



Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura Aeronáutica  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica

Prova de Seleção – 1º semestre de 2016 – Questões de Matemática

5 de novembro de 2015

---

Nome do Candidato

## Observações

1. Duração da prova: 90 minutos (uma hora e meia)
2. Não é permitido o uso de calculadoras ou outros dispositivos eletrônicos
3. Cada pergunta admite uma única resposta
4. Marque a alternativa que considerar correta na tabela abaixo
5. Utilize o verso das folhas para a resolução das questões

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
Resp.																

## Questões em Português

1. A equação  $|x| + |y| + |z| = 1$  representa, no espaço de coordenadas  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ,
  - (a) uma esfera centrada na origem
  - (b) um cubo centrado na origem com faces perpendiculares aos eixos cartesianos
  - (c) um cubo centrado na origem com faces inclinadas em relação aos eixos cartesianos
  - (d)** um octaedro centrado na origem
  - (e) nenhuma resposta está correta.

2. Em uma gincana, um jogador é colocado à frente de três portas iguais, sabendo que ganhará um prêmio se abrir a porta certa. Ele escolhe uma das portas; porém, antes de abri-la, o organizador da gincana abre uma das outras duas portas restantes, mostrando que não existe prêmio nesta porta aberta. Depois disso, o organizador oferece ao jogador a possibilidade de trocar sua escolha para a terceira porta, que não havia sido escolhida pelo jogador, nem aberta pelo organizador. O jogador aceita a oferta. Fazendo isso, o jogador:

- (a) diminuiu a probabilidade de acertar a porta premiada em 50%
- (b) permaneceu com a mesma probabilidade de acertar a porta premiada
- (c) aumentou sua probabilidade de acertar em 50%
- (d)** aumentou sua probabilidade de acertar em 100%
- (e) nenhuma resposta está correta.

3. Sobre a equação do segundo grau em  $x$

$$-a \cdot b \cdot x^2 + (a - b) \cdot x - 1 = 0,$$

sabe-se que  $a \cdot b \neq 0$ . Sobre os seguintes enunciados,

- (I)** a soma das raízes é  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
- (II)** pode-se sempre calcular  $x$  pela fórmula de Bhaskara
- (III) as soluções sempre serão reais
- (IV) o produto das raízes é  $-\frac{1}{a \cdot b}$

pode-se dizer que

- (a) todas as afirmativas são falsas
  - (b) apenas uma das afirmativas é verdadeira
  - (c)** apenas duas das afirmativas são verdadeiras
  - (d) apenas três das afirmativas são verdadeiras
  - (e) todas as afirmativas são verdadeiras
4. Se  $P$  é o perímetro de um triângulo equilátero, qual dos seguintes valores corresponde à sua altura?

- (a)  $\frac{P}{3}$
- (b)  $\frac{\sqrt{3}}{3}P$
- (c)  $\frac{P}{4}$
- (d)**  $\frac{\sqrt{3}}{6}P$
- (e)  $\frac{P}{6}$

5. Quantos valores diferentes podem ser obtidos para a soma de três números, escolhidos arbitrariamente (sem repetição) do conjunto  $\{1, 2, 3, 4, \dots, 15\}$ ?

- (a) 37
- (b) 42
- (c)  $15 \cdot 14 \cdot 13$
- (d)  $\frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1}$
- (e)  $15^3$

6. Podemos escolher 4 entre  $n$  objetos de 15 modos diferentes, caso a ordem deles não seja importante. Qual o valor de  $n$ ?

- (a) 5
- (b) 6
- (c) 7
- (d) 8
- (e) 10

7. Na Figura 1, o triângulo  $ABC$  é mostrado com o segmento  $AE$  passando pelo centro do círculo inscrito e o segmento  $AE'$  passando pelo centro do círculo exinscrito.  $E$  e  $E'$  pertencem à reta de suporte do lado  $BC$ . Considere os seguintes enunciados:

- (I)  $\angle BAE = \angle EAC$
- (II)  $E$  e  $E'$  são conjugados harmônicos de  $B$  e  $C$
- (III)  $\frac{BE'}{BA} = \frac{CE'}{CA}$
- (IV)  $\angle EAE' = 90^\circ$

pode-se dizer que

- (a) todas as afirmativas são falsas
- (b) apenas uma das afirmativas é verdadeira
- (c) apenas duas das afirmativas são verdadeiras
- (d) apenas três das afirmativas são verdadeiras
- (e) todas as afirmativas são verdadeiras

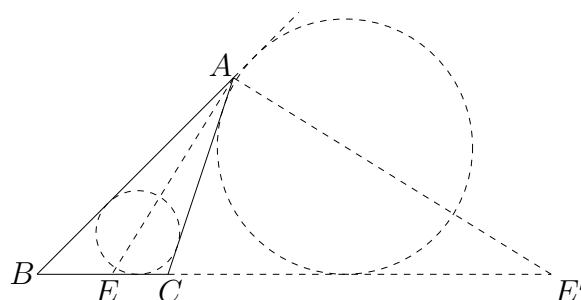


Figura 1: Triângulo com círculos inscrito e exinscrito

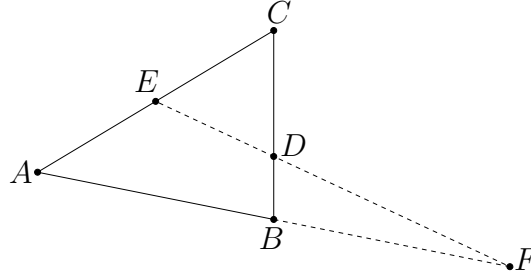


Figure 2: Triangle with a line intersecting two sides and the extension of another

8. Um certo restaurante possui uma demanda de uma entrega de um prato por dia, nos sete dias da semana. A empresa de entrega cobra  $r$  reais por entrega mais  $c$  centavos por prato entregue. Na semana passada, este restaurante teve uma média de  $x$  pedidos de pratos individuais por dia. Qual o custo total, em reais, das entregas da última semana?

- (a)  $\frac{7crx}{100}$   
 (b)  $r + \frac{7cx}{100}$   
 (c)  $7r + \frac{cx}{100}$   
 (d)  $7rx + \frac{7cx}{100}$   
 (e)  $7crx$

## Questões em Inglês

9. Figure 2 shows triangle  $ABC$ , with line  $EDF$  intersecting two sides and the extension of the third. According to Menelau's theorem, the following vector equality must hold:

- (a)  $\frac{\overrightarrow{AF}}{\overrightarrow{FB}} \frac{\overrightarrow{BD}}{\overrightarrow{DC}} \frac{\overrightarrow{EA}}{\overrightarrow{CE}} = -1$   
 (b)  $\frac{\overrightarrow{AF}}{\overrightarrow{FB}} \frac{\overrightarrow{BD}}{\overrightarrow{DC}} \frac{\overrightarrow{CE}}{\overrightarrow{EA}} = -1$   
 (c)  $\frac{\overrightarrow{AF}}{\overrightarrow{FB}} \frac{\overrightarrow{DC}}{\overrightarrow{BD}} \frac{\overrightarrow{CE}}{\overrightarrow{EA}} = -1$   
 (d)  $\frac{\overrightarrow{AF}}{\overrightarrow{FB}} \frac{\overrightarrow{DC}}{\overrightarrow{BD}} \frac{\overrightarrow{EA}}{\overrightarrow{CE}} = -1$   
 (e) none of the above expressions correspond to Menelau's theorem.

10. A geometric progression has  $a_0 = 1$  and  $q = 3$ . The average of the first five terms is

- (a) 9  
 (b) 13  
 (c) 16.2  
 (d) 24.2  
 (e) 41

11. The system

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 0 \\ \vdots = \vdots \\ 2x_8 - x_9 = 0 \\ 2x_9 - x_{10} = 0 \end{cases}$$

- (a) has  $x_{10} = -512$  as part of its solution
- (b) has  $x_{10} = 0$  as part of its solution
- (c) has  $x_{10} = 512$  as part of its solution
- (d) has no real solution
- (e) has several solutions and is not determined.

12. In the polynomial expression

$$(x + y + z)^3 = a_{003}x^3 + a_{012}x^2y + a_{021}xy^2 + a_{102}x^2z + a_{111}xyz + a_{120}y^2z + a_{201}xz^2 + a_{210}yz^2 + a_{300}z^3,$$

$a_{111}$  is

- (a) 2
  - (b) 3
  - (c) 6
  - (d) 9
  - (e) 15
13. Working at a constant rate, Alice can finish a job in 6 hours. Bob, also working at a constant rate, can finish the same task in 3 hours. At last, if Clark works at a constant rate, he can finish the same task of Alice and Bob in 2 hours. If Alice, Bob and Clark work together in this task, each of them at his/her respective constant rate, how much time they will take to finish it?
- (a) 30 minutes
  - (b) 40 minutes
  - (c) 60 minutes
  - (d) 1 hour and 50 minutes
  - (e) 2 hours
14. If  $n$  is a positive integer, which of the following *must* be *odd*?
- (a)  $(n + 1)(n + 1)$
  - (b)  $(n + 2)(n + 4)$
  - (c)  $(n + 2)(n + 5)$
  - (d)  $n(n + 4) + 1$
  - (e)  $(n + 4)(n + 3) - 1$

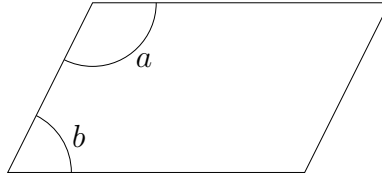


Figure 3: Paralelogram (drawing not in real scale)

15. Are  $a$  and  $b$  a positive integers?

- (I)  $a + b$  is a positive integer
- (II)  $a \cdot b$  is a positive integer
- (a) Statement (I) *alone* is sufficient, but statement (II) alone is not sufficient to determine it
- (b) Statement (II) *alone* is sufficient, but statement (I) alone is not sufficient to determine it
- (c) Both statements *together* are sufficient, but *neither* statement *alone* is *not* sufficient to determine it
- (d) *Each* statement *alone* is sufficient to determine it
- (e) Statements (I) and (II) *together* are not sufficient

16. In the paralelogram of Figure 3,  $3a = b$ . What is the value of  $b - a$ ?

- (a) 2
- (b) 30
- (c) 45
- (d) 90
- (e) 135