

Вопросы к экзамену по математической статистике

ПИиКТ. Второй курс. Весна 2025

1. **Дискретные случайные величины и распределения¹. Функции распределения и вероятностей.** Числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода, медиана, квантиль, асимметрия, эксцесс)
2. Непрерывные случайные величины и распределения. Функции распределения и плотности. Числовые характеристики²
3. Примеры одномерных распределений
4. **Случайные векторы и совместные распределения. Функции вероятностей и плотности. Ковариация и коэффициент корреляции.** Вектор математических ожиданий и матрица ковариаций
5. Сходимости по вероятности и распределению. Простейшие свойства (в том числе теорема Слуцкого). **Закон больших чисел и центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин³**
6. Предмет математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Репрезентативность
7. **Модель простейшей выборки. Эмпирическая функция распределения** и её свойства. Теоремы Гливенко-Кантелли (б/д⁴), Колмогорова-Смирнова (б/д). Гистограмма и полигон частот
8. **Начальные выборочные моменты и их свойства⁵, в том числе выборочное среднее**
9. Дельта-метод (идея вывода)
10. **Центральные выборочные моменты и их свойства, в том числе выборочная дисперсия и исправленная выборочная дисперсия**
11. **Выборочные ковариация и коэффициент корреляции**
12. **Вариационный ряд. Выборочные квантили и медиана.** Распределение порядковых статистик. Теорема об асимптотической нормальности выборочного квантиля порядка p (идея доказательства). Теорема об асимптотике крайних членов вариационного ряда (идея доказательства). Box-plot и violin-plot.

¹Выделенное жирным относится к программе-минимуму

²Аналогично дискретным, в том числе по включению в программу-минимум

³В первых пяти пунктах достаточно только формулировок

⁴Метка «б/д» означает, что достаточно формулировки теоремы

⁵Подразумеваются состоятельность, несмещенность, асимптотическая нормальность, если не упомянуто иное

13. **Постановка задачи точечного оценивания параметров. Состоятельность, несмещенность, асимптотическая нормальность оценок. Связь данных свойств.**
14. **Метод моментов и его свойства**
15. **Метод максимального правдоподобия и его свойства**
16. **Информация Фишера. Неравенство Рао-Крамера**
17. **Доверительный интервал. Схема построения доверительного интервала с помощью центральной статистики. «Универсальный рецепт»**
18. **Распределения хи-квадрат, Фишера, Стьюдента. Теорема Фишера (б/д). Построение доверительных интервалов для параметров нормального закона**
19. **Асимптотические доверительные интервалы. Асимптотический доверительный интервал для математического интервала. Доверительный интервал для медианы**
20. **Постановка задачи проверки статистической гипотезы. Общий принцип работы стат. тета. Критическая область. p-value. Ошибки 1 и 2 рода**
21. **Связь доверительных интервалов и статистических тестов**
22. **Z-тест для 1 и 2 выборок (гипотезы о равенстве мат. ожидания константе и равенстве мат. ожиданий двух независимых выборок соответственно)**
23. **t-тест Стьюдента для 1 и 2 выборок (гипотезы о равенстве мат. ожидания константе и равенстве мат. ожиданий двух независимых выборок соответственно)**
24. **F-тест Фишера для 2 выборок**
25. **Критерии согласия Колмогорова и однородности Смирнова. Модификация для сложных гипотез**
26. **Критерий согласия Пирсона хи-квадрат для простой гипотезы. Модификация для сложных гипотез**
27. **Критерий однородности хи-квадрат. Модификация для случая 2×2**
28. **Критерий независимости хи-квадрат. Модификация для случая 2×2**
29. **Точный тест Фишера**
30. **Тест на коэффициент корреляции Пирсона**
31. **Критерий Манна-Уитни и Вилкоксона.**
32. **Критерии на коэффициент корреляции Спирмена и Кендалла**
33. **Критерии квантилей и знаков**
34. **Критерий инверсий**
35. **Гомоскедастичная модель линейной регрессии. Постановка задачи**

36. **Метод наименьших квадратов.** Точный и приближенный подходы для вычисления оценки наименьших квадратов
37. **Теорема Гаусса-Маркова** (идея доказательства)
38. Оценка остаточной дисперсии. Условные оценки наименьших квадратов
39. Нормальная регрессия. Теорема о нормальной регрессии и следствия из нее
40. Критерий Стьюдента о коэффициенте линейной регрессии
41. Критерий Фишера значимости линейной регрессии
42. **Модель однофакторного дисперсионного анализа**
43. Модель логистической регрессии
44. **Лемма Неймана-Пирсона**
45. Критерий отношения правдоподобия для сложных выборок
46. Последовательный анализ Вальда. Теорема о конечности итеративного процесса
47. Теорема о порогах для последовательного анализа Вальда и оценках реальных вероятностей ошибок при заданных порогах. Оценка среднего числа шагов в процедуре
48. Байесовские точечные оценки
49. Минимаксные оценки
50. Credible intervals и проверка гипотез в байесовской постановке
51. Множественная проверка гипотез и оценка многих параметров. Data snooping