E = \frac{q_{\text{охопл}}}{\varepsilon_0}$.

У разі неперервного розподілу заряду $q_{\text{охопл}} = \int\limits_V \rho dV$, де V- об'єм охоплений поверхнею, ρ- розподіл заряду.

$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0} \int\limits_V \rho dV = \oint\limits_S \vec{E}d\vec{S}$ (рис 1.20)

Наведемо формулювання математичної теореми Остроградського-Гауса, у відповідності з якою потік вектора $\vec{A}$ через поверхню довільного характеру $\oint\limits_S \vec{A}dS = \int\limits_V div\vec{A}dV$.

$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$

$div\vec{A} = \vec{\nabla}\vec{A} = (\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}) \cdot (A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

$\vec{E} \to \vec{A}$

$\oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_V div\vec{E}d\vec{V} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int\limits_V \rho dV$

Обидва інтеграли розраховуються по одному і тому ж обєму який охоплений довільною поверхнею. $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Оскільки ця рівність виконується для довільних поверхонь і довільних об'ємів,$\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$.

Отриманий вираз є Теоремою Гауса в диеренціальній формі.

Його можна також переписати наступним чином: $\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ (локальний запис)

3.3 Рівняння Пуассона

Запишемо теорему Гауса в диференціальній формі.

$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Це рівняння містить 3 невідомих функції і незручне для розрахунків. Згадаємо, що $\vec{E} = -grad\varphi$ та розпишемо $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$. В результаті ми можемо виконати підстановку.

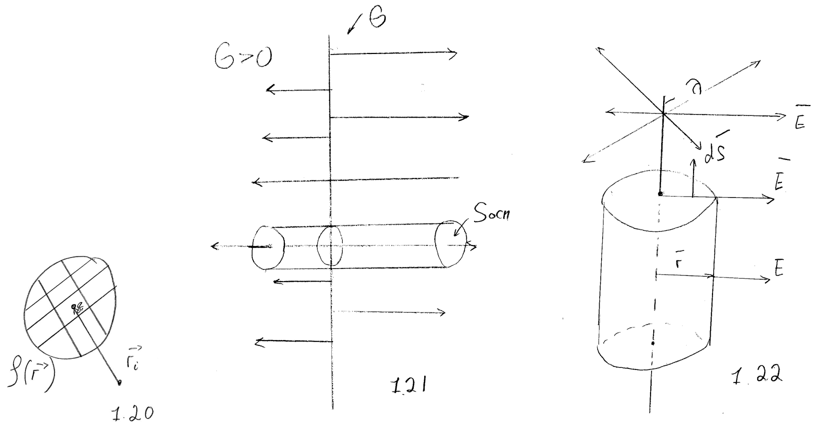
$\vec{E} = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$

$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}$, $E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}$

$\frac{\partial(-\frac{\partial\varphi}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(-\frac{\partial\varphi}{\partial y})}{\partial y} + \frac{\partial(-\frac{\partial\varphi}{\partial z})}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Це рівняння містить одну невідому функцію Розвязки таких рівннь розвязують за допомогою методів матфізики. При $\rho = 0$ зазначене рівняння називається ***рівнянням Лапласа***. Воно дозволяє розрахувати напруженість електричного поля за відсутності заряду.



3.4 Приклади розрахунку електричних полів за допомогою теореми Гауса

3.4.1 Заряджена площина (рис 1.21)

$\Phi_E = \frac{q_{\text{охопл}}}{\varepsilon_0}$, $q_{\text{охопл}} = \sigma \cdot S_{\text{осн}}$

$\Phi_E = \oint\limits_S Ed\vec{S} = 2\int\limits_{S_{\text{осн}}} \vec{E}d\vec{S} + \int\limits_{S_{\text{бічна}}} \vec{E}d\vec{S}$, $\int\limits_{S_{\text{бічна}}} \vec{E}d\vec{S} = 0$

Маємо площину, яка однорідно заряджена σ

$\vec{E} \perp d\vec{S}(S_{\text{бічн}})$, бо $\vec{E} \upuparrows ds$

$\Phi_E = \int\limits_{S_{\text{осн}}} Eds = 2ES_{\text{осн}} = \frac{\sigma S_{\text{осн}}}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

3.4.2 Заряджена нитка (рис. 1.22)

Нитка має густину заряд, r- найменша відстань від точки до нитки. поле однакове на сторонах циліндру

$\Phi_E = \frac{q_{\text{охопл}}}{\varepsilon_0}$, $q_{\text{охопл}} = \lambda h$

$\Phi_E = \oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_{S_{\text{бічна}}} \vec{E}d\vec{S} + 2\int\limits_{S_{\text{осн}}} \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_{S_{\text{бічна}}} \vec{E}d\vec{S} = Eh2\pi r = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$

$\int\limits_{S_{\text{осн}}} \vec{E}d\vec{S} = 0$ $(\vec{E} \perp d\vec{S})$

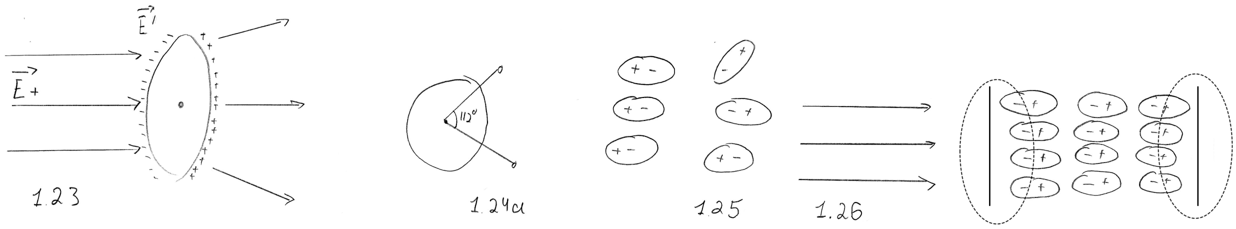
$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$$\varphi(r) = \varphi(r_0) - \int\limits_{r_0}^{R} E(r)dr$$

$$\varphi(r) = \varphi(r_0) - \int\limits_{r_0}^{r} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr = \varphi(r_0) - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}ln(\frac{r}{r_0})$$

4 Електричне поле в діелектриках

Діелектриками називають речовини, які не проводять електричний струм. В них відсутні так звані вільні заряди, які можуть переміщуватись в об'ємі цієї речовини, іншими словами всі заряди діелектрика локалізовані у межах атомів чи молекул. При розташуванні діелектрика в зовнішньому електричному полі спостерігається спотворення цього поля. (рис 1.23)



Спостерігаємо поле $\vec{E}'$ всередині (стає не таким, якби діелектрика не було, $\vec{E}' \neq \vec{E}$). Більше того, досліди показують, що $|E'| < E$. Поле $\vec{E}''$ поряд з діелектриком, але не всередині діелектрика, також спотворюється і $\vec{E}'' \neq \vec{E}$.

Очевидно, що поле $\vec{E}$ можуть змінити тільки заряди. Зміна поля в діелектрику відбувається внаслідок явища *полярізації*. На поверхні діелектрика створюються так звані полярізаційні заряди, які і спотворюють електричне поле. $\vec{E}''$ - полярізаційні заряди. Очевидно, щоб пояснити це явище необхідно звернути увагу на атомну будову речовини. Слід припустити, що під дією поля відбувається ефект полярізації атома, при чому це відбувається впорядковано, тобто всі атоми поляризуються однаковим чином, так що в сумі утворюються поверхневі макроскопічні заряди (заряди в атомі - мікроскопічні).

Молекула, наприклад, H_2O в цілому електронейтральна. Містить атом кисню та два атому водню, при чому у атому кисню більша спорідненість до електричного заряду, ніж у водню. Тому позитивні заряди зосереджені на кисні, а негативні на водні. (рис 1.24а)

В результаті отримаємо, що у молекули води центр розподілу додатнього і відємного заряду не співпадають. Іншими словами така молекула в електричному відношені представляє собою систему двох однакових за величиною зарядів протилежного знаку рознесених на певну відстань.

Розглядаємо систему за відсутності електричного поля. Така молекула може бути представлена сукупністю (рис 1.25)

Заряди молекл за відсутності поля орієнтуються хаотично. Якщо тепер ми таку систему внесемо в електричне поле $\vec{E}$, то під дією поля ми будемо мати таку систему, як на рис 1.26

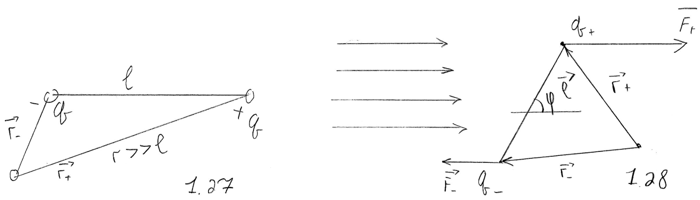
Тобто під дією зовнішнього електричного поля відбувається поляріаційне впорядкування зарядів в молекулах.

Всередині діелектрика система електронейтральна, а зовні утворюються макроскопічні додатні та відємні заряди. Це і є полярізаційні заряди. Це і є полярізаційне явище діелектрика.

У молекул H_2O, HCl, NH_3, ... - заряди не співпадають

4.1 Диполь

Диполем називають систему двох точкових зарядів однакових за величиною, але протилежних за знаком, які знаходяться на відстані ℓ. (рис. 1.27)



Ця система стане диполем, коли точка спостереження $r>>\ell$. Атоми, які мають різні центри розподілу заряду можна розглядати як диполі. Можемо ввести радіус вектор $\vec{\ell}=\vec{r}_+-\vec{r}_-$, що називається плече диполя. Позначимо $q=|q_+|=|q_-|$.

Додатній заряд диполя називать *зарядом диполя.*

$\vec{p_д}=q\vec{l}$- дипольний момент.

Ясно, що в однорідному електричному полі сила, яка діє на диполь зі сторони поля буде рівною нулю.

$\vec{F}=\vec{F}_++\vec{F}_-=q_+\vec{E}+q_-\vec{E}=q\vec{E}-q\vec{E}=0$ (система електронейтральна).

Сила, яка діє на диполь в однорідному елекричному полі = 0. Якщо поле не однорідне, то сила $\neq 0$.

Розгянемо диполь в однорідному електричному полі. (рис 1.28). $\vec{F}_+=q\vec{E}$, $\vec{F}_-=-q\vec{E}$ (протилежні за напрямком, прикладені до різних точок).

$q\ell=\vec{p}_д$

$\vec{M}=[\vec{r}_+\cdot\vec{F}_+]+[r_-\cdot\vec{F}_-]=[\vec{r}_+\cdot q\vec{E}]-[r_-\cdot q\vec{E}]=[q(\vec{r}_+-\vec{r}_-)\cdot\vec{E}]=[q\vec{l}\cdot\vec{E}]=[\vec{p}_д\cdot\vec{E}]$

Момент сили, який діє на диполь дорівнює векторному добутку дипольного моменту на вектор напруженості електричного поля .

$\vec{p}_д\upuparrows\vec{E}$, $\varphi=0$; $\vec{p}_д\uparrow\downarrow\vec{\mathrm{E}}$, $\varphi=\pi$.

Необхідно визначити, яка з орієнтацій буде стійкою. Робота, що виконується електричним полем при обертанні диполя:

$dA=-Md\varphi=-p_дEsin\varphi d\varphi$

$A=\int dA=-\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2}p_дEsin\varphi d\varphi=-p_дE\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2}sin\varphi d\varphi=-p_дE(-cos\varphi)|_{\varphi_1}^{\varphi_2}=(p_дEcos\varphi_2)-(p_дEcos\varphi_1)$

$(p_дEcos\varphi_2)$- кінцева енергія диполя, $(p_дEcos\varphi_1)$- початкова енергія диполя.

Енергія диполя в електричному полі $W=-\vec{p}_д\cdot\vec{E}$.

Роботу виконує поле за рахунок власної енергії, тому зміна роботи буде від'ємна по відношенню до зміни енергії.

Енергія диполя в електричному полі: $W=-p_дEcos\varphi$; $\varphi=0$, $W\to min$

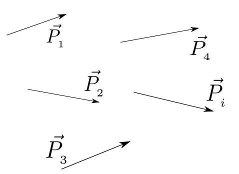
Крім полярних діелектриків, тобто діелектриків, молекули яких мають власний дипольний момент існують так звані неполярні діелектрики. Вони є симетричні. Наприклад, молекули O, He, H_2, $C\to P_д=0$, але якщо їх розташувати в зовнішньому електричному полі маємо $\vec{p}_д=\beta\varepsilon_0\vec{E}$.

Під дією зовнішньго електричного поля поля відбувається збурення електричних станів.

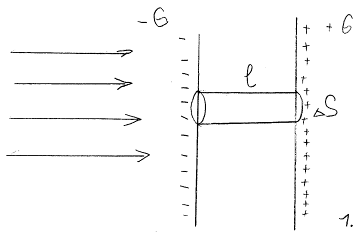
На неполярні діелектрики моменту нема, бо в них дипольний момент завди орієнтований вздовж $\vec{\mathrm{E}}$

4.2 Вектор полярізаці

Розглянемо діелектрик, молеули якого мають дипольний момент. (рис 1.29)



1.29



1.30

Сума $\vec{P}_v=\sum\limits_i\vec{P}_{д_i}$- повний дипольний момент системи атомів. $P_v\to V$

Введемо вектор полярізації $\vec{P}=\frac{\vec{P}_v}{V}$, $\vec{P}=\frac{1}{V}\sum\limits_i\vec{p}_{д_i}$

$\vec{P}$ не залежить від об'єму речовини, а залежить тільки від її фізичних властивостей, її стану

Якщо діелектрик неполярний, то $\vec{p}_{д_i}=\beta\varepsilon_0\vec{E}$ і $\vec{P}=\frac{1}{V}N\beta\varepsilon_0\vec{E}=n\beta\varepsilon_0\vec{E}$

$n\beta=\varkappa$- діелектрична сприйнятливість речовини

Для однорідного полярного діелектрика маємо

$P\approx n\frac{P_д^2}{3kT}E$ - середня величина поляризації.

$n\frac{P_д^2}{3kT}\leftrightarrow\varkappa\sim\frac{1}{T}$

Заполяризувати діелектрик тим важче, чим вища температура, тому діелектрична сприйнятливість обернено пропорційна до температури.

4.3 Звязок між вектором полярізації та полярізаційними зарядами

Візьмемо однорідний діелектрик у вигляді пластини. Розташуємо цей діелектрик в зовнішньому електричному полі, що перпендикулярне до площини пластини. Очевидно, що відбувається полярізація. На поверхні утворюються полярізаційні заряди. (рис 1.30)

Беремо ділянку діелектрику у вигляді циліндру. Диполний момент $P_\Delta V = Pl_\Delta S$, де P- вектор полярізації $l_\Delta S$ - об'єм.

З іншого боку $P_\Delta V = \sigma_\Delta Sl$, де $\sigma_\Delta S$ - заряд, l - плече.

Порівняємо праві частини цих виразів. Ми бачимо, що вектор полярізації у разі однорідного діелектрика дорівнює однорідному заряду. $P = \sigma \Rightarrow P_n = \sigma$- нормальна складова.

Розглянемо випадок неоднорідного діелектрика. Беремо маленьку вузьку ділянку dS, співнаправлену по формі до $\vec{E}$, яку можна вважати однорідною. Явище полярізації обумовлено перерозподілом заряду, але заряд зберігається, тому для виділеної ділянки ми можемо записати: $\oint \vec{P} d\vec{S} = -q$

В межах маленької ділянки поле буде однорідним. q можемо розташувати як $q = \int\limits_V \rho dV$.

З іншого боку за теоремою Остроградського-Гауса: $\oint \vec{P} d\vec{S} = \int div\vec{P} dV$.

Підставивши, маємо $\int div\vec{P} dV = -\int \rho_{\text{пол}} dV$,

$div\vec{P} = -\rho_{\text{пол}}$ - густина полярізаційного заряду.

4.4 Вектор електричної індукції.

Запишемо теорему Гауса для вектора напруженості електричного поля за умови присутності діелектрика.

(1) $\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q_{\text{стор}} + q_{\text{пол}})$

$(q_{\text{стор}} + q_{\text{пол}}) = q_{\text{охоп}}$

Внаслідок наявності електричного поля утворюється $q_{\text{стор}}$. Є явище полярізації. Ми зясували, що $-q_{\text{пол}} = \oint \vec{P} d\vec{S}$. Тепер, якщо ми врахуємо цей вираз для $q_{\text{пол}}$, з (1) $\oint (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q_{\text{стор}}$.

Ми бачимо, що незважаючи на явище полярізації під інтегралом стоїть така величина, потік якої визначається тілки стороннім зарядом.

$\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D}$ - вектор електричної індукції (вектор електричного зміщення)

4.5 Діелектрична проникність

Врахуємо, що величина вектора поляризації в лінійних середовищах прямопропорційна вектору напруженості електричного поля

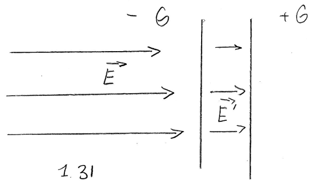
$\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}$

Врахуємо це і підставимо в формулу означення для $\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D}$

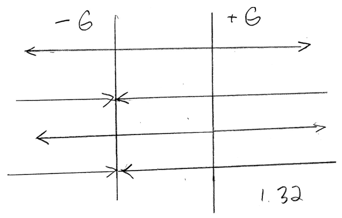
$1 + \varkappa = \varepsilon$- діелектрична проникність середовища.

$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$- виконується для лінійного однорідного середовища.

Зясуємо фізичний зміст діелектричної проникності. Для цього візьмемо діелектрик у вигляді пластини і розташуємо в зовнішньому електричному полі Е. (рис 1.31)



1.31



1.32

Для розрахунку $\vec{E}'$ використаємо принцип суперпозиції. $\vec{E}'$ має бути рівним сумі напруженостей зовнішнього поля та зарядами заряджених площин $\pm\sigma$(рис 1.32). $E_{\text{заряд.площин}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

В результаті $E' = E - \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \ \ \sigma = P$

$E' = E - \frac{p}{\varepsilon_0} \Rightarrow \ \varepsilon_0 E' = \varepsilon_0 - P$

$\varepsilon_0 E' + P = \varepsilon_0 E$

Очевидно, що P створює поле E$'$, те поле, яке створює діелектрик

$P = \varepsilon_0 \varkappa E'$

$\varepsilon_0 E' + \varepsilon_0 \varkappa E' = \varepsilon_0 E$

$(1 + \varkappa)E' = E$

$\varepsilon E' = E$

$\varepsilon = \frac{E}{E'}$

Діелектрична проникність показує у скільки разів діелектрик послаблює електричне поле (E-поле, без діелектрика, E'-поле за наявності діелектрика)

4.6 Теорема Гауса для вектора електричної індукції

Потік вектора електричної індукції пропорціний охопленому сторонньому заряду.

$\oint \vec{D} d\vec{S} = q_{\text{стор.охопл}}$

$\oint \vec{D} d\vec{S} = \int div \vec{D} dV$

$q_{\text{стор.охопл}} = \int \rho_{\text{стор.охопл}} dV$ - за теоремою Остроградського-Гауса

$\int div \vec{D} dV = \int \rho_{\text{стор.охопл}} dV$

$div \vec{D} = \rho_{\text{стор.охопл}}$- Теорема Гауса для вектора електричної індукції в диференційній формі.

Виконання теореми Гауса означає, що для точкового стороннього заряду:

$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2} \vec{e}_r = \vec{E} \varepsilon \varepsilon_0$

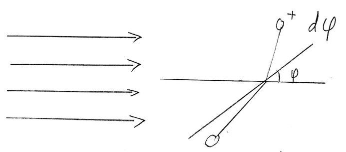
В середовищі для точкового заряду $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \vec{e}_r$.

Очевидно, що потенціал $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$.

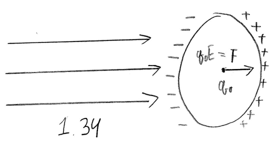
Взаємодія двох точкових зарядів в однорідному середовищі модифікує закон Кулона: $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\vec{r}_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$

В діелектрику відбувається також зміна взаємодії між зарядів $dA = -pEsin\alpha d\varphi$

$A = \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} -PEsin\alpha d\varphi = PEcos\varphi_2 - PEcos\varphi_1; \quad P = \sigma$



1.33



1.34

5 Провідники в електричному полі

Провідником називають речовину, яка містить вільні заряди та здатна проводити електричний струм. Вільні заряди можуть вільно переміщуватись в межах об'єму всього провідника.

Розглянемо провідник в зовнішньому електричному полі $\vec{E}$. На нього діє сила $\vec{F} = q_0 \vec{E}$ і він рухається. Під дією сили $\vec{F}$ буде відбуватися перерозподіл зарядів в провіднику, і цей перерозподіл буде відбуватись до тих пір, поки напруженість електричного поля в середині провідника не буде дорівнювати нулю.

Коли $\vec{E} \neq 0$ в полі буде існувати струм, що суперечить закону збереження енергії. Отже, $\vec{E} = 0$. Компенсація поля відбувається за рахунок перерозподілу зарядів так, що на поверхні виникають поверхневі заряди. В результаті маємо таку ситуацію (рис 1.34)

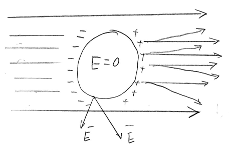
Якщо поле всередині провідника однакове, відсутнє і дорівнює нулю, то $\varphi = const$; $\vec{E} = -grad(const) = 0$.

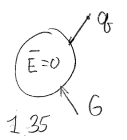
Потенціал точок поверхні провідника також однаковий і його називають потенціалом провідника.

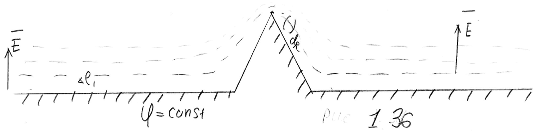
$\vec{E} \upuparrows \vec{n}, \quad \vec{E}_\tau = 0$

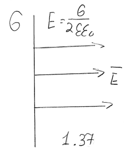
У випадку зарядженого провідника.

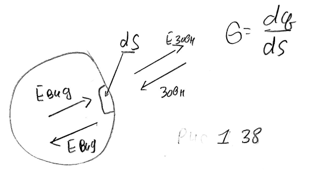
Маємо провідник, якому надали заряду q всередині провідника поле дорінює нулю, отже заряд розподілиться по поверхні. (рис 1.34a) $\sigma = \frac{dq}{dS}$. Візьмемо провідник (рис 1.35, 1.36)











$E_л = \frac{d\varphi}{dl}$- найменша відстань між сусідніми еквіпотенціальними поверхнями

$E_л$на рис 1.36 $\gg E$, бо $_\triangle l_2 \ll_\triangle l_1$

5.1 Тиск, що поле чинить на поверхню зарядженого провідника

Оберемо ділянку $d\ell$. (рис 1.37 , 1.38).

E=$\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$; $\sigma = \frac{dq}{dS}$;

$E_в = 0$;

$\vec{E}_в = \vec{\mathrm{E}}_{вд} + \vec{\mathrm{E}}_{взагал}$

$\vec{\mathrm{E}}_{вд} = -\vec{\mathrm{E}}_{взагал}$

Зі сторони електричного поля залишку на ділянку діє електрична сила. Поле, що утворює весь провідник на ділянці за виключенням самої ділянки:

$E = 2E_{зд} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$

Очевидно, що на ділянку зі сторони електричного поля залишку діє пандемоторна сила

$dF = E_{зал}dq = E_{зал}\sigma ds$

$p = \frac{dF}{dS}$- тиск.

$p = E_{зал}\sigma = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$

P = $\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$

За величиною тиск на поверхні зарядженого провідника співпадає за вличиною з густиною електриного поля.

5.2 Ємність віддаленого провідника

За означенням ємність провідника визначається за формулою $C = \frac{q}{\varphi_{пр}}$

Розгянемо маленьку ділянку зарядом dq. (рис 1.39).

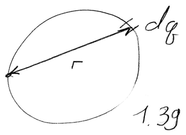
$dq = \sigma dS$

$\sigma = kq = k(x, y, z)q$

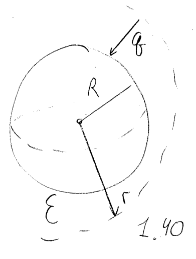
$\varphi = \int\limits_S \frac{dq}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \int\limits_S \frac{k(x,y,z)dS}{r}$

$C = \frac{q}{\varphi_{пров}} = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\int\limits_s \frac{k(x,y,z)dS}{r}}$

$k(x, y, z)$- геометричний фактор. Ємність провідника залежить від ε та геометричної форми провідника.



1.39



1.40

5.3 Ємність провідника сферичної форми (рис 1.40)

Всередині провідника $r < R \Rightarrow E = 0$

Ззовні провідника $r \geq R \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$

$\Phi_D = D4\pi r^2$

$q_{oxon} = q$

$\Phi_D = q_{oxon}$

$D \cdot 4\pi r^2 = q$

$D = \frac{q}{4\pi r^2}$

$E = \frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$

$\varphi(r) = \varphi(r_0) - \int\limits_0^r Edr$

$r_0 = \infty$

$\varphi(r) = -\int\limits_\infty^r \frac{qdr}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}|_\infty^R = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$

$\varphi(r = R) = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$

$C = \frac{q}{\varphi_{\text{пр}}} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$

$C_{\text{землі}} = 4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^-12 \cdot 6.4 \cdot 10^6 = 6 \cdot 10^{-4}(\text{Фарад})$

$[C] = 1\Phi = \frac{1\text{кл}}{1\text{В}}$

5.4 Енергія електричного поля віддаленого провідника

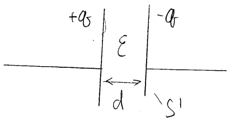
Вважаємо, що він має ємність С. Порахуємо енергію електричного поля провідника. Очевидно, вона рівна роботі при зарядженні провідника, $W = A$. Зарядимо його шляхом надання йому посліовними порціями заряду dq.

$dA = \varphi dq = \frac{q}{C}dq$

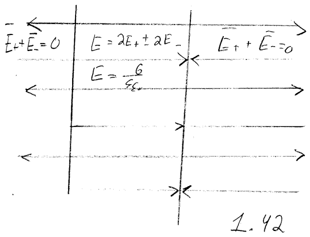
$A = \int\limits_0^q dA = \int\limits_0^q \frac{qdq}{C}$

$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}$

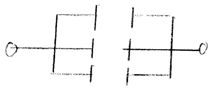
- *Конденсатор* - це пристрій для накопичення електричного заряду. Містить два чи більшу кількість електродів, розділених між собою діелектриком.
- Плоский конденсатор має електроди у вигляді пластин. (рис 1.41)
- *Заряд конденсатора* $q_\text{к} = |q|$
- Напруга між пластинами називається *напругою на конденсатрі.* $q = \sigma S$; $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$
- *Ємність конденсатора* визначаєтья з відношення заряду до напруги конденсатора $C = \frac{q}{U}$, $U = Ed$, $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$



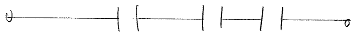
1.41



1.42



1.43



1.44

5.5 З'єднання конденсаторів

5.5.1 Паралельне (рис.1.43)

$U_1 = U_2 = U_3$

$q = q_1 + q_2 + q_3$

$C = C_1 + C_2 + C_3$

5.5.2 Послідовне (рис. 1.44)

$q_1 = q_2 = q_3 = q$

$U = U_1 + U_2 + U_3$

$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3}$

5.6 Енергія електричного поля коненсатора.

Переносимо dq від однієї пластини до іншої. Електричне поле всередині конденксатора є однорідне.

$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$

5.7 Густина енергії електричного поля.

$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\frac{E^2 d^2}{2}$

$U = Ed$, d- відстань між пластинами.

$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V$

$w_E = \frac{W}{V}$- густина енергії електричного поля.

$[w_E] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$

$w_E = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$

$\varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} = \vec{D}$

$w_E = \frac{\vec{D}\vec{E}}{2}$

$w_E = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}$

$w = \int\limits_V w_E dV = \int\limits_V \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}^2}{2} dV$

6 Електричний струм

Електричним струмом називається впорядкований рух заряджених частинок - носіїв струму при якому відбувається перенесення заряду. Носіями струму є:

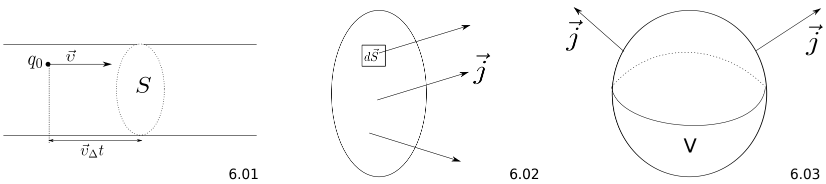
- електрони в металах,
- електрони та дірки в напівпровідниках,
- йони та електрони в газах та рідинах.

Через переріз провідника S буде перенесено заряд. За час $_\triangle q \to {}_\triangle t$.

Інтенсивність визначається з відношення $I = \frac{_\triangle q}{_\triangle t}$, $\;_\triangle t \to 0$, $I = \frac{dq}{dt}$

$[I\ ]=$ кл/c=A

Величина перенесеного заряду $dq = Idt => q = \int\limits_0^t Idt$



6.01 6.02 6.03

6.1 Вектор густини струму

Розглянемо провідник зі струмом перерізу S. очевидно, що

$I = \frac{_\triangle q}{_\triangle t}$.

$\vec{v}$- швидкість впорядкованого руху

$_\triangle q = q_{0\triangle} N = q_0 n_\triangle V = q_0 n S v \Delta t$

$I = q_0 n S v$

$\vec{j}$- густина струму $j = \frac{I}{S}$, $\;j = q_0 n v\; \vec{j} = q_0 n \vec{v}$.

$\vec{j}$ - вектор що співпадає з напрямом струму

Якщо I -скаляр, то $\vec{j}$ - вектор. Якщо сила струму - інтегральна характеристика, то густина - локальна характеристика електричного струму

$\vec{j} = \vec{j}_+ + \vec{j}_- = q_+ n_+ \vec{V}_+ + q_- n_- \vec{V}_-$

Маємо середовище (рис 6.02)

Можемо розрахувати силу струму через цю поверхню як потік вектора $\vec{j}$

$I = \oint \vec{j} d\vec{S}$

6.2 Рівняння неперервності

Розглянемо замкнену поверхню. Будемо вважати що в середовищі тече струм, отже в усіх точках є вектор $\vec{j}$. Тоді через всю поверхню S за час $_\triangle t$ буде перенесено заряд $_\triangle q_{\text{перенес}} = _\triangle t \oint \vec{j} d\vec{S}$

Отже, об'єм, обмежений поверхнею, набуде заряду. Тоді $_\triangle q = -_\triangle q_{\text{перенес}}$

В результаті маємо, що для виділеного об'єму виконується рівність $_\triangle q = -_\triangle t \oint \vec{j} d\vec{S}$.

$_\triangle t \to 0$

$\oint \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$

$q = \int\limits_V \rho dV$

$\oint \vec{j}d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\int\limits_V \rho dV$

Отримали диференційне рівняння, що називають рівнянням неперервності електричного струму в інтегральній формі

це рівняння є наслідком закону збереження заряду

Врахуємо, що за теоремою Гауса

$\oint \vec{j}d\vec{S} = \int\limits_V div\vec{j}dV.$

Похідну $\frac{d}{dt}$ можемо внести під знак інтегралу, тому що форма виділеної нами ділянки не залежить від часу

$\frac{d}{dt}\int\limits_V \rho dV = \int\limits_V \frac{\partial\rho}{\partial t}dV$

Рівняння неперервності набуває вигляд: $\int\limits_V div\vec{j}dV = -\int\limits_V \frac{\partial\rho}{\partial t}dV;\quad div\vec{j} = -\frac{\partial\rho}{\partial t};\quad \frac{\partial\rho}{\partial t} + div\vec{j} = 0\quad \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = 0$

Якщо маємо стаціонарне поле $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0,\quad div\vec{j} = 0$

для лінійних середовищ виконується закон Ома: $\vec{j} = \sigma\vec{E}.$

Введемо провыдність $\sigma = \frac{1}{\rho}$, де ρ- питомий опір речовини.

$\sigma(x, y, z) = const$

$div\vec{j} = \sigma div\vec{E}$

$div\vec{E} = 0,\ div\vec{E}_{\text{ел}} = 0$

Оскільки рівняння тотожні за відсутності заряду то поле $\vec{E}$ для стаціонарної струмової задачі є тотожним електростатичному полю. І для цього поля $\vec{E}$ можна ввести потенціал φ , причому $\vec{E} = -grad\varphi$

6.3 Закон Ома

Закон Ома виконується для однорідних металевих провідників правильної форми, наприклад циліндричної - дротина. Експерементально Ом встановив, що сила струму в провіднику прямопропорційна напрузі $I \sim U$.

Коефіцієнт пропорційності записують як $\frac{1}{R}$; $I = \frac{U}{R}$

Опір провідника $R = \rho\frac{l}{S}$

$[R]$= 1 Ом

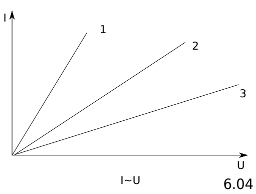
$[\rho]$= Ом · м

Для правильного провідника при протіканні постійного струму $U = El$, $I = jS$

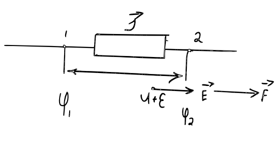
Підставимо ці вирази в закон Ома: $jS = \frac{S}{\rho l}El;\quad j = \frac{E}{\rho}$

$\vec{j} = \sigma\vec{E}$, де σ - провідність, $\sigma = \frac{1}{\rho}$

$\vec{j} = -\sigma grad\varphi$- закон ома в диференційній формі (закон Ома - локальний)



6.04



6.05

6.4 Максвелівська релаксація

Запишемо рівняння неперервності.$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div\vec{j} = 0$

Нехай ми маємо однорідний провідник, тоді $\vec{j} = \sigma\vec{E}$

$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div\sigma\vec{E} = 0$

$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \sigma div\vec{E} = 0$

$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

за теоремою Гауса $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\rho\sigma}{\varepsilon_0} = 0$

$\rho(t) = \rho(t=0)e^{-\frac{t}{\tau}}$. (Зауваження: тут ρ - це густина заряду, а не питомий опір)

$\tau = \frac{\varepsilon_0}{\sigma}$

За час $t = \tau$, ρ змінюється в e разів. Такий час τ називається часом релаксації. Для металевих провідників τ має величину порядка $\tau \sim 10^{-14}$. Сам процес називають релаксацією Максвела.

6.5 Робота електричного струму

При проходжені струму виконується робота $_\triangle A = U_\triangle q = UI_\triangle t$

Для U та I виконується закон $_\triangle I = \frac{1}{R}U$

$_\triangle A = \frac{U^2}{R}{}_\triangle t$

Якщо під час проходження струму не відбувається хімічних реакцій та провідник не виконує механічної роботи, робота поля сили струму йде на нагрівання провідника, при цьому $_\triangle Q = I^2R_\triangle t$ - закон Джоуля-Ленца.

$I = j_\triangle S$,

$R = \rho\frac{l}{S}$

$_\triangle Q = j_\triangle^2 S^2 \rho \frac{_\triangle l}{_\triangle S}{}_\triangle t = \rho j_\triangle^2 S_\triangle l_\triangle t = \rho j_\triangle^2 V_\triangle t$

$\frac{_\triangle Q}{_\triangle V_\triangle t} = q$ - швидкість виділення теплоти в одиничному об'ємі.

$q = \rho j^2$- диференціальний запис закону Джоуля-Ленца.

$j = \frac{1}{\rho}E; \quad q = jE; \quad q = \frac{E^2}{\rho}$

6.6 Сторонні сили

Розглянемо замкнений лінійний провідник (рис 6.06). Нехай по ньому тече постійний струм. Це означає, що має існувати електричне поле.

$A = \oint \vec{F}_{\text{ел}} d\vec{l} = q_0 \oint \vec{E} d\vec{\ell} = 0$ -робота сили Кулона

Струм є, а робота по замкненій ділянці всього провідника = 0, але при проходжені струму має виділятися Q. Отже в замкненому провіднику не може існувати струм тільки завдяки дії електричних сил, бо електричне поле потенціальне. Забеспечити проходження струму мають забезпечити сторонні сили.

$\oint \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = A_{\text{ст}}$

Очевидно, що ми можемо ввести вектор поля сторонніх сил, як $\vec{E}_{\text{ст}} = \frac{\vec{F}_{\text{ст}}}{q_0}$

$Q = A_{\text{ст}}$

6.7 Закон Ома для ділянки кола з ЕРС

На носій діють дві напруженості поля $\vec{E}_{\text{ел}}$ та $\vec{E}_{\text{ст}}$

$\vec{j} = \sigma(\vec{E}_{\text{ел}} + \vec{E}_{\text{ст}}) = \frac{1}{\rho}(\vec{E}_{\text{ел}} + \vec{E}_{\text{ст}})$

Введемо силу струму. Маємо

$\frac{I\rho}{S} = E_{\text{ел}} + E_{\text{ст}}$

$\frac{I\rho dl}{S} = E_{\text{ел}}dl + E_{\text{ст}}dl$

$I\rho\int_1^2 \frac{dl}{S} = \int_1^2 E_{\text{ел}}dl + \int_1^2 E_{\text{ст}}dl$

$\rho\int_1^2 \frac{dl}{S} = R_{12}$

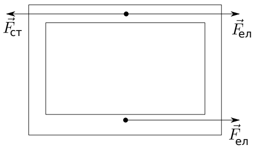
$\int_1^2 E_{\text{ел}}dl = \varphi_1 - \varphi_2$

$\int\limits_1^2 E_{\text{ст}} dl = \varepsilon_{12}$- електрорушійна сила.

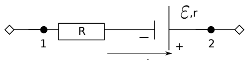
$\int\limits_1^2 F_{\text{ст}} dl = q_0 \varepsilon_{12} = A_{\text{ст}};$

$\varepsilon_{12} = \frac{A_{\text{ст}}}{q_0}$

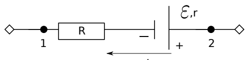
$U = IR$



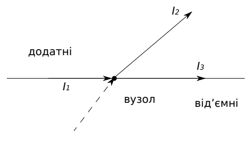
6.06



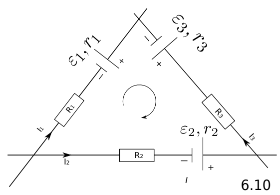
$\varphi_1 - \varphi_2 = I(R + r) - \varepsilon$ 6.07



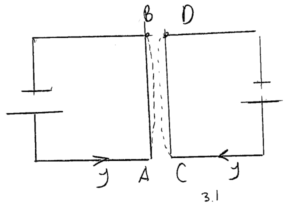
$\varphi_1 - \varphi_2 = I(R + r) + \varepsilon$ 6.08



6.09



6.10



6.8 Правила Кірхгофа

Правила Кіргофа застосовують для розгалуження для розрахунку напруг та струмів в колах, які містять розгалуження струму. *Вузлами* називаються точки сходяться більше, ніж 2 провідники. Наприклад маємо вузол (рис 6.09). Струми, що входять в вузол вважаємо додатніми, струми, що виходять - від'ємними.

6.8.1 Перше правило Кіргофа

Є наслідком закону збереження заряду. За правилом $\sum\limits_i I_i = 0, \quad I_1 - I_2 - I_3 = 0$

В вузлах не накопичується заряд, тому весь заряд, який ввійшов в вузол має з нього вийти. (рис 6.10)

При розгляді застосування другого правила Кіргофа ми маємо здійснювати обхід по замкненому колу і напрям має бути один. Зазвичай обирають напрям за годинниковою стрілкою.

Знак отримається тільки в результаті розрахунку, тому ми умовно ставимо напрямки для сил струмів. Оберемо напрямок за годинниковою стрілкою.

$I_1(R_1 + r_1) - I_3(R_3 + r_3) - I_2(R_2 + r_2) = \varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2$

6.8.2 Друге правило Кіргофа

Для замкненої ділянки ланцюга сума падінь напруги має бути рівна сумі ЕРС на цій замкненій ділянці. При цьому напрям обирається за годинниковою стрілкою. Напруга на окремій ділянці є додатньою, якщо напряок сили струму співпадає з напрямком обходу і ЕРС ділянки вважається додатньою, якщо при обході ми йдемо з «-» батареї до «+». На схемах «+» більша горизонтальна лінія, «-» - менша.

7 Магнітне поле

Між рухомими зарядами, провідниками зі струмом, а також твердими тілами - носіями магнетзму виникає так-звана магнітна взаємодія, яка відмінна від кулонівської електричної взаємодії. Проілюструємо це прикладом. На ділянках AB CD струми тотожні і мають однаковий напрямок. Досліди показують, що за умови проходження струму провідники притягуються. (рис 3.1) Оскільки схеми підлючення AB і CD симетричні, то будь-яке проходження струму призвело б до утворення неоднорідних зарядів. Через симетрію зарядів (вони були б одного знаку) ці провідники б відштовхувались - отже, взаємодія не Кулонівська. Експерементально було встановлено, що сила взаємодії між паралельними тонкими струмами визначається за формулою

$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b} {}_{\Delta}\ell$ - закон Ампера.

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$

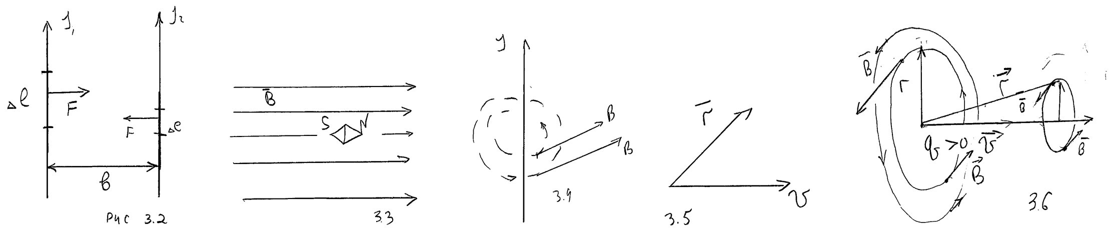
μ_0- магнітна стала.

I_1, I_2 - струми в провідниках, які ми вважаємо тонкими (діаметр провідна делеко менший відстані між ними) (рис 3.2, 3.3, 3.4)

Сила $\vec{F}$ прикладена до ділянки $_\Delta\ell$

Закон Ампера є фундаментальним законом, а вся теорія побудована так, щоб задовільнити цьому закону. Зрозуміло, що струми не діють один на одного безпосередньо, а взаємодія здійснюється завдяки магнітному полю. Струм I_2 утворює в оточуючому середедовищі магніне поле, яке чинить силову дію на провідник зі струмом I_1. I_1 також створює поле,що діє силою на I_2. Магнітне поле характеризують вектором магнітної індукції $\vec{B}$. (рис. 3.3) Розподіл поля здійснюють за допомогою ліній магнітної індукції, так що дотична до ліній в будь-якій точці має співпадати з вектором магнітної індукції $\vec{B}$. Напрямок магнітного поля можна визначити за допомогою магнітної стрілки. Вектор $\vec{B}$ відповідає напрямку від S до N. Напрямок ліній магнітної індукці для провідника зі струмом можна визначити за допомогою правила *Буравчика.* Обертання свердлика має здійснюватися в такий спосіб, щоб свердлик переміщувався вздовж струму. (рис. 3.4) Напрям повороту ручки - це напрям $\vec{B}$. Лінії магнітної індукції - це концентричні кола, які лежать в площині, перпендикулярній провіднику зі струмом і центри цих кіл знаходяться на провіднику. Індукція магнітного поля задовільняє принципу суперпозиції $\vec{B} = \sum\limits_i \vec{B}_i$. Результуючий вектор в даній точці дорівнює сумі векторів індукції кожного з джерел магнітного поля.

В СІ [B] вимірються в Теслах.



7.1 Індукція магнітного поля рухомого заряду

Магнітне поле утворюють рухомі заряди. Розглянемо заряд величиною q, який рухається зі швидкістю $\vec{v}$. нас цікавить індукція магнітного поля рухомого заряду в точці з радіус-вектором $\vec{r}$. Очевидно, що вектор магнітної індукції $\vec{B}$ залежить від швидкості $\vec{v}$ та РВ $\vec{r}$ (рис 3.5, 3.6)

$\vec{B} \sim q, \vec{v}, \vec{r}$

$q \uparrow \Rightarrow \vec{B} \uparrow$

$\vec{v} \uparrow \Rightarrow \vec{B}$

$\vec{B} \sim q\vec{v}$

$\vec{r} \uparrow \Rightarrow \vec{B} \downarrow$

$\vec{B} \sim \frac{q[\vec{v}\vec{r}]}{r^3}$

$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}\vec{r}]}{r^3}$

Ми можемо намалювати розподіл поля (рис 3.6)

Бачимо, що лінії магнітної індукції є кільця перпендикулярні $\vec{v}$, в центрі лежать на осі, вздовж якої рухається заряд, а щільність ліній нагадує структуру "веретино" .

7.2 Закон Біо-Савара-Лапласа

Закон Біо-Савара-Лапласа дозволяє розрахувати індукцію магнітного поля довільного провіднка зі струмом (рис 3.7). Розглянемо довільний тонкий провідник, по якому тече струм. Візьмемо маленьку ділянку провідника довжиною $d\ell$. Зрозуміло, що ця ділянка містить рухомі заряди, кожен з яких є джерелом індукції магнітного поля.

$d\vec{B} = \sum\limits_i d\vec{B}_i = dN \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_0[\vec{v} \cdot \vec{r}]}{r^3} = nSd\ell \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_0[\vec{v} \cdot \vec{r}]}{r^3}$

n- концентрація

dN кількість частинок в $d\ell$

$d\vec{B}_i$- це індукція магнітного поля кожного рухомого заряду виділеної ділянки.

$\vec{j} = qn\vec{v}$

$d\vec{B} = S \cdot d\ell \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{j} \cdot \vec{r}]}{r^3}$

$I = S \cdot j$

Введемо вектор напрямку ділянки $d\vec{\ell}$, який має співпадати за напрямком з $\vec{j}$

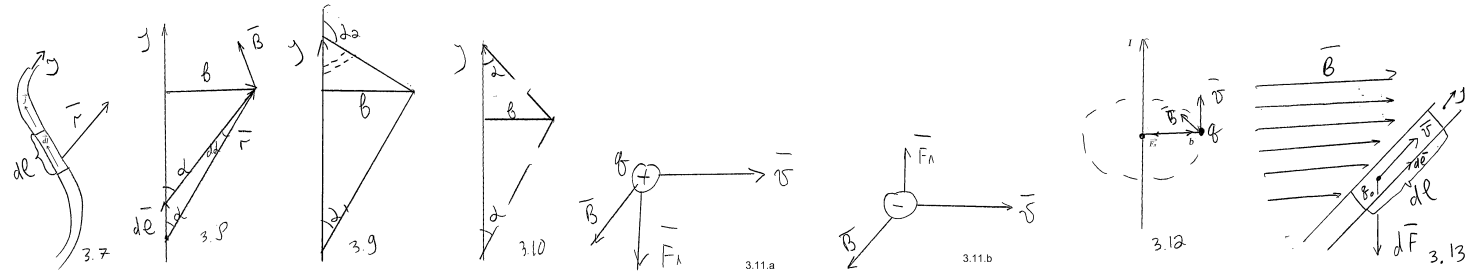
$|d\vec{\ell}| = d\ell$

$d\vec{\ell} \upuparrows \vec{j}$

$d\vec{B} = Sj\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[d\vec{\ell}\cdot\vec{r}]}{r^3}$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot[d\vec{\ell}\cdot\vec{r}]}{r^3}$- закон Біо-Савара-Лапласа

$\vec{B} = \int\limits_l d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_l \frac{I[d\vec{\ell}\cdot\vec{r}]}{r^3}$



7.3 Розрахунок індукції магнітного поля лінійного провідника зі струмом

(рис 3.8)

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\vec{\ell}\vec{r}]}{r^3}$

$d\vec{B} \upuparrows \vec{B}$

$B = \int dB$ (усі вектори колінеарні і напрямлені в одну сторону, тому скаляр)

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot d\ell\cdot rsin\alpha}{r^3}$

$r = \frac{b}{sin\alpha}$

$d\ell \cdot sin\alpha = rd\alpha$

$dl = \frac{b\cdot d\alpha}{sin^2\alpha}$

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot I \cdot \frac{\frac{b\cdot d\alpha}{sin^2\alpha}\cdot\frac{b}{sin\alpha}\cdot sin\alpha}{\frac{b^3}{sin^3\alpha}}$

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{b}\cdot sin\alpha\cdot d\alpha$

Маємо провідник зі струмом. (рис 3.9, 3.10)

$B = \int\limits_{\alpha 1}^{\alpha_2}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}(-cos\alpha)|_{\alpha_1}^{\alpha_2}$

$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{B}\cdot(cos\alpha_1 - cos\alpha_2)$

$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{b}\cdot 2cos\alpha$

$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = \pi$

$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I}{b}$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$

7.4 Сила Лоренца. Ня =)

Сила Лоренца - це та сила, з якою магнітне поле діє на рухомий заряд.

$\vec{B}$, q, $\vec{v}$. Треба організувати вектор сили.

$\vec{F} \sim \vec{B}$

$|\vec{F}| \sim q$

$\vec{F} \sim \vec{v}$

$\vec{F}_л = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]$

Ми приходимо до висновку, що це є сила Лоренца, наприклад, рис 3.11

Маємо заряд на відстані b, що рухається зі швидкістю v вздовж провідника. Сила, що діє на заряд - це сила Лоренца. (рис 3.12)

$F_л = qvB = qv\frac{\mu_0 I}{2\pi b}$

7.5 Сила Ампера

Розглянемо провідник зі струмом I. Розмістимо його в однорідному магнітному полі $\vec{B}$ (рис 3.13)

$\vec{F}_л = q_0[\vec{v}\vec{B}]$

$d\vec{F} = \sum\limits_i \vec{F}_i = dN \cdot q_0[\vec{v}\vec{B}] = n \cdot S \cdot d\ell \cdot q_0[\vec{v} \cdot \vec{B}]$

$\vec{j} = n \cdot q_0 \cdot \vec{v}$

$d\vec{F} = S \cdot d\ell[\vec{j}\vec{B}] = s \cdot j \cdot [d\vec{\ell} \cdot \vec{B}]$

$d\vec{\ell} \upuparrows \vec{j}$

$d\vec{F} = I[d\vec{\ell} \cdot \vec{B}]$- це і є *сила Ампера*

Очевидно, коли ми маємо довільний провідник, що знаходиться в довільному магнітному полі 3.14

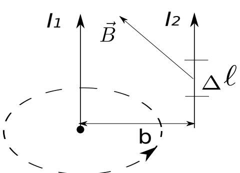
$\vec{F} = \int\limits_\ell d\vec{F} = I\int\limits_\ell [d\vec{\ell}\vec{B}]$

для лінійного провідника $\vec{B} = const$

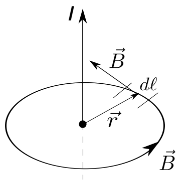
$\vec{F} = I[\int d\vec{\ell}, \vec{B}] = I[\vec{\ell}\vec{B}]$

$F = B \cdot I \cdot \ell \cdot sin\alpha$

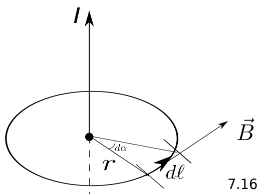
$\alpha = (\vec{\ell}, \hat{\vec{B}})$



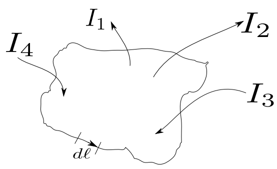
7.14



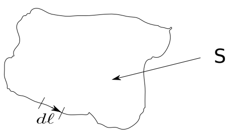
7.15



7.16



7.17



7.18

7.6 Теорема Стокса для вектора індукції магнітного поля

Розглянемо провідник зі струмом (рис 7.14). Він утворює навколо себе лінії концентричні струму. Здійснимо обхід по лінії індукції. При здійснені такого обходу $\oint \vec{B}d\vec{\ell} = \oint Bd\ell = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\oint d\ell = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\ell = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}2\pi r$ (рис 7.15)

$\vec{B} \upuparrows d\vec{\ell}$

$\oint \vec{B}d\vec{\ell} = \mu_0 I$, I - джерело поля.

Узагальнемо це відношення на випадок довільного контуру. Розглянемо довільний контур, який лежить у площині, що перпендикулярна провіднику зі струмом. (рис 7.16)

$\oint \vec{B}d\vec{\ell} = \vec{B}d\vec{\ell} = B(d\ell)_B$

$(d\ell)_b \rightarrow$проекція $d\vec{\ell}$на $\vec{B}$

$(dl)_B = r \cdot d\alpha$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint B \cdot r \cdot d\alpha = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\alpha = \mu_0 I$

Теорема Стокса: циркуляція вектора індукції магнітного поля дорівнює $\oint \vec{B}d\vec{\ell} = \mu_0 I$, де I - загальна сила струму, що пронизує контур, по якому розраховується циркуляція. (рис 7.17)

$\oint \vec{B}d\vec{\ell} = \oint \sum\limits_i \vec{B}_i d\vec{\ell} = \sum\limits_i \oint \vec{B}_i d\vec{\ell} = \sum\limits_i \mu_0 I_i$

$\sum\limits_i I_i = i$

$\oint \vec{B}d\vec{\ell} = \mu_0 \sum\limits_i I_i$

7.7 Теорема Стокса для вектора індукції магнітного поля в диференціальній формі.

Запишемо в інегральній формі $\oint \vec{B}d\vec{\ell} = \mu_o I$

Очевидно, що $I = \int \vec{j}d\vec{S}$

Поверхня S - це поверхня, яку натягнуто на контур (рис 7.18).

$$\oint_{(\ell)} \vec{B}d\vec{\ell} = \mu_0 \int_{(S)} \vec{j}d\vec{S}$$

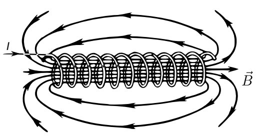
$$\oint_{(\ell)} \vec{B}d\vec{\ell} = \int_{(S)} rot\vec{B}d\vec{S}$$

Математична теорема стокса. Застосуємо її для розрахунку циркуляції вектора $\vec{B}$.

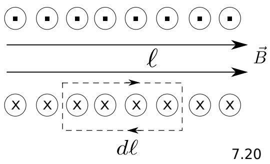
$$\int_{(S)} rot\vec{B}d\vec{S} = \mu_0 \int_{(S)} \vec{j}d\vec{S}$$

$$rot\vec{B} = \mu_0\vec{j}$$

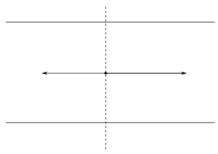
$$\mu_0 j = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \vec{i}(\frac{\partial \mathrm{B}_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}) - \vec{j}(\frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z}) + \vec{k}(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y})$$

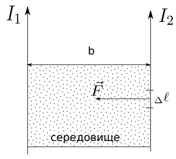


7.19

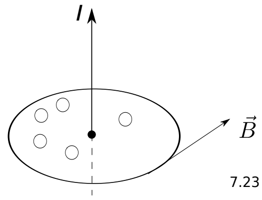


7.20


7.21



7.22



7.23

7.8 Поле Соленоїда.

Соленоїд - це пристрій, який використовують для накопичення енергії магнітного поля. Представляє собою провідник, який з однорідною щільністю намотаний на циліндричну поверхню. (рис 7.19, 7.20)

Пропустимо через соленоїд струм I. Розглянемо переріз площиною, що проходить через вісь соленоїда.

Вибираємо контур для розрахунки циркуляції B. ($\cdot$- струм виходть, x - струм входить.)

$\oint \vec{B}d\vec{\ell} = B\ell$

$\oint \vec{B}d\vec{\ell} = \mu_{0\Delta} NI$

$B\ell = \mu_0 n\ell I$

$B = \mu_0 nI$ - формула для індукції магнітного поля нескінченно довгого соленоїда.

${}_\Delta N = n\ell$

На осі індукція магнітного поля $B_{\text{к}} = \frac{1}{2}\mu_0 nI$ (рис 7.21)

$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$, L - довжина котушки

7.9 Магнітне поле в середовищі

Розглянемо 2 паралельні провідники I_1 та I_2

$F \sim \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b} {}_\Delta\ell$

$F = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b} {}_\Delta\ell$

μ змінює силу взаємодії. (рис 7.22)

Силову дію чинить магнітне поле, отже слід припустити, що в середовищі змінюється індукція магнітного поля. Ми вимушені припустити, що сила $\vec{B}$ викликана мікрострумами на атомному рівні.

$\vec{B} = \vec{B}_I + \vec{B}'_{\text{мікрострум}}$

μ може бути більше 1, тоді $\vec{B}$ зростає... Мікроструми можуть мати протилежні напрямки. (рис 7.23)

7.10 Магнітний диполь

Розгянемо замкнений контур зі струмом. *Магнітним моментом (магнітним диполем)* називаєься добуток сили струму на площу контуру.

$P_M = IS$

$\vec{P}_M = IS\vec{n}$, де $\vec{n}$ -вектор нормалі до контуру.

$\vec{P}_M$ має напрямок вздовж нормалі. Очевидно, що на магнітний дипоь діє механічний момент сил зі сторони зовнішнього магнітного поля $\vec{M} = [\vec{P}_M \vec{B}]$.

Енергія магнітного диполя $E = -\vec{P}_M \vec{B}$.

Якщо в середовищі під дією зовнішнього магнітного поля утворюються замкнуті мікроструми, то кожний з таких струмів є магнітним дипольним моментом і точка середовища набуває дипольного моменту

7.11 Вектор намагніченості

Намагнічена речовина - це речовина , яка внесена в зовнішнє магнітне поле набуває магнітного моменту

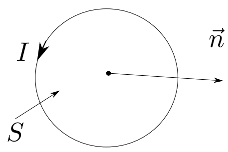
$\vec{M}_{\text{маг}} = \sum\limits_i \vec{P}_{mi}$

$\vec{M}_{\text{маг}} \ \triangle V$

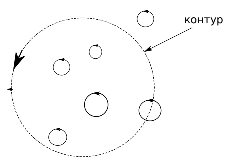
$\vec{M} = \frac{\vec{M}_{\text{маг}}}{\triangle V}$

$\vec{m} = \frac{1}{\triangle V} \sum\limits_i \vec{P}_{\text{маг}}$

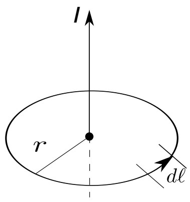
$\vec{m} = n\vec{p}_o$



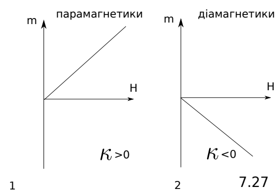
7.24



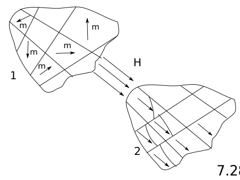
7.25



7.26



7.27



7.28

7.12 Напруженість магнітного поля

Запишемо теорему Стокса в диференцальній формі.

$rot\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\vec{j}_{\text{мікр}}$

$\vec{j}$-струми провідності, $\vec{j}_{\text{мікр}}$ - мікроскопічні замкнені струми, що виникають внаслідок дії поля.

З'ясовується, що $\vec{j}_{\text{мікр}} = rot\vec{m}$

Нехай маємо лінії індукції магнітного поля. Виникають мікроскопічні струми. (рис 7.25)

Очевидно, що на контур ℓ ми можемо натягнути контур S

$I = \int \vec{j}_{\text{мікр}} d\vec{S} = \int nI_{\text{мікр}} S_{\text{мікр}} d\ell = \oint \vec{m} d\vec{\ell}$

Враховано, що вклад в струми дають тільки ті мікроструми, які перетинають контур ℓ. Величина також залежить від щільності та кількості.

P_{MI}- магнітний дипольний момент.

$nI_{\text{мікр}} S_{\text{мікр}}$-намагніченість.

За математичною теоремою Стокса $\oint \vec{m} d\ell = \int rot\vec{m} d\vec{S} \Rightarrow \vec{j}_{\text{мікр}} = rot\vec{m}$

$rot\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0 rot\vec{m}$

$rot(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{m}) = \vec{j}$ (струм провідності)

$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{m}$

$\vec{H}$- вектор напруженості магнітного поля.

$rot\vec{H} = \vec{j}$ - теорема Стокса для вектора напруженості ($\vec{j}$ - густина струму провідності).

Інтегральний запис: $\oint \vec{H} d\vec{\ell} = I$

Для лінійного провідника зі струмом (рис 7.26)

$\oint H d\ell = H 2\pi r$

$H 2\pi r = I$

$H = \frac{I}{2\pi r}$

7.13 Магнітна проникність. Магнітна сприйнятнливість

Для більшості речовин вектор намагніченості прямопропорційний вектору напруженості магнітного поля.

$\vec{m} = \chi \vec{H}$ (χ- коефіцієнт пропорційності, що називається магнітна сприйнятливість) (рис 7.27)

$\vec{m} \upuparrows \vec{H}$

$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{m}$

$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H}$

$(1 + \chi) = \mu > 0$ - магнітна проникність.

$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$

$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{\ell} \cdot \vec{r}]}{r^3}$- закон Біо-Савара-Лапласа в середовищі.

$d\vec{H} = \frac{I[d\vec{\ell} \cdot \vec{r}]}{4\pi r^3}$

Феромагнетики - це речовини, в яких відбувається явище спонтанного (самочинного) виникнення намагніченості.

Візьмемо феромагнетик, розіб'ємо його на ділянки (домени). (рис 7.28). $\vec{m} = \chi \vec{H}$. Якщо ввести магнітне поле,

1. $H = 0$, $m_{\text{повне}} = 0$
2. $H \neq 0$, $m_{\text{сер}} \neq 0 \Rightarrow$ феромагнетик намагнічений.

Правообладатели

Конспект лекций по физике, набранный с лекций Калиты В.М.. Отличается от оригинала.

Автор, главный редактор: Скубенко Руслан (RuslanUSP).

Редактор: Гусан Екатерина.

Спец по векторной графике: Ефимченко Анастасия.

Кавайная Няшка: Тюрина Александра

mineralka.da02.com.ua

ProResource