

Método de Pennsylvania

TOPOGRAFÍA I

ING. BRYAN ENRIQUE LÓPEZ PÉREZ

PRIMER SEMESTRE 2023

SECCIÓN A

MÉTODO PENNSYLVANIA

Independiente al hecho de que el terreno sea plano o no o, al método y equipo que utilice para levantar datos en campo y la forma del polígono resultante, usted siempre llegará a obtener azimuts y distancias entre las estaciones o vértices de un polígono cerrado o abierto. Incluso, obtendrá cotas o cambio de altura entre las estaciones.

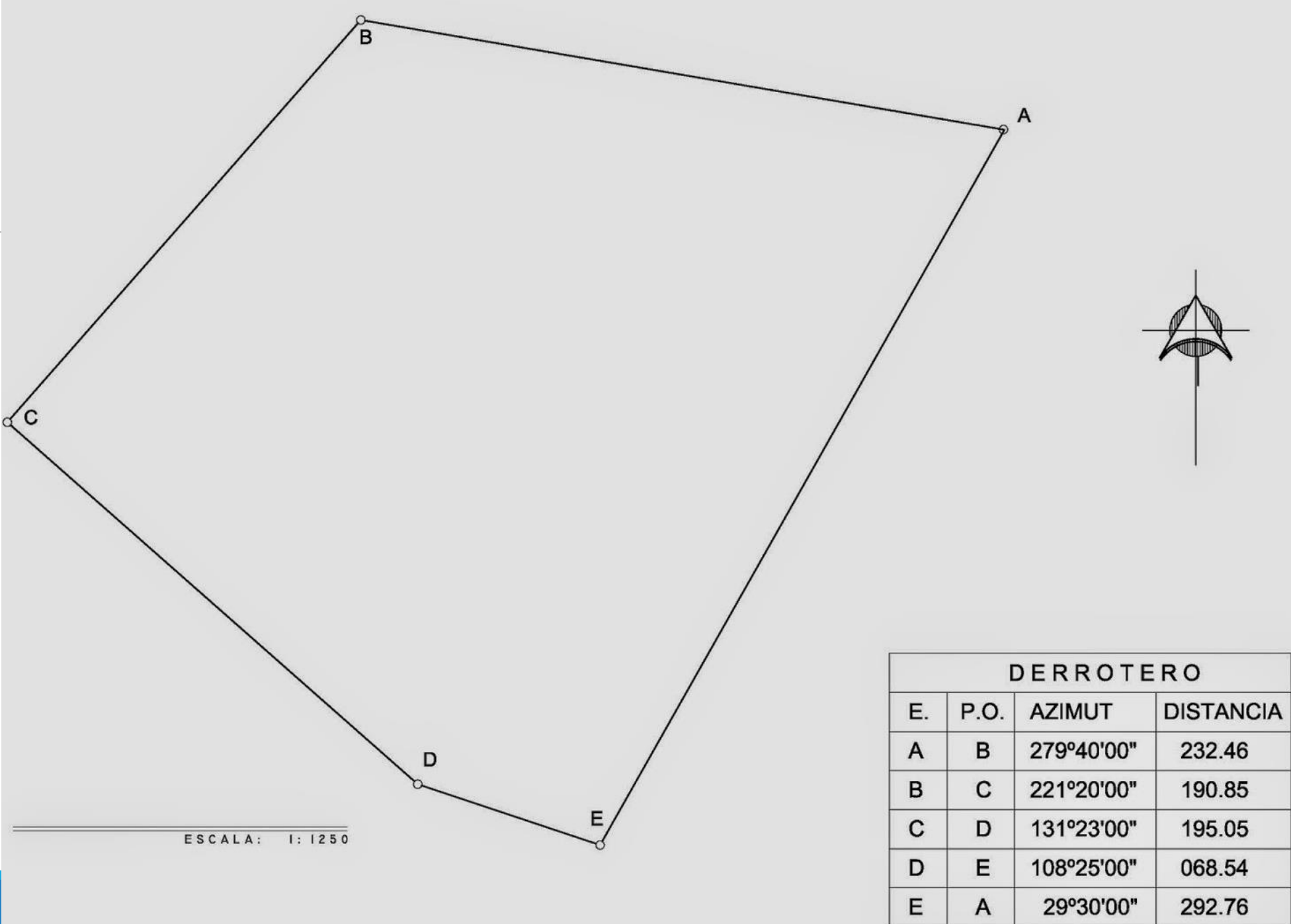
El método Pennsylvania es un procedimiento de gabinete en el que se aplica fórmulas o funciones aritméticas y trigonométricas para calcular el área de un polígono cerrado y, corregir y compensar los errores de cierre angular y de cierre por distancia. Ofreciendo como resultado final, un derrotero corregido para dibujar un plano.

La metodología permite calcular polígonos de 3 a infinita cantidad de estaciones.

Técnicamente, es necesario desarrollar el procedimiento completo y dejar memoria metodológica del desarrollo.

La siguiente imagen es el cuadro resumen del desarrollo del procedimiento metodológico paso a paso. Los Azimuts fueron levantados con brújula y la medición se hizo por el método Quebrar Cinta (A rumbo y distancia).

La imagen corresponde al polígono levantado a Rumbo y Distancia, Azimuts levantados con brújula.



DERROTERO			
E.	P.O.	AZIMUT	DISTANCIA
A	B	279°40'00"	232.46
B	C	221°20'00"	190.85
C	D	131°23'00"	195.05
D	E	108°25'00"	068.54
E	A	29°30'00"	292.76

PROCEDIMIENTO:

1. CONVERTIR AZIMUTS A RUMBOS.
2. OBTENER LAS COORDENADAS MÉTRICAS COMO SIGUE:
 - a. Para el eje de "Y" (+N, -S), Se obtiene el Coseno del ángulo indicado en el rumbo y multiplicar éste por la distancia respectiva.
 - b. Para el eje "X" (+E, -W), se obtiene el Seno del ángulo indicado en el rumbo y multiplicar éste por la distancia respectiva
3. OBTENER LA SUMATORIA DE:
 - i. Norte
 - ii. Sur
 - iii. Este
 - iv. Oeste (W)
4. OBTENER LA SUMATORIA DE "Y" y "X":
 1. (Y) Norte + Sur
 2. (X) Este + Oeste (W)

$\Sigma N + \Sigma S$ y $\Sigma E + \Sigma W$.

5. OBTENER LA DIFERENCIA ENTRE:

1. Norte - Sur

$\Delta Y = \Sigma N - \Sigma S$

 = 293.839 - 293.9052 = 0.0662

2. Este - Oeste (W)

$\Delta X = \Sigma E - \Sigma W$

 = 355.5381 - 355.2040 = 0.3341

6. OBTENER EL ERROR DE CIERRE CON LA SIGUIENTE FÓRMULA:

$$EC = \sqrt{(\Delta Y)^2 + (\Delta X)^2} = \sqrt{0.13687844} = 0.3406$$

7. OBTENER EL ERROR UNITARIO CON LA SIGUIENTE FÓRMULA:

$$EU = \frac{EC}{P} = \frac{0.3406}{979.66} = \boxed{0.0003476}$$

= FACTOR DE CIERRE

P = Perímetro (Σ de los lados del polígono = Distancia Total)

Error permisible en topografía = $1/333 = 0.003003$ (FACTOR DE CIERRE)
Si el factor de cierre es superior al error permisible, debe hacerse un replanteo.
Si el factor de cierre es inferior al error permisible entonces se procede a compensar ángulos y distancias.

PASO 1					PASO 2.a		PASO 2.b		PASO 8
					LATITUD (Y)		LONGITUD (X)		
E.	P.O.	AZIMUTS	DISTANCIA	RUMBO	+ N (Cos)	- S (Cos)	+ E (Sen)	- W (Sen)	
A	B	279°40'00"	232.46	N 80°20' W	39.0337			229.1594	
B	C	221°20'00"	190.85	S 41°20' W		143.3054		126.0447	
C	D	131°23'00"	195.05	S 48°37' E		128.9463	146.3466		
D	E	108°25'00"	068.54	S 71°35' E		021.6535	065.0276		
E	A	29°30'00"	292.76	N 29°30' E	254.8053		144.1619		
DIST. TOTAL = 979.66					293.8390	293.9052	355.5381	355.2040	
					$\Sigma Y = 587.7442$		$\Sigma X = 710.7421$		
					$\Delta Y = 0.0662$		$\Delta X = 0.3341$		
					EC = 0.3406				

PASO 3 → ΣY
PASO 4 → ΔY
PASO 5 → ΔX
PASO 6 → ΔY
PASO 7 → DIST. TOTAL
PASO 8 → EC

8. OBTENER LOS PUNTOS DE CORRECCIÓN CON LA SIGUIENTE FÓRMULA:

$$C_Y = \frac{\Delta Y}{\Sigma N + \Sigma S} = \frac{0.0662}{587.7442} = 0.0001126$$

$$C_X = \frac{\Delta X}{\Sigma E + \Sigma W} = \frac{0.3341}{710.7421} = 0.00047$$

9. OPERAR LOS PUNTOS DE CORRECCIÓN PARA Y y X RESPECTIVAMENTE (sin considerar los signos)

$$C_Y^{*+N} = 0.0001126 * 39.0337 = 0.00439518462$$

$$C_Y^{*-S} = 0.0001126 * 143.3054 = 0.016136188$$

$$C_Y^{*-S} = 0.0001126 * 128.9463 = 0.014519353$$

$$C_Y^{*-S} = 0.0001126 * 021.6535 = 0.0024381841$$

$$C_Y^{*+N} = 0.0001126 * 254.8053 = 0.028691076$$

$$C_X^{*-W} = 0.00047 * 229.1593 = 0.107704871$$

$$C_X^{*-W} = 0.00047 * 126.0447 = 0.059241014$$

$$C_X^{*+E} = 0.00047 * 146.3466 = 0.068782902$$

$$C_X^{*+E} = 0.00047 * 065.0276 = 0.030562872$$

$$C_X^{*+E} = 0.00047 * 144.1619 = 0.067756093$$

10. OPERAR LAS CORRECCIONES EN LATITUD Y LONGITUD: RESPECTIVAMENTE (considerar los signos algebraicos)

a. CORRECCIONES EN LATITUD:

$$+N = 39.0337 + 0.00439518462 = +39.0383$$

$$-S = 143.3054 - 0.016136188 = -143.2893$$

$$-S = 128.9463 - 0.014519353 = -128.9318$$

$$-S = 021.6535 - 0.0024381841 = -21.6508$$

$$+N = 254.8053 + 0.028691076 = +254.8336$$

$$\Sigma \quad 000.0000$$

Si la suma de N es mayor a la suma de S entonces a las coordenadas N se les resta la corrección.

Si la suma de E es mayor a la suma de W, entonces a las coordenadas E se les resta la corrección.

a. CORRECCIONES EN LATITUD:

$$\begin{aligned}
 +N &= 39.0337 + 0.00439518462 = +39.0383 \\
 -S &= 143.3054 - 0.016136188 = -143.2893 \\
 -S &= 128.9463 - 0.014519353 = -128.9318 \\
 -S &= 021.6535 - 0.0024381841 = -21.6508 \\
 +N &= 254.8053 + 0.028691076 = +254.8336 \\
 &\quad \Sigma \quad 000.0000
 \end{aligned}$$

b. CORRECCIONES EN LONGITUD:

$$\begin{aligned}
 -W &= 229.1593 - 0.107704871 = -229.2670 \\
 -W &= 126.0447 - 0.059241014 = -126.1039 \\
 +E &= 146.3466 + 0.068782902 = +146.2778 \\
 +E &= 065.0276 + 0.030562872 = +64.9990 \\
 +E &= 144.1619 + 0.067756093 = +144.0941 \\
 &\quad \Sigma \quad 000.0000
 \end{aligned}$$

11. OPERAR LA CORRECCION DE DISTANCIAS SIGUIENDO EL PROCEDIMIENTO ARITMÉTICO INDICADO POR LA FLECHAS.

		LATITUD (Y)		LONGITUD (X)	
E.	P.O.	+ N	- S	+ E	- W
A	B	+39.0383			-229.2670
B	C		-143.2893		-126.1039
C	D		-128.9318	+146.2778	
D	E		-21.6508	+64.9990	
E	A	+254.8336		+144.0941	
		+293.8719	-293.8719	+355.3711	-355.3711
		0.0000		0.0000	

Éste es el último cuadro obtenido en el paso 10, Con el procedimiento obtendrá el siguiente cuadro, donde determinará el área.

LATITUD (Y)		LONGITUD (X)	
+ N (Cos)	- S (Cos)	+ E (Sen)	- W (Sen)
293.8390	293.9052	355.5381	355.2040
$\Sigma Y = 587.7442$		$\Sigma X = 710.7421$	
$\Delta Y = 0.0662$		$\Delta X = 0.3341$	
		EC = 0.3406	

CORRECCIÓN DE DISTANCIAS					
E.	P.O.		X	Y	
A	B		-229.2670	+39.0383	
B	C		-355.3709	-104.251	
C	D		-209.0931	-233.1828	
D	E		-144.0941	-254.8336	
E	A		000.0000	000.0000	

CORRECCIÓN DE DISTANCIAS

dist. = $\sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2}$

- x_f = x final
- x_i = x inicial
- y_f = y final
- y_i = y inicial

B - C = $\sqrt{((-355.3709) - (-229.2670))^2 + ((-104.251) - (39.0383))^2}$

B - C = $\sqrt{(-126.1039)^2 + (-143.2893)^2}$

B - C = $\sqrt{15902.1936 + 20531.82349}$

B - C = $\sqrt{36434.01709}$

B - C =	190.8769685	190.85
	CORRECCIÓN	ORIGINAL

E - A = $\sqrt{((00.0000) - (-144.0941))^2 + ((00.0000) - (-254.8336))^2}$

E - A = $\sqrt{(-144.0941)^2 + (254.8336)^2}$

E - A = $\sqrt{20763.10965 + 64942.71205}$

E - A = $\sqrt{85705.8117}$

E - A =	292.755494	292.76
	CORRECCIÓN	ORIGINAL

C - D = $\sqrt{((-209.0931) - (-355.3709))^2 + ((-233.1828) - (-104.251))^2}$

C - D = $\sqrt{(146.2778)^2 + (-128.9318)^2}$

C - D = $\sqrt{21397.19477 + 16623.40905}$

C - D = $\sqrt{33246.8181}$

C - D =	194.99	195.05
	CORRECCIÓN	ORIGINAL

A - B = $\sqrt{((-229.2670) - (00.0000))^2 + ((39.0383) - (00.0000))^2}$

A - B = $\sqrt{(-229.2670)^2 + (39.0383)^2}$

A - B = $\sqrt{52563.35729 + 1523.988867}$

A - B = $\sqrt{54087.34616}$

A - B =	232.5668638	232.46
	CORRECCIÓN	ORIGINAL

D - E = $\sqrt{((-144.0941) - (-209.0931))^2 + ((-254.8336) - (-233.1828))^2}$

D - E = $\sqrt{(64.999)^2 + (-21.6508)^2}$

D - E = $\sqrt{4224.870001 + 468.7571406}$

D - E = $\sqrt{4693.627142}$

D - E =	68.51005139	68.54
	CORRECCIÓN	ORIGINAL

CORRECCIÓN DE RUMBOS

$$\text{RUMBO} = \text{tg}^{-1} \left(\frac{x_f - x_i}{y_f - y_i} \right)$$

tg^{-1} = Tangente Inversa de

x_f = x final

x_i = x inicial

y_f = y final

y_i = y inicial

						RUMBOS CORREGIDOS	RUMBOS ORIGINALES
RUMBO B a C	$= \text{tg}^{-1} \left(\frac{(-355.3709) - (-229.2670)}{(-104.251) - (39.0383)} \right)$	$= \text{tg}^{-1} \left(\frac{-126.1039}{-143.2893} \right)$	$= \text{tg}^{-1} (0.880065015)$	$= 41.3498765$	$=$	N 41°20'59.56" W	S 41°20' W
RUMBO C a D	$= \text{tg}^{-1} \left(\frac{(-209.0931) - (-355.3709)}{(-233.1828) - (-104.251)} \right)$	$= \text{tg}^{-1} \left(\frac{146.2778}{-128.6618} \right)$	$= \text{tg}^{-1} (-1.136917096)$	$= -48.66605854$	$=$	S 48°39'57.81" W	S 48°37' E
RUMBO D a E	$= \text{tg}^{-1} \left(\frac{(-144.0941) - (-209.0931)}{(-254.8336) - (-233.1828)} \right)$	$= \text{tg}^{-1} \left(\frac{64.999}{-21.6558} \right)$	$= \text{tg}^{-1} (-3.001459493)$	$= -71.5734098$	$=$	S 71°34'24.28" E	S 71°35' E
RUMBO E a A	$= \text{tg}^{-1} \left(\frac{(00.0000) - (-144.0941)}{(00.0000) - (-254.8336)} \right)$	$= \text{tg}^{-1} \left(\frac{144.0941}{254.8336} \right)$	$= \text{tg}^{-1} (0.565443881)$	$= 29.48572298$	$=$	S 29°29'8.6" E	N 29°30' E
RUMBO A a B	$= \text{tg}^{-1} \left(\frac{(-229.2670) - (00.0000)}{(39.0383) - (00.0000)} \right)$	$= \text{tg}^{-1} \left(\frac{-229.2670}{39.0383} \right)$	$= \text{tg}^{-1} (-5.872873563)$	$= -80.33667523$	$=$	N 80°20'12.03" E	N 80°20' W

DERROTERO CORREGIDO EN RUMBOS

E.	P.O.	RUMBO	DISTANCIA
A	B	N 80°20'12.03" W	232.5668638
B	C	S 41°20'59.56" W	190.8769685
C	D	S 48°39'57.81" E	194.99
D	E	S 71°34'24.28" E	68.51005139
E	A	N 29°29'8.6" E	292.755494

DERROTERO CORREGIDO EN AZIMUTS

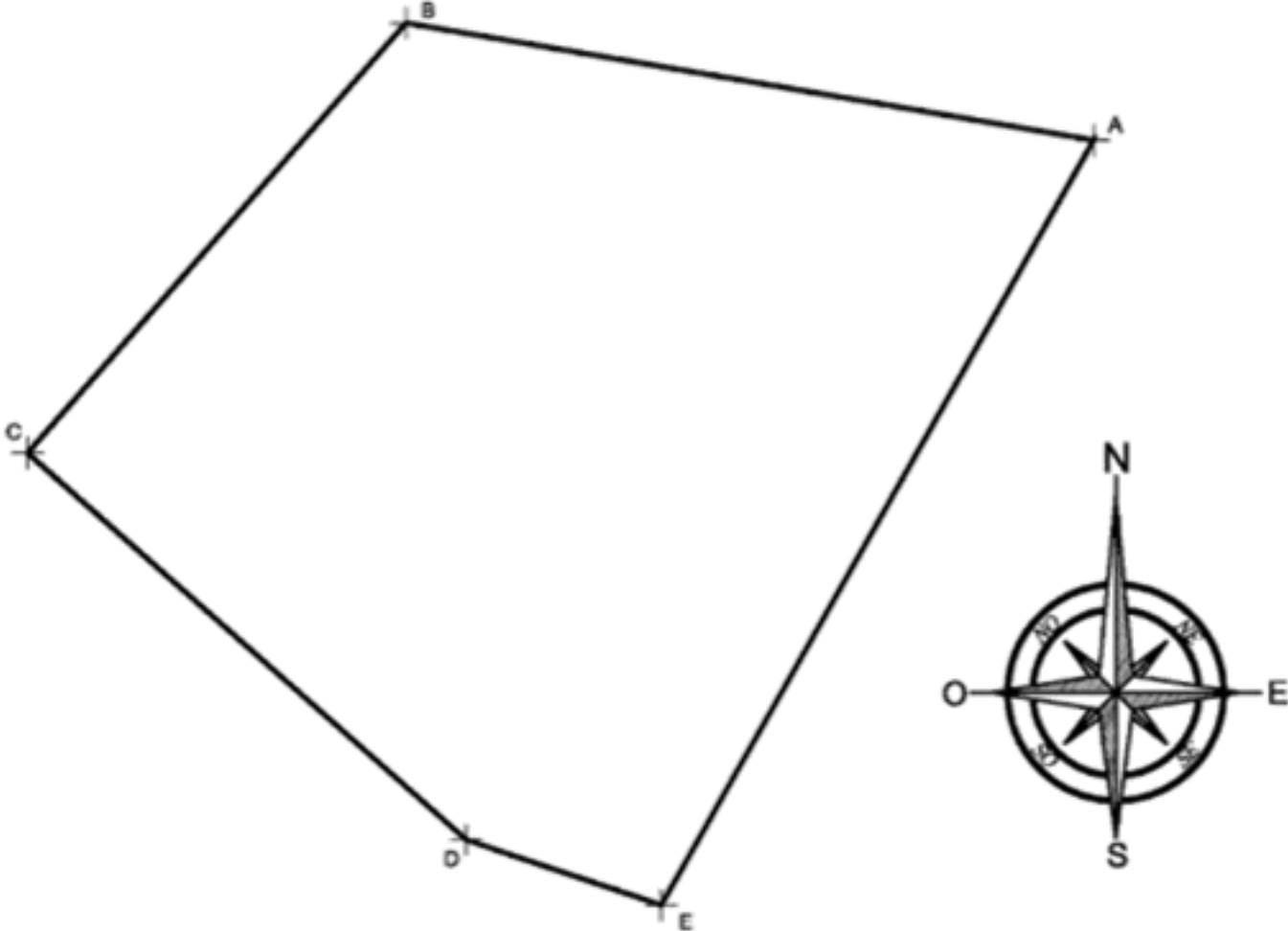
E.	P.O.	AZIMUTS	DISTANCIA	RUMBO
A	B	279°39'47.9"	232.5668638	N 80°20'12.03" W
B	C	221°20'59.5"	190.8769685	S 41°20'59.56" W
C	D	131°20'2.19"	194.99	S 48°39'57.81" E
D	E	108°25'35.7"	68.51005139	S 71°34'24.28" E
E	A	29°29'8.6"	292.755494	N 29°29'8.6" E

12. DETERMINAR EL ÁREA POR EL MÉTODO DE COORDENADAS TOTALES

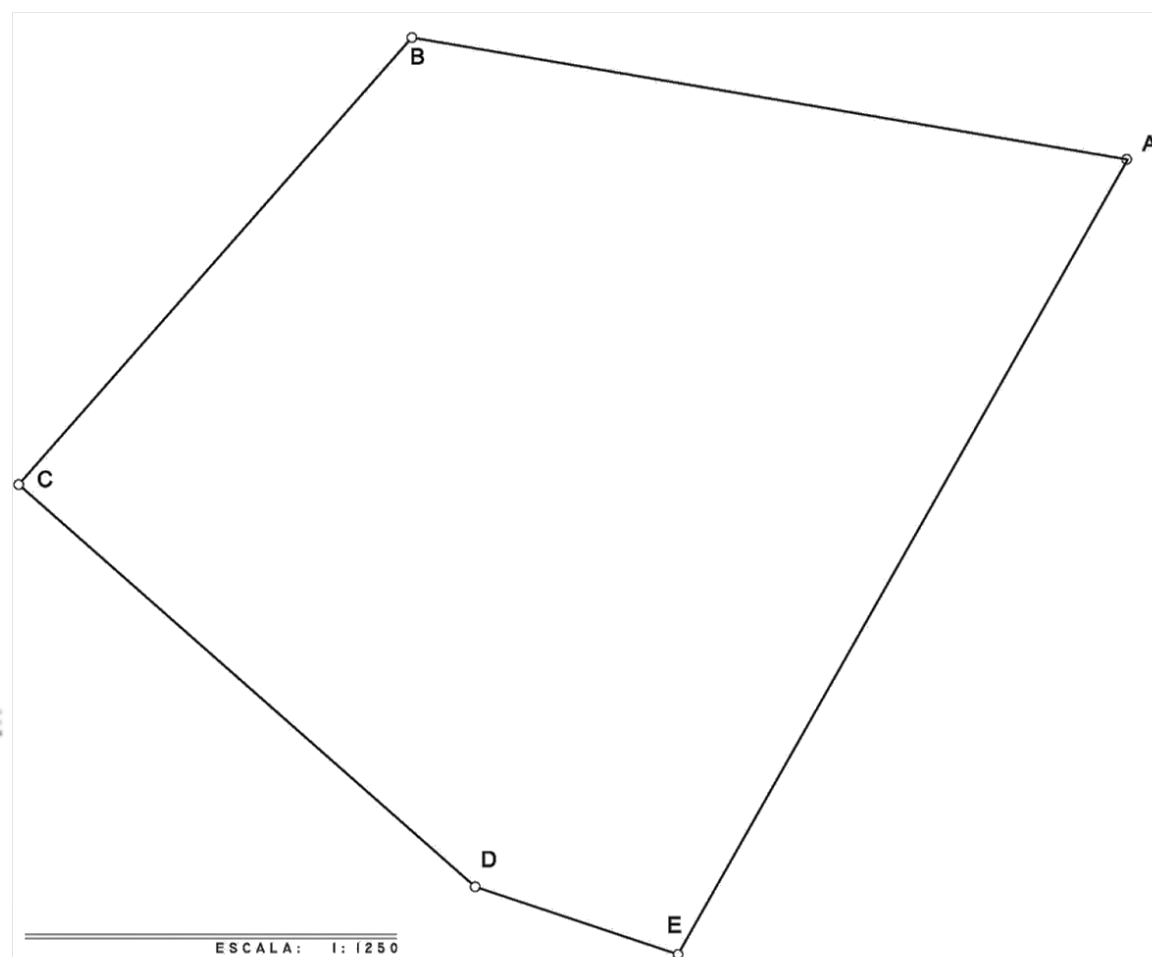
CÁLCULO DE ÁREA POR COORDENADAS TOTALES					
E.	P.O.		X	Y	
A	B		-229.2670	+39.0383	
B	C	-13873.07581	-355.3709	-104.251	23901.31402
C	D	21798.16477	-209.0931	-233.1828	82866.3815
D	E	33600.2657	-144.0941	-254.8336	53283.94741
E	A	000.0000	000.0000	000.0000	000.0000
		Σ 41525.35466			Σ 160051.6429

$$A = \frac{(\Sigma x) - (\Sigma y)}{2}$$

$$A = \frac{41525.35466 - 160051.6429}{2} = \frac{118526.2882}{2} = 59263.14412 \text{ Mts.}^2$$



DERROTERO			
E.	P.O.	AZIMUT	DISTANCIA
A	B	279°39'47.9"	232.5668638
B	C	221°20'59.5"	190.8769685
C	D	131°20'2.19"	194.99
D	E	108°25'35.7"	68.51005139
E	A	29°29'8.6"	292.755494



DERROTERO			
E.	P.O.	AZIMUT	DISTANCIA
A	B	279°40'00"	232.46
B	C	221°20'00"	190.85
C	D	131°23'00"	195.05
D	E	108°25'00"	068.54
E	A	29°30'00"	292.76