Análise climática da cidade de Alagoas, em Sergipe

Laboratório de Estatística - Ivan Robert Enriquez Guzman

Elias Ribeiro Rosa Junior e Ornella Scardua Ferreira

Neste trabalho, uma análise de Séries Temporais será feita para avaliar a temperatura do estado de Sergipe com base em covariáveis tais quais: precipitação, radiação, umidade, pressão atmosfésrica e velocidade do vento. A base de dados em análise contém 159.672 observações metereológicas coletadas da estação de Alagoas, em Sergipe, no período de 2000 a 2021, que foram posteriormente agrupadas em médias mensais devido à presença de muitos dados faltantes.

Análise descritiva

Inicialmente, construímos uma tabela em que podem ser vistas as principais medidas-resumo e os histogramas das covariáveis, além de gráficos de boxplot que reforçam visualmente as informações contidas nessa tabela. A princípio, por meio das medidas e dos boxplots, podemos observar que as covariáveis precipitação e radiação estão concentradas em um único intervalo de valores e que os dados associados às covariáveis umidade, pressão atmosférica, velocidade do vento e temperatura parecem estar dispersos em relação à média de maneira razoável. Já os histogramas sugerem distribuições assimétricas em todas covariáveis, embora pressão atmosférica e temperatura apontem para uma leve simetria em suas distribuições.

Análise temporal

Em primeiro lugar, construímos gráficos de linhas para cada uma das variáveis a fim de avaliar o comportamento de cada uma dessas variáveis ao longo do tempo observado, isto é, no período de 2000 a 2020.

Como podemos observar na Figura 2, com a exceção da temperatura e pressão atmosférica, existem muitos dados faltantes (especialmente na variável de umidade). O que é um grande problema em análise de séries temporais, pois dificulta o processamento dos dados e pode causar riscos para a identificação de tendências e observação de padrões, por exemplo. Porém, em vez de remover essas informações faltantes da análise, optamos por fazer inputação por meio da interpolação linear, cuja estimação dos valores acontece dentro de um intervalo conhecido, a partir dos pontos extremos deste intervalo.

O resultado da inputação pode ser visto na Figura 3 a seguir.

Ao lidar com análise temporal multivariada, usamos o Teste de Causalidade de Granger para verificar se as séries correpondentes às covariáveis (velocidade do vento, precipitação, pressão atmosférica e umidade) ajudam

	Unique (#)	Missing (%)	Mean	SD	Min	Median	Max	
precip	185	7	0.1	0.1	0.0	0.1	0.9	
umid	159	24	71.3	6.4	55.9	71.6	85.8	
$press_atm$	204	0	1013.8	2.2	1008.9	1013.2	1019.1	
${ m vento_velo}$	180	11	3.0	0.9	0.0	3.0	4.9	
temperatura	206	0	26.7	1.1	24.2	26.8	29.4	

Table 1: Tabela 1: Medidas resumo das covariáveis.

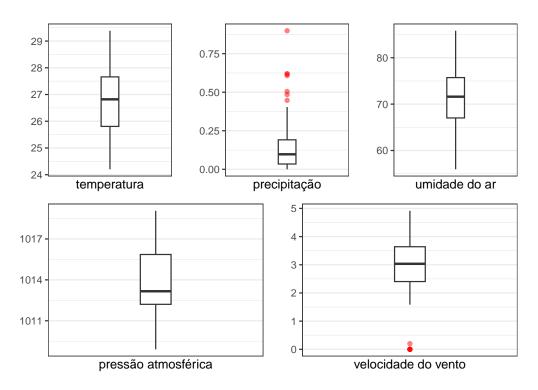


Figure 1: Boxplots das variáveis.

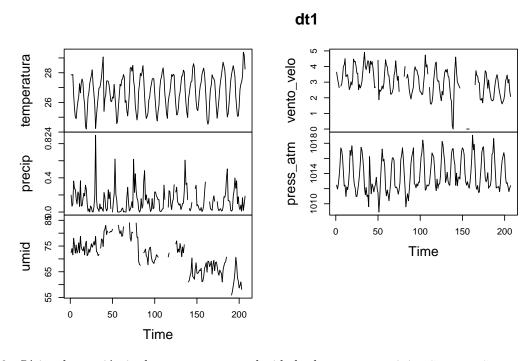


Figure 2: Séries das variáveis de temperatura, velocidade do vento, precipitação, pressão atmosférica e umidade.

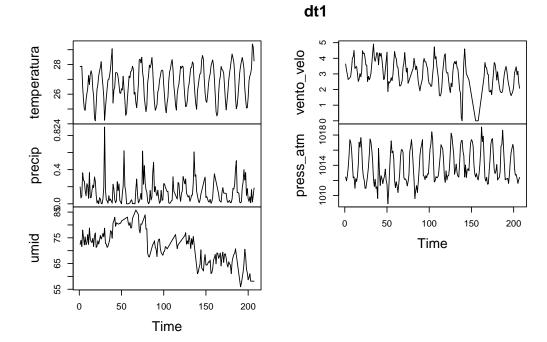


Figure 3: Séries das variáveis de precipitação, umidade e velocidade do vento com inputação de dados.

a prever a série relacionada à temperatura. Se sim, então os valores passados das covariáveis adicionará informações significativas para prever os valores presentes da temperatura. Nesse teste, rejeitar a hipótese nula a um determinado nível de significância significa que a covariável X foi importante para a previsão da variável resposta Y. Vale ressaltar que verificamos a causalidade Granger para até três lags.

```
## Granger causality test
##
## Model 1: temperatura ~ Lags(temperatura, 1:3) + Lags(precip, 1:3)
## Model 2: temperatura ~ Lags(temperatura, 1:3)
     Res.Df Df
                       Pr(>F)
##
## 1
        197
        200 -3 3.1348 0.02662 *
## 2
##
                  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Signif. codes:
## Granger causality test
##
## Model 1: temperatura ~ Lags(temperatura, 1:3) + Lags(umid, 1:3)
  Model 2: temperatura ~ Lags(temperatura, 1:3)
                    F Pr(>F)
##
     Res.Df Df
## 1
        197
## 2
        200 -3 2.5578 0.05637 .
##
## Signif. codes:
                   0
                     '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Granger causality test
##
## Model 1: temperatura ~ Lags(temperatura, 1:3) + Lags(vento_velo, 1:3)
## Model 2: temperatura ~ Lags(temperatura, 1:3)
##
     Res.Df Df
                      Pr(>F)
## 1
        197
```

```
## 2 200 -3 3.0387 0.03018 *
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Granger causality test
##
## Model 1: temperatura ~ Lags(temperatura, 1:3) + Lags(press_atm, 1:3)
## Model 2: temperatura ~ Lags(temperatura, 1:3)
## Res.Df Df F Pr(>F)
## 1 197
## 2 200 -3 1.5321 0.2074
```

Assim, após a aplicação do teste em cada uma das covariáveis consideradas, constatamos que, ao nível de significância de 5%, há evidências "granger" de que precipitação e velocidade do vento causam a temperatura, ou seja, que saber os valores dessas covariáveis é importante para prever os valores futuros da temperatura. Por outro lado, sob o mesmo nível de significância, não há evidências "granger" de que umidade e pressão atmosférica possuem informações relevantes para a previsão da temperatura.

Por essa razão, as análises subsequentes será composta apenas pelas covariáveis **precipitação** e **velocidade do vento**, pois foram as únicas atestadas pelo Teste de Granger.



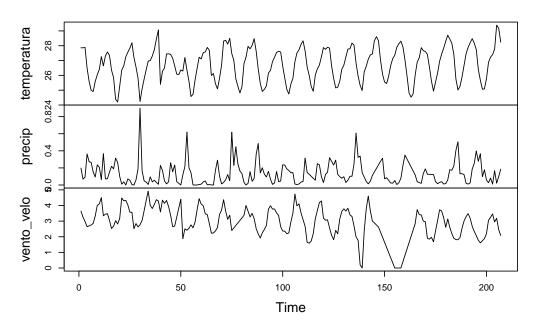


Figure 4: Séries das variáveis temperatura, precipitação e velocidade do vento.

Podemos perceber na Figura 4 que as séries selecionadas indicam dinâmicas bem comportadas. No entanto, a série de precipitação aparenta sofrer com possíveis *outliers* do tipo aditivo (pulos rápidos), e por isso vamos tratá-los por meio de uma análise de intervenção de *outliers aditivos* (AO, sigla em inglês para *Addictive Outliers*).

Na Figura 5, apresentamos o gráfico que identifica os outliers aditivos.

E na saída adiante, temos as posições exatas dos pontos AO, a saber, 12; 30; 53; 75; 136; e 186.

```
##
     type ind time
                      coefhat
                                  tstat
## 1
                              4.396408
       ΑO
           12
                 12 0.3053415
## 2
       ΑO
           30
                30 0.7034031 10.062105
## 3
           53
                53 0.4075227 5.863444
       AO
```

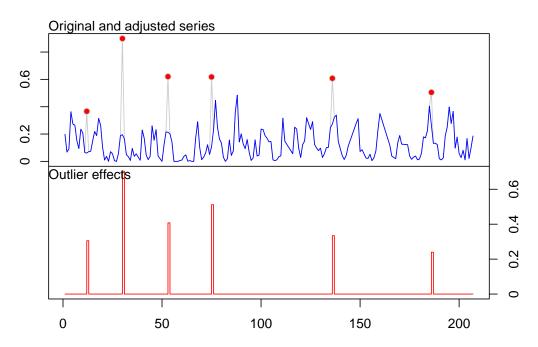


Figure 5: Gráfico de detecção de outliers aditivos na série de precipitação.

```
## 4
       ΑO
            75
                  75 0.5119072
                                 7.278825
       AO 136
## 5
                136 0.3344225
                                 4.804389
##
   6
       ΑO
           186
                186 0.2398036
                                 3.441227
##
     type
           ind coefhat
## 1
       ΑO
            12
                      1
  2
##
       AO
            30
                      1
##
  3
       ΑO
            53
                      1
            75
##
   4
       AO
                      1
## 5
       AO 136
                      1
## 6
       AO 186
                      1
```

O gráfico exposto na Figura 6 denota os efeitos dos *outliers* aditivos detectados na série de precipitação estimados após a intervenção. Na Figura 7, temos, então, a série original, corrigida e dos efeitos dos pontos AO da covariável de precipitação.

E portanto, na Figura 8, podemos observar as séries das variáveis de temperatura, velocidade do vento e precipitação (reforçando, corrigida) que vamos utilizar para a etapa futura de predição. Mas antes disso, precisamos verificar se as séries agora consideradas são estacionárias.

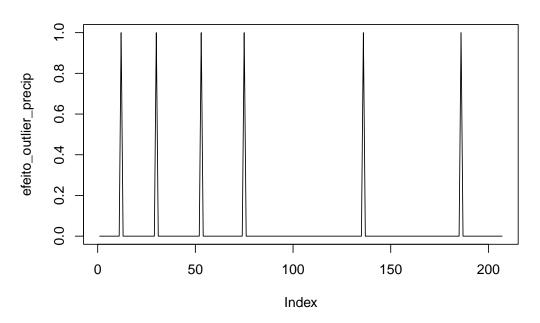


Figure 6: Gráfico dos efeitos dos pontos AO identificados na série de precipitação.

Serie original, corrigida e efeitos dos outliers

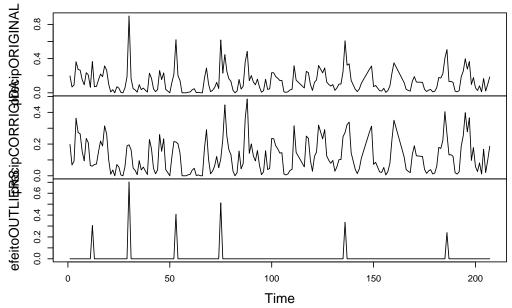
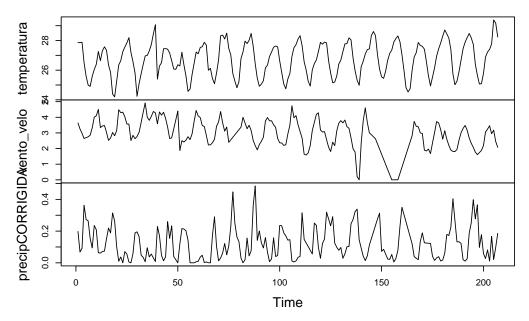


Figure 7: Séries original, corrigida e dos efeitos dos AO de precipitação.



Para isso, faremos uso do Teste de Dickey-Fuller, comumente usado em Séries Temporais para detectar a presença de tendências estocásticas significativas. É importante dizer que, nesse teste, a hipótese nula afirma que a série não é estacionária. Em nossa aplicação, adotando o nível de significância de 5%, todas as séries apontaram para a estacionariedade, já que a hipótese nula foi rejeitada em todos os casos. Dessa forma, temos que a média, a variância e a autocorrelação de cada uma dessas variáveis são constantes ao longo do tempo.

```
##
##
   Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: ts(dt3[, "temperatura"])
## Dickey-Fuller = -10.867, Lag order = 5, p-value = 0.01
  alternative hypothesis: stationary
##
   Augmented Dickey-Fuller Test
##
##
##
  data: ts(dt3[, "vento velo"])
## Dickey-Fuller = -6.1956, Lag order = 5, p-value = 0.01
  alternative hypothesis: stationary
##
##
##
   Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: ts(dt3[, "precipCORRIGIDA"])
## Dickey-Fuller = -7.5512, Lag order = 5, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
```

Ajuste do modelo VARMA Como estamos em um cenário temporal multivariado, consideramos um modelo VARMA (modelo temporal auto-regressivo multivariado com médias móveis). Identificamos as ordens p (ordem do modelo auto-regressivo) e q (ordem da média móvel) por meio da correlação cruzada estendida, que calcula a matriz de correlação cruzada estendida com os valores-p da estatísticas de Ljung-Box (teste para ruído branco). Vale frisar que, ao aplicar esse teste, esperamos não rejeitar a hipótese nula, pois a hipótese alternativa afirma que os resíduos não são independentes nem possuem distribuição Normal.

Na saída vista abaixo, temos os valores-p do componente auto-regressivo nas linhas e da componente da média móvel nas colunas. Ao nível de significância de 5%, podemos perceber que o modelo VARMA(3,0) parece ser uma escolha razoável. É importante dizer que, gealmente, modelos parcimoniosos são mais adequados (ou seja, valores de p e q precisam ser pequenos).

```
## p-values table of Extended Cross-correlation Matrices:
## Column: MA order
         : AR order
## Row
##
                         2
                                3
                                              5
## 0 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
## 1 0.0000 0.0000 0.0000 0.0154 0.0204 0.7364 0.4866
## 2 0.0068 0.0340 0.5245 0.7616 0.7680 0.9986 0.9957
## 3 0.0798 0.7063 0.7358 0.7101 0.6906 0.9992 0.9992
## 4 0.5208 0.8053 0.8032 0.5209 0.7827 0.9982 0.9995
## 5 0.9827 0.9771 0.9824 0.8817 0.6605 0.9844 0.9711
O resultado do ajuste do modelo VARMA(3,0) é apresentado a seguir.
## Number of parameters:
                          30
## initial estimates:
                       14.5874 8.975 -0.9403 0.9435 -0.1729 -1.0644 -0.1493 0.1592 0.0334 -0.3353 0.050
## Par. lower-bounds:
                        11.6848 6.5054 -1.3621 0.7898 -0.3447 -2.1009 -0.3716 -0.0766 -1.1131 -0.4997 -0
## Par. upper-bounds:
                        17.49 11.4446 -0.5186 1.0973 -0.0012 -0.0279 0.073 0.395 1.1798 -0.171 0.2218 0.
                        14.80328 9.031866 -0.9728851 0.9407491 -0.1770884 -1.097487 -0.1466717 0.1636735
## Final
           Estimates:
##
## Coefficient(s):
##
                               Std. Error
                                           t value Pr(>|t|)
                    Estimate
## temperatura
                   14.803283
                                 1.424992
                                            10.388
                                                     < 2e-16 ***
## vento_velo
                                             7.492 6.75e-14 ***
                    9.031866
                                 1.205458
  precipCORRIGIDA -0.972885
                                 0.213036
                                            -4.567 4.95e-06 ***
  temperatura
                    0.940749
                                 0.075973
                                            12.383
                                                    < 2e-16 ***
  vento_velo
                                            -2.080
                                                    0.03748 *
                   -0.177088
                                 0.085118
  precipCORRIGIDA -1.097487
                                 0.506952
                                            -2.165
                                                    0.03040 *
## temperatura
                    -0.146672
                                 0.110068
                                            -1.333
                                                    0.18268
## vento_velo
                                             1.400
                    0.163674
                                 0.116950
                                                    0.16166
## precipCORRIGIDA
                    0.108576
                                 0.557451
                                             0.195
                                                    0.84557
                                            -4.219 2.45e-05 ***
## temperatura
                    -0.342745
                                 0.081235
## vento_velo
                    0.046067
                                 0.084675
                                             0.544
                                                    0.58641
## precipCORRIGIDA -0.953925
                                            -1.981
                                 0.481431
                                                    0.04754 *
## temperatura
                   -0.175140
                                 0.064267
                                            -2.725
                                                    0.00643 **
## vento_velo
                    0.888193
                                 0.072003
                                            12.335
                                                     < 2e-16
## precipCORRIGIDA
                    0.023098
                                 0.429120
                                             0.054
                                                    0.95707
## temperatura
                    0.068365
                                 0.093116
                                             0.734
                                                    0.46284
## vento_velo
                   -0.105655
                                 0.098929
                                            -1.068
                                                    0.28552
  precipCORRIGIDA -0.031780
                                 0.471855
                                            -0.067
                                                     0.94630
## temperatura
                                 0.068722
                                            -3.102
                                                    0.00192 **
                   -0.213151
## vento_velo
                    0.047714
                                 0.071627
                                             0.666
                                                    0.50532
## precipCORRIGIDA -0.017285
                                 0.407303
                                            -0.042
                                                    0.96615
## temperatura
                                             0.515
                    0.005849
                                 0.011358
                                                    0.60656
## vento_velo
                    0.001363
                                 0.012726
                                             0.107
                                                    0.91471
## precipCORRIGIDA
                    0.509057
                                 0.075790
                                             6.717 1.86e-11
## temperatura
                    0.019939
                                 0.016456
                                             1.212
                                                    0.22565
## vento_velo
                   -0.015846
                                 0.017485
                                            -0.906
                                                     0.36480
## precipCORRIGIDA -0.053069
                                            -0.637
                                 0.083348
                                                     0.52431
```

1.156

0.326

0.24750

0.74463

0.012145

0.012659

temperatura

vento_velo

0.014045

0.004123

```
## precipCORRIGIDA 0.058806
                                0.071978
                                           0.817 0.41393
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Estimates in matrix form:
## Constant term:
## Estimates: 14.80328 9.031866 -0.9728851
## AR coefficient matrix
## AR( 1 )-matrix
##
            [,1]
                     [,2]
                             [,3]
## [1,] 0.94075 -0.17709 -1.0975
## [2,] -0.17514  0.88819  0.0231
## [3,] 0.00585 0.00136 0.5091
## AR( 2 )-matrix
##
           [,1]
                   [,2]
                           [,3]
## [1,] -0.1467 0.1637 0.1086
## [2,] 0.0684 -0.1057 -0.0318
## [3,] 0.0199 -0.0158 -0.0531
## AR( 3 )-matrix
          [,1]
                  [,2]
                          [,3]
## [1,] -0.343 0.04607 -0.9539
## [2,] -0.213 0.04771 -0.0173
## [3,] 0.014 0.00412 0.0588
##
## Residuals cov-matrix:
               [,1]
                            [,2]
                                         [,3]
## [1,] 0.26093944
                    0.058979416 -0.014859888
## [2,]
        0.05897942  0.186722419  -0.001733546
## [3,] -0.01485989 -0.001733546 0.005832112
## ----
## aic=
        -8.110021
## bic= -7.627019
```

Reparem na saída acima que os valores de AIC E BIC são -8,1091 e -7,6261, respectivamente, e foram 30 parâmetros estimados. Por isso, vamos "refinar" o modelo de modo que permaneçam somente os coeficientes significativos estatisticamente. Esse modelo é chamado de "modelo simplificado".

```
## initial estimates: 14.8033 9.0319 -0.9729 0.9407 -0.1771 -1.0975 -0.1467 0.1637 -0.3427 -0.9539 -0.
## Par. lower-bounds: 11.9533 6.6209 -1.399 0.7888 -0.3473 -2.1114 -0.3668 -0.0702 -0.5052 -1.9168 -0.
## Par. upper-bounds: 17.6533 11.4428 -0.5468 1.0927 -0.0069 -0.0836 0.0735 0.3976 -0.1803 0.0089 -0.0
          Estimates: 14.35754 8.601937 -0.9446711 0.9733542 -0.1841503 -1.022209 -0.2006169 0.2109495
##
## Coefficient(s):
##
    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
   14.357536
                1.291778
                           11.115 < 2e-16 ***
                            8.978 < 2e-16 ***
##
    8.601937
                 0.958134
##
   -0.944671
                0.165079
                           -5.723 1.05e-08 ***
##
    0.973354
                0.067350
                           14.452 < 2e-16 ***
##
   -0.184150
                0.078010
                           -2.361
                                   0.01825 *
##
   -1.022209
                0.440838
                           -2.319
                                   0.02041 *
##
  -0.200617
                0.093533
                           -2.145 0.03196 *
##
    0.210949
                0.078014
                            2.704 0.00685 **
## -0.304181
                0.064900
                           -4.687 2.77e-06 ***
## -0.899285
                0.421370
                           -2.134 0.03283 *
```

Number of parameters: 19

```
##
    0.471427
                 0.062460
                             7.548 4.44e-14 ***
    0.027640
                 0.009614
                             2.875 0.00404 **
##
##
   -0.010948
                 0.006263
                            -1.748
                                    0.08046 .
##
     0.011257
                 0.009426
                             1.194
                                    0.23240
##
    0.031595
                 0.064633
                             0.489 0.62496
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Estimates in matrix form:
## Constant term:
## Estimates: 14.35754 8.601937 -0.9446711
## AR coefficient matrix
## AR( 1 )-matrix
##
          [,1]
                        [,3]
                 [,2]
## [1,] 0.973 -0.184 -1.022
## [2,] -0.137 0.870 0.000
## [3,] 0.000 0.000 0.471
## AR( 2 )-matrix
##
           [,1]
                   [,2] [,3]
## [1,] -0.2006 0.2109
                           0
## [2,] 0.0000 -0.0441
                           0
## [3,] 0.0276 -0.0109
                           0
## AR( 3 )-matrix
##
           [,1] [,2]
                        [,3]
## [1,] -0.3042
                   0 - 0.8993
## [2,] -0.1666
                   0.0000
## [3,] 0.0113
                   0
                     0.0316
##
## Residuals cov-matrix:
##
               [,1]
                            [,2]
                                          [,3]
        0.26151675
                     0.059578424 -0.014886783
## [1,]
        ## [2,]
## [3,] -0.01488678 -0.001731399 0.005858901
## ----
## aic=
        -8.205811
## bic= -7.89991
O resultado do ajuste refinado gerou AIC = -8.2072 e BIC = -7.9174 (um pouco menos em comparação ao
ajuste anterior), enquanto o número de parâmetros estimados foi igual a 18. Podemos repetir o passo de
refinamento mais uma vez, já que ainda existem alguns coeficientes não significativos. Vejamos o resultado.
## Number of parameters: 16
## initial estimates: 14.3575 8.6019 -0.9447 0.9734 -0.1842 -1.0222 -0.2006 0.2109 -0.3042 -0.8993 -0.
## Par. lower-bounds: 11.774 6.6857 -1.2748 0.8387 -0.3402 -1.9039 -0.3877 0.0549 -0.434 -1.742 -0.202
## Par. upper-bounds:
                      16.9411 10.5182 -0.6145 1.1081 -0.0281 -0.1405 -0.0136 0.367 -0.1744 -0.0565 -0.
## Final
           Estimates:
                       14.17347 8.874161 -0.8369216 0.9721149 -0.1955027 -1.118568 -0.2188912 0.2299303
##
## Coefficient(s):
##
    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##
   14.173465
                 1.262215
                            11.229 < 2e-16 ***
```

-0.136841

0.869521

-0.044053

-0.166591

##

##

##

##

8.874161

0.860607

0.032841

0.067974

0.065231

0.035704

-4.167 3.09e-05 ***

12.792 < 2e-16 ***

-0.675 0.49946 -4.666 3.07e-06 ***

10.312 < 2e-16 ***

```
##
   -0.836922
                0.128753
                           -6.500 8.02e-11 ***
                                  < 2e-16 ***
##
    0.972115
                0.067329
                           14.438
##
   -0.195503
                0.076208
                           -2.565
                                  0.01031 *
   -1.118568
                0.434703
                           -2.573
                                  0.01008 *
##
##
   -0.218891
                0.091480
                           -2.393
                                  0.01672 *
                0.075511
                            3.045
                                  0.00233 **
##
    0.229930
   -0.278507
                0.060636
                           -4.593 4.37e-06 ***
##
##
   -0.821759
                0.390702
                           -2.103 0.03544 *
##
   -0.141042
                0.032537
                           -4.335 1.46e-05 ***
##
    0.831044
                0.035676
                           23.294 < 2e-16 ***
##
   -0.173189
                0.033681
                           -5.142 2.72e-07 ***
    0.510699
                0.054812
                            9.317 < 2e-16 ***
##
                0.005007
##
    0.035087
                            7.008 2.42e-12 ***
                0.006022
                           -2.223 0.02622 *
##
   -0.013386
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Estimates in matrix form:
## Constant term:
## Estimates: 14.17347 8.874161 -0.8369216
## AR coefficient matrix
## AR( 1 )-matrix
##
         [,1]
                [,2]
                       [,3]
## [1,] 0.972 -0.196 -1.119
## [2,] -0.141 0.831 0.000
## [3,] 0.000 0.000
                     0.511
## AR( 2 )-matrix
##
          [,1]
                  [,2] [,3]
## [1,] -0.2189 0.2299
                          0
## [2,] 0.0000 0.0000
                          0
## [3,]
       0.0351 -0.0134
                          0
## AR( 3 )-matrix
##
         [,1] [,2]
                     [,3]
  [1,] -0.279
                 0 -0.822
##
  [2,] -0.173
                 0
                    0.000
  [3,] 0.000
                    0.000
##
                 0
##
## Residuals cov-matrix:
##
              [,1]
                          [,2]
                                       [,3]
        ## [1,]
        ## [3,] -0.01502762 -0.00178845 0.005909441
## aic=
        -8.224211
## bic= -7.966609
```

O segundo refinamento ocasionou os seguintes resultados: AIC = -8,2242 e BIC = -7,9666 (menores do que o primeiro refinamento), porém uma redução de apenas 2 parâmetros estimados. Então vamos parar o refinamento por aqui e vamos considerar esse último modelo como o final.

Assim, temos que o modelo teórico é dado por

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} 14.17 \\ 8.87 \\ -0.84 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.97 & -0.20 & -1.12 \\ -0.14 & 0.83 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.51 \end{bmatrix} \\ x_{t-1} + \begin{bmatrix} -0.22 & 0.23 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.04 & -0.01 & 0.00 \end{bmatrix} \\ x_{t-2} + \begin{bmatrix} -0.28 & 0.00 & -0.82 \\ -0.17 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix} \\ x_{t-3} + \hat{z} \\ \text{em que } \hat{z}_t \in \mathbf{a} \text{ matriz de covariância dos resíduos } \\ \hat{\Sigma}_z = \begin{bmatrix} 0.263 & 0.060 & -0.015 \\ 0.06 & 0.188 & -0.001 \\ -0.015 & -0.002 & 0.006 \end{bmatrix}.$$

A primeira matriz da equação acima é o c, ao passo que a segunda, terceira e quatro matrizes são, nesta ordem, o ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 . Notem que, embora o modelo proposto neste trabalho seja VARMA, ele se reduziu a uma representação VAR, já que q = 0 (e por isso, não há o componente θ na forma funcional do modelo).

De forma geral, ao analisar os resíduos, as funções de autocorrelação cruzadas estão bem comportadas, como podemos ver nos gráficos de CACF (autocorrelação cruzada) de cada uma das variáveis e de todas as combinações entre elas. Além disso, aplicamos o Teste de Ljung-Box ao nível de significância de 5% sobre os resíduos do modelo para verificar se existe correlação serial entre eles. Como podemos ver graficamente, os resíduos são independentes (nenhum ponto está sobre ou abaixo da linha pontilhada em azul). Sem contar nos gráficos das séries, que sugerem estacionariedade. Dito tudo isso, podemos concluir que o modelo é adequado aos nossos dados.

```
## [1] "Covariance matrix:"
##
                    temperatura vento_velo precipCORRIGIDA
                         0.2632
                                    0.0601
                                                   -0.01510
## temperatura
## vento_velo
                         0.0601
                                    0.1889
                                                   -0.00180
  precipCORRIGIDA
                        -0.0151
                                   -0.0018
                                                    0.00594
   CCM at lag:
##
          [,1]
                   [,2]
                           [,3]
         1.000
               0.2697 -0.3820
##
  [1,]
   [2,]
         0.270 1.0000 -0.0537
  [3,] -0.382 -0.0537
                         1.0000
## Simplified matrix:
## CCM at lag: 1
##
## .
##
## CCM at lag:
##
##
## CCM at lag:
##
##
##
## CCM at lag:
##
##
## CCM at lag:
## . . .
## . . .
##
## CCM at lag:
##
##
##
## CCM at lag: 7
```

```
## . . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 8
## . . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 9
## . . .
## - . .
## . . .
## CCM at lag: 10
## . . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 11
## . . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 12
## + . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 13
## . . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 14
## . . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 15
## . . -
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 16
## . . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 17
## . . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 18
## . . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag: 19
## . . .
## . . .
## . + .
## CCM at lag: 20
## . . .
## . . .
```

```
## CCM at lag: 21
##
##
## CCM at lag:
##
##
##
## CCM at lag:
##
## - . .
## CCM at lag: 24
## . . .
## . . +
## . . .
                      10 15 20
                                               5 10 15 20
                                                                             10 15 20
                       lag
                                                   lag
                                                                              lag
                   5 10 15 20
                                           0
                                               5 10 15 20
                                                                          5 10 15 20
                0
                        lag
                                                   lag
                                                                              lag
                      10 15 20
                                                 10 15 20
                                                                             10 15 20
                       lag
                                                   lag
                                                                              lag
```

Figure 8: Gráficos ACF das variáveis de temperatura, velocidade do vento e precipitação.

 $\mbox{\tt \#\#}$ Hit Enter for p-value plot of individual ccm:

 $\mbox{\tt \#\#}$ Hit Enter to compute MQ-statistics:

##

Ljung-Box Statistics:

##		m	Q(m)	df	p-value
##	[1,]	1.00	2.85	9.00	0.97
##	[2,]	2.00	4.79	18.00	1.00
##	[3,]	3.00	13.48	27.00	0.99
##	[4,]	4.00	23.76	36.00	0.94
##	[5,]	5.00	33.79	45.00	0.89
##	[6,]	6.00	46.04	54.00	0.77
##	[7,]	7.00	54.50	63.00	0.77
##	[8,]	8.00	62.31	72.00	0.79

Significance plot of CCM

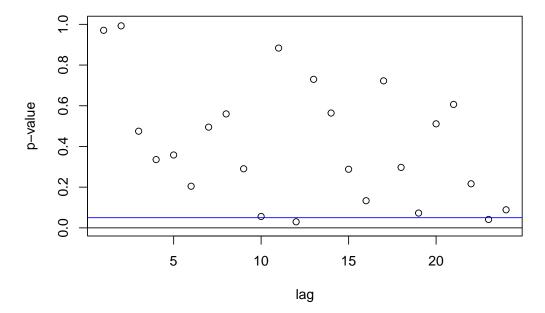


Figure 9: Gráficos ACF das variáveis de temperatura, velocidade do vento e precipitação.

```
[9,]
            9.00
                      73.19
                               81.00
                                          0.72
   [10,]
           10.00
                      89.94
                               90.00
                                          0.48
##
   [11,]
           11.00
                      94.39
                               99.00
                                          0.61
   [12,]
           12.00
                     113.14
                              108.00
                                          0.35
   [13,]
           13.00
                     119.32
                              117.00
                                          0.42
   [14,]
           14.00
                     127.06
                              126.00
                                          0.46
##
   [15,]
           15.00
                     138.06
                              135.00
                                          0.41
##
   [16,]
           16.00
                     151.74
                              144.00
                                          0.31
   [17,]
           17.00
                     158.00
                              153.00
                                          0.37
           18.00
                              162.00
   [18,]
                     168.88
                                          0.34
##
   [19,]
           19.00
                     184.76
                              171.00
                                          0.22
  [20,]
           20.00
                     192.98
                              180.00
                                          0.24
## [21,]
           21.00
                     200.34
                              189.00
                                          0.27
   [22,]
           22.00
                     212.58
                              198.00
                                          0.23
   [23,]
                     230.45
           23.00
                              207.00
                                          0.13
   [24,]
           24.00
                     245.75
                              216.00
                                          0.08
```

Hit Enter to obtain residual plots:

Com a análise diagnóstico devidamente avaliada, podemos usar o modelo em questão para fazer previsões. É o que faremos na próxima subseção.

Predição do modelo Faremos a previsão dos valores futuros da temperatura considerando 1 ano e meio à frente. Como resultado, obtemos o gráfico da Figura 9. A previsão para a temperatura na cidade de Aracaju/SE para os próximos 18 meses segue a tendência sazonal dos últimos anos.

```
## Predictions at origin
##
         temperatura vento_velo precipCORRIGIDA
##
    [1,]
                26.99
                            1.530
                                           0.24888
##
    [2,]
                25.92
                            1.286
                                           0.25323
##
    [3,]
                25.26
                            1.396
                                           0.21886
```

p-values of Ljung-Box statistics

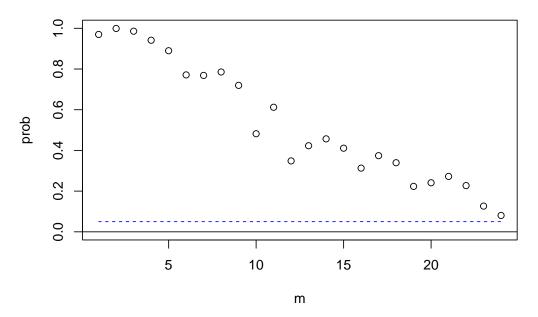


Figure 10: Gráficos ACF das variáveis de temperatura, velocidade do vento e precipitação.

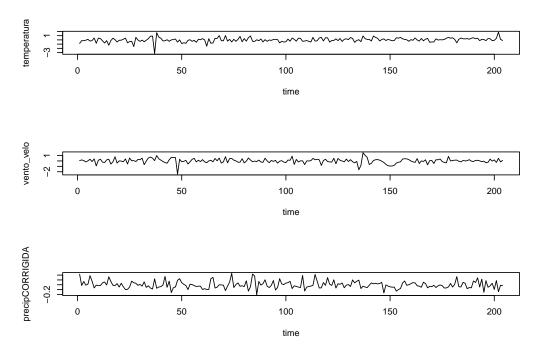


Figure 11: Gráficos ACF das variáveis de temperatura, velocidade do vento e precipitação.

```
[4,]
               25.12
                                         0.16716
##
                           1.797
##
   [5,]
               25.41
                           2.335
                                         0.11622
   [6,]
                                         0.07964
##
               25.99
                           2.855
   [7,]
               26.63
                           3.231
                                         0.06421
##
##
    [8,]
               27.16
                           3.401
                                         0.06964
##
  [9,]
               27.44
                           3.369
                                         0.08993
## [10,]
               27.45
                           3.191
                                         0.11629
## [11,]
               27.26
                                         0.14007
                           2.951
## [12,]
               26.94
                           2.730
                                         0.15517
## [13,]
               26.63
                                         0.15916
                           2.588
## [14,]
               26.40
                           2.549
                                         0.15324
## [15,]
               26.30
                           2.602
                                         0.14108
## [16,]
               26.34
                           2.715
                                         0.12735
## [17,]
               26.46
                                         0.11617
                           2.843
## [18,]
               26.63
                           2.949
                                         0.11011
## Standard errors of predictions
##
           [,1]
                 [,2]
                           [,3]
##
    [1,] 0.5118 0.4335 0.07687
   [2,] 0.7302 0.5558 0.08632
   [3,] 0.8526 0.6339 0.08883
##
  [4,] 0.8905 0.7108 0.09228
  [5,] 0.9080 0.7976 0.09669
  [6,] 0.9467 0.8769 0.10002
##
    [7,] 1.0038 0.9309 0.10167
##
  [8,] 1.0548 0.9580 0.10226
   [9,] 1.0838 0.9681 0.10273
## [10,] 1.0947 0.9734 0.10349
## [11,] 1.1004 0.9798 0.10432
## [12,] 1.1097 0.9868 0.10488
## [13,] 1.1218 0.9917 0.10512
## [14,] 1.1315 0.9937 0.10522
## [15,] 1.1364 0.9945 0.10536
## [16,] 1.1381 0.9958 0.10559
## [17,] 1.1397 0.9979 0.10580
## [18,] 1.1425 0.9999 0.10592
```

Temperatura mensal (azul) + Predição (vermelho)

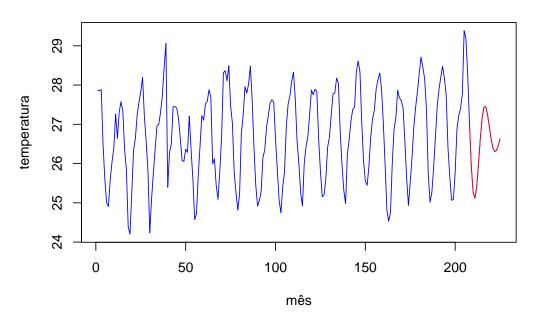


Figure 12: Gráfico para a previsão futura da temperatura para os próximos 18 meses.