

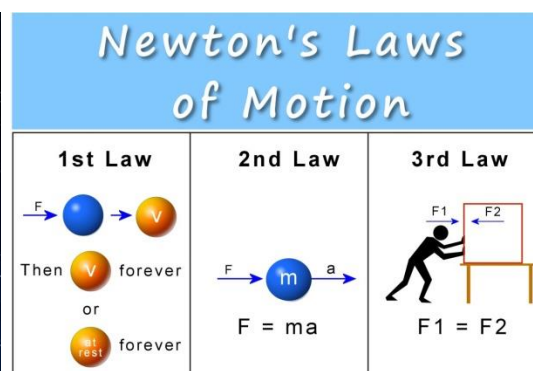
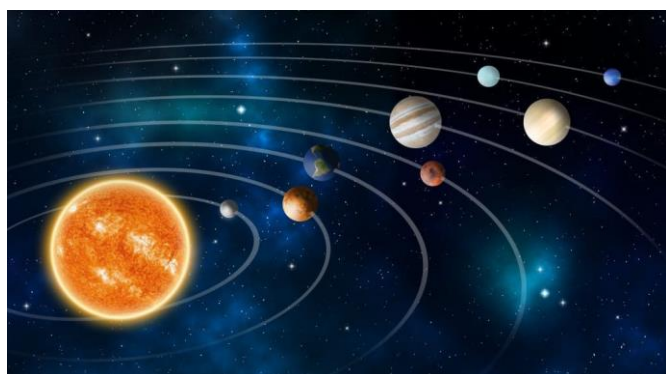
## Simulacija i animacija Sunčeva sustava

Ivan Jagnjić

Split, 6. lipnja 2024.

### Sažetak

Ovaj seminarski rad istražuje simulaciju gibanja tijela unutar Sunčevog sustava korištenjem alatima u programskom jeziku pythonu. Cilj je pružiti dublje razumijevanje dinamike tijela u svemiru kroz računalnu simulaciju koja uzima u obzir gravitacijske sile između tijela. Kroz analizu Newtonovih zakona kretanja i primjenu numeričkih metoda, razvijena je programska simulacija koja omogućuje korisnicima istraživanje kretanja planeta, mjeseca i drugih objekata unutar Sunčevog sustava. Simulacija pruža korisnicima mogućnost promatranja orbitalnih putanja, promjena brzina, te utjecaja međusobnog privlačenja tijela. Kako program koristi samo Newtonove zakone, relativistički učinci se zanemaruju.



## Rasprava

Gravitacija je fundamentalna sila koja upravlja gibanjem tijela u svemiru, a njezinu matematičku formulaciju prvi je put precizno opisao Isaac Newton u svojem djelu "*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*" (1687.).

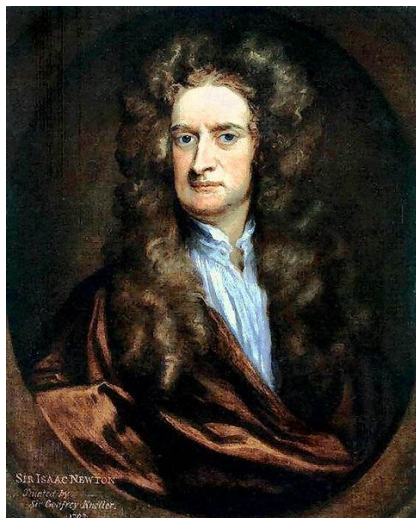
Prema Newtonovoj teoriji gravitacije, sila kojom dva tijela privlače jedno drugo proporcionalna je produktu njihovih masa i obrnuto proporcionalna kvadratu udaljenosti među njima. Naravno, orijentacija te sile je na pravcu koji povezuje dvije mase, a smjer je takav da se tijela privlače. Opća formula za gravitacijsku silu je:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Gdje je  $G$  gravitacijska konstanta koja iznosi približno  $6.674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$ .

Ova formula omogućuje izračunavanje gravitacijskih sila između bilo kojih tijela u svemiru te predviđanje njihovih orbitalnih putanja. Primjenom numeričkih metoda, poput Runge-Kutta metode, moguće je simulirati kretanje tijela unutar Sunčevog sustava s visokom točnošću, što omogućuje bolje razumijevanje dinamike nebeskih tijela i predviđanje njihovih budućih položaja.

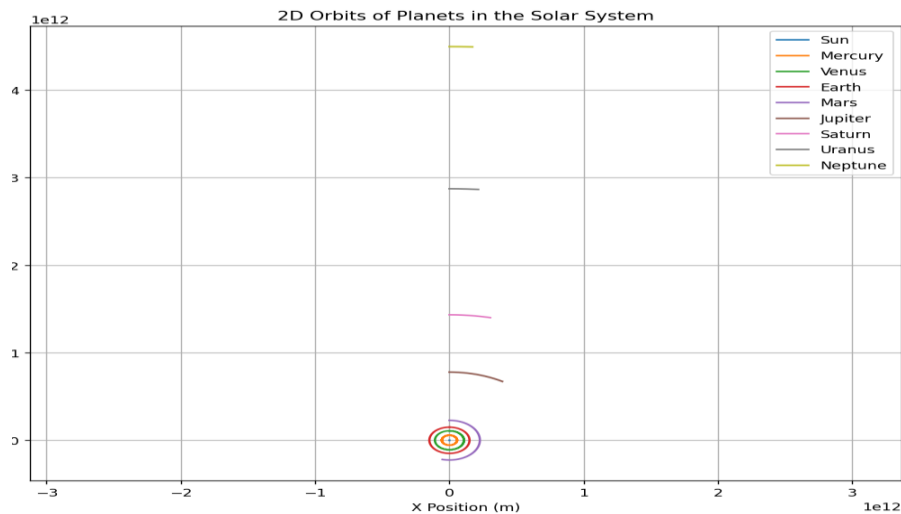
U ovom radu, implementirana je Newtonova formula za gravitaciju u računalnu simulaciju kretanja tijela u Sunčevom sustavu kako bi se omogućilo detaljno proučavanje orbitalnih dinamika planeta, mjeseca i ostalih nebeskih tijela. Program nije toliko efikasan jer ne koristi Runge-Kuttu ili neku suvremeniju programsku metodu, ali je dovoljno točan da se može dobar prikaz sunčeva sustava



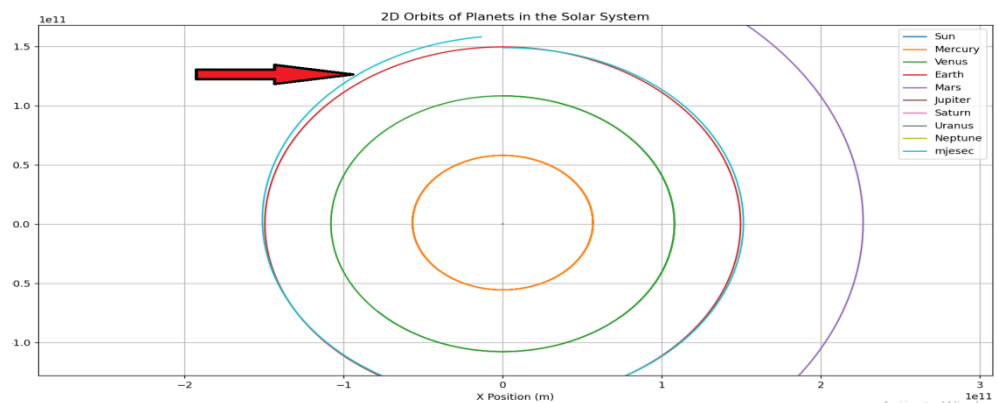
$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + h \sum_{i=1}^s b_i k_i \\ k_1 &= f(t_n, y_n), \\ k_2 &= f(t_n + c_2 h, y_n + h(a_{21} k_1)), \\ k_3 &= f(t_n + c_3 h, y_n + h(a_{31} k_1 + a_{32} k_2)), \\ &\vdots \\ k_i &= f\left(t_n + c_i h, y_n + h \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} k_j\right). \end{aligned}$$

## Model

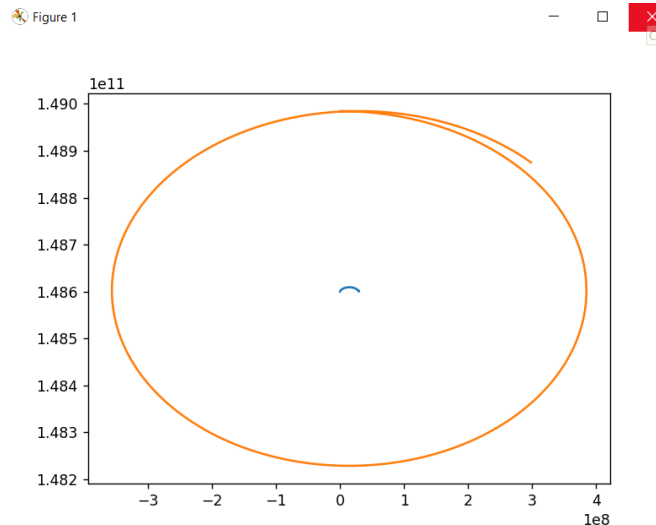
Koristeću klasu `svemir`, i potklasu `planet` napravili smo program s kojim možemo simulirati ponašanje proizvoljnih tijela (korisnik programa im određuje položaj, brzinu i masu) na proizvoljnom vremenskom intervalu. Točnost ovakvog programa najlakše je testirati tako da uvrstimo fizikalne vrijednosti planeta našeg Sunčevog sustava, te provjerimo hoće li se zaista ponašati kao u Sunčevu sustavu.



U predloženom slici simulirano je gibanje tijela u Sunčevu sustavu na vremenskom intervalu od jedne godine. Vidimo da se planeti gibaju po eliptičnoj putanji što se slaže s Keplerovim zakonima o gibanju planeta. Iako je simulacija u određenu ruku približno točna stvarnom sunčevu sustavu, zbog par tehničkih i programerskih nesavršenosti te uzimanja koraka većeg od 500 sekundi određeni sustavi se ne mogu precizno opisati ovim programom. Npr. Sunčev sustav uz Zemlju s Mjesecom.



Vidimo da zbog grešaka u aproksimaciji, za interval od godinu dana, mjesec se znatno udalji od zemlje. Ali kad u program unesemo sustav, Mjesec i Zemlja ne nalazimo iste poteškoće, jer je račun mnogo jednostavniji.



Program nam je dao gibanje nebeskih tijela u sustavu Mjesec i Zemlja, na vremenskom intervalu 1/12 godine (oko jedan mjesec), te vidimo da mjesec u to vrijeme napravi malo više od jednog zaokreta oko Zemlje po eliptičnoj putanji.

## Kod

U kodu sam se koristio knjižnicama numpy za računanje s vektorima, matplotlib.pyplot knjižnicom za izradom grafova kretanja, te matplotlib.animation za animaciju planeta. Koristeći se početničkim znanjem iz objektno orijentiranog programiranja napravio sam klasu Svemir i njenu potklasu Planeti, te je većina ostalog koda ponovno iskorištena od Vježba 9 u kojima je zadatak bio simulirati sustav Zemlja-Sunce.

### Zadatak 1

Napišite program koji crta putanju dvije čestice koje međudjeluju gravitacijskom silom. Provjerite valjanost programa na primjeru Sunca i Zemlje. Promatrajte problem u dvije dimenzije i koristite Euler-ovu metodu za rješavanje vezanih diferencijalnih jednadžbi.

U početnom trenutku Sunce se nalazi u ishodištu i nema početnu brzinu, a Zemlja je udaljena jednu astronomsku jedinicu ( $1 \text{ a.u.} = 1.486 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ) i ima početnu okomitu komponentu brzine  $v_{\perp} = 29783 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Masa Sunca je  $M_S = 1.989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ , masa Zemlje je  $M_Z = 5.9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , gravitacijska konstanta je  $G = 6.67408 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$ , a jedna godina ima 365.242 dana.

Za dio koda vezan u animaciju, te optimiziranje koda korišten je Bing-ov ChatGpt koji se pokazao iznenađujuće učinkovitim za ovaj zadatak.

## **Zaključak**

Ovaj seminarski rad je pokazao da s minimalnim znanjem iz fizike (Newtonov zakon o gravitaciji) je moguće napraviti nelošu simulaciju gibanja planeta, te čak aproksimirano opisati ponašanje tijela u sunčevu sustavu. Naravno, u ovom primjeru, izračuni su nedovoljno precizni za ikakvu praktičnu uporabu, ali program daje zanimljivu mogućnost da se korisnik “igra” s ponašanjem različitih sustava planeta te tako dobije nekakvu intuiciju o gravitacijskom međudjelovanju tijela.

## **Materijali**

<https://external-content.duckduckgo.com/iu/?u=https%3A%2F%2Fwww.arz.hr%2Fwp-content%2Fuploads%2F2021%2F12%2Fsto-je-suncev-sustav-1024x567.jpg&f=1&nofb=1&ipt=6b24fb35f6dcaa1f635f9a8b1ba3ad38546e647520120d0ce6e105f720393256&ipo=images>

[https://images.saymedia-content.com/.image/t\\_share/MTk2NzMxMjQzNTQ5Njk3NTU4/force-weight-newtons-velocity-and-mass.jpg](https://images.saymedia-content.com/.image/t_share/MTk2NzMxMjQzNTQ5Njk3NTU4/force-weight-newtons-velocity-and-mass.jpg)

[https://external-content.duckduckgo.com/iu/?u=http%3A%2F%2Finversesquare.files.wordpress.com%2F2007%2F12%2Fsir\\_isaac\\_newton\\_1702.jpg&f=1&nofb=1&ipt=cdef760b61f2c52c3b43879bf91bf5b2719c9d55632573aa63aad5bf3be90fc1&ipo=images](https://external-content.duckduckgo.com/iu/?u=http%3A%2F%2Finversesquare.files.wordpress.com%2F2007%2F12%2Fsir_isaac_newton_1702.jpg&f=1&nofb=1&ipt=cdef760b61f2c52c3b43879bf91bf5b2719c9d55632573aa63aad5bf3be90fc1&ipo=images)