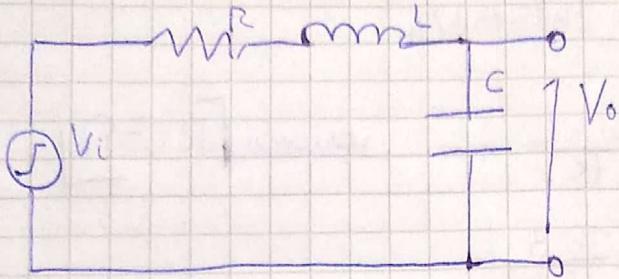


Plis, Iván

Filtro RLC tipo Butterworth pasa-bajos de 2º Orden (Serie)



Un circuito RLC serie resulta en una respuesta pasiva con una combinación de los factores propios señalados. Al ser de 2º orden pasivo, sumará una caída de -40dB/dec.

Se toma la salida en el capacitor ya que en este cuando la frecuencia es muy grande (infinito) este resulta un cortocircuito ($H(s)=0$) mientras que cuando la frecuencia es cero (res) se comporta como un circuito abierto ($H(s)=1$).

Procedo a deducir su función transferencia

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\cancel{s}(1/j\omega C)}{\cancel{s}(R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C})} \quad s=j\omega$$

$$= SC \frac{1}{(R+sL+\frac{1}{sC})} = \frac{1}{SCR+s^2LC+1}$$

$$\boxed{H(s) = \frac{1}{s^2LC + SCR + 1}} \quad \text{Función transferencia para un Filtro pasa-bajos de 2do Orden.}$$

y teniendo $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ y $CR = \frac{1}{\omega_0 Q}$

$$H(s) = \frac{1}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + \frac{1}{Q}(\frac{s}{\omega_0}) + 1} \Rightarrow \boxed{H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}}$$

Para componer un filtro Butterworth tiene un $Q = 0,707$ donde

$\omega_0 \approx \omega_c$ (-3dB). La ω_c pedida es $\omega_c = 300 \text{ Hz}$.

Con estas consideraciones, procedo a calcular R , L y C con un grado de libertad.

$$Q = 0,707$$

$$\omega_c = 2\pi f_c = 2\pi \cdot 300 \text{ Hz}$$

$$\omega_c = 1885 \text{ rad/s}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \frac{\omega_c L}{R} \quad \text{asumimos } R = 5 \Omega$$

$$(QR)^2 = \frac{L}{C}$$

$$Q = \frac{1885}{5\Omega} \cdot L$$

$$C = \frac{L}{(QR)^2}$$

$$L = \frac{0,707 \cdot 5\Omega}{1885 \text{ rad/s}}$$

$$C = \frac{1,88 \mu\text{H}}{(0,707 \cdot 5\Omega)^2}$$

$$L = 1,88 \text{ mH}$$

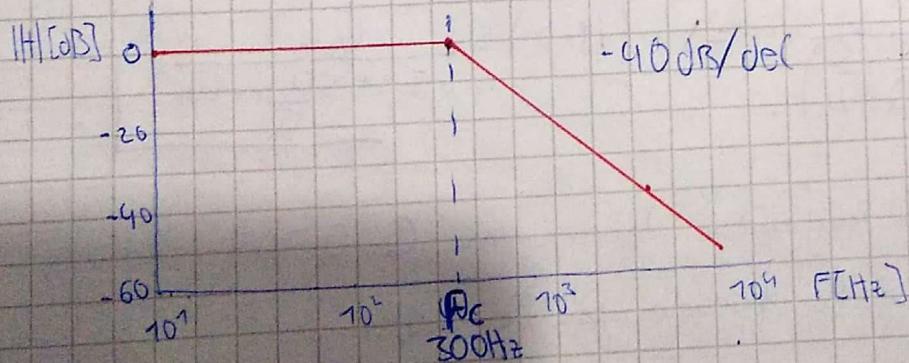
$$C = 750 \mu\text{F}$$

Reemplazando en $H(s)$:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 LC + s CR + 1} = \frac{1}{s^2 1,88 \text{ mH} \cdot 750 \mu\text{F} + s 750 \mu\text{F} 5\Omega + 1}$$

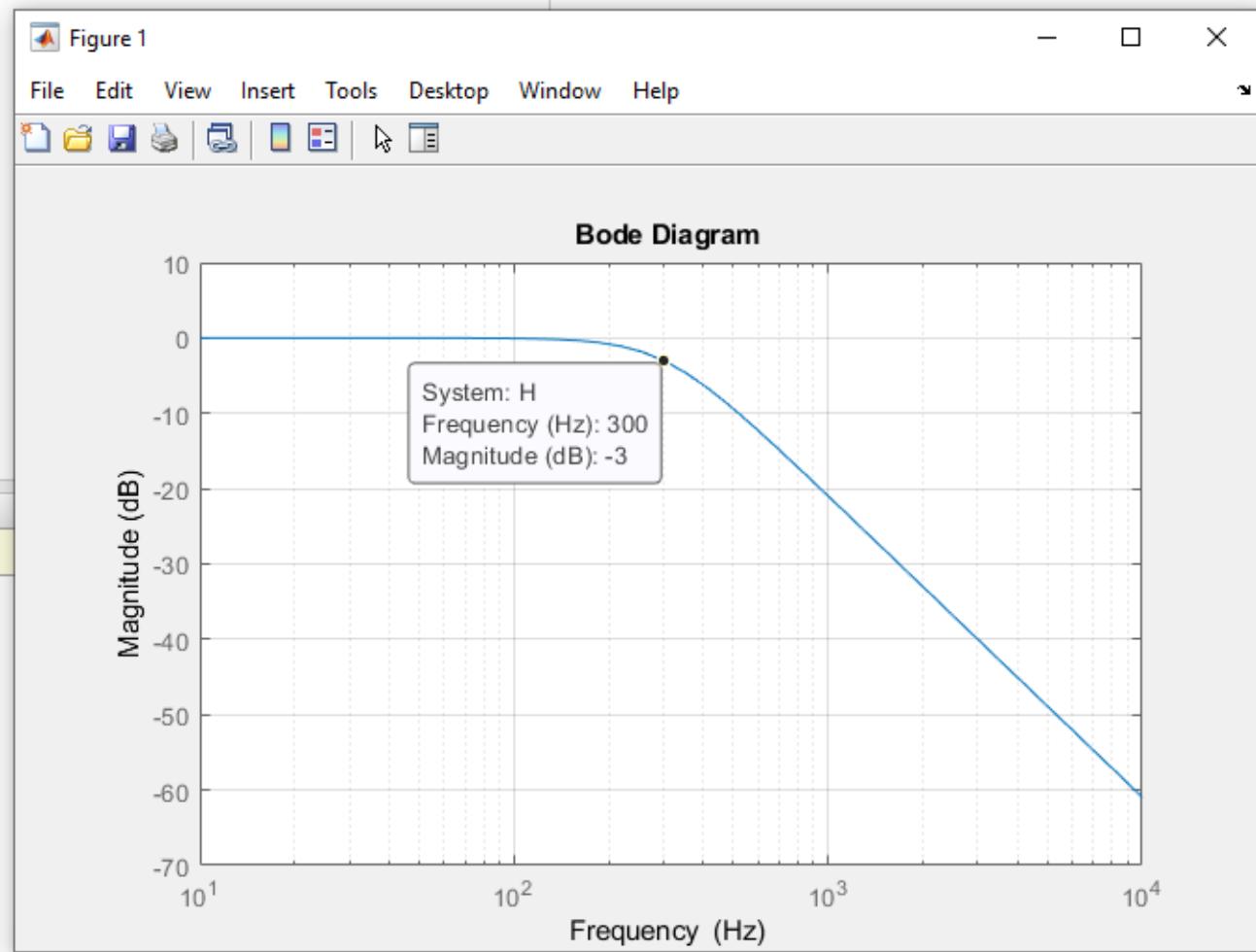
$$H(s) = \frac{1}{1,82 \times 10^{-9} s^2 + 75 \times 10^{-4} s + 1}$$

Aproximación asintótica del diagrama de Bode $|H(s)|$



A continuación, verificación y simulación en MATLAB y TINA-TI.

```
bodeRLC.m +  
1 - R=5;  
2 - L=0.00188;  
3 - C=0.000150;  
4  
5 - p=[1];  
6 - q=[L*C C*R 1];  
7  
8 - H=tf(p, q)  
9  
10 - [z,pp,k] = tf2zp(p,q);  
11  
12 - h=bodeplot(H);  
13 - setoptions(h,'FreqUnits', 'Hz', 'PhaseVisible', 'Off');  
14  
15
```



Command Window

New to MATLAB? See resources for [Getting Started](#).

Continuous-time transfer function.

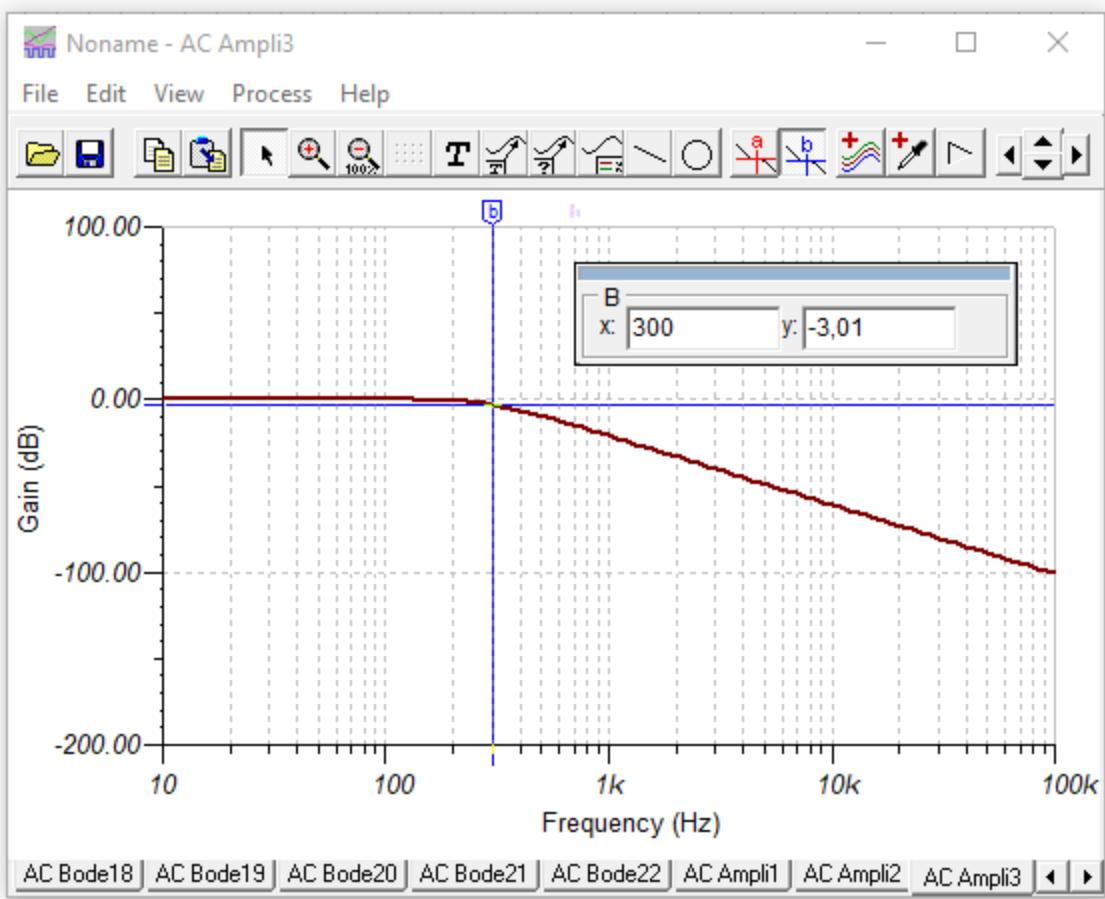
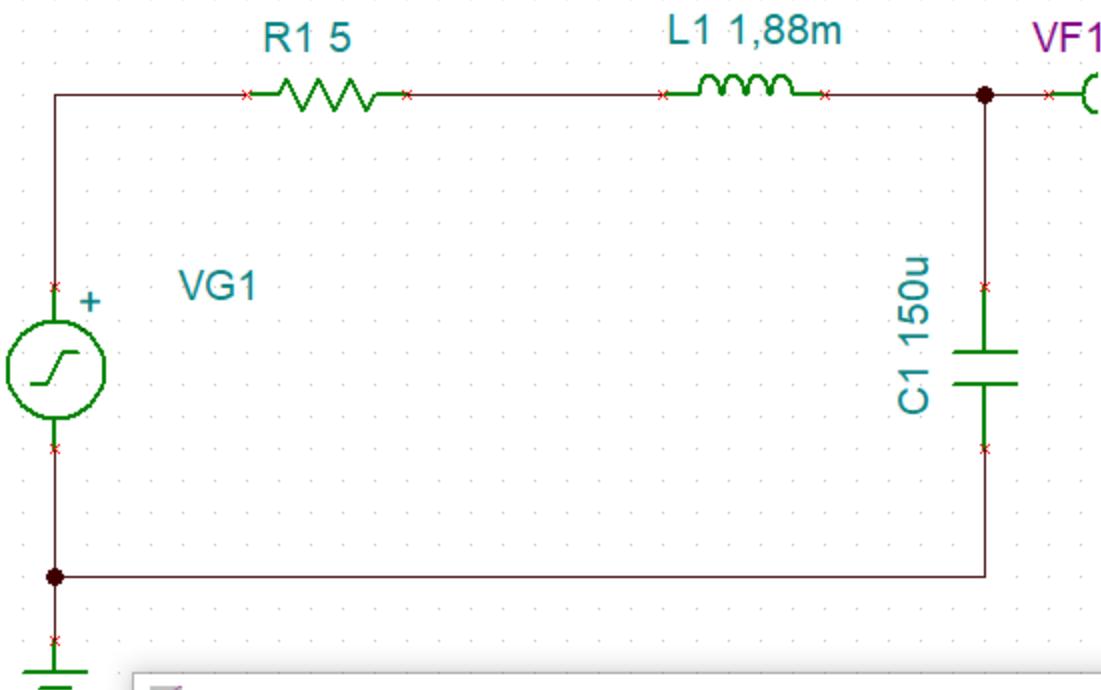
>> bodeRLC

H =

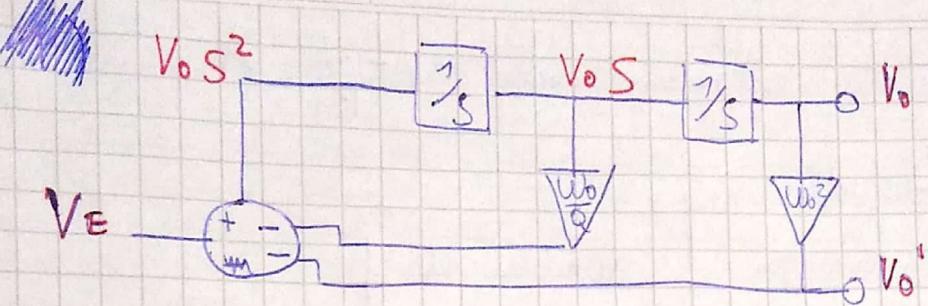
$$\frac{1}{2.82 \times 10^{-7} s^2 + 0.00075 s + 1}$$

Continuous-time transfer function.

fx >>



Plis, Iván



Sumador de tres entradas

Integrador

Inversor

Obteniendo el diagrama de bloques desde el circuito, que si desearíamos una expresión para la función de transferencia en el dominio de la frecuencia

$$V_E = V_o S^2 + V_o S \frac{W_o}{Q} + V_o W_o^2$$

y despejando el tiempo la función transferencia. Tomando solo en V_o y V_o'

$$V_E = V_o \left(S^2 + S \frac{W_o}{Q} + W_o^2 \right) = V_o'$$

$$\frac{V_E}{V_o} = S^2 + S \frac{W_o}{Q} + W_o^2$$

$$\frac{V_o}{V_E} = \frac{1}{S^2 + S \frac{W_o}{Q} + W_o^2}$$

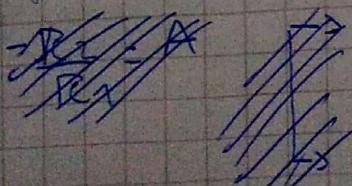
si tomamos en V_o' solo tiempo que multiplican por un factor $\frac{W_o^2}{Q}$

$$\frac{V_o'}{V_E} = \frac{W_o^2}{S^2 + S \frac{W_o}{Q} + W_o^2}$$

Función Transferencia que corresponde a un filtro Pasa Bajo de 2º orden

Como se me pide construir un filtro tipo Butterworth solo con integradores sumadores ~~y~~ inversores, debes considerar un $Q = 0,707$ donde $F_0 \approx F_c$ (-3 dB).

Por otro lado, se observa que los únicos estopos con ganancia es en las inversoras. Con un gráfico de libertad calculo R_1 para obtener las ganancias correspondientes



$$f_c = 300 \text{ Hz} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$\left[Q = 0,707 \right]$$

$$\omega_0 = 300 \text{ Hz} 2\pi$$

$$\left[\omega_0 = 1885 \text{ rad/s} \right]$$

$$\text{Para un inductor } \rightarrow -\frac{R_2}{R_1} = A$$

$$\text{generaria } \frac{\omega_0}{Q}$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = A = \frac{1885 \text{ rad/s}}{0,707}$$

$$A = 2666,2$$

$$\text{asumiendo } R_1 = 1\Omega$$

$$\rightarrow -\frac{R_2}{1\Omega} = -2666,2$$

$$\left| R_2 \right| = 2666,2 \Omega \approx 2,67 \text{ k}\Omega$$

$$\text{generaria } \omega_0^2$$

$$\omega_0^2 \cdot A = (1885 \text{ rad/s})^2$$

$$\omega_0^2 = 3553225$$

$$\text{asumiendo } R_1 = 1\Omega$$

$$-\frac{R_2}{1\Omega} = 3553225$$

$$\left| R_2 \right| = 3553225 \Omega \approx 3,55 \text{ M}\Omega$$

En ambas interpretaciones la generaria es unitaria. La fórmula de impedancia está dada por

$$H(s) = \frac{-1}{sRC} \rightarrow RC = 1 \quad \therefore \text{ resultado eigenvalor特征值} \\ \left. \begin{array}{l} R = 1\Omega \quad C = 1F \end{array} \right\}$$

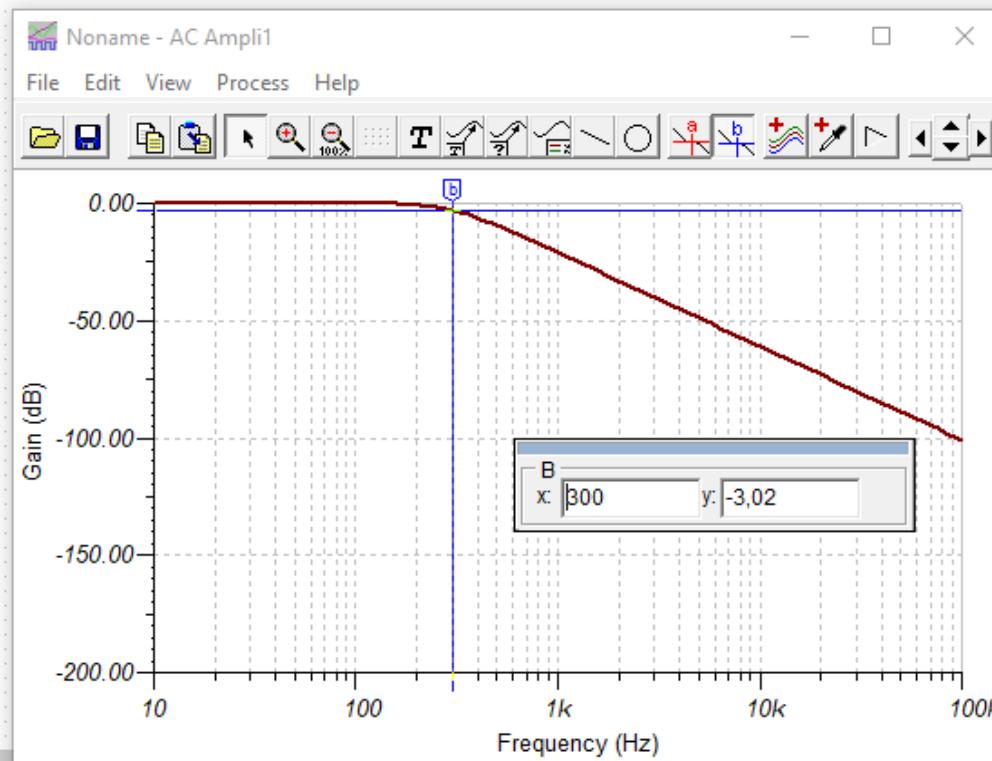
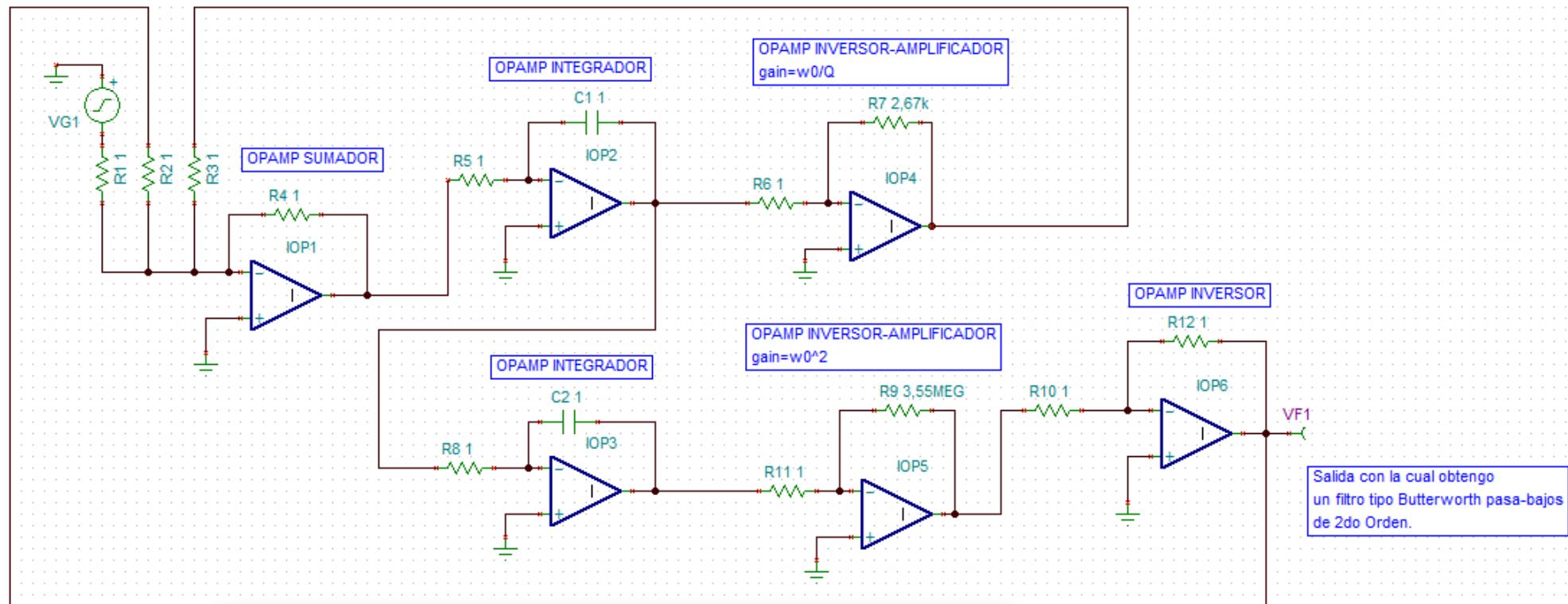
Para ~~el~~ sumar ~~los~~ las generarias es unitaria.

$$V_o = - \left(V_1 \frac{R}{R_1} + V_2 \frac{R}{R_2} + V_3 \frac{R}{R_3} \right) \quad \text{notando que } \left[R = R_1 = R_2 = R_3 = 1\Omega \right]$$

$$V_o = V_1 - V_2 - V_3$$

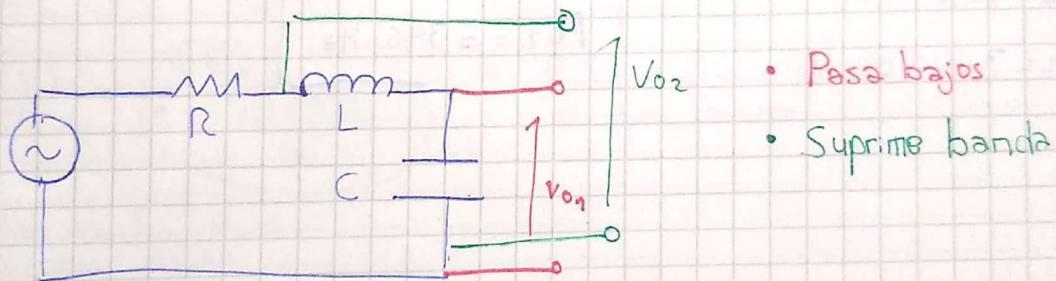
Agregamos un inductor antes de la red para protegerla de conexión

los signos del filtro tal que el diagrama de bloques como se observa a continuación.



2da Etapa TP

A hora ya partiendo del circuito RLC serie ya estudiado, me interesa obtener una red que me lo devuelva un filtro suprime banda. Para esto, debo tomar redonda entre inductor y capacitor. De esta forma, cuando el circuito este a la frecuencia resonante (donde $X_L = X_C$), se comportará como un cortocircuito y la tensión sea nula. A frecuencias muy bajas el circuito estará gobernado por el capacitor (pasa bajos) y en frecuencias alta por el inductor (pasa altos).



Para deducir la función transferencia el procedimiento es análogo al de la primera etapa

$$H(s) = \frac{V_o2}{Vi} = \frac{j \cdot \frac{R_o}{L} \cdot \frac{1}{s + j\omega}}{R + j\omega + \frac{1}{j\omega}} = \frac{jWL + \frac{1}{j\omega C}}{R + jWL + \frac{1}{j\omega C}} \quad S=j\omega$$

~~$$H(s) = \frac{s^2 LC + 1}{s^2 LC + s(R + jWL) + \frac{1}{j\omega C}}$$~~

Utilizando lógicamente las mismas ordenes de RL y C para el filtro Butterworth

$$Q = 0,707 \quad \text{y} \quad f_0 = 300 \text{ Hz}$$

$$H(s) = \frac{2,82 \times 10^{-7} s^2 + 1}{2,82 \times 10^{-7} + 7,5 \times 10^{-4} s + 1}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

$$0,707 = \frac{1805 \text{ rad/s}}{\Delta \omega}$$

$$\Delta \omega = 2666,2$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$$

$$\frac{\omega_0^2}{\omega_1} = \omega_2 \rightarrow \Delta \omega = \frac{\omega_0^2}{\omega_1} - \omega_1$$

$$\omega_1^2 - \omega_1 \cancel{\omega_0^2}$$

$$\frac{\omega_0^2}{\omega_1} = \Delta \omega + \omega_1$$

$$\omega_0^2 = \omega_1 \Delta \omega + \omega_1^2$$

$$\omega_1^2 + \Delta \omega \omega_1 + \omega_0^2 = 0$$

$$\omega_1^2 + 2666,2 \omega_1 + 3553225 = 0$$

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$$

$$\omega_2 = \Delta \omega + \omega_1$$

$$\omega_2 = 3641,86 \text{ rad/s}$$

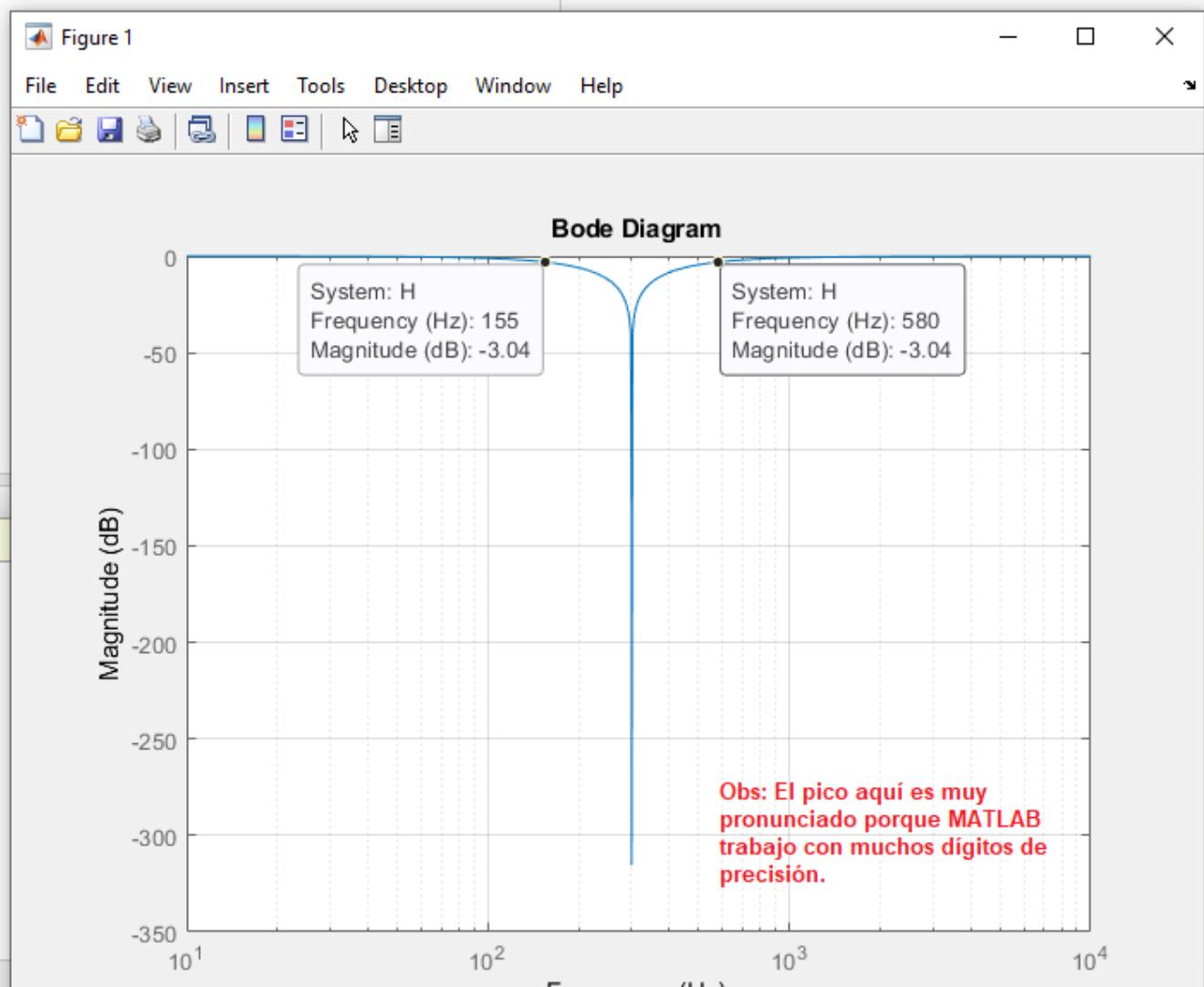
$$\left[\begin{array}{l} F_{c1} = 155,28 \text{ Hz} \\ F_{c2} = 579,62 \text{ Hz} \end{array} \right]$$

```

bodeRLC.m + 

1 - R=5;
2 - L=0.00188;
3 - C=0.000150;
4
5 - p=[L*C 0 1];
6 - q=[L*C C*R 1];
7
8 - H=tf(p, q)
9
10 - [z,pp,k] = tf2zp(p,q);
11
12 - h=bodeplot(H);
13 - setoptions(h,'FreqUnits', 'Hz', 'PhaseVisible', 'Off');
14
15

```



Command Window

New to MATLAB? See resources for [Getting Started](#).

Continuous-time transfer function.

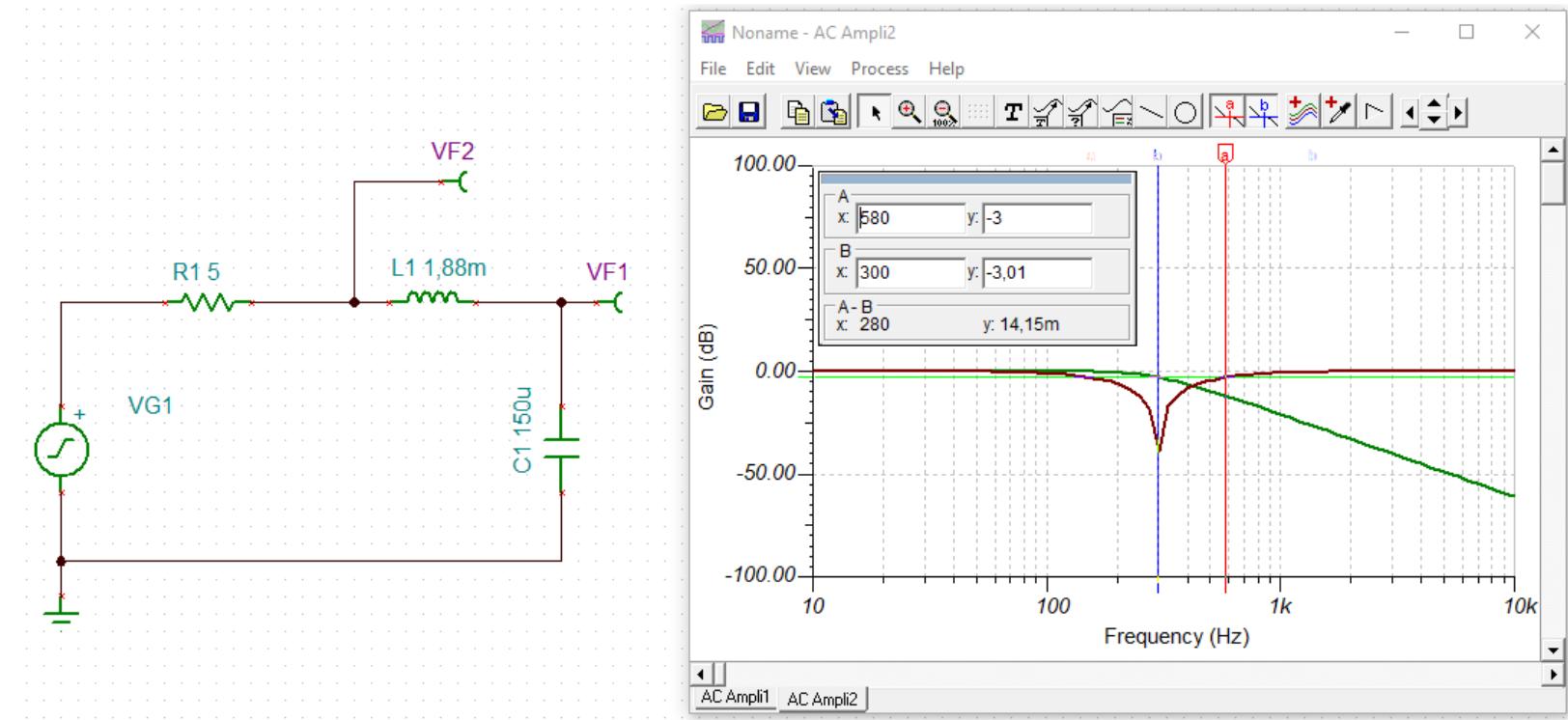
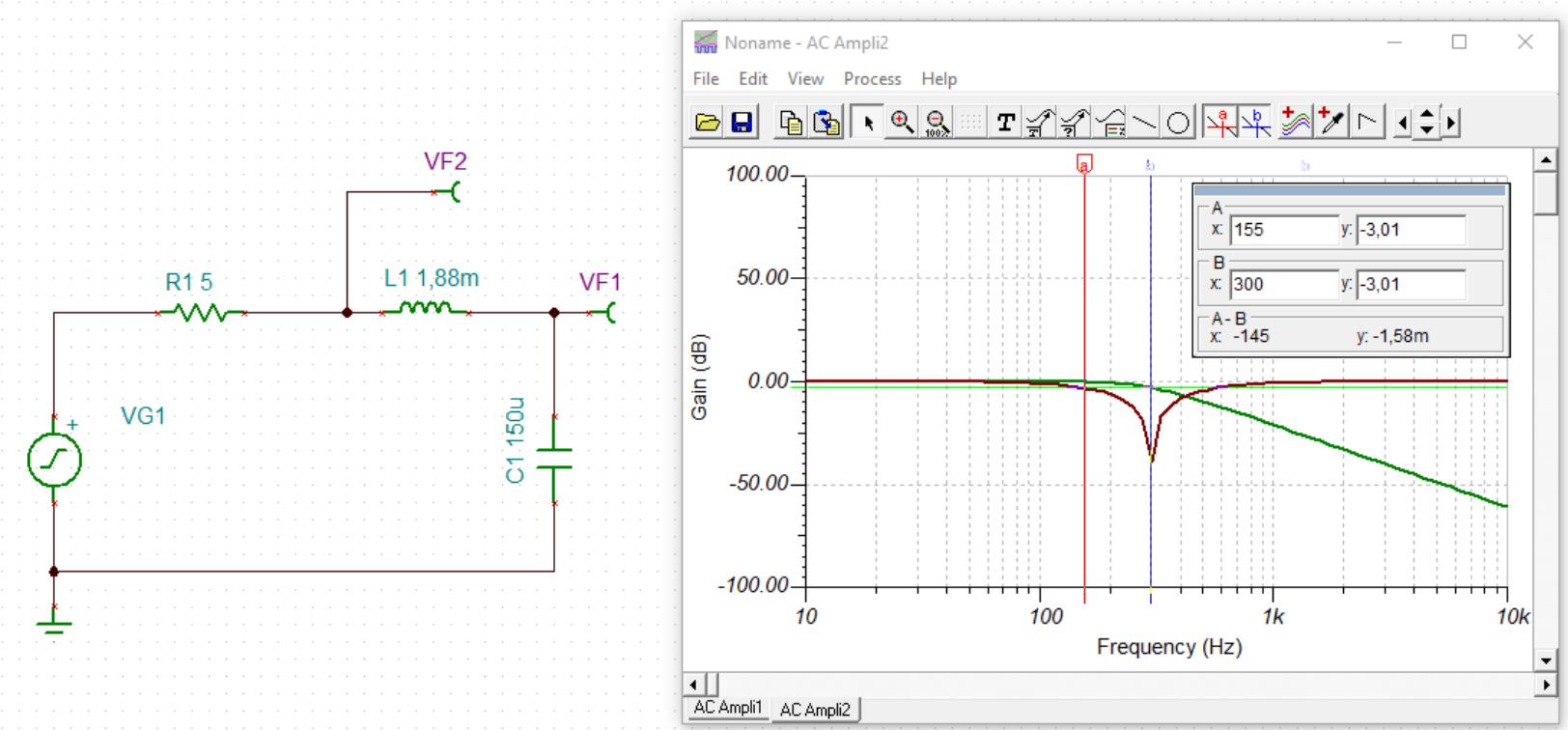
>> bodeRLC

H =

$$\frac{2.82 \times 10^{-7} s^2 + 1}{2.82 \times 10^{-7} s^2 + 0.00075 s + 1}$$

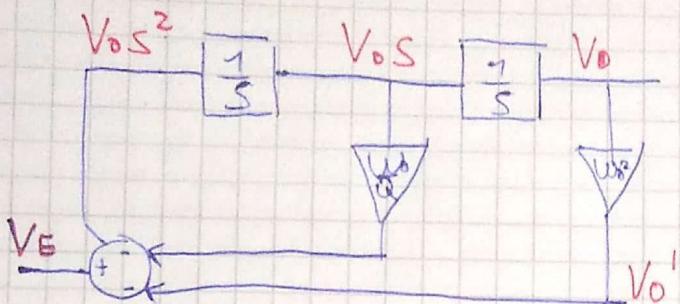
Continuous-time transfer function.

fx >>



Plis, Iván

Quiero construir/agregar una redonda para tener un paso superior/banda en mi filtro activo:

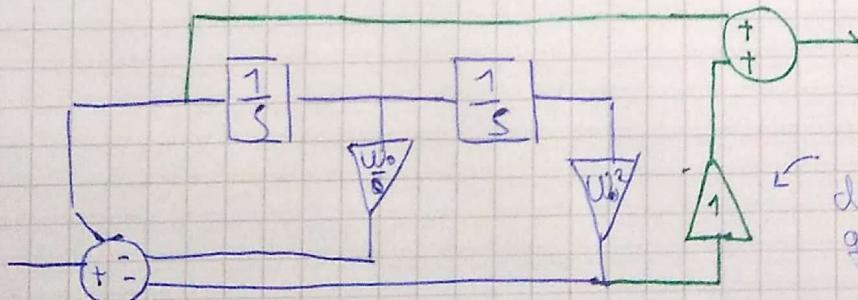


$$\frac{V_O'}{V_E} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s\omega_0 + \omega_0^2} \quad \leftarrow \text{Filtro pasa-bajos}$$

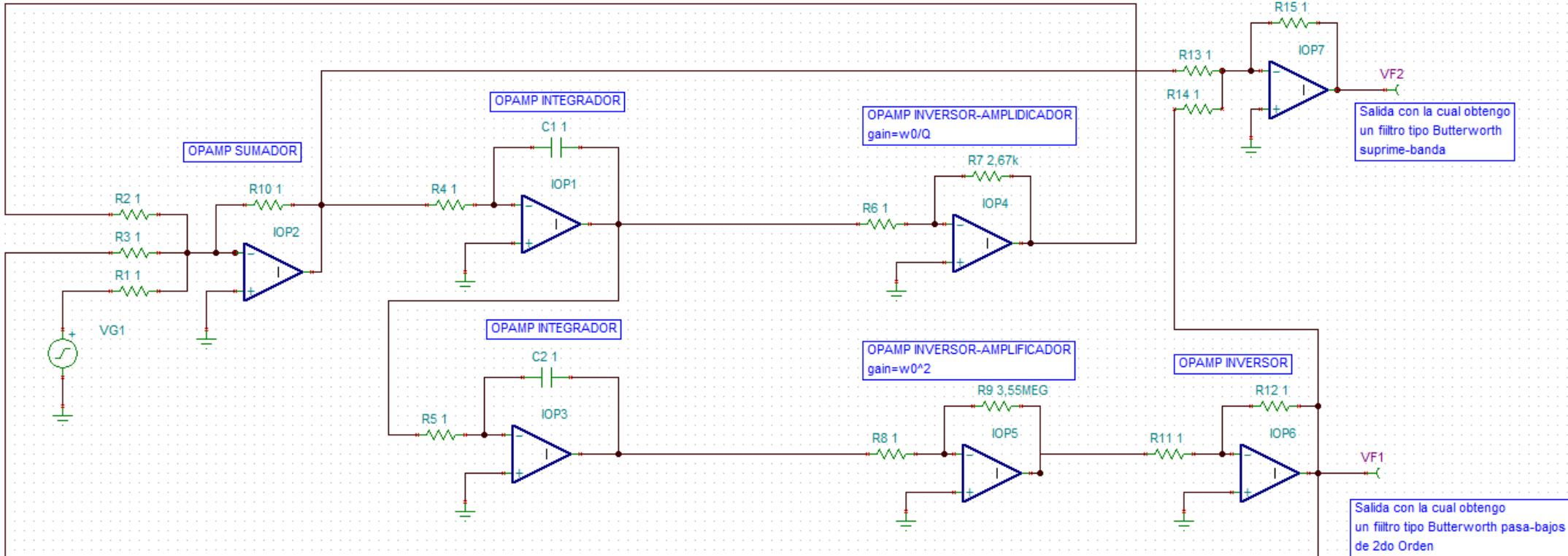
$$H(s)_{BS} = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + s\omega_0 + \omega_0^2} \quad \leftarrow \text{Filtro suprime banda (el que blocca)}$$

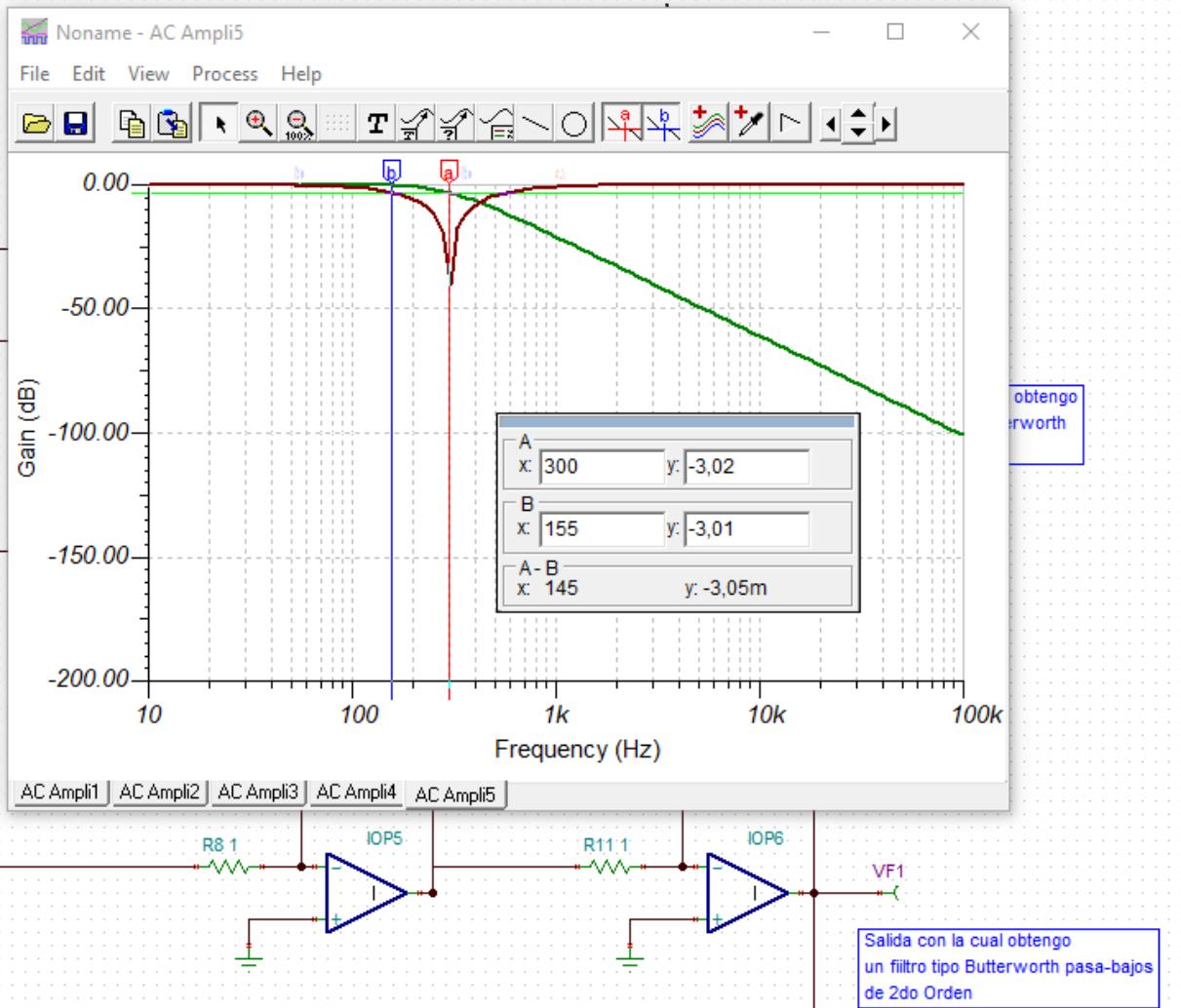
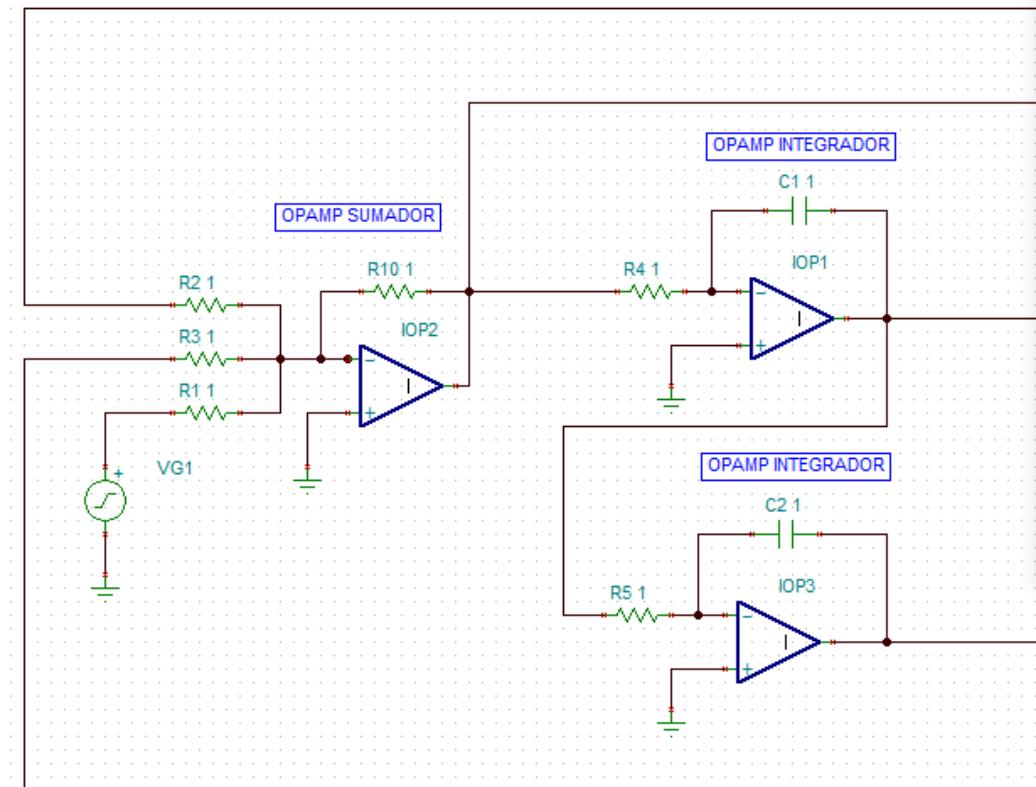
Esto es la $H(s)$
de un pasa-altos.

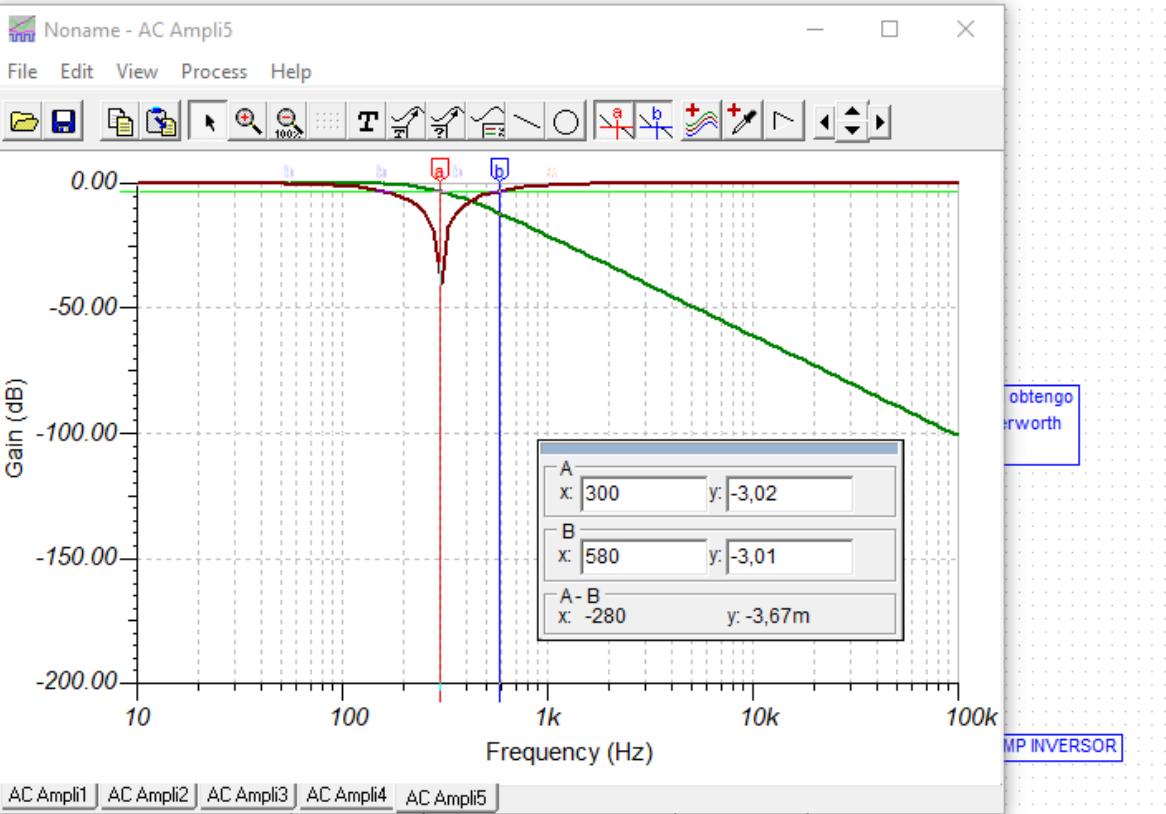
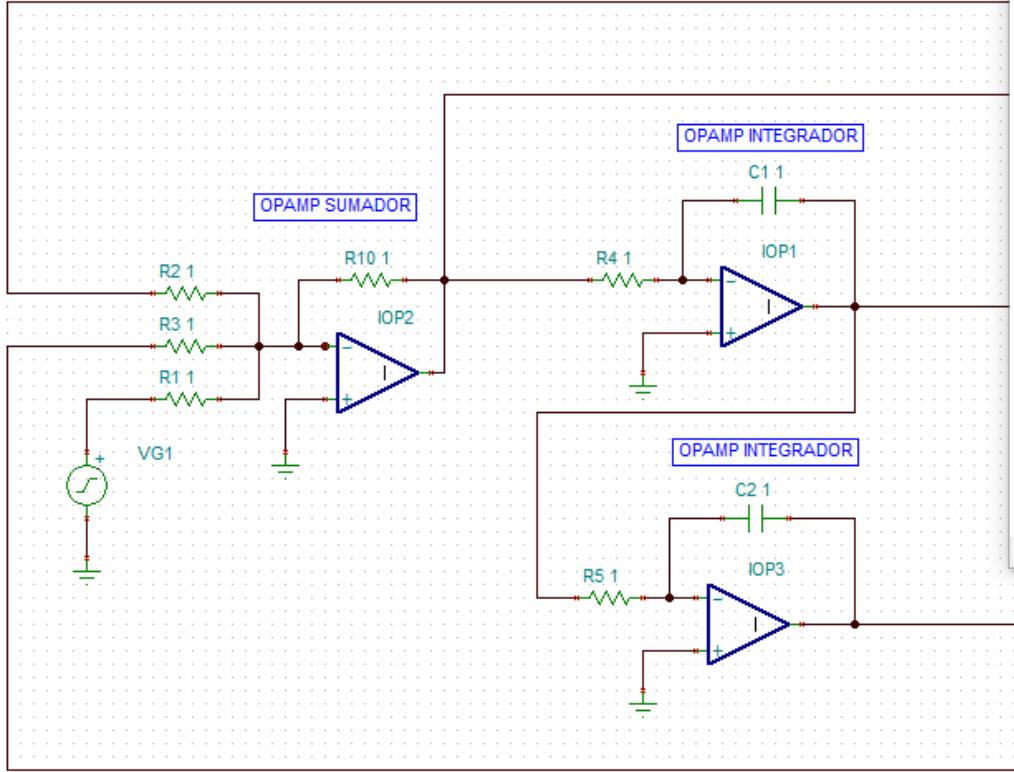
Por ende, queda claro que $H(s)_{BS} = H(s)_{LP} + H(s)_{HP}$. Utilizando un sumador conectado a la primera etapa inversora (el que blocca la banda) y a la segunda etapa inversora (el que tiene previamente solida para una pendiente) obtengo el suprime banda.



Tomé salida del inver.
de generación anterior
que ese sea el BP







Salida con la cual obtengo
un filtro tipo Butterworth pasa-bajos
de 2do Orden

TP2: Dominio Temporal

Pis, Iván

1) Convertir el filtro Butterworth con operaciones en un escalón de corriente simple. Obtener su respuesta al escalón e impulso.

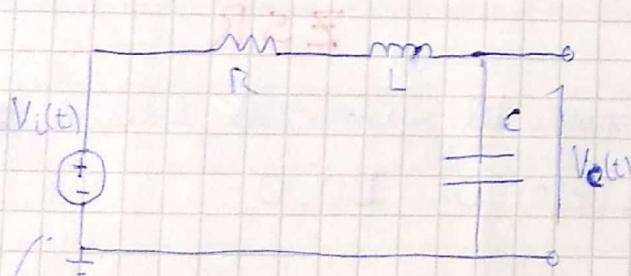
2) Obtener las mismas respuestas para el filtro original.

2) Vay a empezar con el filtro original puesto de lo mas general es un caso particular. El Butterworth pasa-bajo con operaciones tiene la misma $H(s)$ que el RLC serie. Por lo tanto, puedo extender el primero al segundo.

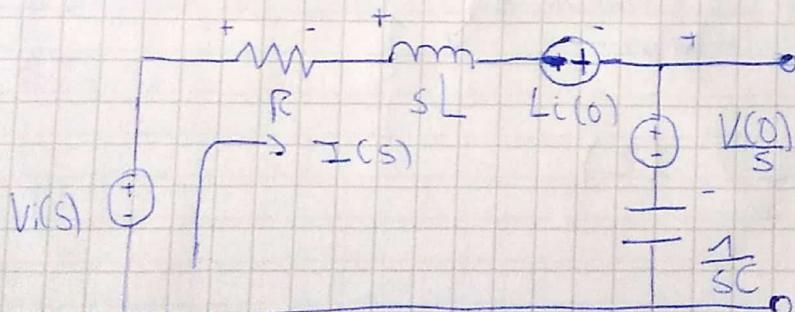
$$H(s) = \frac{1}{s^2 LC + SCR + 1} = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_0}\right) + 1}$$

$$\begin{aligned} R &= 5 \Omega \\ L &= 1,88 \text{ mH} \\ C &= 150 \mu\text{F} \\ \omega_0 &= 1085 \text{ rad/s} \\ Q &= 0,707 \end{aligned}$$

$$H(s) = \frac{1}{2,82 \times 10^{-9} s^2 + 7,5 \times 10^4 s + 1}$$



Transformo el dominio de tiempo para obtener las ecuaciones del tiempo



$$i_c(t) = C \frac{dv}{dt}$$

$$v_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

$$v_R(t) = i(t) R$$

$$R_C = 2 \sqrt{\frac{L}{C}} = 708 \Omega$$

$R \ll R_C$ → El sistema es subamplificado.

$$I(s) \cdot \frac{V(s)}{Z} = \frac{V_i(s) + L_i(0) \cdot V(0)/s}{SL + R + \frac{1}{sC}}$$

$$= \frac{V_i(s) + L_i(0) + V(0)s}{s^2LC + SCR + 1} \cdot SC$$

$$I(s) = \frac{s(V_i(s) + SCR \cdot I(0) \cdot V(0))}{s^2LC + SCR + 1}$$

En el operador $\frac{d}{dt}$

$$V_c(s) \cdot \frac{V(0)}{s} + \frac{I(s)}{SC} = \frac{V(0)}{s} + \frac{SCRV_i(s) + SCR \cdot I(0) \cdot V(0)C}{s^2LC + SCR + 1} \cdot \frac{1}{SC}$$

$$= \frac{V(0)}{s} + \frac{V_i(s) + L_i(0) - V(0)/s}{s^2LC + SCR + 1} \quad \leftarrow H(s)$$

$$= \frac{V(0)}{s} + \frac{L_i(0) - V(0)/s}{s^2LC + SCR + 1} + \frac{1}{s^2LC + SCR + 1} V_i(s)$$

$$= \frac{V(0) \cancel{s^2LC + SCR + 1}}{\cancel{s^2LC + SCR + 1}} + \frac{V(0) \cancel{s^2LC + SCR + 1}}{\cancel{s^2LC + SCR + 1}} + \frac{1}{s^2LC + SCR + 1} V_i(s)$$

$$V_c(s) = \underbrace{\frac{sLC}{s^2LC + SCR + 1} V(0) + CRV(0) + L_i(0)}_{ZIR} + \underbrace{\frac{1}{s^2LC + SCR + 1} V_i(s)}_{ZSR} \quad (1)$$

Como se mide únicamente la respuesta del sistema al sistema de impulso, considerar condiciones nulas. $V_c(0) = 0$ $I(0) = 0$

$$V_c(s) = \frac{1}{s^2LC + SCR + 1} V_i(s) = H(s) V_i(s)$$

\downarrow Transformadas en Laplace $\rightarrow \frac{1}{s}$ Escalar Unitario $u(t)$

$$V_c(s) = \frac{1}{s^2LC + SCR + 1} \cdot \frac{1}{s} \quad (2)$$

$$V_c(s) = \frac{1}{s^3LC + SCR + 1}$$

Plis, Iván

Para obtener $V_c(t)$ tiempo que antitrasforman $V_c(s)$. Vía MATLAB obtengo $V_c(s)$ en fracciones parciales

$$V_c(s) = \frac{1}{s^2 LC + sCR + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{\cancel{1}}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_0}\right) + 1} \cdot \frac{1}{s}$$

$$V_c(s) = \frac{1}{2.82 \times 10^{-7} s^3 + 7.5 \times 10^{-4} s^2 + s}$$

$$V_c(s) = \frac{-0.5 + j0.5}{s - (-1330 + j1333)} + \frac{-0.5 - j0.5}{s - (-1330 - j1333)} + \frac{1}{s}$$

Antitrasformas con
Wolfram Alpha

$$V_c(t) = -e^{-1330t} (\cos(1333t) + \sin(1333t)) + 1$$

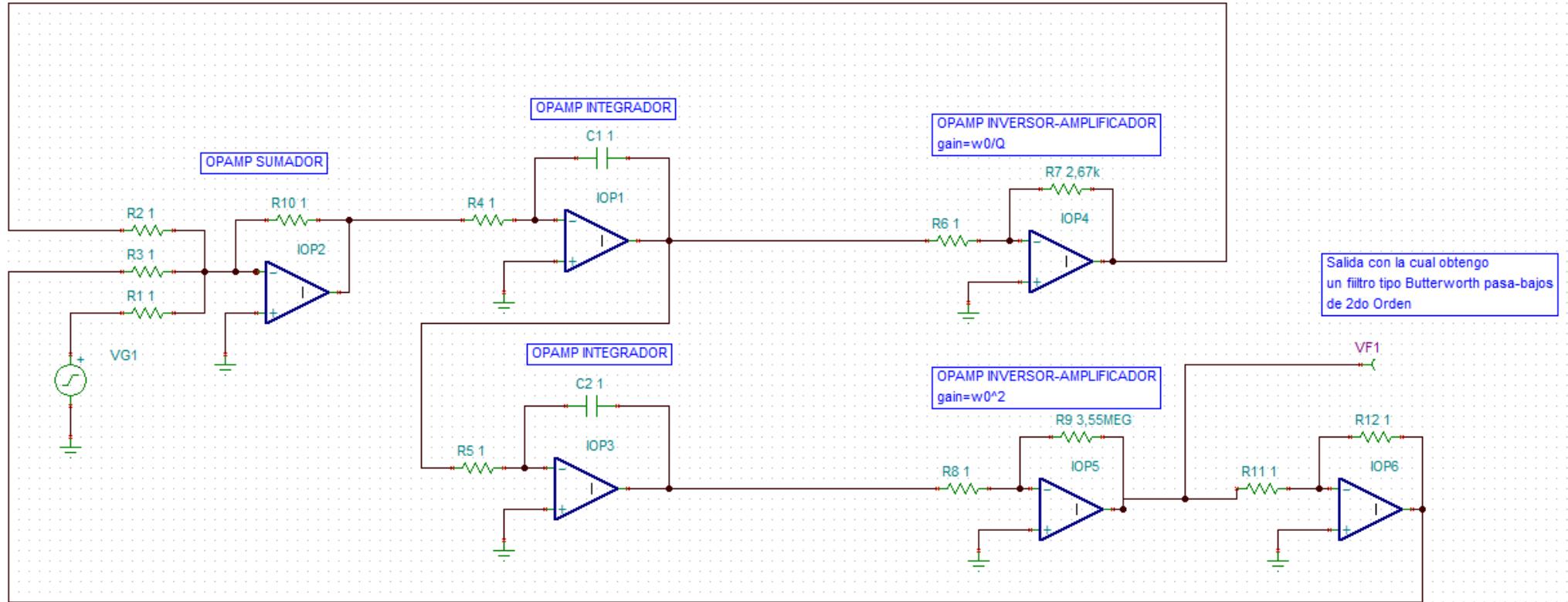
Respuesta al
escalón Unitario
(3)

Una de los ventajas de obtener la respuesta al escalón unitario es que me basta con devolver ipso facto la respuesta al impulso $\delta(t)$. Entonces

$$V_c(t) = e^{-1330t} (2663 \sin(1333t) - 3 \cos(1333t))$$

Respuesta
al Impulso.
(4)

A continuación verifiquen en MATLAB y simuló en TINA-TI. En este último, el impulso lo generamos con una pulso de Amplitud: 1×10^6 y periodo de $11T = 1 \times 10^{-6}$ s



```

1 - R=5; %Parametros circuitales Filtro Butterworth pasa bajos
2 - L=0.000188;
3 - C=0.000150;
4
5 - p=[1];
6 - q=[L*C C*R 1];
7
8 - H=tf(p, q); %Funcion transferencia
9
10 %RESPUESTA ZSR%
11
12 - qZSR=[L*C C*R 1 0]; %H(s)*u(s)-->H(s)*1/S
13
14 - [rr,pp,kk]=residue(p,qZSR) %Descompongo en fracciones parciales
15
16 %Respuesta temporal antitransformadas en Wolfram Alpha (analiticas)
17 - vtEscalon=@(t) -exp(-1330.*t).* (cos(1333.*t)+sin(1333.*t))+1
18 %derivando la respuesta al escalon unitario
19 - vtImpulso=@(t) exp(-1330.*t).* (2663*sin(1333.*t)-3*cos(1333*t))
20
21 %Grafico de respuestas temporales
22 fplot(vtEscalon, [0,0.01]);
23 fplot(vtImpulso, [0,0.01]);
24
25 step(H)
26 impulse(H)

```

Command Window

```

rr =

```

$$\begin{aligned} &-0.5000 + 0.4987i \\ &-0.5000 - 0.4987i \\ &1.0000 + 0.0000i \end{aligned}$$


```

pp =

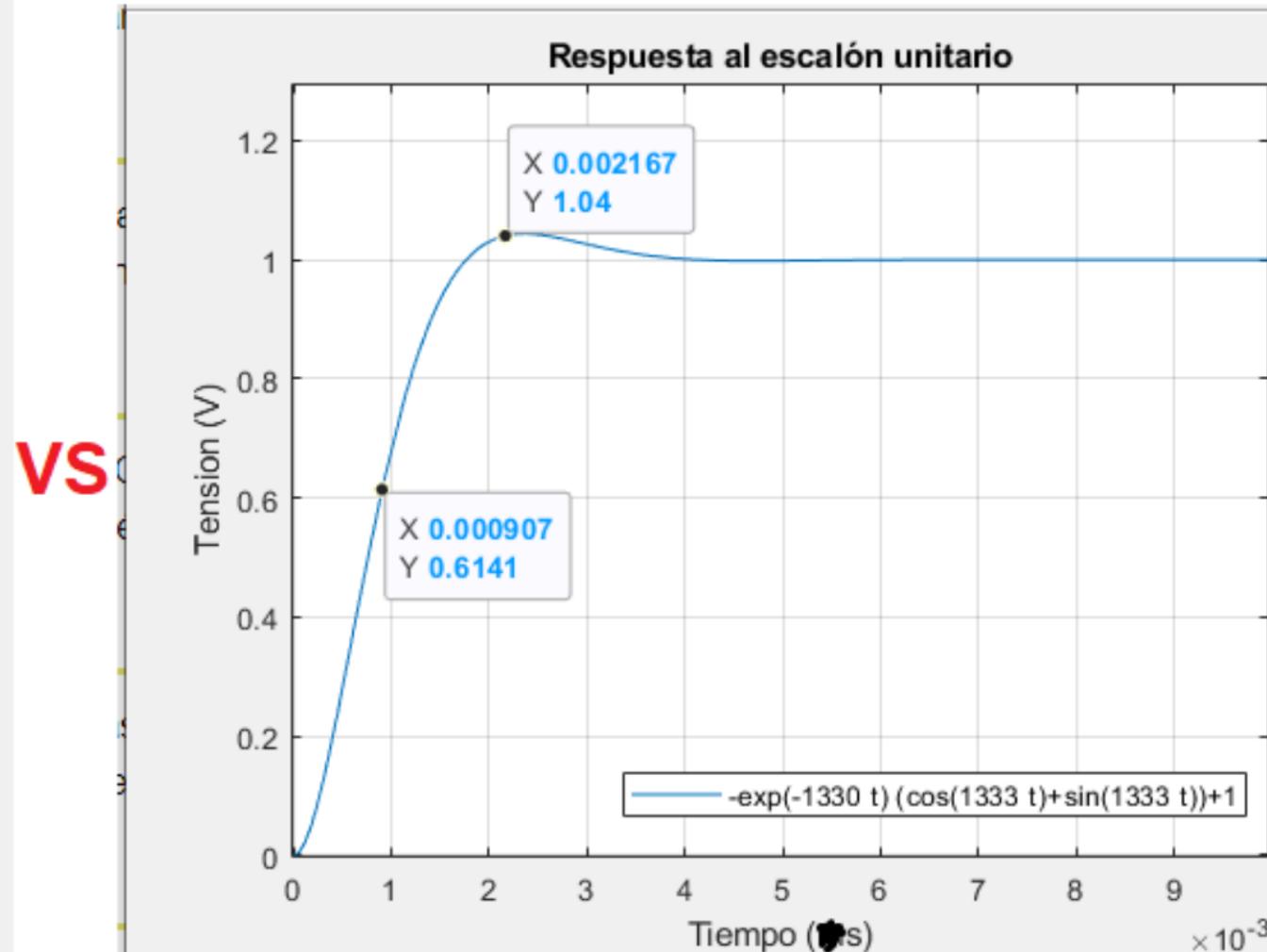
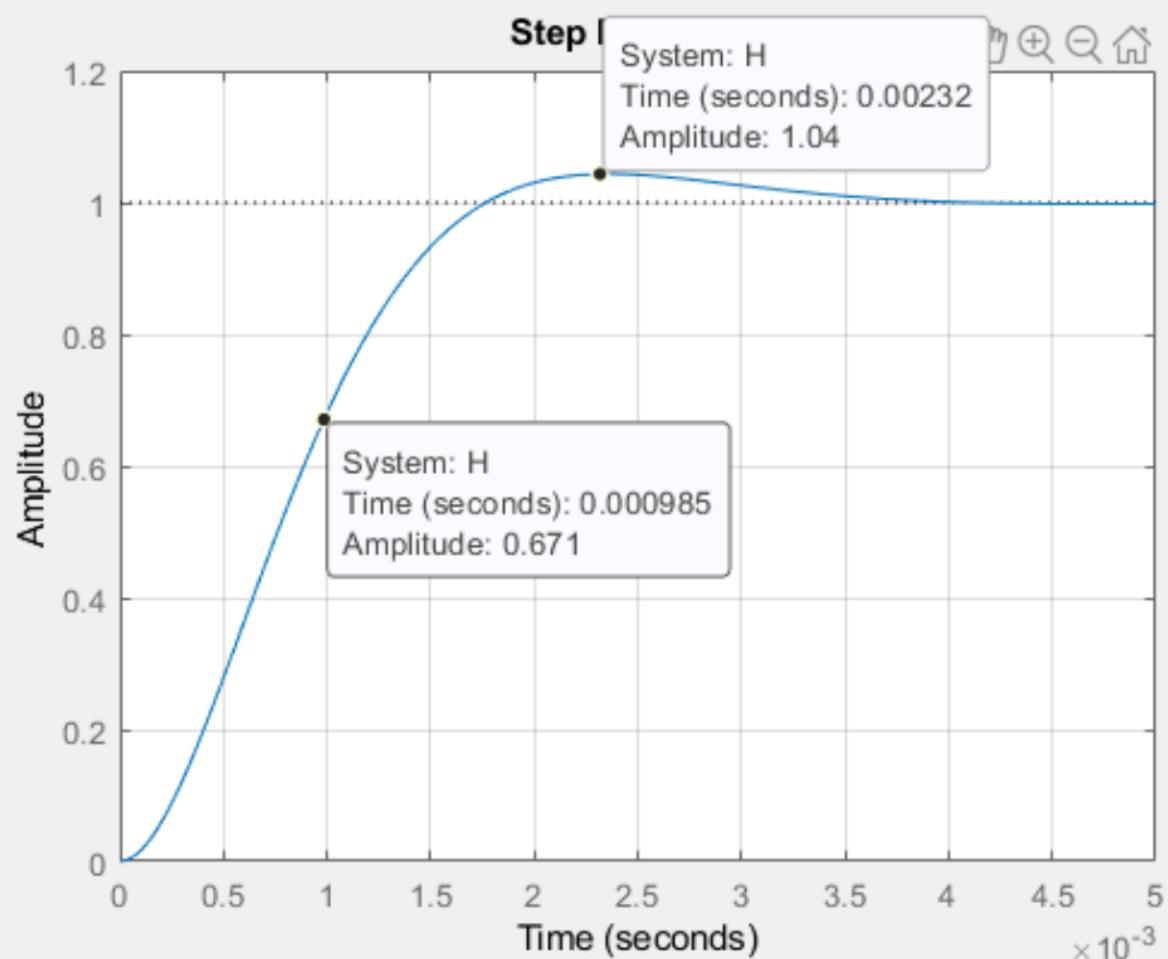
```

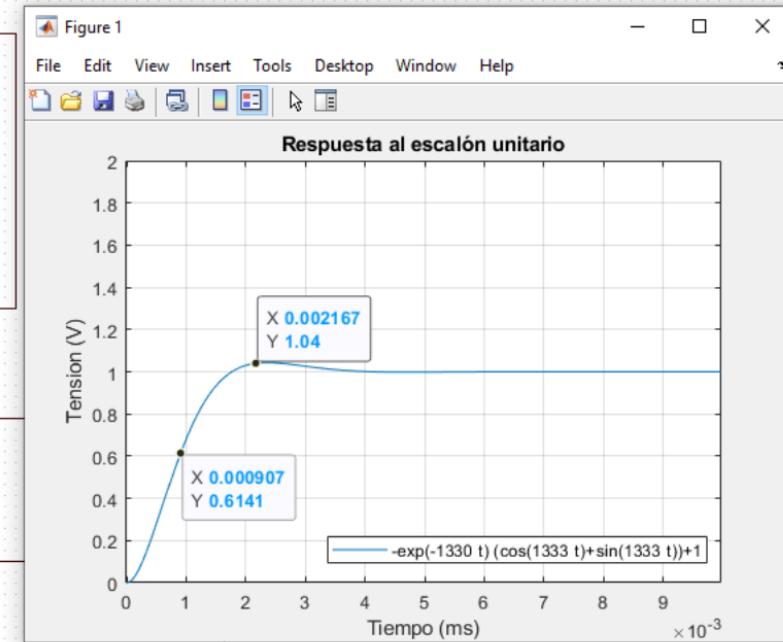
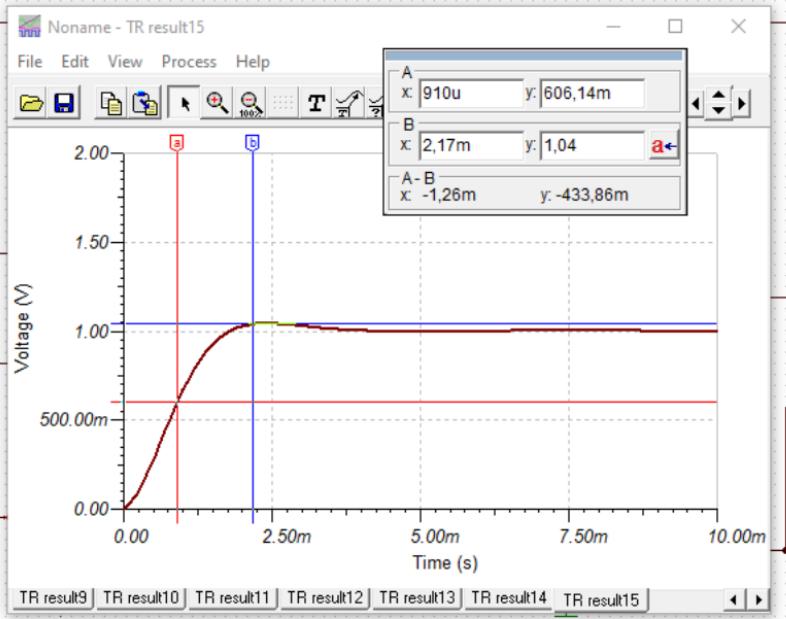
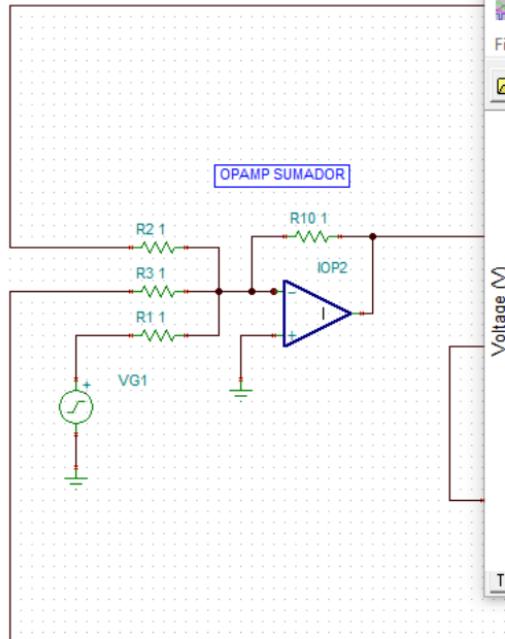
$$\begin{aligned} &1.0e+03 * \\ &-1.3298 + 1.3333i \\ &-1.3298 - 1.3333i \\ &0.0000 + 0.0000i \end{aligned}$$


```

fx kk =

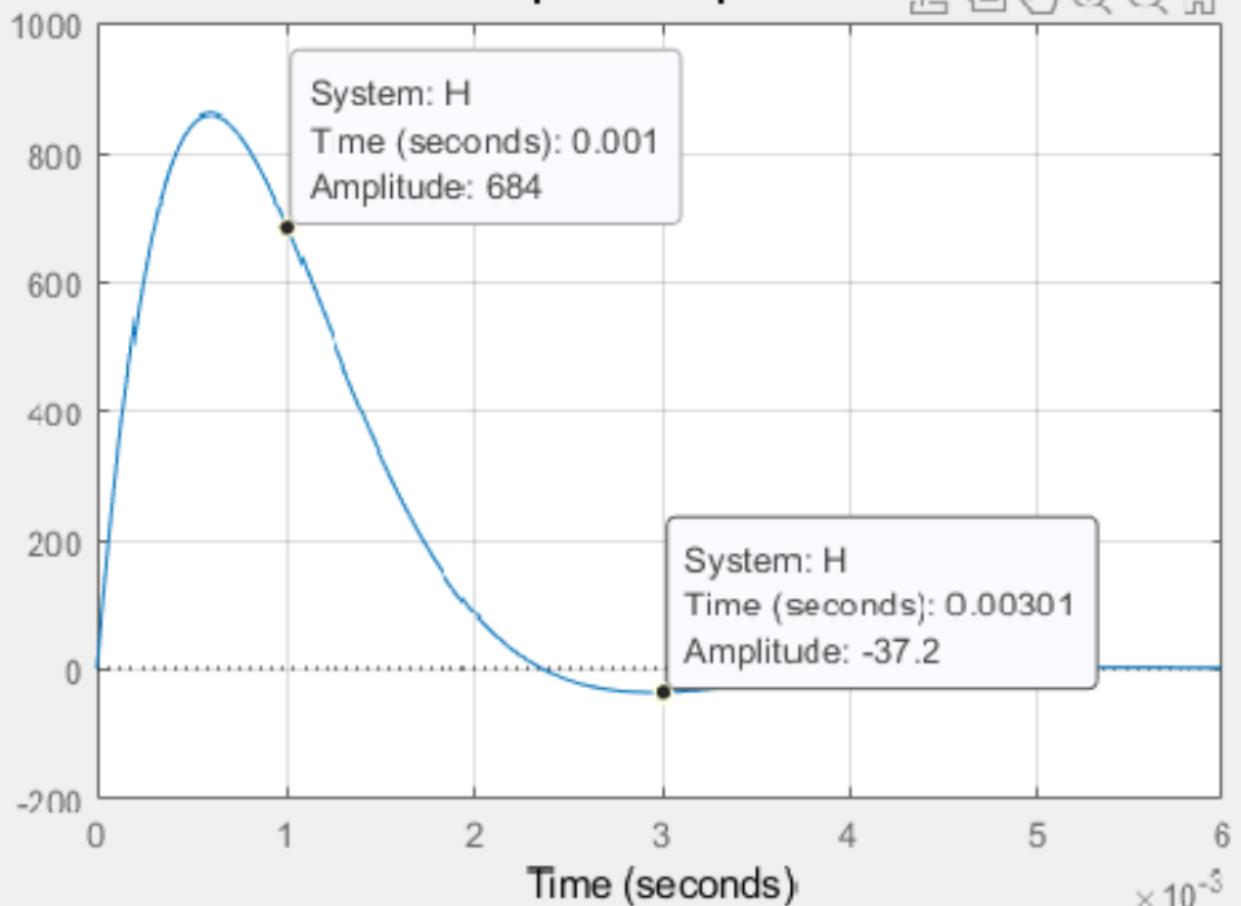
```





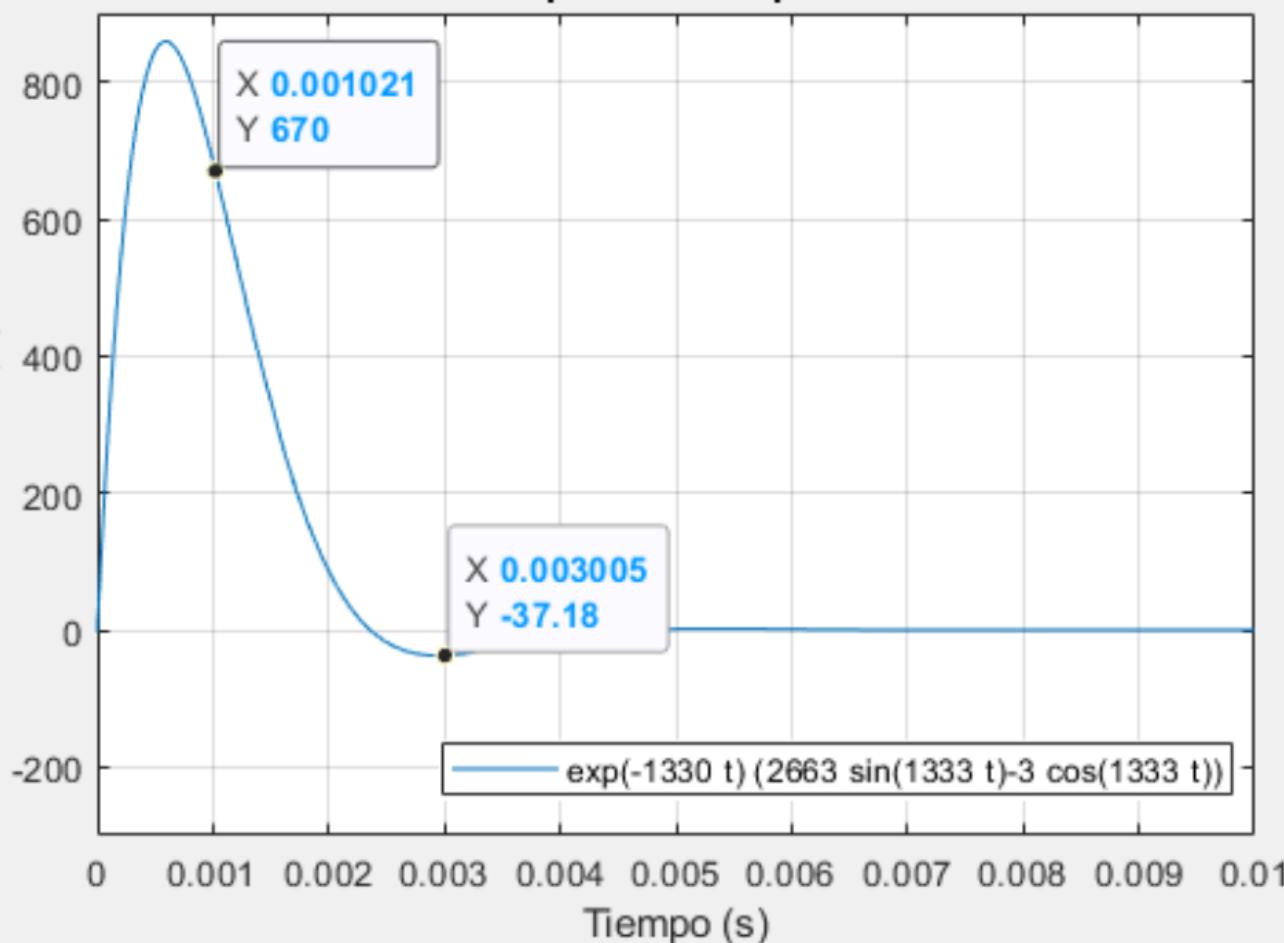
Impulse Response

Amplitude

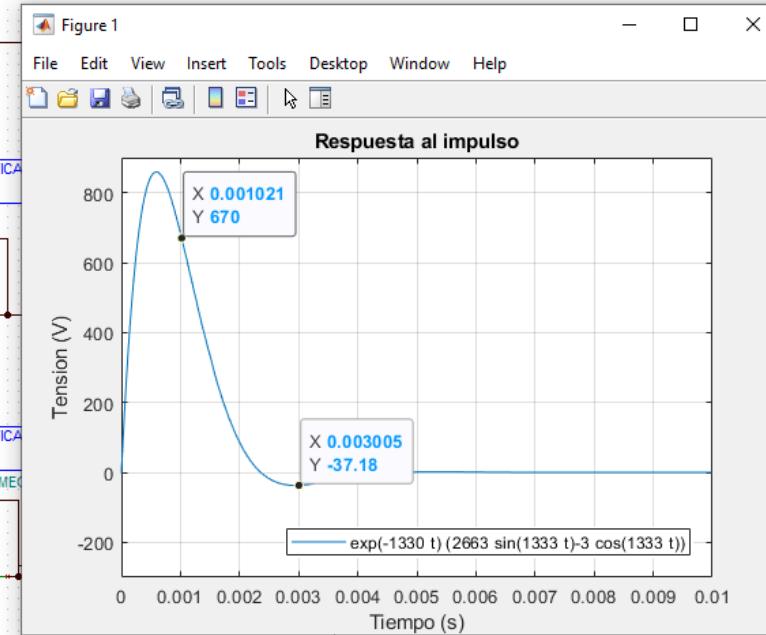
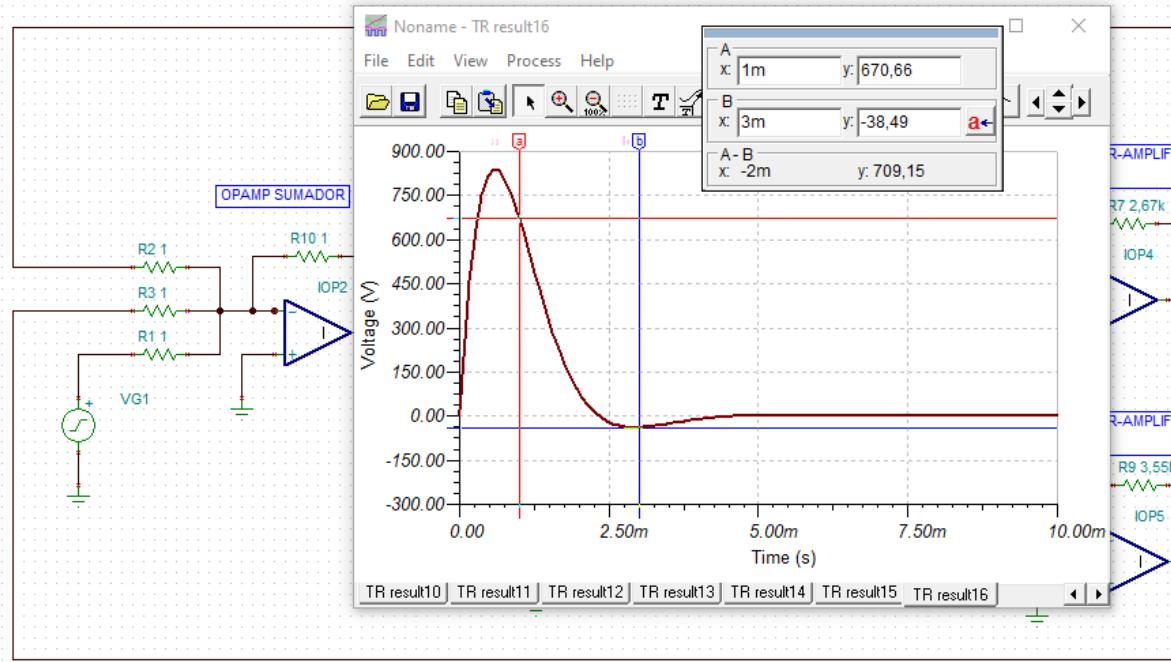


Respuesta al impulso

Tension (V)



VS



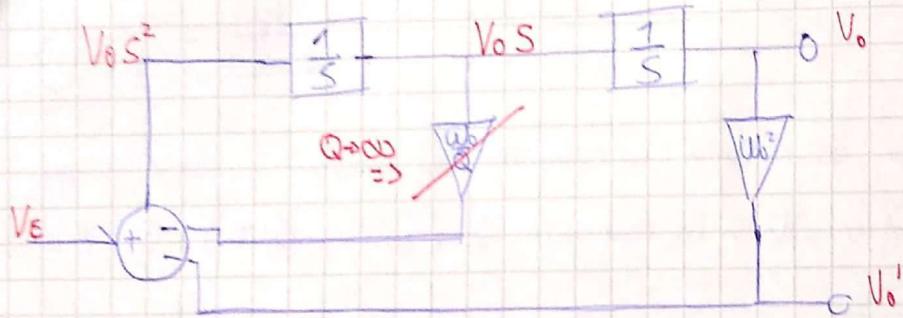
1) Ahora debemos convertir el escalón de tensión removido como circuito. Para lograr esto, el comportamiento del sistema de 2do orden debe ser nulo, lo que equivale a tener $R=0$, y por ende, un Ω infinito.

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_0}\right) + 1} \Rightarrow H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 1} \quad (5)$$

$$\therefore H(s) = \frac{1}{2,82 \times 10^7 s + 1} \quad (6)$$

$$V_c(s) = H(s) \cdot V_i(s) = \frac{1}{2,82 \times 10^7 s + 1} V_i(s) \quad (7)$$

Diagrama de bloques del circuito original:



Si $Q \rightarrow 0$ Juego
en consecuencia, elimino
este amplificador inversor.

Haciendo el análisis del diagrama de bloques de la primera parte, llego
y reemplazando, llego a las expresiones (5) y (6) respectivamente.
Para el escalón unitario.

$$V_c(s) = \frac{1}{2,82 \times 10^7 s^2 + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{2,82 \times 10^7 s^3 + s} \quad) \text{ Fracciones parciales con MATLAB}$$

$$V_c(s) = \frac{-0,5}{s - j1883} + \frac{0,5}{s + j1883} + 1$$

Plis, Iván

Antitomformando con Wolfram Alpha:

$$V_c(t) = 1 - \cos(1883t)$$

Aunque en la tabla de Antitomformadores se que $V_c(t) = 1 - \cos(\omega_0 t)$ para un oscilador simple:

Entonces con mas exactitud

$$\boxed{V_c(t) = 1 - \cos(1885t)}$$

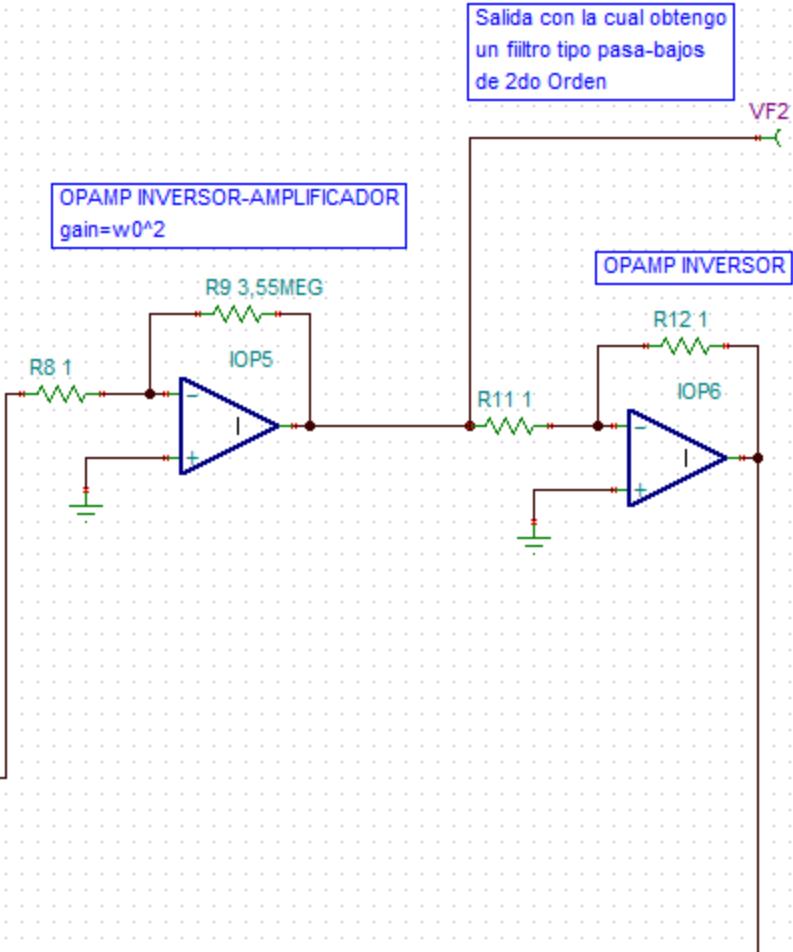
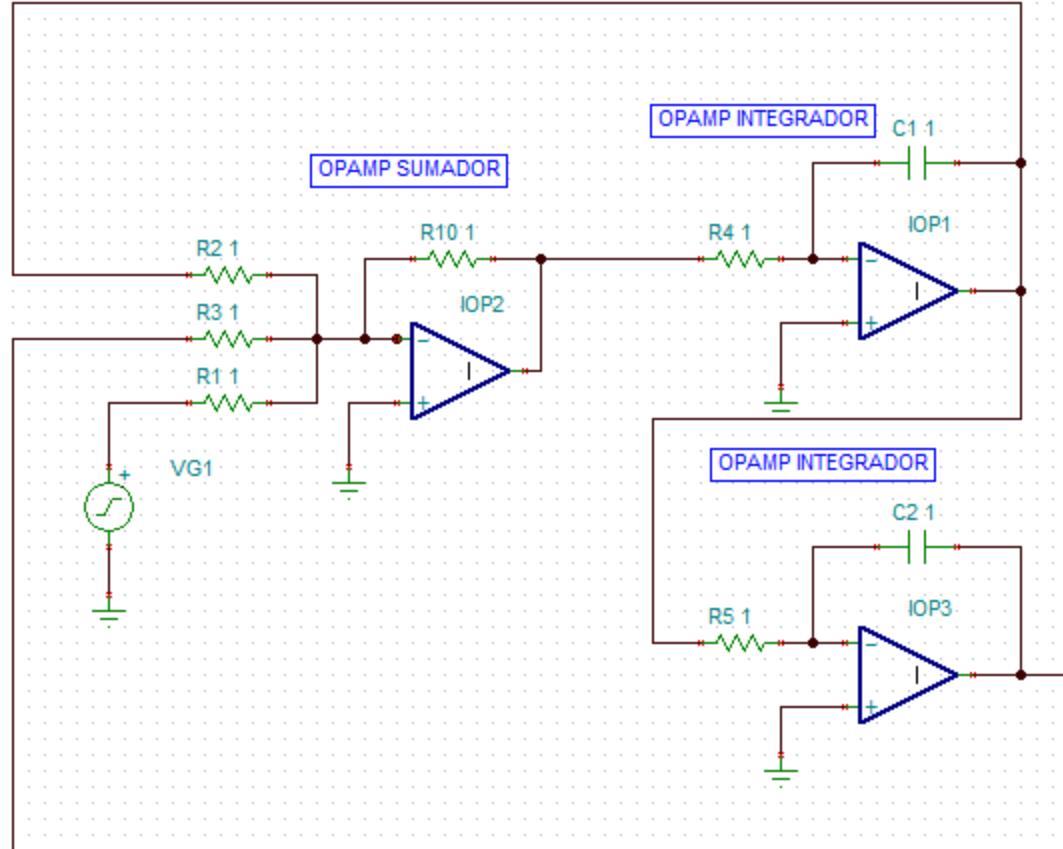
Resuesta al escalón unitario (8)

Y el igual que en el caso anterior, derivando obtengo la respuesta al impulso

$$\boxed{V_c(t) = 1885 \operatorname{sen}(1885t)}$$

Resuesta al impulso (9)

Simulo nuevamente en MATLAB y TINA-TI con las mismas consideraciones anteriores.



Salida con la cual obtengo
un filtro tipo pasa-bajos
de 2do Orden

```

1 - R=0; %Parametros circuitales oscilador senoidal
2 - L=0.00188;
3 - C=0.000150;
4
5 - p=[0 0 1];
6 - q=[L*C C*R 1];
7
8 - H=tf(p, q); %Funcion transferencia
9
10 %RESPUESTA ZSR%
11
12 - qZSR=[L*C C*R 1 0]; %H(s)*u(s)-->H(s)*1/S
13
14 - [rr,pp,kk]=residue(pZSR,qZSR) %Descompongo en fracciones parciales
15
16 %Respuesta temporal antitransformadas en Wolfram Alpha (analiticas)
17 - vtEscalon= @(t)1- cos(1885*t)
18 - vtImpulso= @(t) 1885*sin(1885*t) %derivando la respuesta al escalon
19
20 %Grafico de respuestas temporales
21 - fplot(vtEscalon, [0, 0.01]);
22 - fplot(vtImpulso, [0, 0.01]);
23
24 - step(H);
25 - impulse(H);

```

Command Window

```

rr =

```

-0.5000
-0.5000
1.0000

```

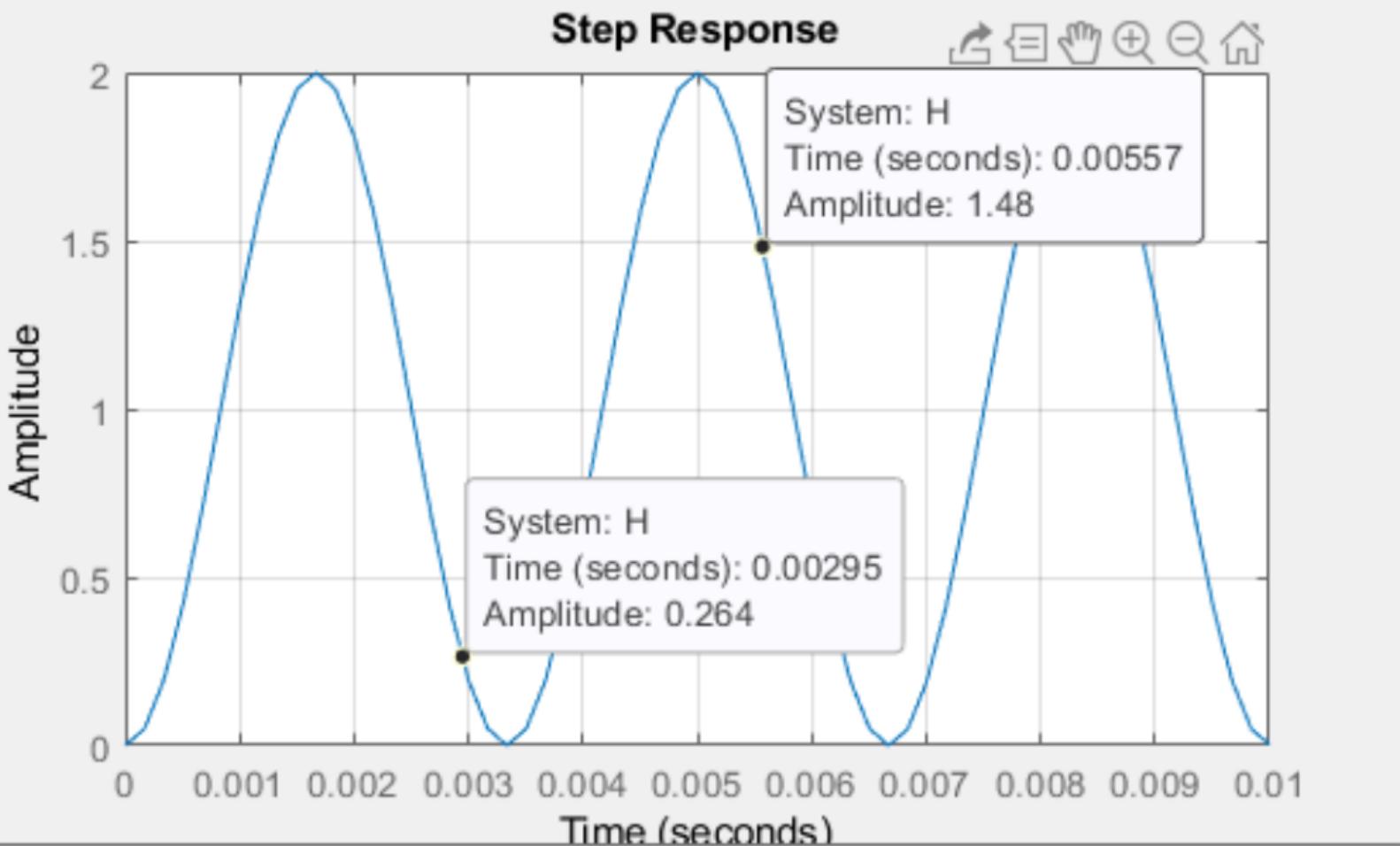
pp =

```

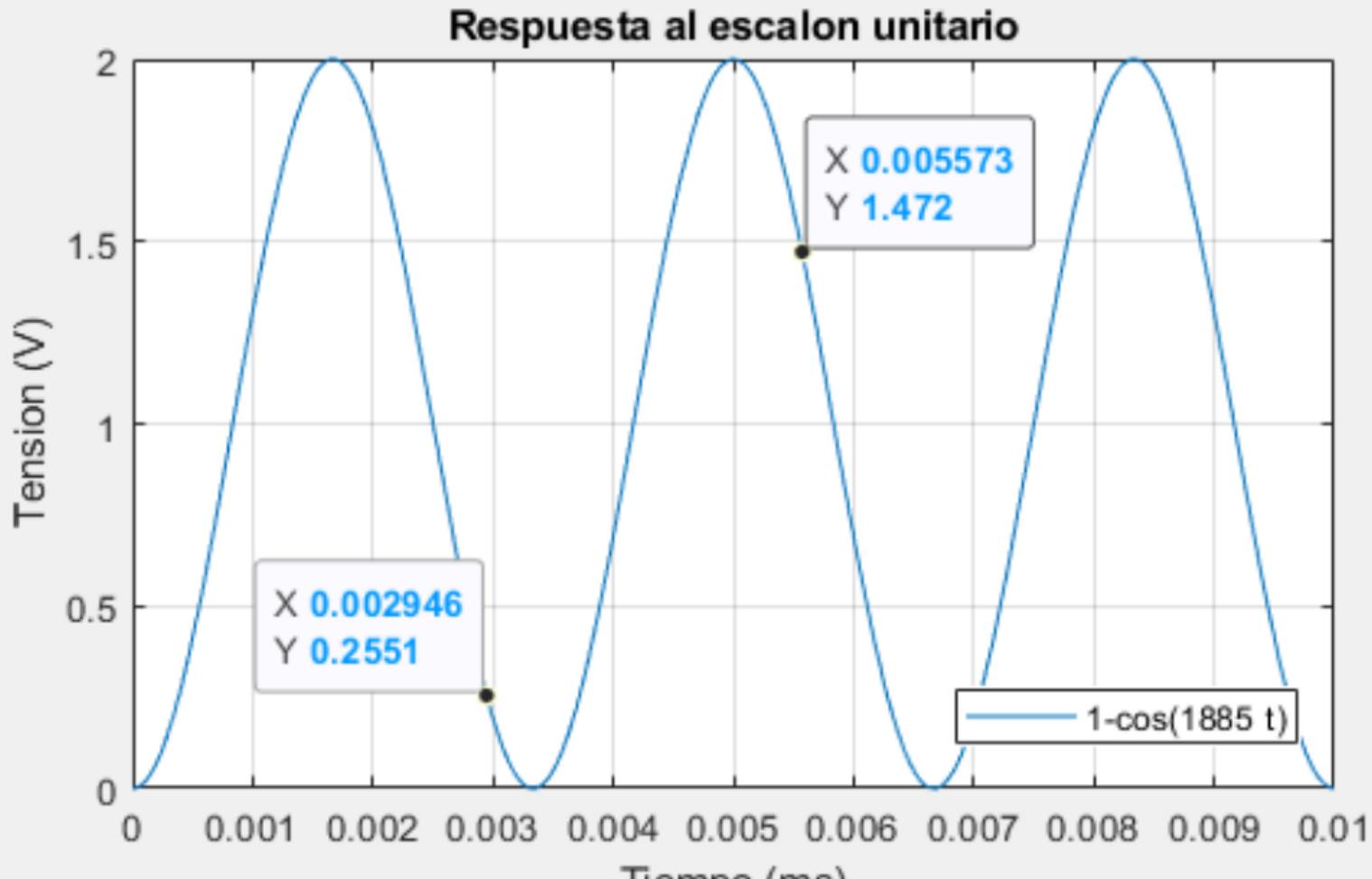
1.0e+03 *

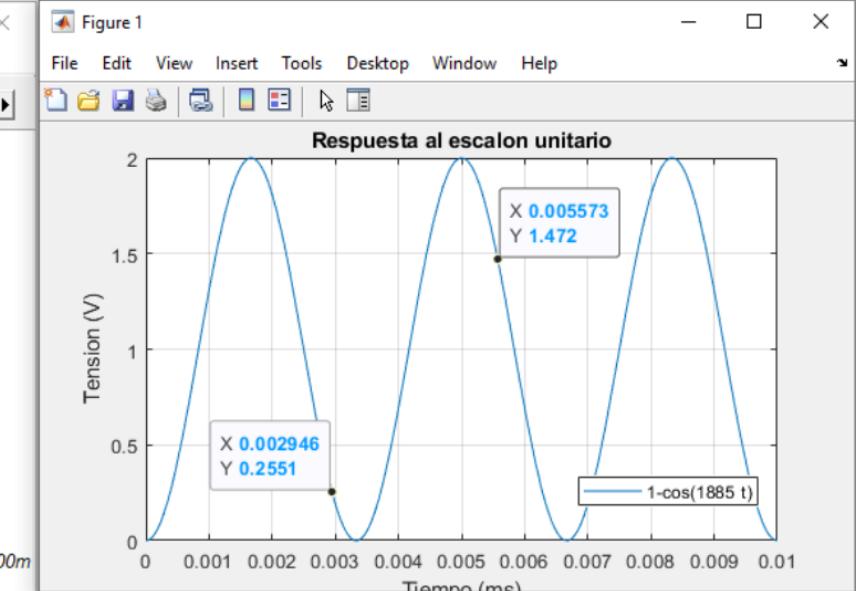
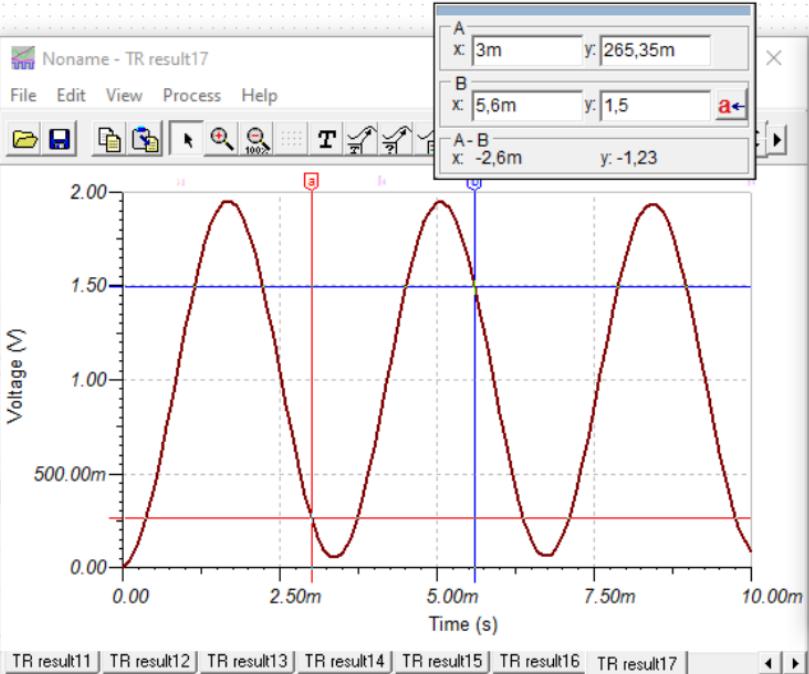
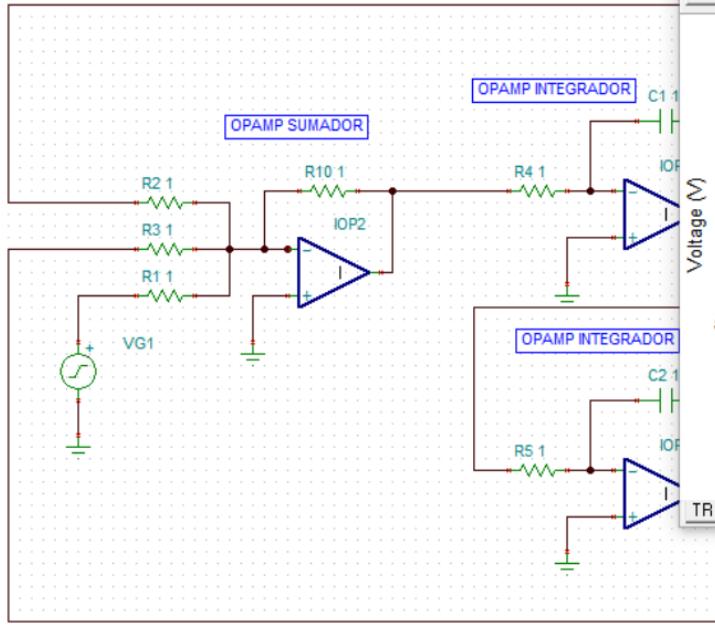
0.0000 + 1.8831i
0.0000 - 1.8831i
0.0000 + 0.0000i

fx kk =

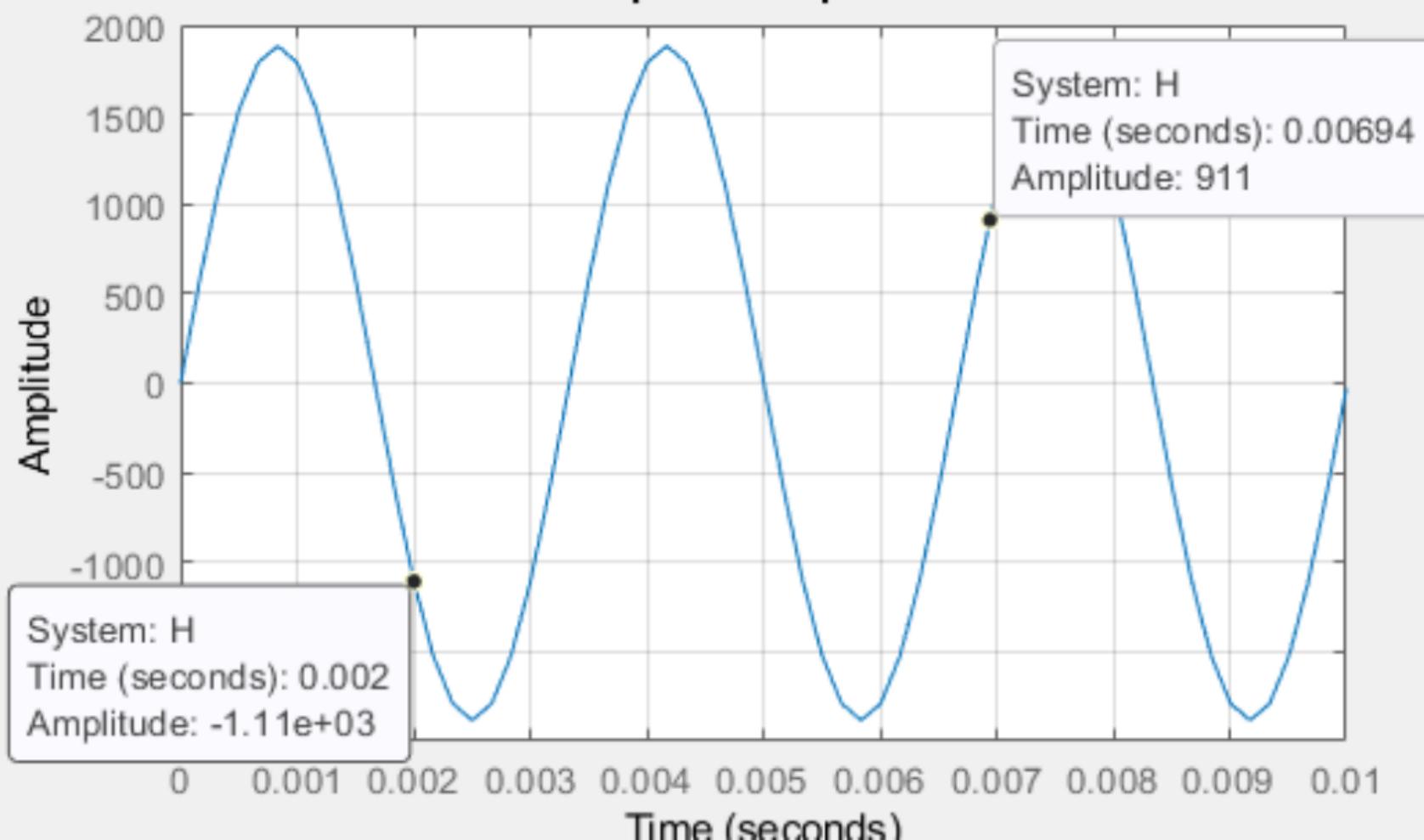


VS





Impulse Response



Respuesta al impulso

