DISEÑO GEOMÉTRICO DE CARRETERAS

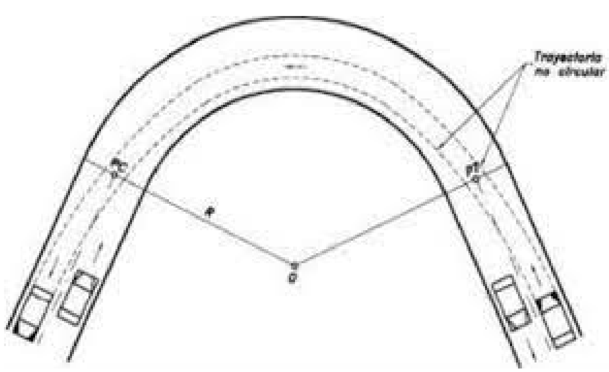
CLASE 4:

CURVAS CIRCULARES SIMPLES CON ESPIRALES DE TRANSICIÓN

ING. GUILLERMO DAVID MENDÓZA GONZÁLEZ
SEMINARIO DE TOPOGRAFÍA Y CARRETERAS
INGENIERÍA CIVIL
UMG-2021.

CURVA SIMPLE CON ESPIRALES DE TRANSICIÓN

- CONCEPTO: las curvas circulares con espirales de transición constan de una espiral de entrada, una curva circular simple y una espiral de salida.
- También se le conoce como curva Clotoide.



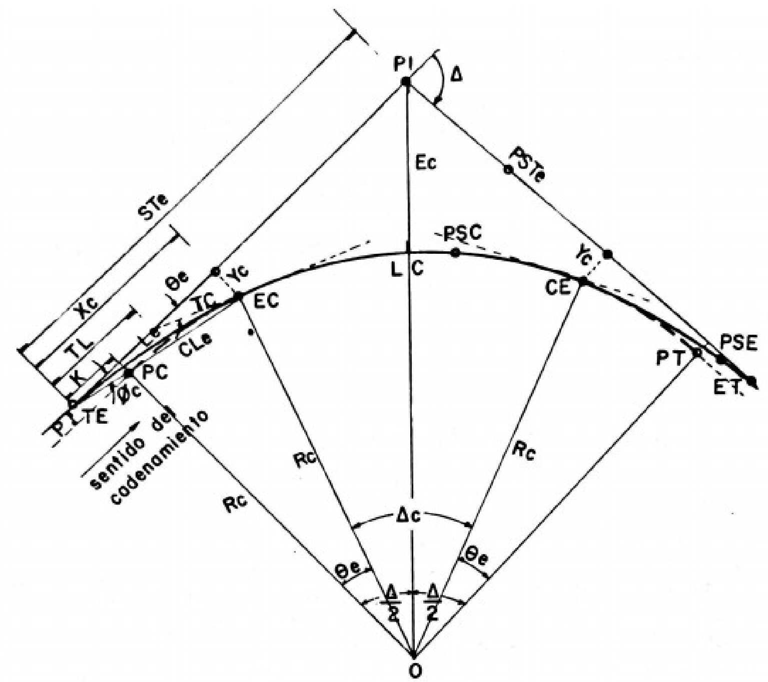
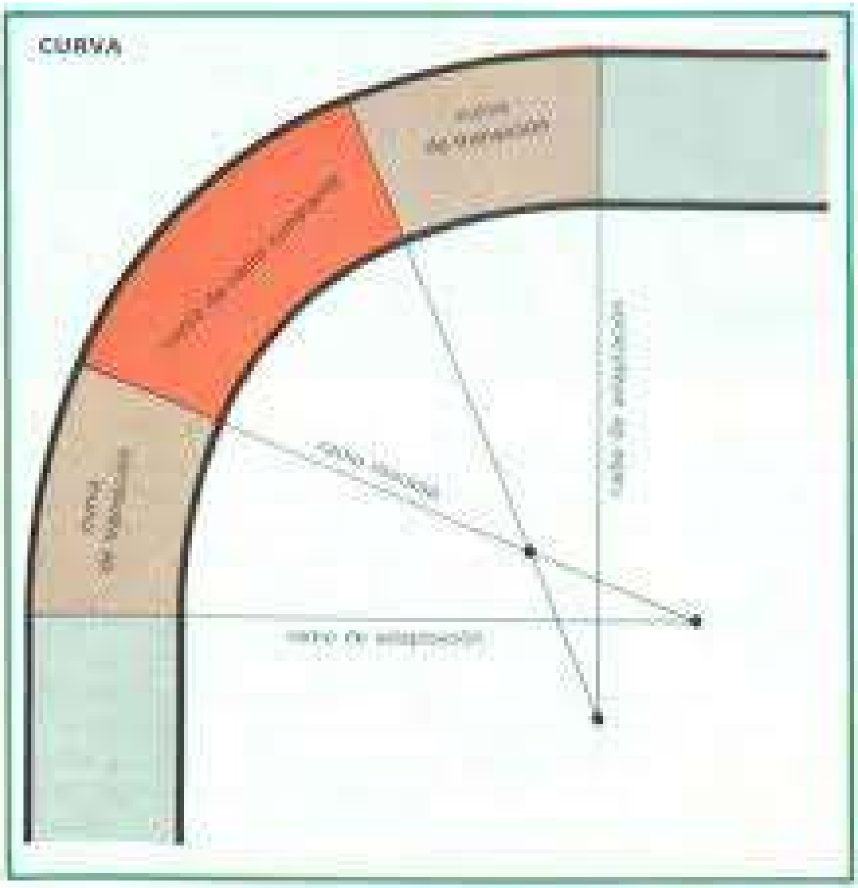
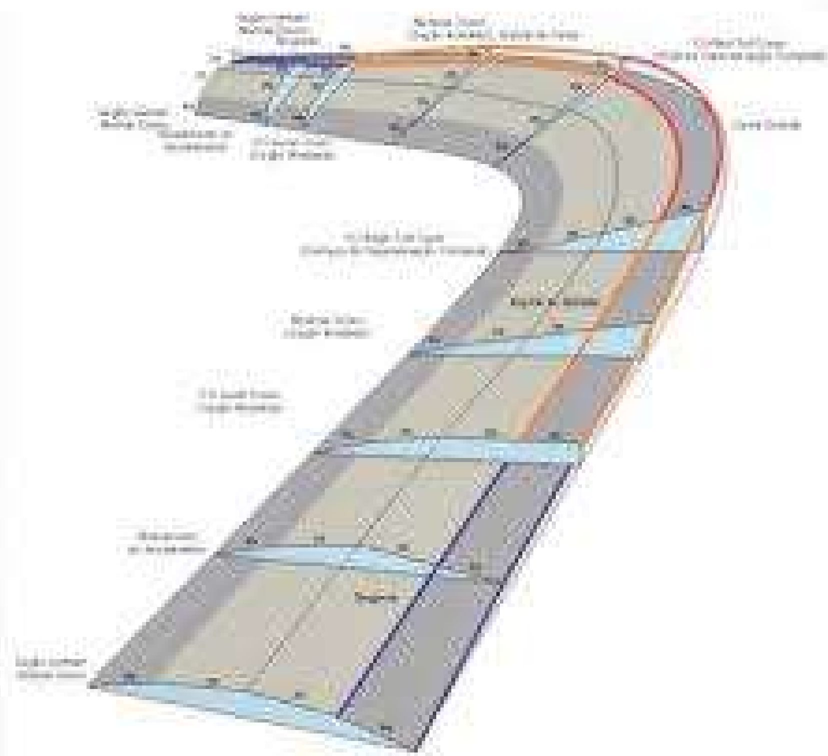


FIGURA No 143

PSC — punto sobre la curva circular.
PSE — punto sobre la espiral.
PSTe — punto sobre la tangente.
Δ — deflexión de las tangentes.
Δc — ángulo central de la curva circular.
θe — deflexión de la espiral.
ϕ c — ángulo de la cuerda larga de la espiral con la STe.
STe — subtangente.
TL — tangente larga.
TC — tangente corta.
CLe — cuerda larga de la espiral.
Ec — externa.
Rc — radio de la curva circular.
LC — longitud de la curva circular.
Le — longitud de la espiral de entrada o de salida.
Xc, Yc — coordenadas del EC o del CE.
k, p — coordenadas del PC o del PT.

PI: punto de intersección de las tangentes
TE: punto donde termina la tangente y empieza la espiral.
EC: punto donde termina la espiral y empieza la curva circular.
CE: punto donde termina la curva circular y empieza la espiral.
ET: punto donde termina la espiral y empieza la tangente.


CURVA



ECUACIONES QUE SE UTILIZAN:

- Curva clotoide o Ecuación de Euler: $RL = K^2$ (1)
  - Donde:
    - R = radio de la curvatura
    - L = distancia del TE a un punto cualquiera de la espiral.
    - K = constante.

    Además:

    R max = Rc

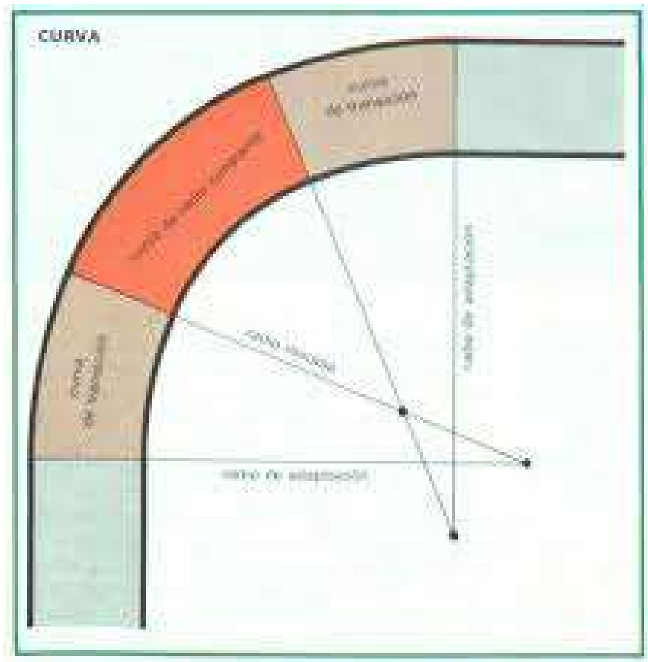
    L max = Le

    Por tanto:

    $$RL = Rc\ Le = K^2$$

    $$R = \frac{Le}{L} Rc \qquad (2)$$

    Que es la ecuación que expresa el radio de la curva espiralada.



- Si llamamos t el tiempo empleado en recorrer L a la velocidad V, se tendrá:

$$t = \frac{L}{v}$$

Y para t max:

$$t_{max} = \frac{Le}{V} \qquad (3)$$

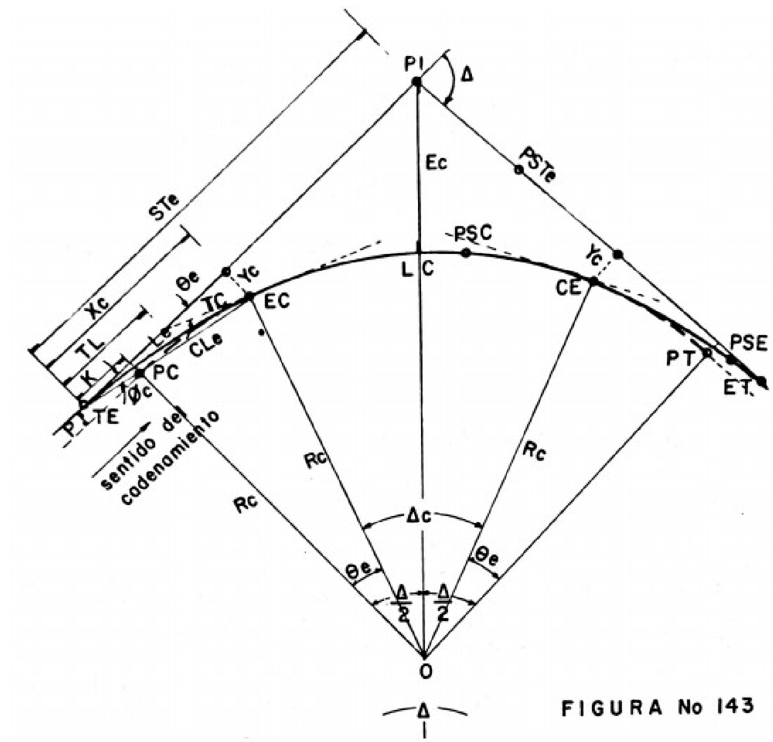


FIGURA No 143

- La aceleración centrífuga en un punto cualquiera de la curva es:

$$\propto = \frac{V^2}{R}$$

Pero la aceleración centrífuga máxima se deja sentir en el punto donde empieza la curva circular:

$$\propto_{máx} = \propto_c = \frac{V^2}{Rc} \qquad (4)$$

Por otra parte:

$$\frac{\propto_c}{t_{máx}} = incremento\ de\ aceleración = J$$

$$\frac{\propto_c}{t_{max}} = J \qquad (5)$$

- Sustituyendo los valores (3) y (4), en la (5), se encuentra:

$$J = \frac{\propto_c}{t_{max}} = \frac{\frac{V^2}{R_C}}{\frac{Le}{V}} = \frac{V^3}{Le\ Rc} = \frac{V^3}{Le\ Rc}$$

Luego:

$$J = \frac{V^3}{Le\ Rc} \qquad (6)$$

F.C. Royal Dawson determinó el valor de J = 0.61

R.A. Mayer encontró para J los valores: 0.915 para V = 50 km/h

0.61 para V = 100 km/h

Los valores de J se pueden obtener aplicando la fórmula:

$$J = 1.22 - 0.0061\, V \qquad (7)$$

Siendo V la velocidad en Km/h

Longitud de la espiral (Le)

- De la fórmula (6) se deduce:

$$Le = \frac{V^3}{JRc} \qquad (8)$$

En la cual la velocidad V, en m/seg.

$$Le = \frac{V^3}{46.7\ JRc} \qquad (9)$$

V, en Km/h

Una fórmula que nos da un valor bastante aproximado al obtenido por la fórmula (9), es:

$$Le = 1.2\ V \qquad (10)$$

V, en km/h

Le, en metros

EJEMPLO COMPLETO DE DISEÑO:

- Calcular la curva circular ampliada con espirales, con los siguientes datos:

KM PI =	0 + 357.36
DELTA =	64°18’ D
G =	08°00’
V =	70 Km/h
J =	0.61

SOLUCIÓN:

- CÁLCULO DEL RADIO DE LA CURVA:

$$Rc = \frac{1145.92}{G} = \frac{1145.92}{8} = \mathbf{143.24\ m}$$

- CÁLCULO DE LA LONGITUD DE LA ESPIRAL DE ENTRADA:

$$L_e = \frac{V^3}{46.7 \cdot J \cdot Rc} = \frac{70^3}{46.7(0.61)(143.24)} = \mathbf{84.06\ m.}$$

Es la longitud desde el punto TE hasta el punto EC

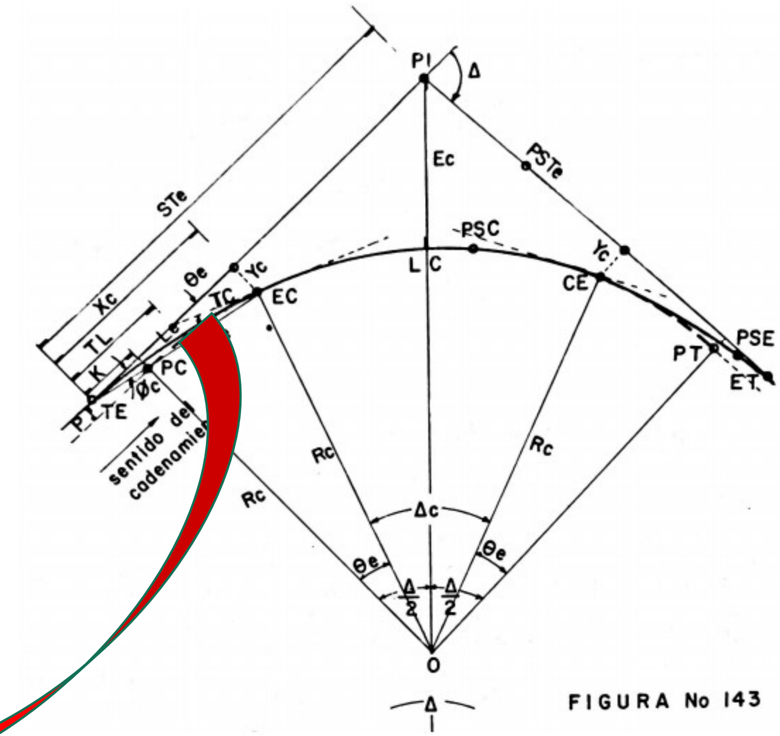


FIGURA No 143

- CÁLCULO DEL ÁNGULO DE DEFLEXIÓN DE LA ESPIRAL:

$$\theta e = \frac{Le\ G}{40} = \frac{84.06\ (8)}{40} = 16.812° = 16°\ 48'43''$$

$$\theta e = \frac{16.812°}{57.3} = 0.2934\ rad$$

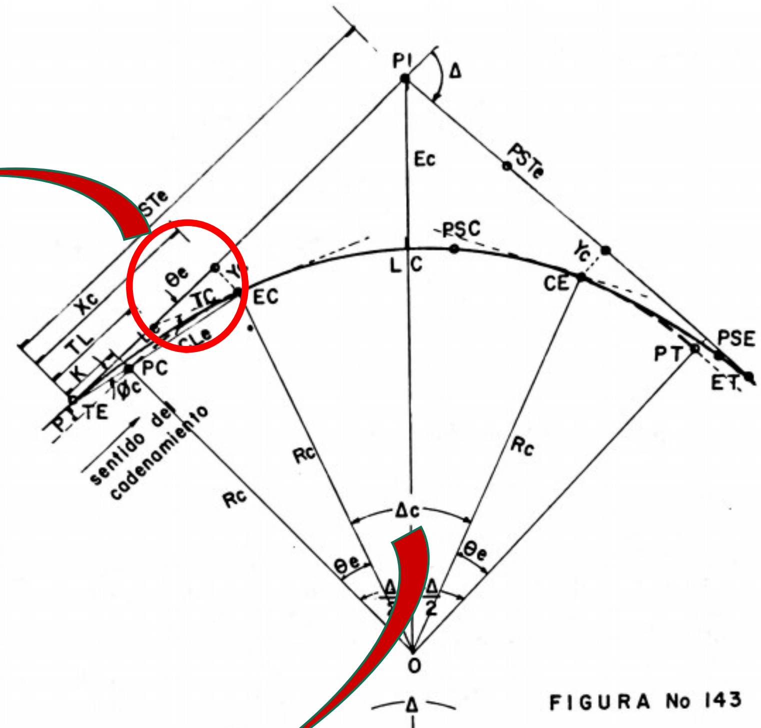


FIGURA No 143

- CÁLCULO DEL ÁNGULO CENTRAL DE LA CURVA CIRCULAR:

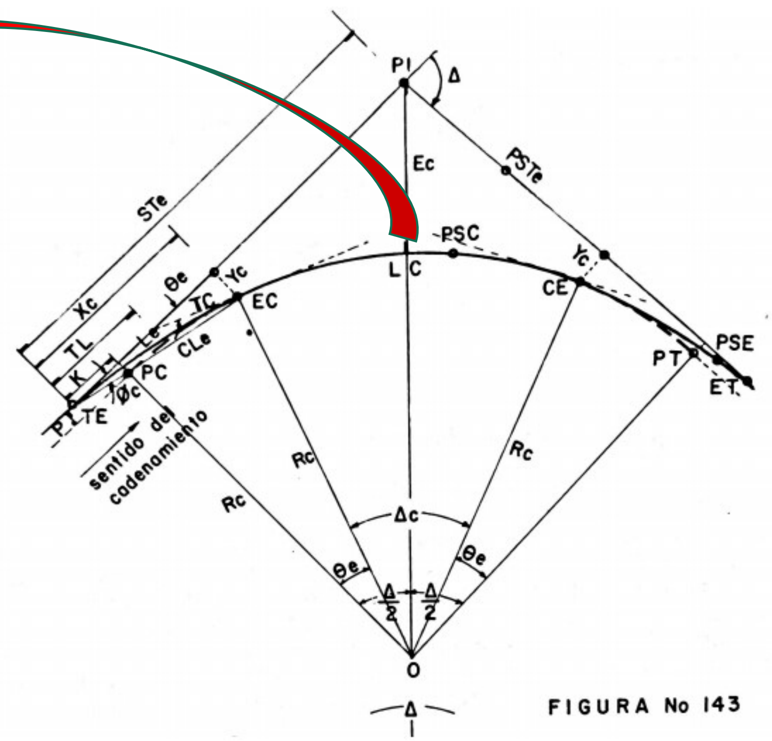
$$\Delta c = \Delta - 2\theta e = 64.3° - 2(16.812°) = 30.676° = 30°40'34''$$

- CÁLCULO DE LA LONGITUD DE CURVA:

$$LC = \frac{\Delta c}{G} * 20 = \frac{30.676°}{8°} * 20 = 76.69\ m$$

- CÁLCULO DE LA LONGITUD TOTAL DE LA CURVA ESPIRALADA: incluye espiral de entrada + curva circular + espiral de salida.

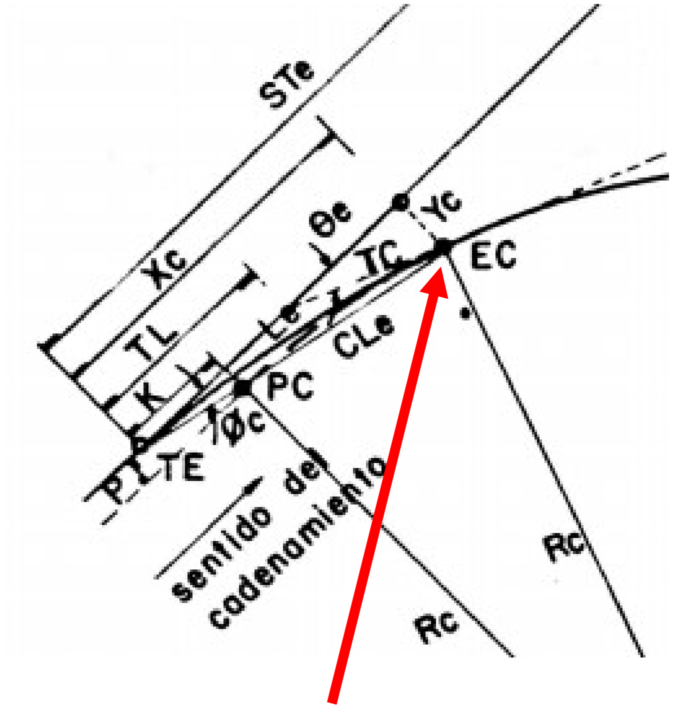
$$L = Le + \frac{\Delta}{G} * 20 = 84.06 + \frac{64.3}{8} * 20 = 244.81\ m$$



- CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DEL EC: EC es el punto donde termina la espiral y empieza la curva circular simple. (NOTA: el ángulo de deflexión de la espiral con la tangente se debe ingresar en radianes)

$$Xc = Le\left(1 - \frac{\theta e^2}{10}\right) = 84.06\left(1 - \frac{0.2934^2}{10}\right)$$
$$= 83.34\ m$$

$$Yc = Le\left(\frac{\theta e}{3} - \frac{\theta e^3}{42}\right)$$
$$= 84.06\left(\frac{0.2934}{3} - \frac{0.2934^3}{42}\right) = 8.17\ m$$



EC : Xc = 83.34 m
Yc = 8.17 m

- CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DEL PC: PC es donde empieza la curva circular simple pero queda fuera del radio de la espiral.

$$k = Xc \ - Rc\ Sen\ \theta e$$
$$= 83.34 \ - 143.24\ Sen(16.812°)$$
$$= 41.91\ m$$

$$p = Yc \ - Rc(1 - Cos\theta e)$$
$$= 8.17 - 143.24(1 - Cos16.812°)$$
$$= 2.05\ m$$

EC : k = 41.91 m
p = 2.05 m

- CÁLCULO DE SUBTANGENTE:

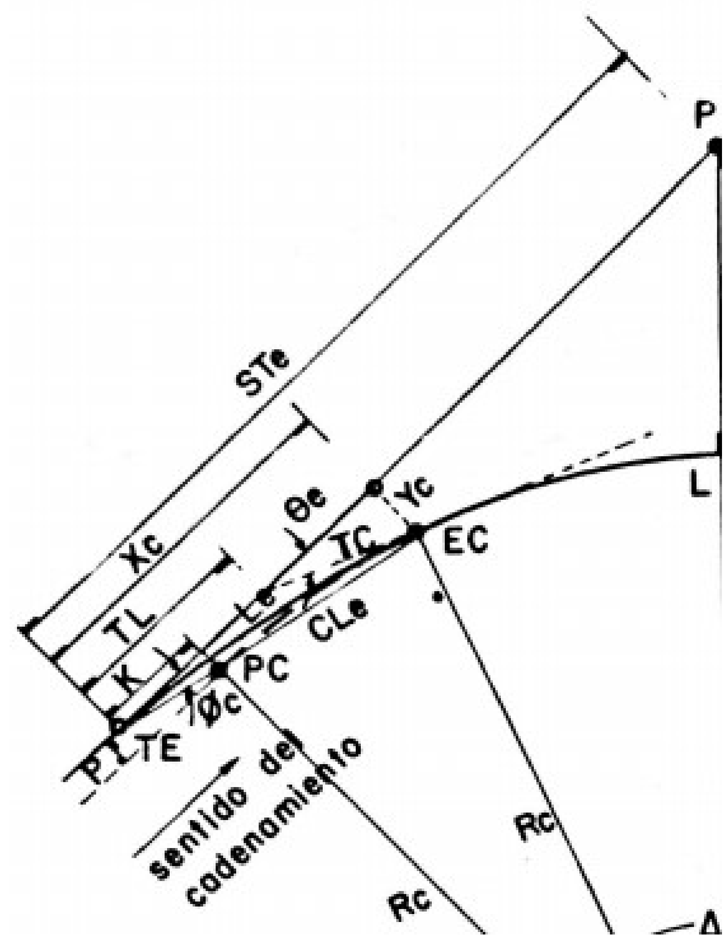
$$STe = (Rc + p)Tan\frac{\Delta}{2} + k$$
$$= (143.24 + 2.05)Tan32°09' + 41.91 = 133.23\ m$$

- CÁLCULO DE LA TANGENTE LARGA:

$$TL = Xc\ - Yc\ Cot\ \theta e = 83.34 - 8.17Cot16.812°$$
$$= 56.30\ m$$

- CÁLCULO DE LA TANGENTE CORTA:

$$TC\ = Yc\ Csc\ \theta e = 8.17Csc16.812° = 28.25\ m$$

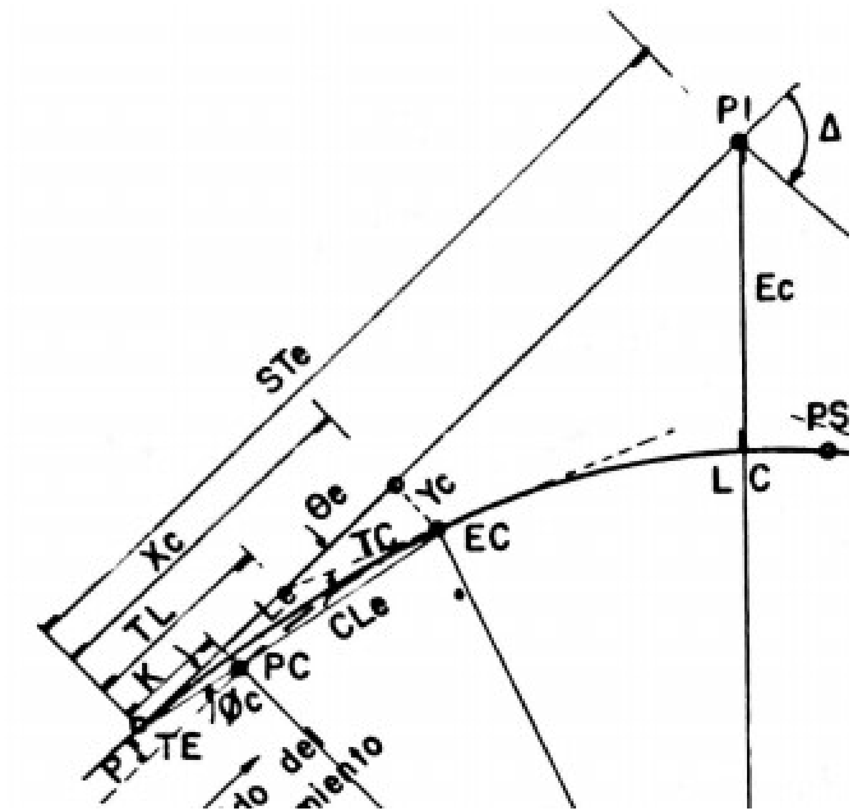


- CÁLCULO DE LA CUERDA LARGA DE LA ESPIRAL:

$$CLe = \sqrt{Xc^2 + Yc^2} = \sqrt{(83.34)^2 + (8.17)^2}$$
$$= 83.74\, m$$

- CÁLCULO DE LA EXTERNA:

$$Ec = \frac{Rc + p}{Cos\, \Delta/2} - Rc = \frac{143.24 + 2.05}{Cos 32°09'} - 143.24$$
$$= 28.36\, m$$



- CÁLCULO DEL ÁNGULO DE LA CUERDA LARGA DE LA ESPIRAL CON LA STe:

$$\emptyset = \frac{\theta e}{3} - C = \frac{16.812°}{3} = 5.604°$$

C = Cte = 0

- COMPROBACIÓN DEL CÁLCULO DE COORDENADAS DEL EC DE LA CURVA:

$$Xc = CLe\ Cos\emptyset = 83.74 Cos 5.604° = 83.34\ m$$

$$Yc = CLe\ Sen\emptyset = 83.74 Sen 5.604° = 8.17\ m$$

• CÁLCULO DE KILOMETRAJES:

KILOMETRAJES

KM PI	0 +	357.36
-STe		133.22
KM TE	0 +	224.14
+Le		84.06
KM EC	0 +	308.20
+LC		76.69
Km CE	0 +	384.89
+Le		84.06
KM ET	0 +	468.95

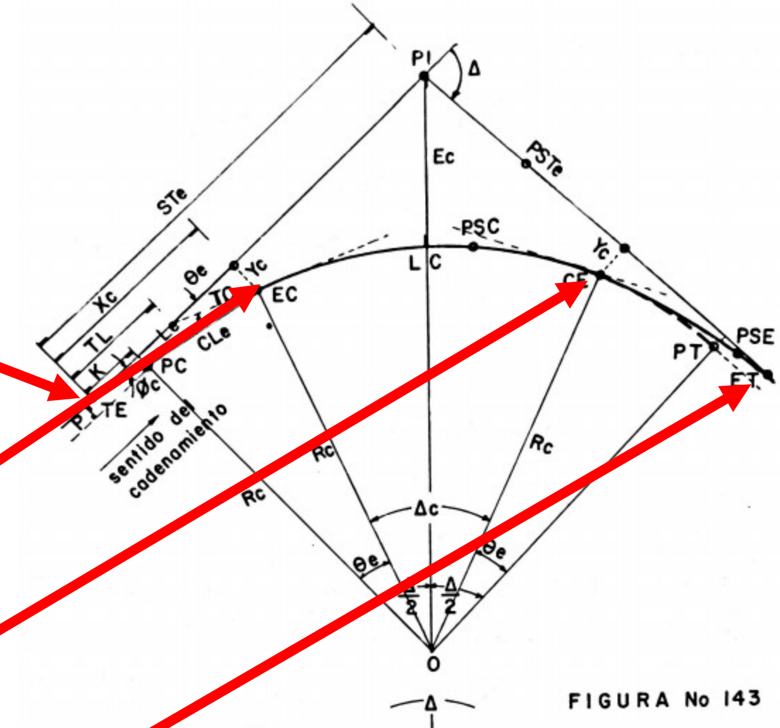


FIGURA No 143

- CONSTRUCCIÓN DE TABLA DE DEFLEXIONES:

1. Como el grado de curvatura es de 8° y este es menor que 10°, entonces se utilizarán cuerdas de 20.00 m para el trazo de la curva.
2. Determinar la constante de curvatura K de la espiral:

$$K = \frac{\theta e}{Le^2} = \frac{16.812°}{(84.06)^2} = \mathbf{0.00238}$$

- ESPIRAL DE ENTRADA:

ESPIRAL DE ENTRADA								
Estaciones			Cuerdas	L	L2	θ=KL2	φ c = θ/3 - c
TE	0	+	224.14	0	0	0	0	0
	0	+	240.00	15.86	15.86	251.4521806	0.598277	0.19942567
	0	+	260.00	20.00	35.86	1285.741932	3.05914957	1.01971652
	0	+	280.00	20.00	55.86	3120.031684	7.42345205	2.47448402
	0	+	300.00	20.00	75.86	5754.321435	13.6911845	4.56372815
EC	0	+	308.20	8.20	84.06	7065.878808	16.8117564	5.60391879
			Le	84.06				

- CURVA CIRCULAR:

CURVA CIRCULAR						
Estaciones				Cuerdas	Def Parciales	Def Totales
KM EC	0.00	+	308.20	0	0	0
	0	+	320	11.80	2.359692386	2.359692386
	0	+	340	20.00	4	6.359692386
	0	+	360	20.00	4	10.35969239
	0	+	380	20.00	4	14.35969239
Km CE	0.00	+	384.89	4.89	0.978551242	15.33824363
			LC	76.69		

$$D'm = 1.5\ G = 1.5(8) = 00°12'$$
$$Def\ Par\ 1 = 00°12' * 11.80 = 2.36°$$
$$Def\ Par\ 2 = 00°12' * 20 = 4°00'00'$$
$$Def\ Par\ 3 = 00°12' * 4.89 = 0.978°$$

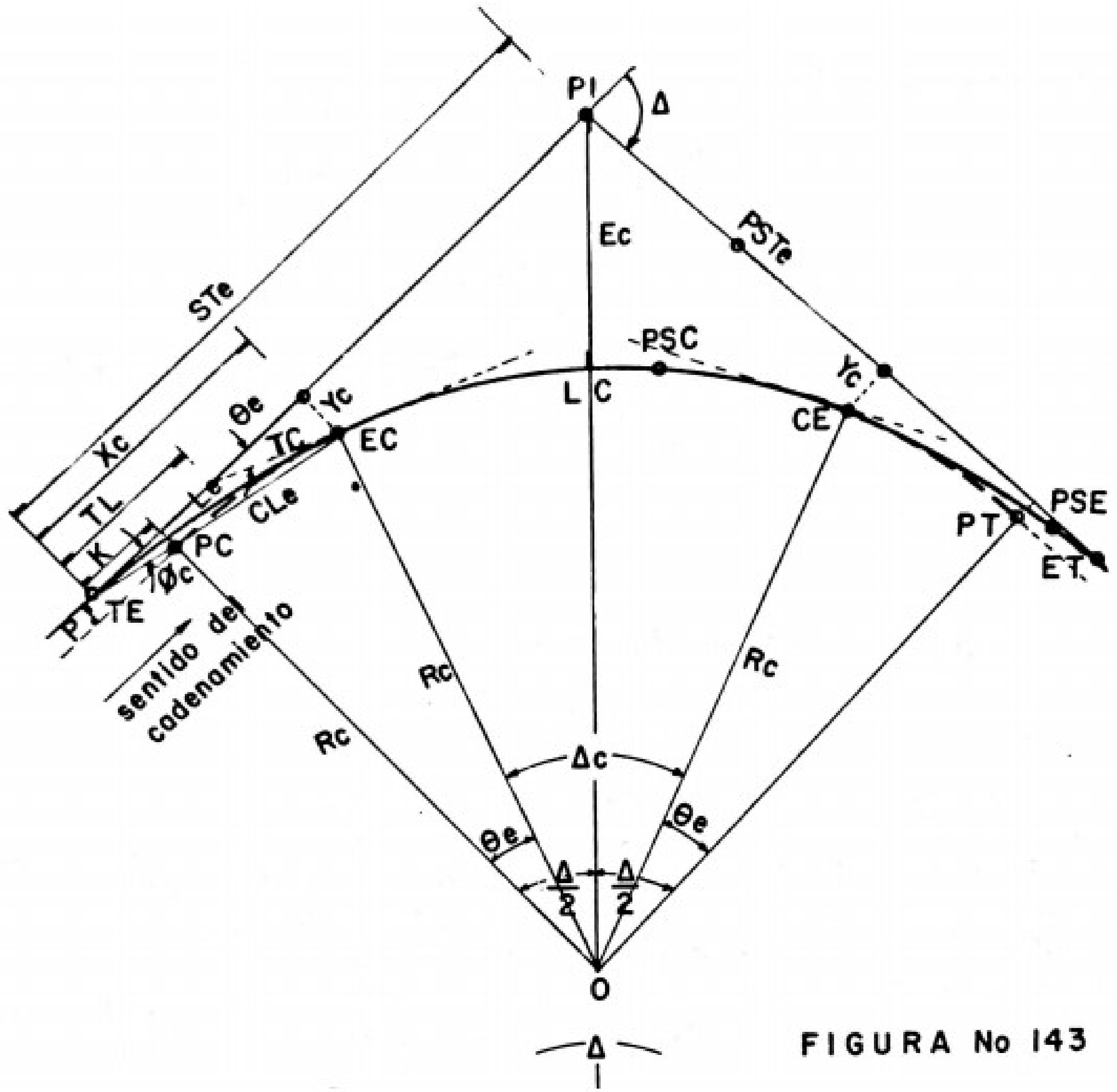


FIGURA No 143

- ESPIRAL DE SALIDA:

ESPIRAL DE SALIDA								
Estaciones				Cuerdas	L	L2	θ =KL2	ϕ c = θ /3 - c
Km CE	0	+	384.89	0	84.06	7065.878808	16.8117564	5.60391879
	0	+	400	15.11	68.95	4754.314602	11.3118808	3.77062693
	0	+	420	20.00	48.95	2396.253079	5.70137474	1.90045825
	0	+	440	20.00	28.95	838.1915566	1.9942986	0.6647662
	0	+	460	20.00	8.95	80.13003381	0.19065238	0.06355079
KM ET	0	+	468.95	8.95	0.00	0	0	0
			Le	84.06				

- TABLA DE DEFLEXIONES PARA TRAZAR LA CURVA:

TABLA DE DEFLEXIONES PARA TRAZAR LA CURVA					
Estaciones				***Cuerdas***	***DEFLEXIONES***
TE	0	+	224.14	0.00	0.199425668
	0	+	240	15.86	1.019716524
	0	+	260	20.00	2.474484018
	0	+	280	20.00	4.56372815
	0	+	300	20.00	5.603918791
EC	0	+	308.20	8.20	0
KM EC	0	+	308.2	0.00	0
	0	+	320	11.80	2.359692386
	0	+	340	20.00	6.359692386
	0	+	360	20.00	10.35969239
	0	+	380	20.00	14.35969239
Km CE	0	+	384.9	4.89	15.33824363
Km CE	0	+	384.89	0.00	5.603918791
	0	+	400.00	15.11	3.770626933
	0	+	420.00	20.00	1.900458248
	0	+	440.00	20.00	0.664766201
	0	+	460.00	20.00	0.063550793
KM ET	0	+	468.95	8.95	0
	L =			**244.81**	**m**