

MÉTODOS COMPUTACIONALES

GUÍA 9: PROGRAMACIÓN LINEAL

PRIMER SEMESTRE 2024

Ejercicio 1. Resolver los siguientes problemas de programación lineal de forma gráfica:

- | | |
|---|---|
| <p>a) Maximizar $80x_1 + 65x_2$
sujeto a $2x_1 + x_2 \leq 32$
$x_1 + x_2 \leq 18$
$x_1 + 3x_2 \leq 24$
y $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.</p> | <p>b) Maximizar $5x_1 + 3x_2$
sujeto a $2x_1 + 5x_2 \geq 10$
$3x_1 + x_2 \geq 6$
$x_1 + 7x_2 \geq 7$
y $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.</p> |
| <p>c) Maximizar $2x_1 + 7x_2$
sujeto a $-2x_1 + x_2 \leq -4$
$x_1 - 2x_2 \leq -4$
y $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.</p> | <p>d) Maximizar $5x_1 + 12x_2$
sujeto a $x_1 - x_2 \leq 3$
$-x_1 + 2x_2 \leq -4$
y $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.</p> |

Ejercicio 2. Juana planea invertir un total de \$12,000 en fondos de inversión, certificados de depósito (CD's) y una cuenta de ahorro con alto retorno. Debido al riesgo involucrado en los fondos de inversión, no quiere invertir más en ellos que en la suma de los CD's y cuenta de ahorro. También quiere que la cantidad en cuenta de ahorro sea por lo menos la mitad de lo invertido en CD's. El retorno estimado es de 11% en los fondos de inversión, 8% en CD's y 6% en cuentas de ahorro. Juana desea saber cuánto invertir en cada instrumento para obtener el máximo retorno de inversión.

- a) Plantear el problema de programación lineal de la forma: maximizar $c^T x$ sujeto a $Ax \leq b$ y $x \geq 0$. No hace falta encontrar la solución.

Ejercicio 3. Un emprendimiento de ropa quiere determinar la cantidad de remeras rojas y azules que debe producir para maximizar sus ganancias. Cada remera roja le genera una ganancia de 5, y cada remera azul una de 3. Cada remera roja requiere 2 metros cuadrados de tela y 1 hora de tiempo de producción, mientras que cada remera azul requiere 1.5 metros cuadrados de tela y 0.25 horas de tiempo de producción. El emprendimiento dispone diariamente de 12 metros cuadrados de tela y 4 horas de tiempo destinado a la producción. El objetivo es determinar la cantidad diaria de remeras rojas y azules que la fábrica debe producir para maximizar sus ganancias, considerando las restricciones de recursos mencionadas.

- a) Plantear el problema de programación lineal de la forma: maximizar $c^T x$ sujeto a $Ax \leq b$ y $x \geq 0$.
b) Determinar la cantidad de remeras rojas y azules que debe producir diariamente el emprendimiento para maximizar sus ganancias, resolviendo el problema mediante el método gráfico.

Ejercicio 4. Una compañía hace dos tipos de cinturones de cuero, la línea económica y la línea premium. Cada unidad de línea económica le reporta una ganancia neta de \$3 y cada unidad de línea premium \$4. El tiempo que requiere hacer un cinturón premium es el doble del tiempo que le lleva hacer un cinturón económico. En un día tiene la capacidad equivalente para fabricar 1000 cinturones económicos. Por otro lado, recibe materia prima (cuero) para fabricar 800 cinturones. Ambas líneas consumen la misma cantidad de cuero por cinturón. Las hebillas de la línea premium están limitadas a 400 unidades por día y las hebillas de la línea económica a 700 unidades por día.

- a) Plantear el problema de programación lineal (función a maximizar y restricciones).
b) Graficar el conjunto factible y marcar todos los puntos extremos.
c) ¿Cuál debiera ser la producción diaria de cada tipo de cinturón para maximizar la ganancia de la empresa?

Ejercicio 5. Para cada tablero simplex: (i) determinar qué variable debería entrar a la solución en el próximo paso, (ii) computar el tablero siguiente, (iii) identificar la solución básica factible para el tablero hallado, y (iv) determinar si la solución en el tablero hallado es óptima.

$$\text{a) } \left[\begin{array}{ccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & M & \\ 5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 20 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 30 \\ \hline -4 & -10 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

$$\text{b) } \left[\begin{array}{ccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & M & \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 5 & 1 & 0 & 6 \\ \hline -5 & 0 & 3 & 0 & 1 & 17 \end{array} \right]$$

$$\text{c) } \left[\begin{array}{ccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & M & \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 20 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 16 \\ \hline -6 & -5 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

$$\text{d) } \left[\begin{array}{ccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & M & \\ 5 & 8 & 1 & 0 & 0 & 80 \\ 12 & 6 & 0 & 1 & 0 & 30 \\ \hline 2 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

Ejercicio 6. Resolver los siguientes problemas de programación lineal con el método simplex:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } & \text{Maximizar} \quad 10x_1 + 12x_2 \\ & \text{sujeto a} \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 36 \\ & \quad \quad \quad 5x_1 + 4x_2 \leq 55 \\ & \text{y } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{b) } & \text{Maximizar} \quad 5x_1 + 4x_2 \\ & \text{sujeto a} \quad x_1 + 5x_2 \leq 70 \\ & \quad \quad \quad 3x_1 + 2x_2 \leq 54 \\ & \text{y } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{c) } & \text{Maximizar} \quad 4x_1 + 5x_2 \\ & \text{sujeto a} \quad x_1 + 2x_2 \leq 26 \\ & \quad \quad \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 30 \\ & \quad \quad \quad x_1 + x_2 \leq 13 \\ & \text{y } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{d) } & \text{Minimizar} \quad 12x_1 + 5x_2 \\ & \text{sujeto a} \quad 2x_1 + x_2 \geq 32 \\ & \quad \quad \quad -3x_1 + 5x_2 \leq 30 \\ & \text{y } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{array}$$

Ejercicio 7. Resolver los siguientes problemas de programación lineal con el método simplex:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } & \text{Maximizar} \quad 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 \\ & \text{sujeto a} \quad x_1 + 2x_2 \leq 28 \\ & \quad \quad \quad 2x_1 + 4x_3 \leq 16 \\ & \quad \quad \quad x_2 + x_3 \leq 12 \\ & \text{y } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{b) } & \text{Minimizar} \quad 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \\ & \text{sujeto a} \quad x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ & \quad \quad \quad 2x_2 + x_3 \geq 15 \\ & \quad \quad \quad 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 25 \\ & \text{y } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{array}$$