

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНОМУ
УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота № 3
з дисципліни “дискретна математика”

Виконав:

студент групи КН-115

Манчур Іван

Викладач:

Мельникова Н.І.

львів - 2019 рік

Тема: Побудова матриці бінарного відношення

Мета роботи: набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.

Короткі теоретичні відомості

Декартів добуток множин A і B (позначається $A \times B$) – це множина всіх упорядкованих пар елементів (a, b) , де $a \in A$, $b \in B$. При цьому вважається, що $(a_1, b_1) = (a_2, b_2)$ тоді і тільки тоді, коли $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$. Види бінарних відношень. Нехай задано бінарне відношення R на множині A : $R \subseteq A \times A$ $(a, b) \in A \times A$.

1. Бінарне відношення R на множині A називається рефлексивним, якщо для будь якого $a \in A$ виконується aRa , тобто $(a, a) \in R$. Головна діагональ матриці рефлексивного відношення складається з одиниць. Граф рефлексивного відношення обов'язково має петлі у кожній вершині. 2. Бінарне відношення R на множині A називається антирефлексивним, якщо для будь якого $a \in A$ не виконується aRa , тобто $(a, a) \notin R$. Головна діагональ матриці антирефлексивного відношення складається з нулів. Граф антирефлексивного відношення не має петель. 3. Бінарне відношення R на множині A

називається симетричним, якщо для будь яких $a, b \in A$ з aRb слідує bRa , тобто якщо $(a, b) \in R$ то і $(b, a) \in R$. Матриця симетричного відношення симетрична відносно головної діагоналі. Граф симетричного відношення не є орієнтованим.

4. Бінарне відношення R на множині A називається антисиметричним, якщо для будь яких $a, b \in A$ з aRb та bRa слідує що $a = b$. Тобто якщо $(a, b) \in R$ і $(b, a) \in R$, то $a = b$. Матриця антисиметричного відношення не має жодної пари одиниць, які знаходяться на симетричних місцях по відношенню до головної діагоналі. У графа антисиметричного відношення вершини з'єднуються тільки однією напрямною дугою.

3 5. Бінарне відношення R на множині A називається транзитивним, якщо для будь яких $a, b, c \in A$ з aRb та bRc слідує, що aRc . Тобто якщо $(a, b) \in R$ і $(b, c) \in R$, то $(a, c) \in R$. Матриця транзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma_{ij} = 1$ та $\sigma_{jm} = 1$, то обов'язково $\sigma_{im} = 1$. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з'єднані дугами, наприклад, перша-друга та другатретя вершини, то обов'язково є дуга з першої в третю вершину.

6. Бінарне відношення R на множині A називається антитранзитивним, якщо для будь яких $a, b, c \in A$ з aRb та bRc слідує що не виконується aRc . Тобто якщо $(a, b) \in R$ і $(b, c) \in R$, то $(a, c) \notin R$. Матриця антитранзитивного відношення характеризується

тим, що якщо елемент матриці $\sigma_{ij} = 1$ та $\sigma_{jm} = 1$, то обов'язково $\sigma_{im} = 1$. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з'єднані дугами, наприклад, перша-друга та друга-третя вершини, то обов'язково немає дуги з першої в третю вершину.

Варіант - 4

Додаток 1

1. Чи є вірною рівність: $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$?

$$(A \cap B) \times C = (C \times A) \cap (C \times B)$$

$(C \times A) \cap (C \times B) \neq (A \times C) \cap (B \times C)$ адже $C \times A \neq A \times C$ (декартів добуток не є асоціативний), тому рівність не є правильною.

2. Знайти матрицю відношення $R \subset M \times 2^M$:

$$R \{ (x, y) \mid x \in M \text{ \& } y \subset M \text{ \& } |y| = |x| \},$$

де $M = \{ x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ \& } |x| \leq 1 \}$, \mathbb{Z} - множина цілих чисел.

$$R = \{(-1, 1), (1, 1)\}$$

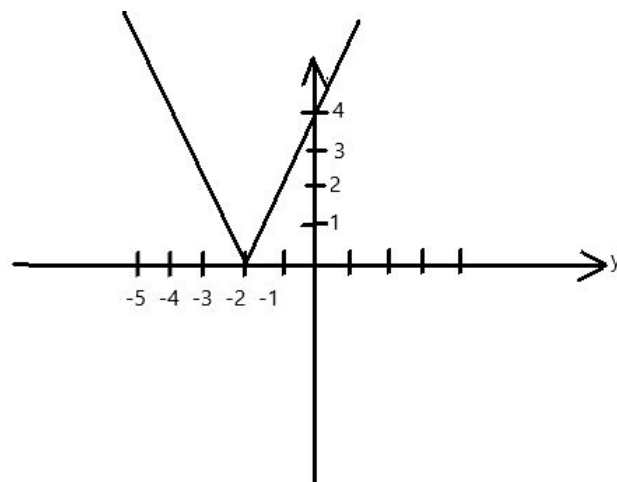
$$A(R) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Зобразити відношення графічно:

$A = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } |4 + 2x| = y\}$, де R – множина дійсних чисел.

область визначення = $(-\infty; +\infty)$

область значень = $(0; +\infty)$



4. Маємо бінарне відношення $R \subset A \times A$, де $A = \{a, b, c, d, e\}$, яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) не рефлексивне

b) не симетричне

c) не транзитивне

d) не антисиметричне

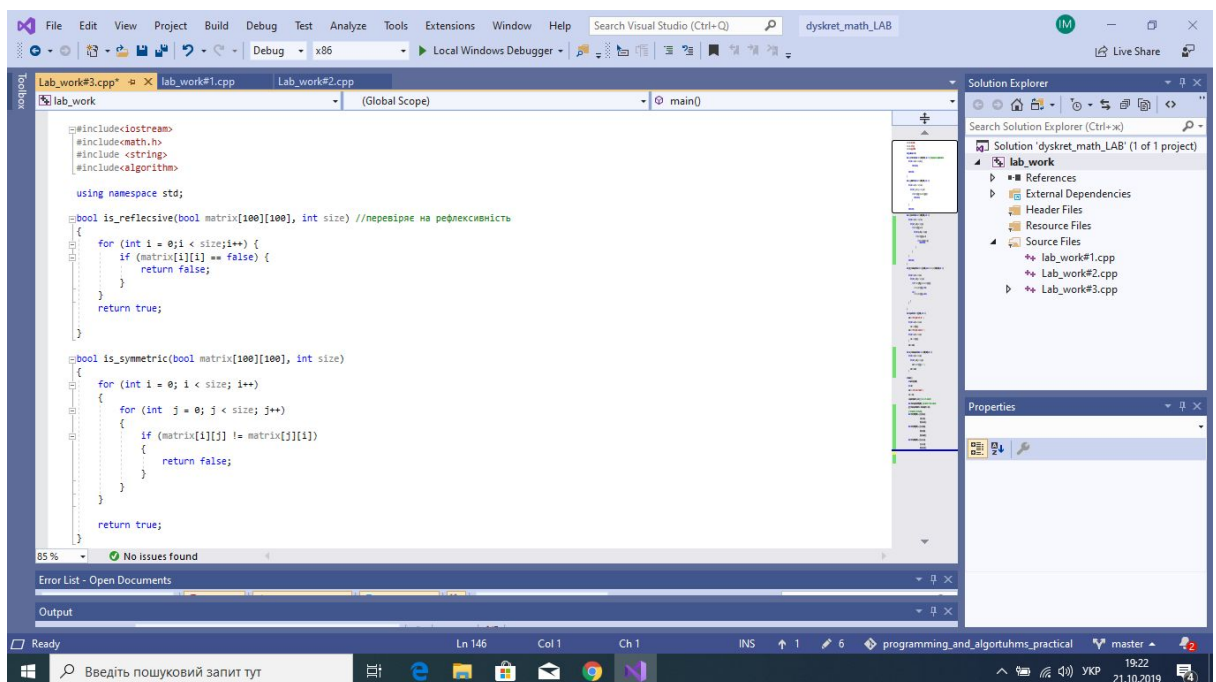
5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є: а) функціональним; б) бієктивним:

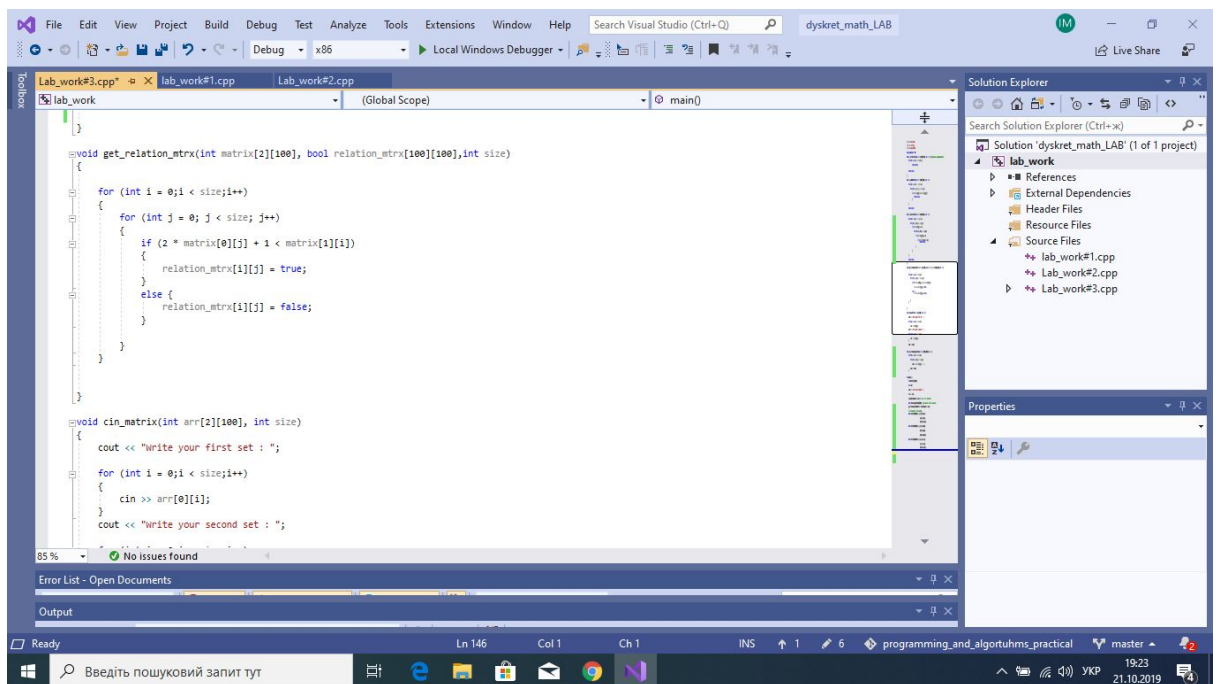
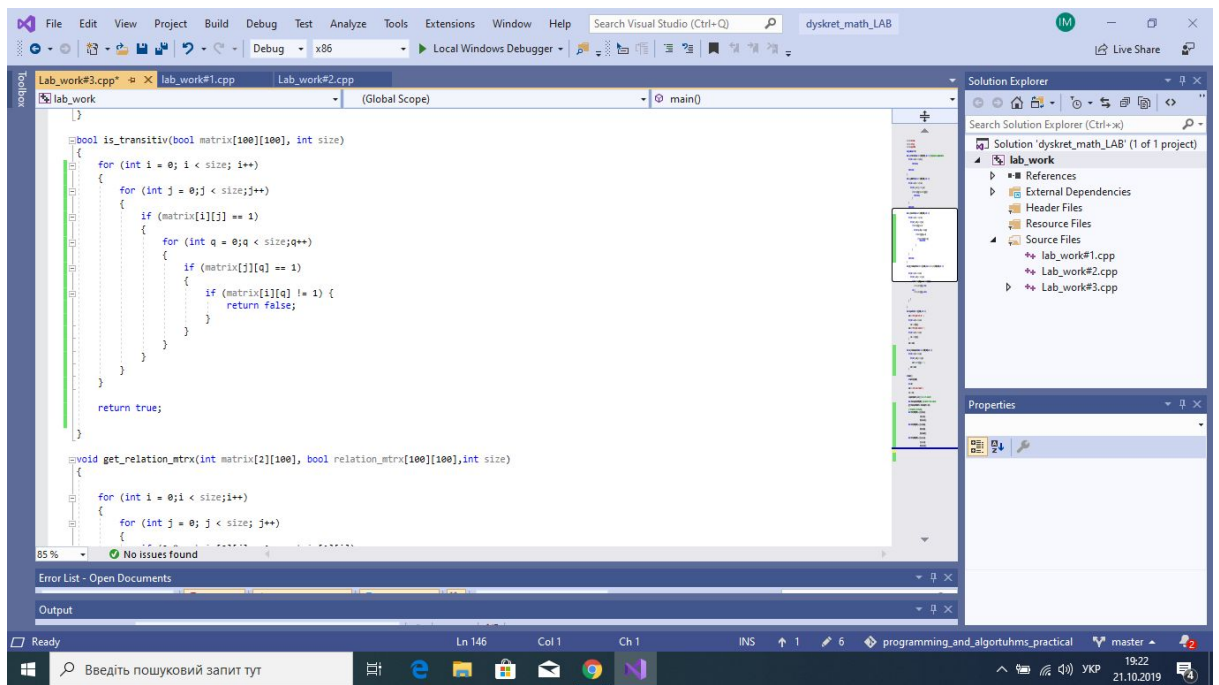
$$A = \{ (x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } (x + y)^2 = 4 \}$$

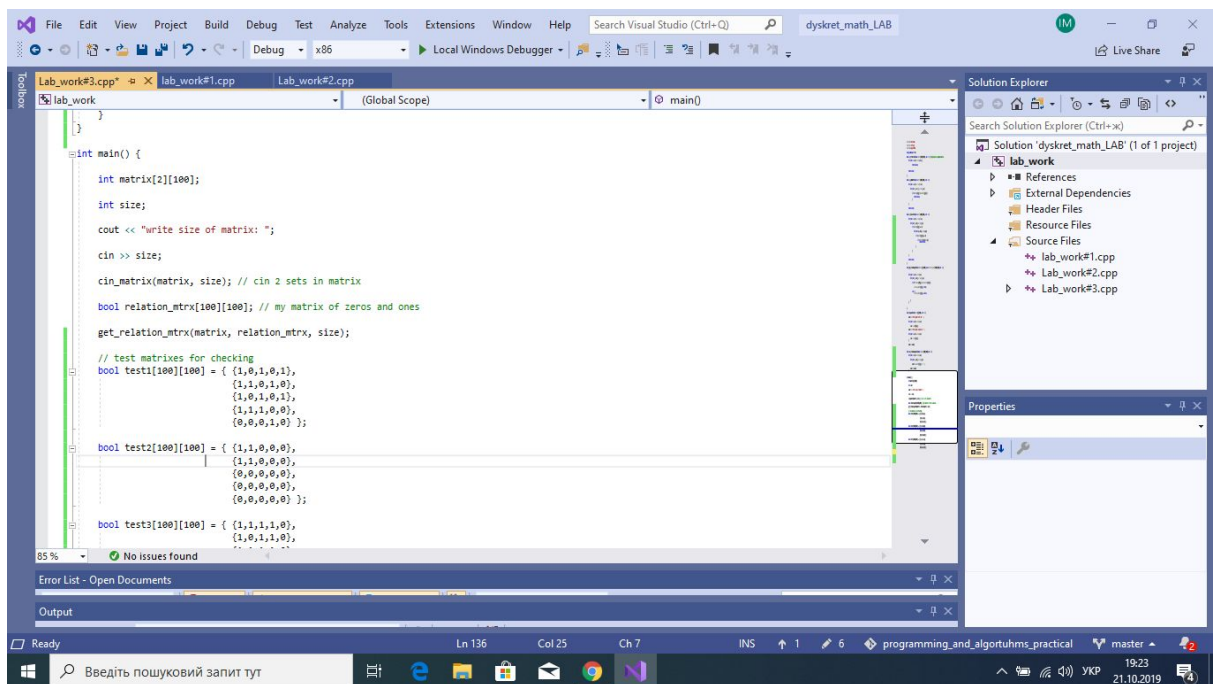
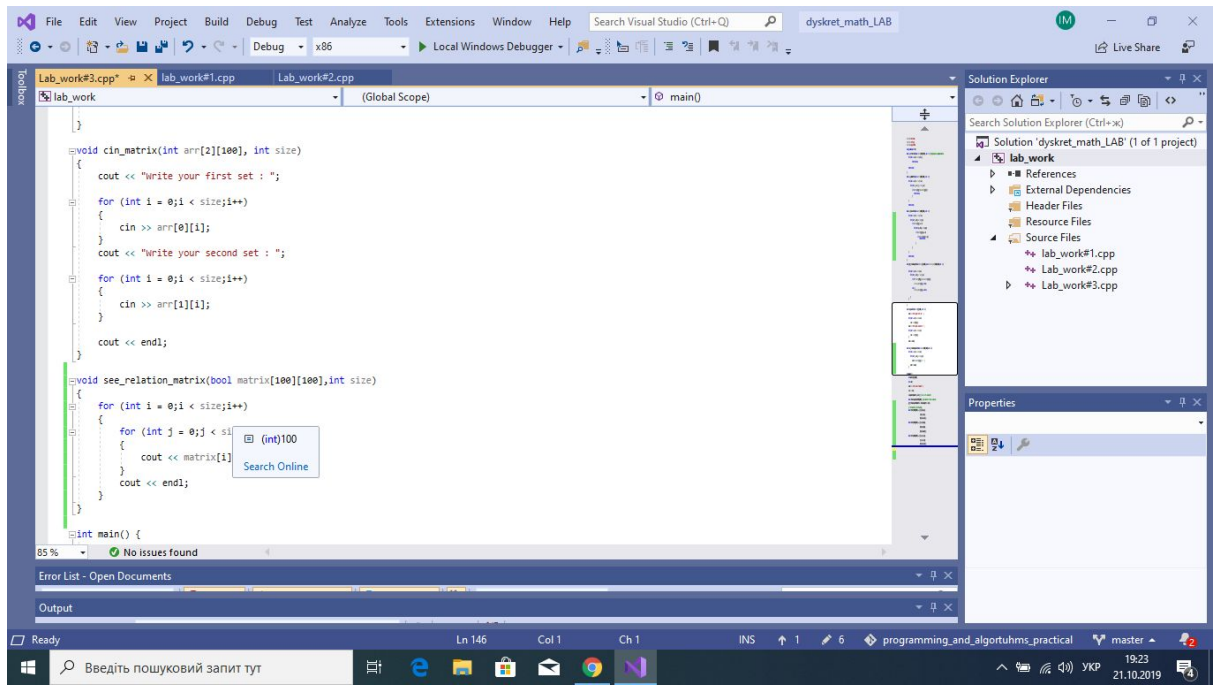
$$\begin{array}{l} |x + y| = 2 \\ x + y = 2 \qquad x + y = -2 \end{array}$$

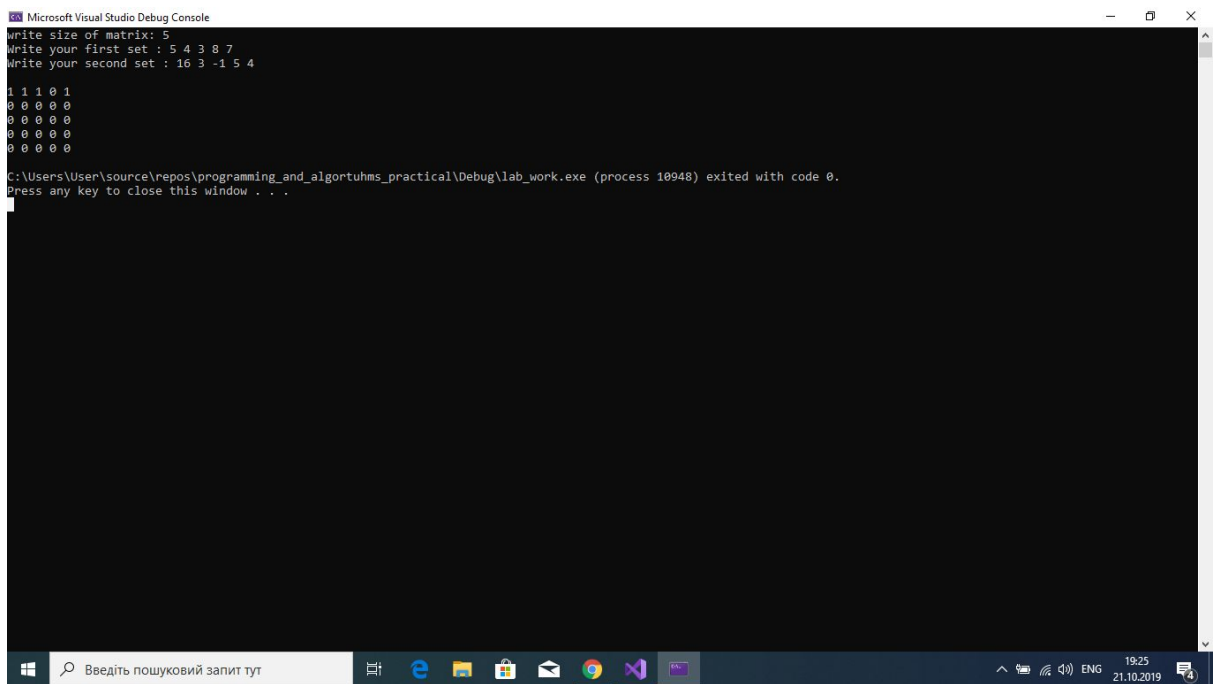
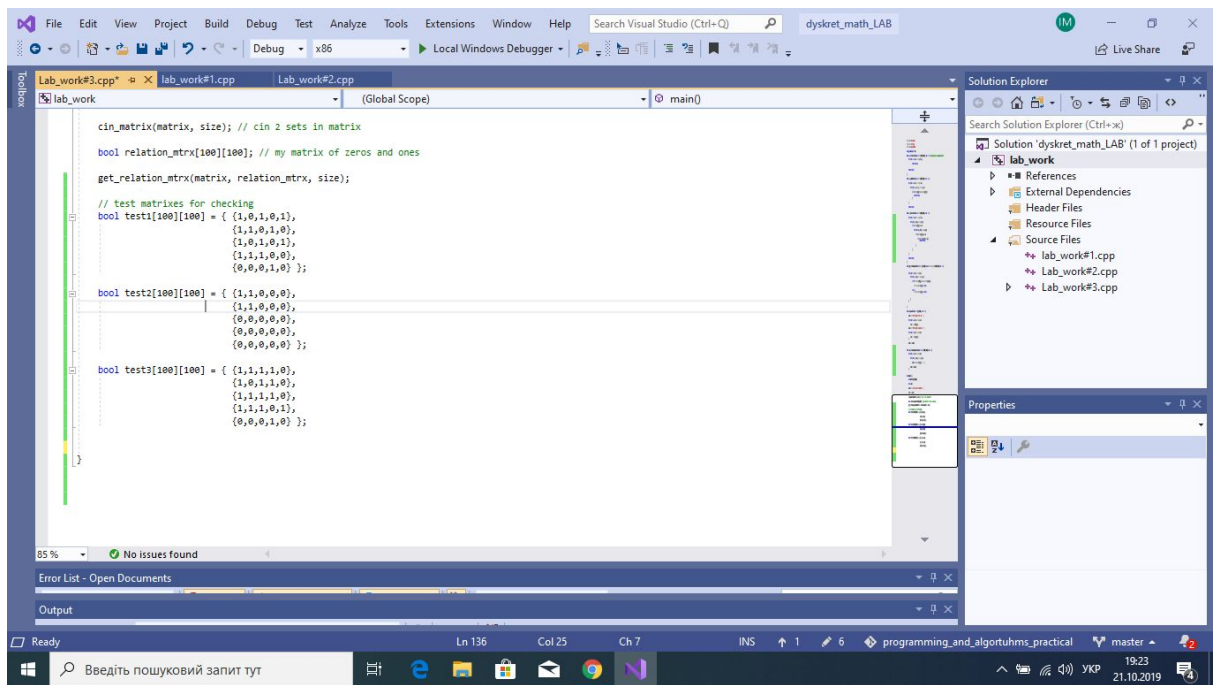
- а) Дане відношення не є функціональним на всій множині, адже кожному x відповідають два y (це можна побачити на графіку, якщо побудувати)
- б) З причин наведених вище, це відношення також не може бути бієктивним

Додаток 2









Висновок:

При виконанні лабораторної роботи я набув практичних умінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.