

Лаб.2 Задача о погоне

Поляков Иван Андреевич

Содержание

Цель работы	1
Задание	1
Вариант 26.....	1
Теоретическое введение	2
Выполнение лабораторной работы.....	3
Построение траектории движения катера и лодки	3
Нахождение точек пересечения	4
Код программы	5
Выводы	5

Цель работы

Научиться строить математические модели для решения задач.

Задание

Вариант 26

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 15,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Теоретическое введение

1. Принимает за t_0 , $x_{л0}$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{л0} = 15,5$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($\theta = x_{л0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $15,5 - x$ (или $15,5 + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/4,5v$ (во втором случае $k - x/4,5v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{15,5 - x}{4,5v}$ в первом случае $\frac{x}{v} = \frac{15,5 + x}{4,5v}$ во втором. Отсюда мы найдем два значения $x_1 = 2,82$ и $x_2 = 4,4$, задачу будем решать для двух случаев.
5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r – радиальная скорость и v_t – тангенциальная скорость. Радиальная скорость – это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$. Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$. Получается $v_t = \sqrt{20,25v^2 - v^2} = \sqrt{19,25}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{19,25}v$
6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{19,25}v \end{cases}$$

с начальными условиями $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = 2,82 \end{cases}$ или $\begin{cases} \theta_0 = -3,14 \\ r_0 = 4,4 \end{cases}$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

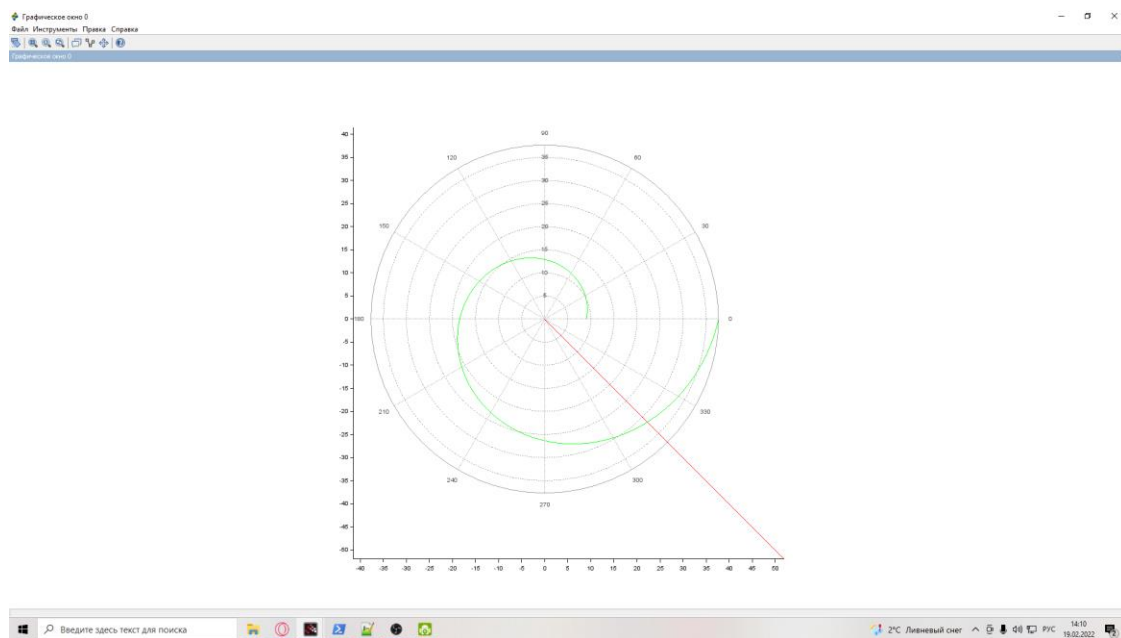
$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{19,25}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, вы получите траекторию движения катера в полярных координатах.

Выполнение лабораторной работы

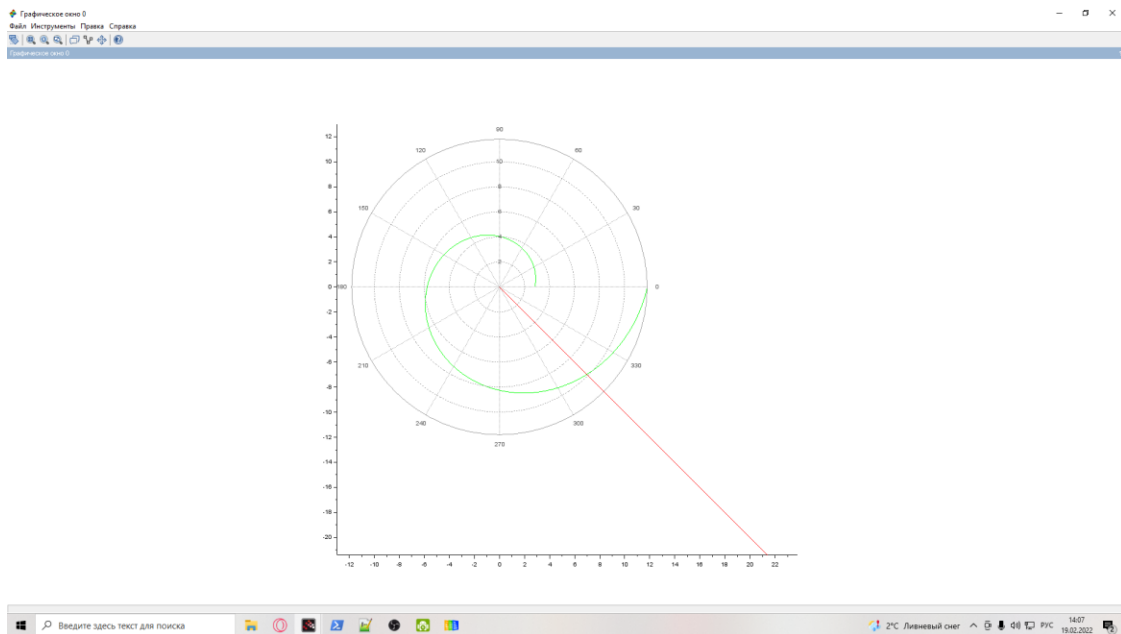
Построение траектории движения катера и лодки

Для первого случая (рис. [-@fig:001])



Траектория движения для 1ого случая

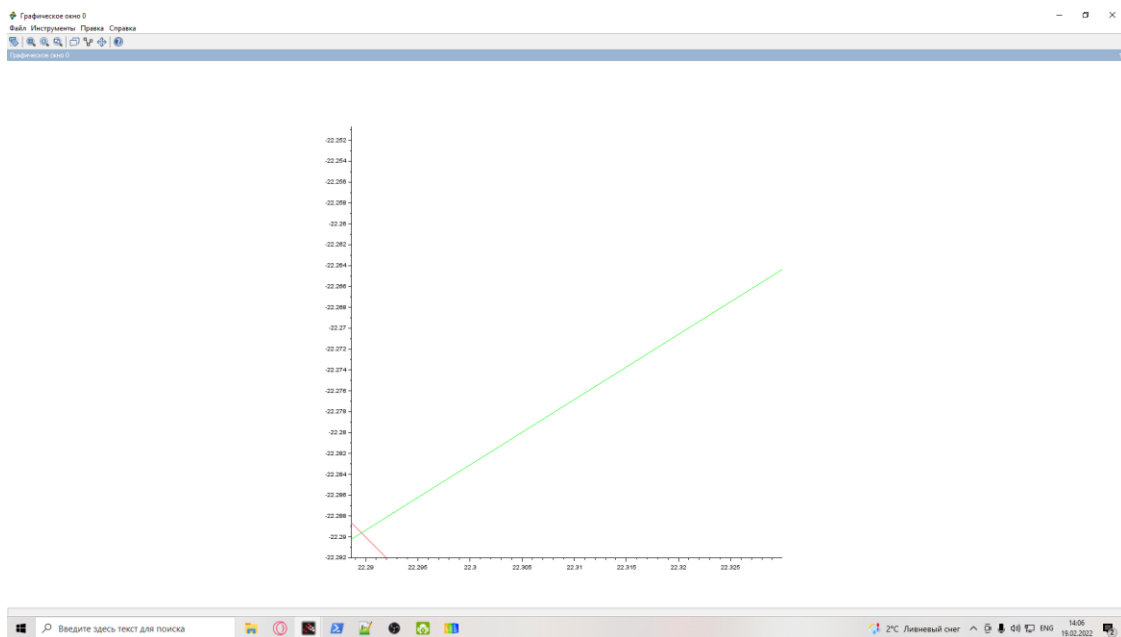
Для второго случая (рис. [-@fig:002])



Траектория движения для 2ого случая

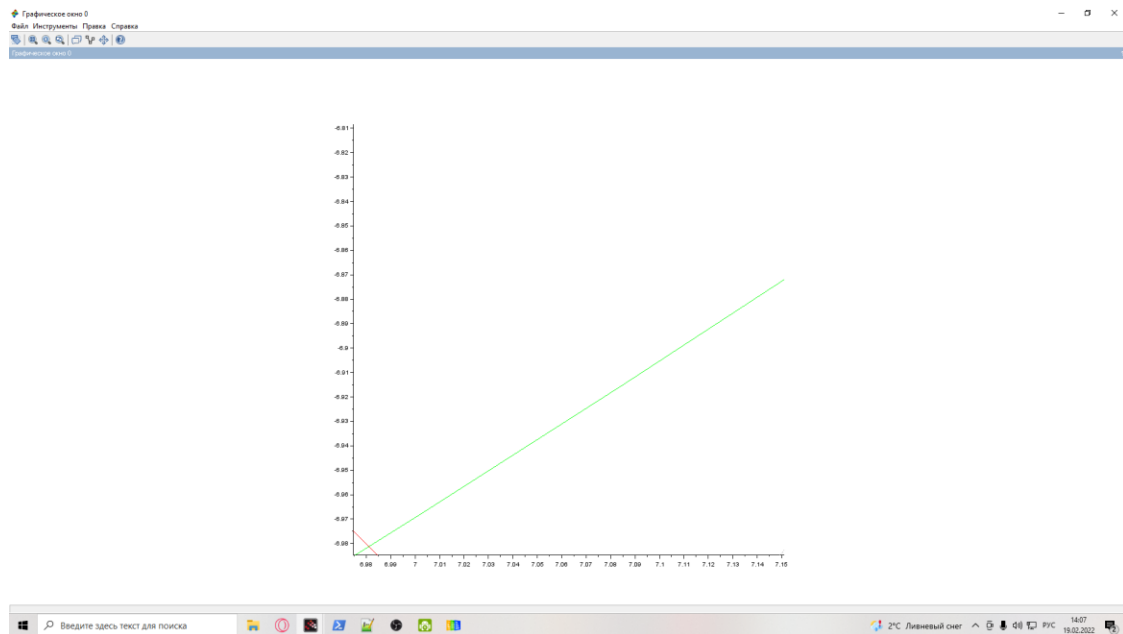
Нахождение точек пересечения

Для первого случая (рис. [-@fig:003])



Точка пересечения для 1ого случая

Для второго случая (рис. [-@fig:004])



Точка пересечения для 2ого случая

Код программы

```

1 s=15.5; // начальное расстояние от лодки до катера
2 fi=3*pi/4;
3 //функция, описывающая движение катера береговой охраны
4 function dr=f(tetha, r)
5     dr=r/sqrt(19.25);
6 endfunction;
7 //начальные условия в случае 1
8 //точка пересечения в 1 случае (22.29,-22.29)
9 r0=4.4;
10 tetha0=-pi;
11 //начальные условия в случае 2
12 //точка пересечения в 1 случае (6.98,-6.98)
13 r0=2.82;
14 tetha0=0;
15 tetha=0:0.01:2*pi;
16 r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
17 //функция, описывающая движение лодки браконьеров
18 function xt=f2(t)
19     xt=tan(fi)*t;
20 endfunction
21 t=0:1:800;
22 polarplot(tetha,r,style = color('green')); //построение траектории
23 //движения катера в полярных координатах
24 plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
25

```

Код программы

Выводы

Научился строить математические модели для решения задач.