

FUNDAMENTOS BÁSICOS DE ECONOMETRÍA

M.Sc. Ciro Ivan Machacuay Meza

¿Qué es la econometría?

Es la rama de la economía que utiliza métodos matemáticos y estadísticos para analizar datos económicos y probar teorías económicas, así como para hacer predicciones sobre el comportamiento de las variables económicas.

En otras palabras, la econometría es la herramienta que permite analizar cuantitativamente la relación entre variables económicas, verificando modelos teóricos con datos reales y haciendo pronósticos sobre el futuro.

Relación entre las variables

$$Y = f(X)$$

$$\text{Notas} = f(\text{horas de estudio})$$

Terminología y notación

Variable dependiente	Variable explicativa
⇕	⇕
Variable explicada	Variable independiente
⇕	⇕
Predicha	Predictora
⇕	⇕
Regresada	Regresora
⇕	⇕
Respuesta	Estímulo
⇕	⇕
Endógena	Exógena
⇕	⇕
Resultado	Covariante
⇕	⇕
Variable controlada	Variable de control

Nota: sacado del libro de Econometría, Gujarati, D.

Terminología en la regresión simple

y	x
Variable dependiente	Variable independiente
Variable explicada	Variable explicativa
Variable de respuesta	Variable de control
Variable predicha	Variable predictora
Regresando	Regresor

Nota: sacado del libro de Econometría de Moderna, Wooldridge, J.

Necesitamos saber cómo es esa función

$$Y = a + bX_1$$

Diagram illustrating the components of the linear regression equation $Y = a + bX_1$:

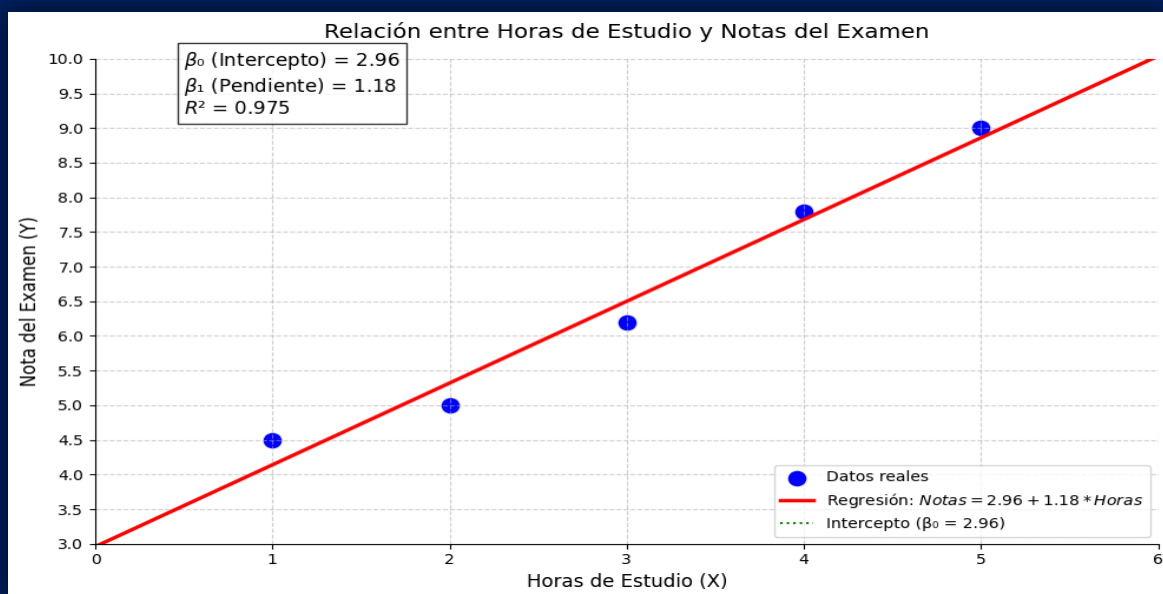
- Y : V. ENDOGENA (Dependent Variable)
- a : INTERCEPTO (Intercept)
- b : PENDIENTE (Slope)
- X_1 : V. EXOGENA (Independent Variable)

Si tenemos la tabla siguiente con variables: Horas de Estudio (X) y Nota de Examen (Y)

Estudiante	Nota del Examen (Y)	Horas de Estudio (X)
1	4.5	1
2	5.0	2
3	6.2	3
4	7.8	4
5	9.0	5

Función lineal:

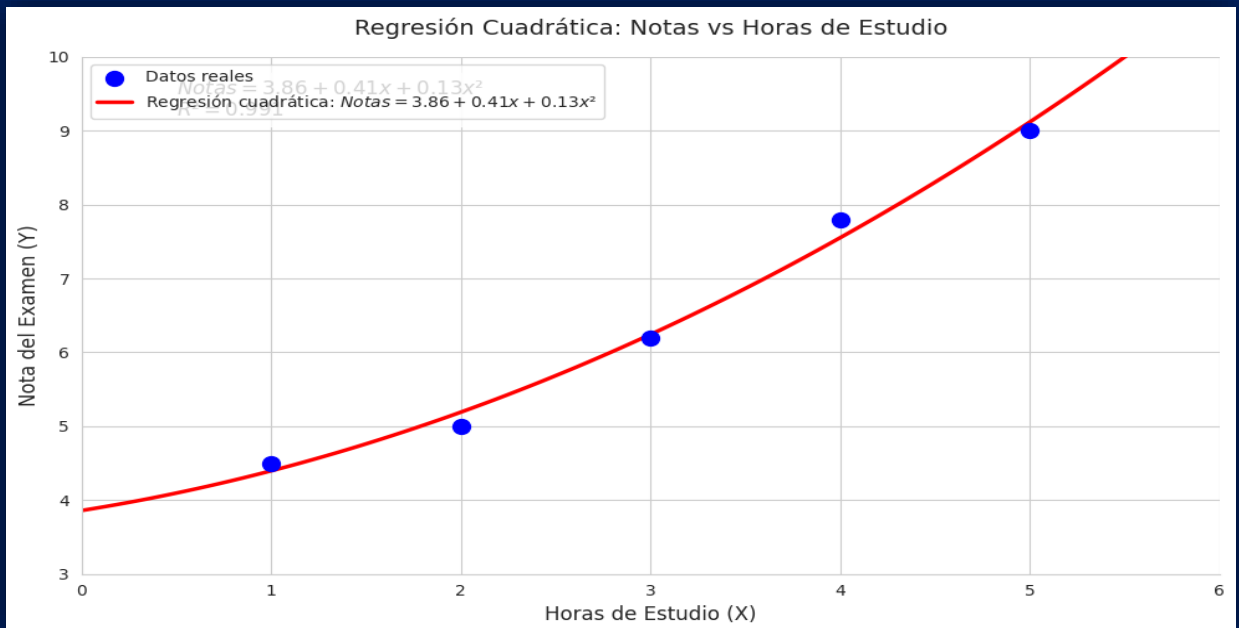
$$\text{Notas} = \beta_0 + \beta_1 * \text{horas de estudio}$$



Nota: elaborado en Python

Función Cuadrática:

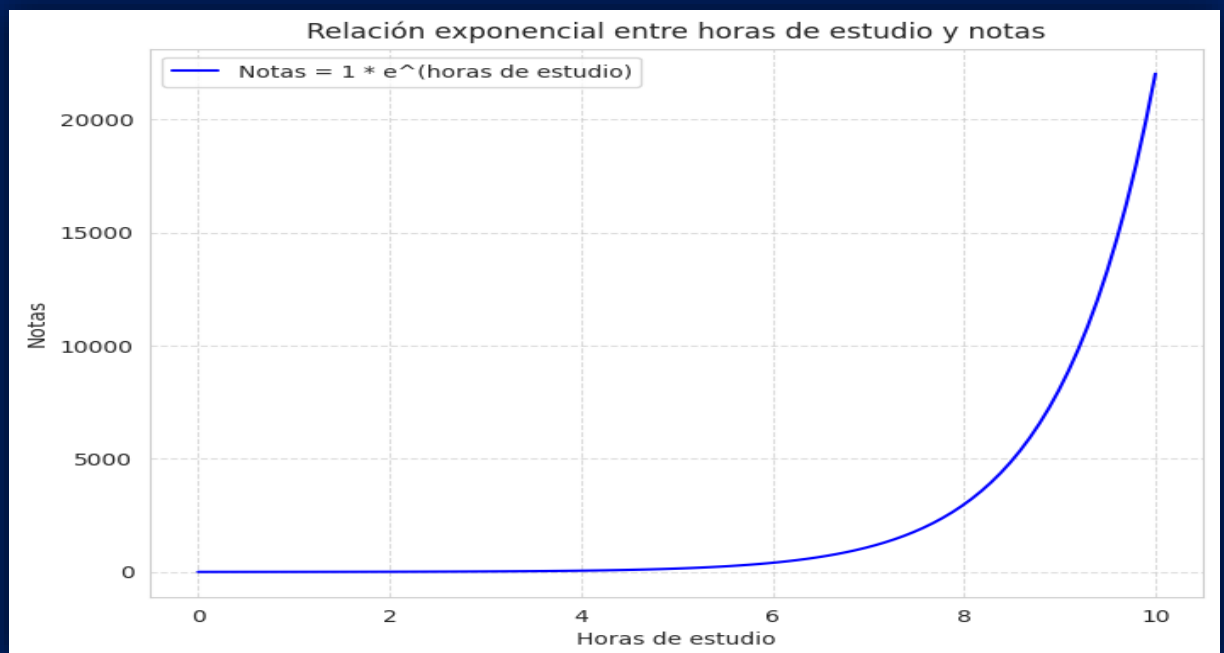
$$\text{Notas} = \beta_0 + \beta_1 * \text{horas de estudio} + \beta_2 * (\text{horas de estudio})^2$$



Nota: elaborado en Python

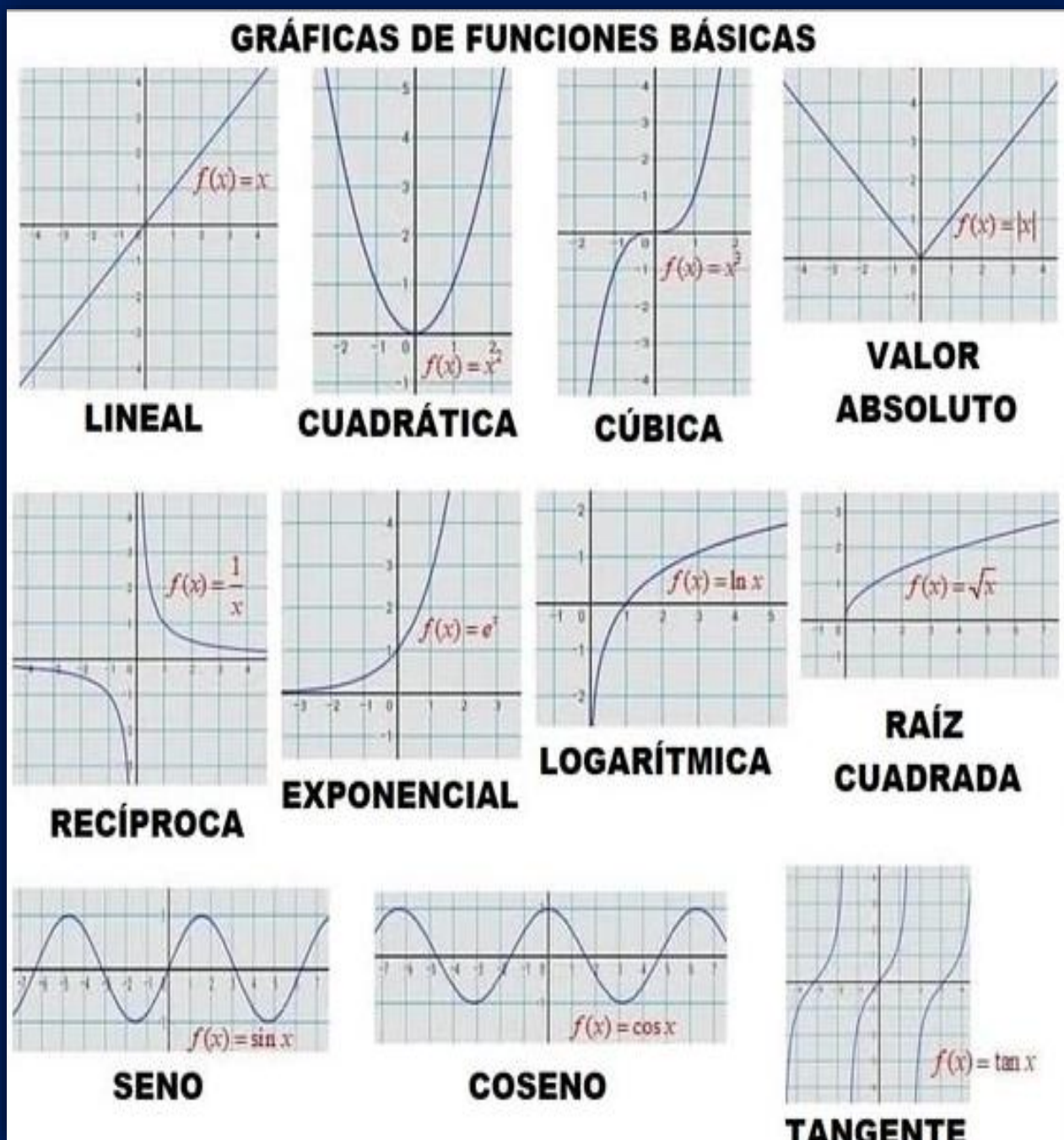
Función exponencial:

$$\text{Notas} = \beta_0 * e^{\text{horas de estudio}}$$



Nota: elaborado en Python

Más funciones



Función COBB – DOUGLAS:

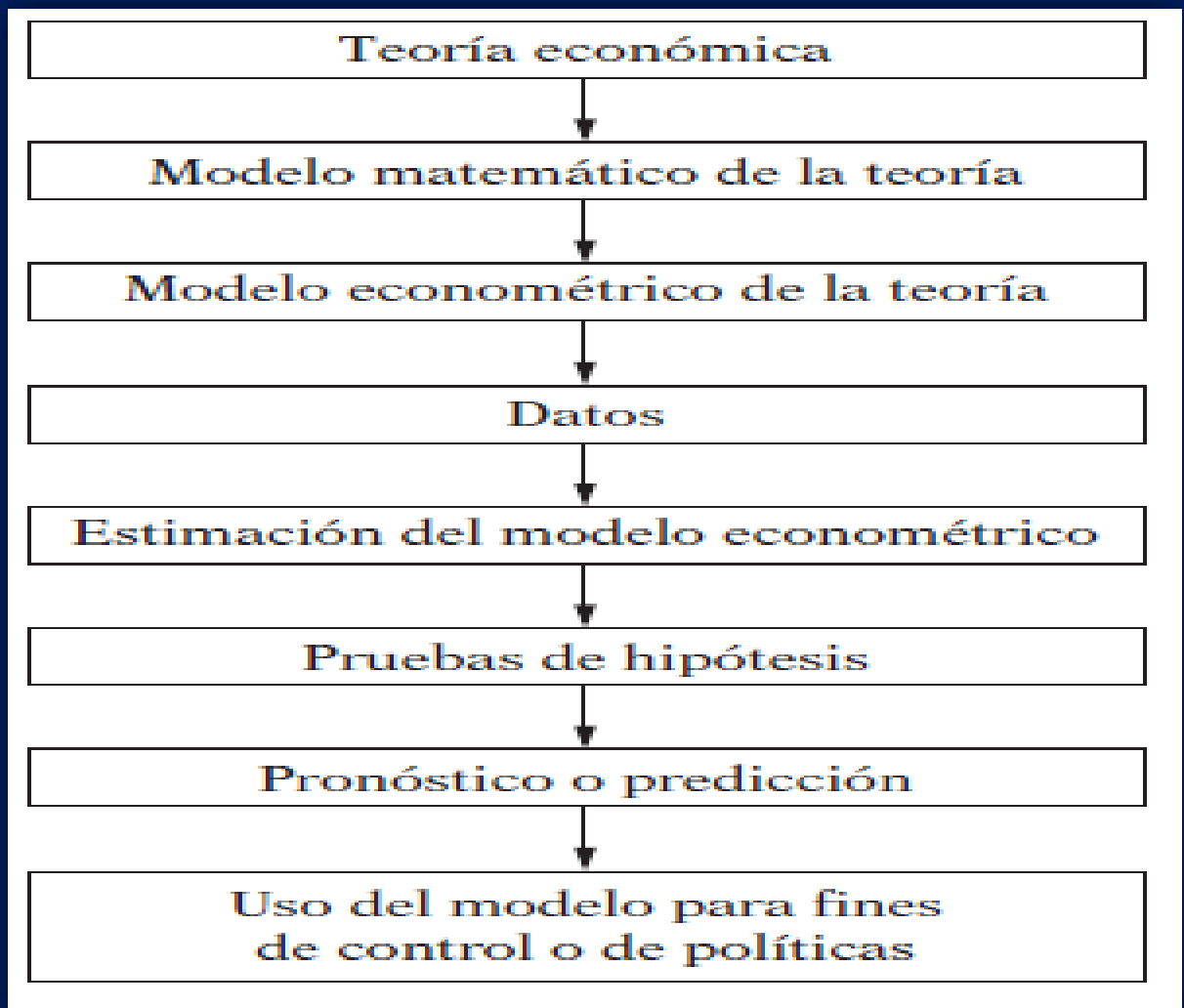
$$F(x,y)=x*y$$

Programas de calculadora gráficas:

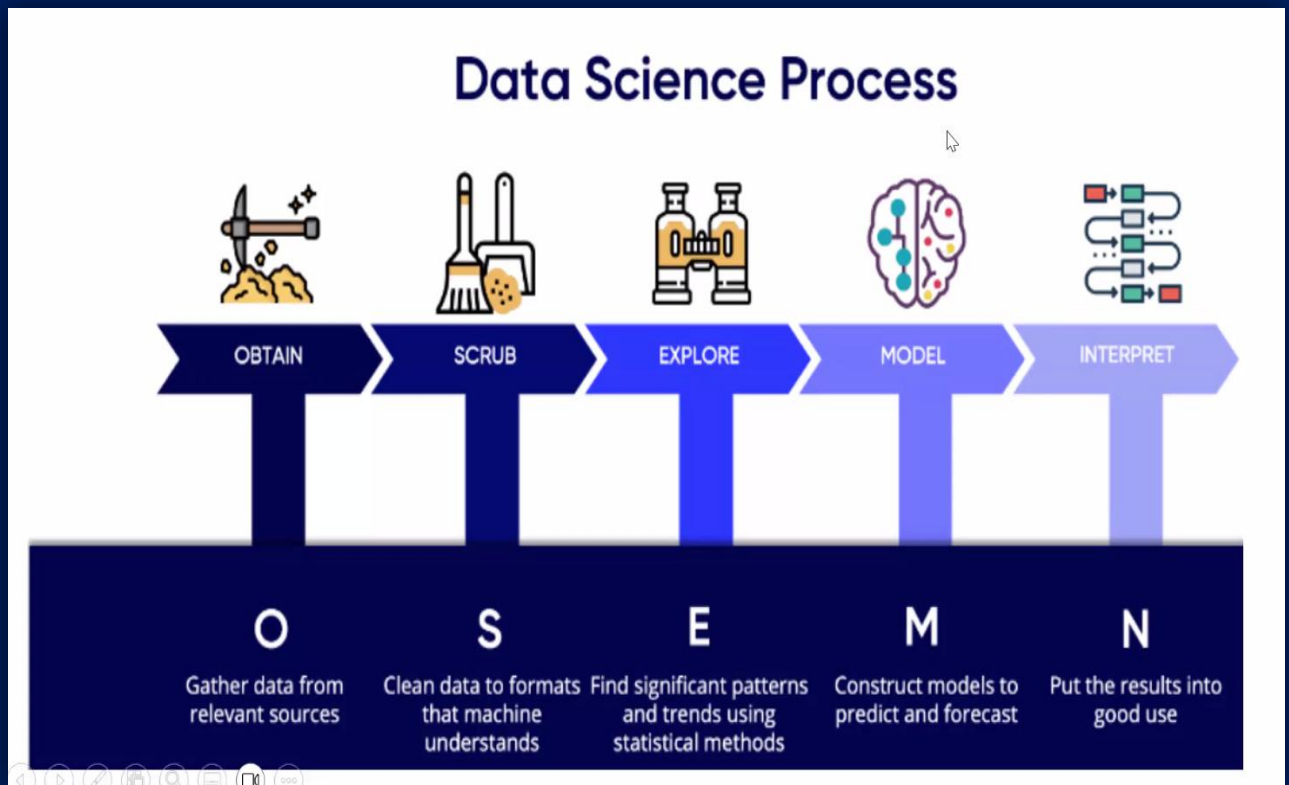
- Desmos
- Geogebra
- WolframAlpha

“La transformación de variables y representarlo en diferentes funciones va ayudar a mejorar el asusta de un modelo econométrico”

Anatomía de la creación de modelos econométricos



Nota: sacado del libro de Econometría, Gujarati, D.



Nota: sacado curso Data Sciences BCRP, 2025.

Usos de econometría:

1. **Predecir el futuro:** para poder hacerlo debemos haber hallado nuestra regresión.

Ejemplo:

Teniendo el siguiente modelo de regresión:

$$\text{Notas} = \beta_0 + \beta_1 * \text{horas de estudio} + \varepsilon$$

Después de haber regresionado:

$$\text{Notas} = 5 + 3 * \text{horas de estudio} + \varepsilon$$

Si el curso en análisis es el de economía y nos preguntamos, ¿Si estudio 3 horas al día, cuanto será mi nota en economía?

$$\text{Notas} = 5 + 3 * \text{horas de estudio} + \varepsilon$$

$$\text{Notas} = 5 + 3 * (3)$$

$$\text{Notas} = 14$$

Por lo tanto, tendrás una nota de 14 es decir aprobarás

2. *Tomar decisiones:* para poder hacerlo debemos haber hallado nuestra regresión.

Ejemplo:

Un estudiante se encuentra en parciales y tiene que estudiar el curso de econometría y contabilidad, (el tiempo es un recurso escaso)

La pregunta será ¿a qué curso le dedicaría más horas de estudio?

Supongamos que los resultados de las regresiones son las siguientes para cada curso

Econometría:

$$\text{Notas} = 5 + 2 * \text{horas de estudio} + \varepsilon$$

Contabilidad:

$$\text{Notas} = 7 + 4 * \text{horas de estudio} + \varepsilon$$

A partir de las regresiones se puede determinar que la pendiente del curso de contabilidad es mayor que la pendiente de econometría ($4 > 2$).

Por lo tanto:

“Si estudio 1 hora más en el curso econometría, entonces mi nota aumentara en 2 puntos es decir obtendré la nota de 7 en el curso de econometría”

“Si estudio 1 hora más en el curso de contabilidad entonces mi nota aumentara en 4 puntos es decir obtendré la nota de 11 en el curso de contabilidad”

En conclusión:

Concluimos que contabilidad es más fácil que econometría, porque su pendiente es mucho mayor, pero si tengo poco tiempo estudiaría en contabilidad por que incrementaría en 4 puntos y si me sobra más tiempo entonces estudiaría más tiempo en econometría y menos contabilidad.

La econometría busca relacionar variables a través de un modelo matemático ese modelo se llama REGRESIÓN que se halla a partir de una muestra o una población.

¿Qué es la Regresión?

La regresión es una herramienta estadística utilizada para analizar y predecir la relación entre una variable dependiente y una o más variables independientes. Permite cuantificar la relación entre variables y evaluar la fuerza y el tipo de esa relación, ayudando a entender cómo una variable se ve afectada por cambios en otras variables.

¿Tipos de modelos de Regresión?

Los principales tipos de regresión son la regresión lineal simple y la regresión lineal múltiple, pero también existen métodos de regresión no lineal para datos y análisis más complejos.

Regresión lineal:

Regresión lineal simple:

Se utiliza para modelar la relación entre una variable dependiente y una única variable independiente. Por ejemplo, predecir el peso de una persona a partir de su altura.

Regresión lineal múltiple:

Se utiliza para modelar la relación entre una variable dependiente y dos o más variables independientes. Por ejemplo, predecir las ventas de un producto en función de las inversiones en publicidad, el precio y la competencia.

Regresión no lineal:

Regresión logística:

Se utiliza para predecir una variable categórica binaria (sí/no, 0/1) a partir de una o más variables independientes. Por ejemplo, predecir si una persona tendrá una enfermedad a partir de factores como la edad, el historial familiar y el estilo de vida.

Regresión de riesgos proporcionales (Cox):

Se utiliza para modelar el tiempo hasta que ocurre un evento. Por ejemplo, predecir el tiempo de supervivencia de pacientes con una enfermedad.

Regresión de Poisson:

Se utiliza para modelar variables de conteo (número de eventos en un período de tiempo). Por ejemplo, predecir el número de accidentes en una carretera en un año.

Regresión polinómica:

Se utiliza para modelar relaciones no lineales entre variables. Por ejemplo, modelar la relación entre el precio de una vivienda y su tamaño.

Otros modelos no lineales:

Incluyen curvas cóncavas, convexas, exponenciales, sigmoidales (S) y asíntoticas, dependiendo de los datos y las necesidades de análisis.

Otros tipos de regresión:

Regresión de Ridge, Lasso y Elastic Net: *Son técnicas de regularización que se utilizan para evitar el sobreajuste en la regresión lineal.*

Regresión de series temporales: *Se utiliza para modelar datos que cambian con el tiempo.*

En resumen: La elección del tipo de regresión depende de la naturaleza de los datos y del objetivo del análisis. La regresión lineal es adecuada para modelar relaciones lineales entre variables, mientras que la regresión no lineal es necesaria para modelar relaciones más complejas.

Modelos de Regresión Lineal:

Función	Regresión
$Y = f(X)$	$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 \dots \beta_n X_n + \epsilon$
$Y = a + bX_1 + cX_2 + \dots nX_n$	
Expresión determinística	Expresión determinística + <i>aleatoriedad</i>

Ejemplos de fenómenos deterministas:

- Hervir agua:

Bajo las mismas condiciones de presión y atmósfera, el agua siempre se congelará a 0°C y hervirá a 100°C.

- Movimiento de un planeta:

Las leyes de la física clásica permiten predecir con exactitud el movimiento de un planeta.

- Extracción de una bola roja de una urna con solo bolas rojas:

Si todas las bolas son rojas, se sabe que el resultado siempre será una bola roja.

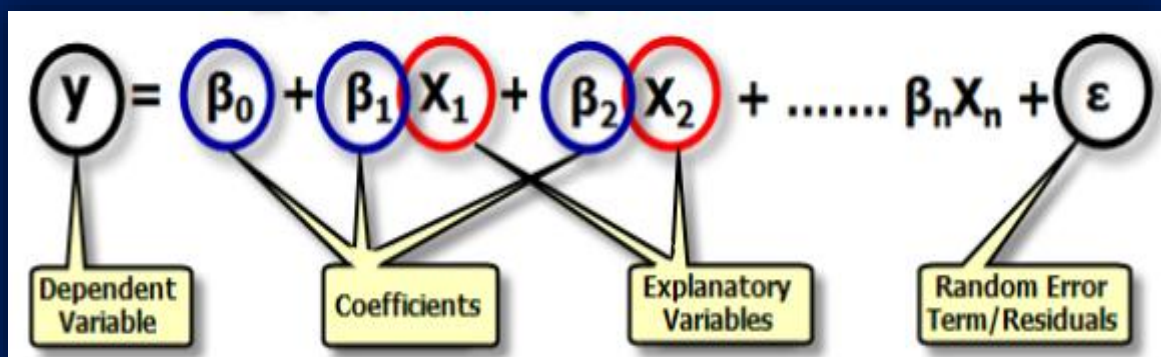
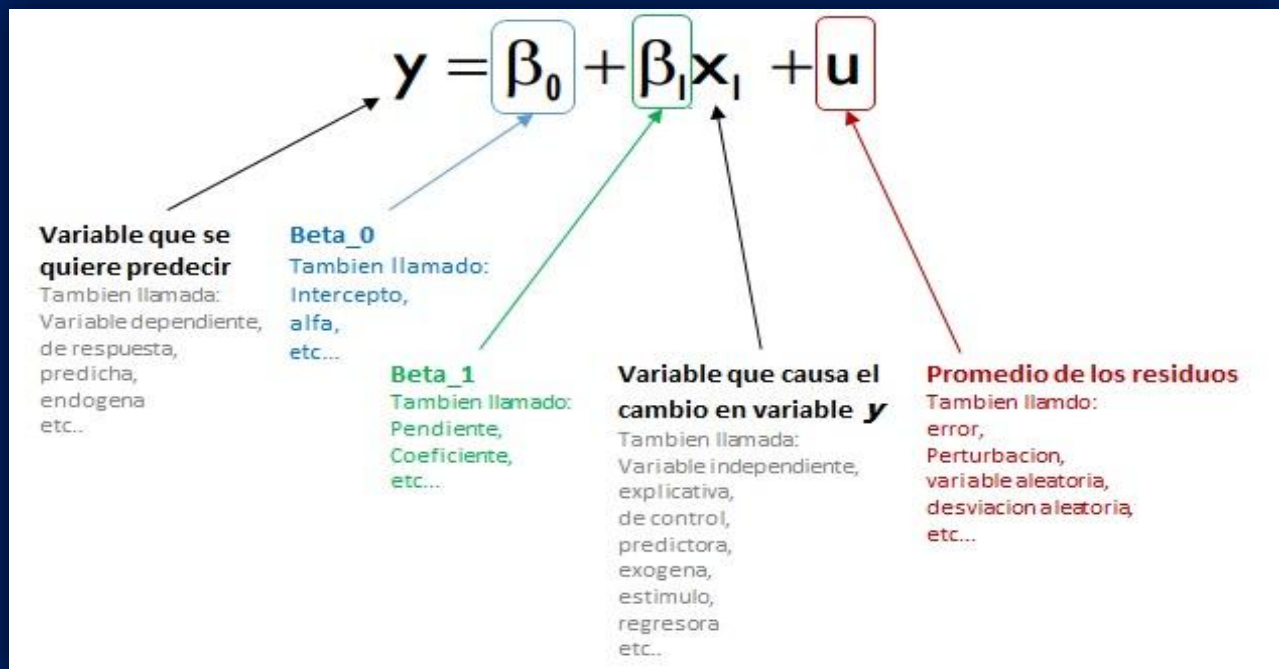
Ejemplos de fenómenos aleatorios:

- Lanzar una moneda: El resultado (cara o cruz) es impredecible antes de lanzar la moneda.
- Tirar un dado: No se puede predecir qué número saldrá en cada lanzamiento.
- La mutación genética: La aparición de mutaciones genéticas en una población contiene un componente de azar.

En resumen:

- Determinismo: Predecible, resultados siempre iguales.
- Aleatoriedad (o azar): Impredecible, resultados inciertos.

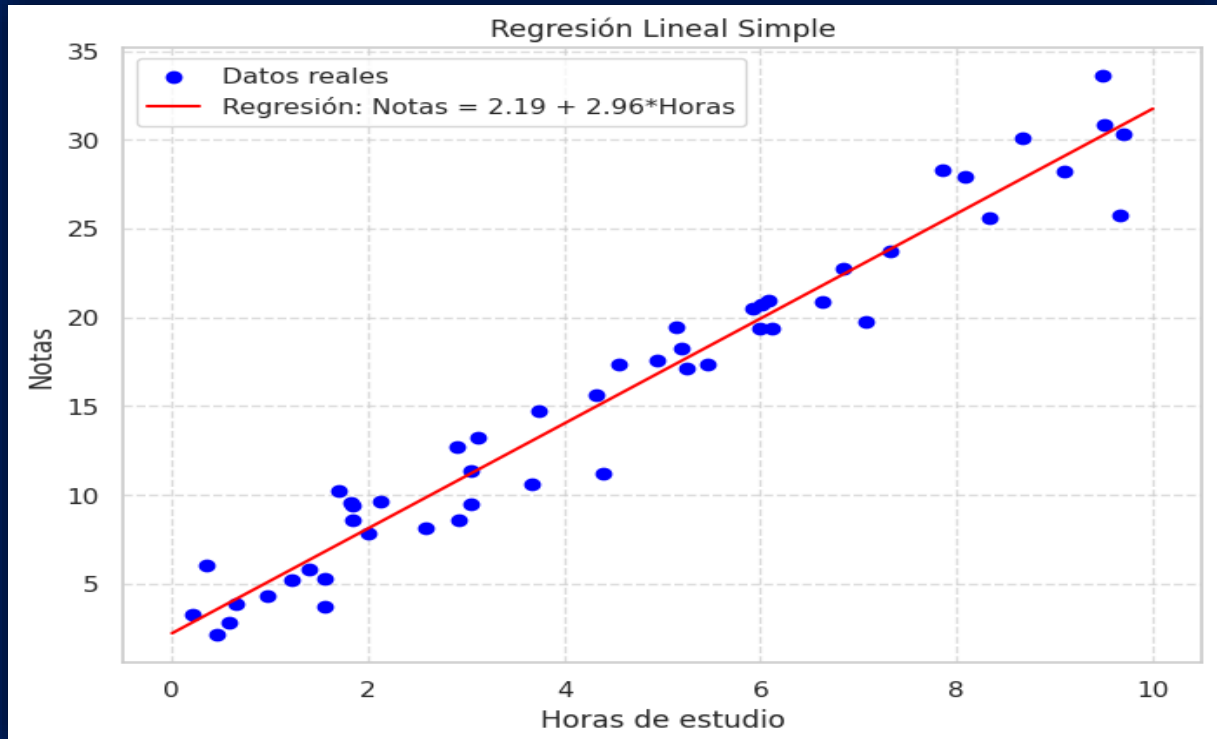
Detalles de una expresión determinística y aleatorio



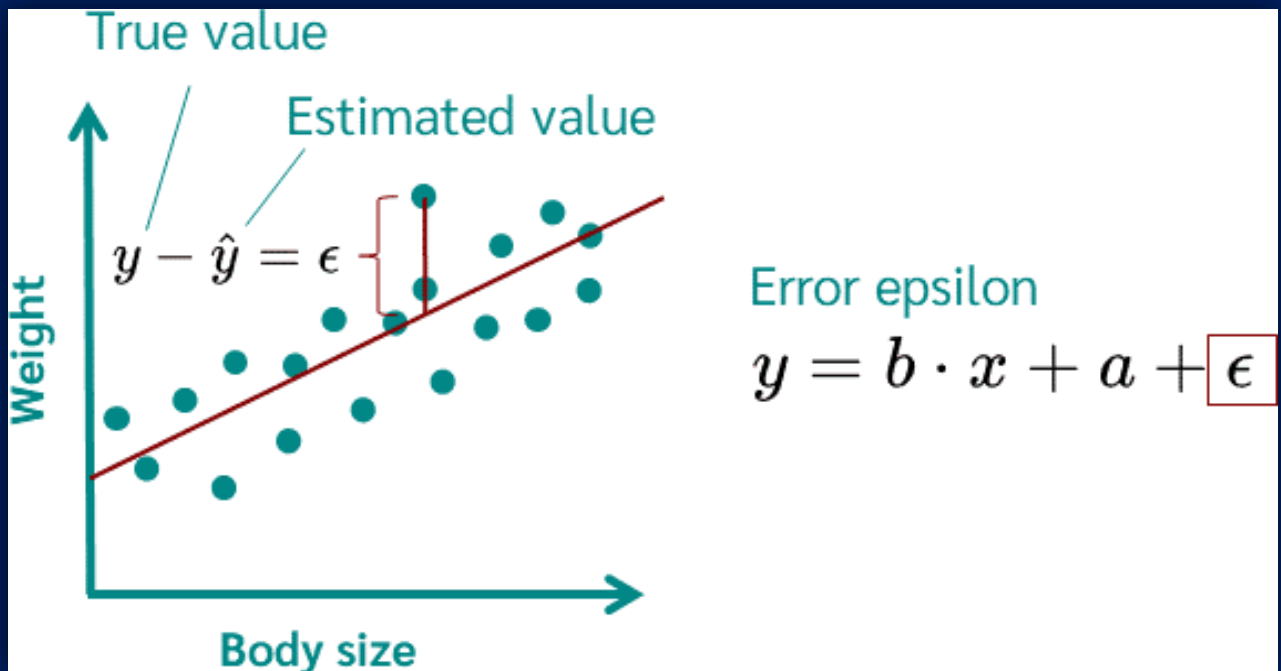
“Por lo tanto, la econometría no estima funciones porque estos ya están dados, lo que estima son regresiones y busca la mejor de todas”

Corrida del modelo planteado:

$$\text{Notas} = \beta_0 + \beta_1 * \text{horas de estudio} + \varepsilon$$



Estimación de valor Y:



Se busca que en promedio los errores se cancelen para encontrar la igualdad entre la \hat{Y} estimada e Y observada más un término aleatorio.

$$\begin{aligned}\hat{Y}_1 &= Y_1 - \epsilon_1 \\ \hat{Y}_2 &= Y_2 + \epsilon_2 \\ \hat{Y}_3 &= Y_3 - \epsilon_3\end{aligned}$$

Que los errores se cancelan se expresa que la esperanza matemática de los errores es igual a cero. Si se cancela los errores encontraríamos la Y estimada y la Y observada igualada:

$$\hat{Y} = Y + \epsilon$$

Mientras mayor sea el error ($>\epsilon$), tendremos una estimación no tan buena, si el error es menor ($<\epsilon$), la estimación será mucho mejor.

Ejemplo que resume la teoría:

Supongamos que un estudiante sale de un examen el cual él estima una nota de 18, pero en el momento de la entrega de exámenes por el profesor la nota es de 10, la nota de 10 es la nota observada encontrando un error de 8, es decir defiere en 8, si el alumno hubiera estimado un 11 de nota el término de error sería menor y por lo tanto la estimación es mucho mejor.

Estimación de β :

β

Los coeficientes Beta nos miden el impacto de una variable con respecto a otra, por ejemplo:

- Si tú quieres medir cuanto incrementaría tu consumo a medida que incrementa tus ingresos estima el parámetro Beta*
- Si quieres saber cómo variara la tasa de interés frente incrementos en la oferta monetaria estima el parámetro Beta*
- Si quieres saber cuántos kilos vas a bajar a medida que incrementas tus ejercicios en 10 minutos entonces estima el parámetro Beta*

¿Para qué minimizamos errores?

Para estimar las β

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon$$

¿Cómo estimo β_0, β_1 ?

Existe muchos estimadores:

- *Estimador Mínimo Cuadrado Ordinario (porque minimiza los cuadrados de los errores)*
- *Estimador de Máxima Verosimilitud*
- *Estimador de momentos*
- *Estimador de variables e instrumentales*
- *Etc.*

Mínimo Cuadrados Ordinarios

Es un método estadístico para estimar los parámetros de un modelo de regresión lineal. Su objetivo es minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores observados y los valores predichos por el modelo. En otras palabras, busca la línea de mejor ajuste para un conjunto de puntos de datos, minimizando la distancia entre cada punto y la línea.

Ejemplo: encontrar la recta que mejor se ajuste a los siguientes datos

<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>XY</i>	<i>X²</i>
7	2		
1	9		
10	2		
5	5		
4	7		
3	11		
13	2		
10	5		
2	14		
Σ			

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon$$

$$\beta_1 = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}} = \frac{233 - \frac{55 \times 57}{9}}{473 - \frac{(55)^2}{9}} \approx -0,84$$

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \bar{y} - \beta_1 \bar{x}_1 = \frac{\sum y}{n} - (-0,84) \times \frac{\sum x}{n} = \frac{57}{9} + 0,84 \times \frac{55}{9} \\ &= 11,4 \end{aligned}$$

$$\gamma = 11,4 - 0,84 X_1 + \varepsilon$$