Área de paralelogramos y particiones

TOPOGRAFÍA II

PRIMER SEMESTRE 2023

BRYAN ENRIQUE LÓPEZ PÉREZ

SECCIÓN A

El cuadrilátero

un cuadrilátero es un polígono con cuatro aristas y cuatro vértices (o de forma coloquial, con cuatro lados y cuatro esquinas). A veces se usa el término cuadrángulo por analogía con triángulo, al igual que tetrágono por consistencia con pentágono (5 lados), hexágono (6 lados), y en general, con los polígonos de n lados (en este caso, con n=4 lados).

La palabra cuadrilátero se deriva de las palabras latinas "quadri", una variante de cuatro, y "latus", que significa "lado"

Los cuadriláteros son polígonos simples o complejos, también llamados cruzados. Los cuadriláteros simples también pueden clasificarse como convexos o cóncavos.

Los ángulos interiores de un cuadrilátero simple (y plano) ABCD, suman 360 grados, es decir es un caso especial de la fórmula de la suma de los ángulos interiores un n-gono, cuyo valor es $(n-2)\times 180°$.

Todos los cuadriláteros cuyos lados no se cruzan entre sí, automáticamente recubren el plano mediante la rotación repetida alrededor de los puntos medios de sus lados.

Fórmulas de área y deducciones

- La suma de los ángulos internos es igual a 360°: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$

Si las diagonales son perpendiculares, se cumple la relación siguiente:

$$\theta = 90^\circ \iff a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

El área de un cuadrilátero se puede calcular mediante cualquiera de estas seis fórmulas:

$$A = \frac{ef\sin\theta}{2}$$

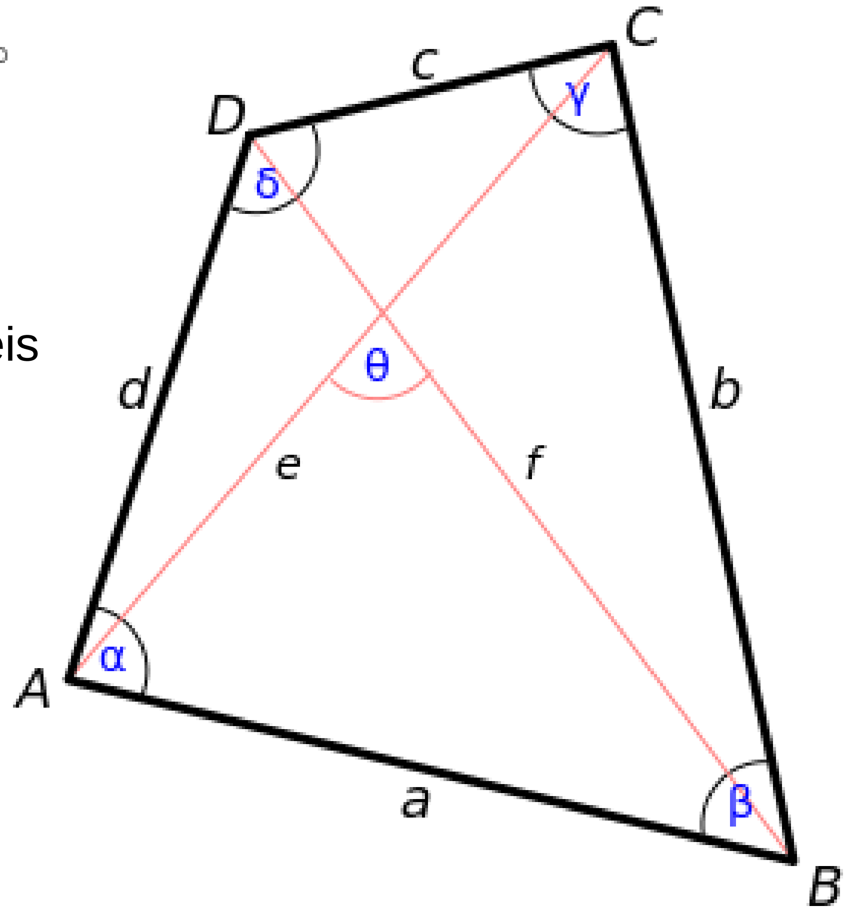
$$A = \frac{ad\sin\alpha + bc\sin\gamma}{2} = \frac{ab\sin\beta + cd\sin\delta}{2}$$

$$A = \frac{1}{4}\left(b^2 + d^2 - a^2 - c^2\right)\tan\theta$$

$$A = \frac{1}{4}\sqrt{4e^2f^2 - \left(b^2 + d^2 - a^2 - c^2\right)^2}$$

$$A = \frac{1}{2}\sqrt{|\vec{e}|^2|\vec{f}|^2 - (\vec{e}\cdot\vec{f})^2}$$

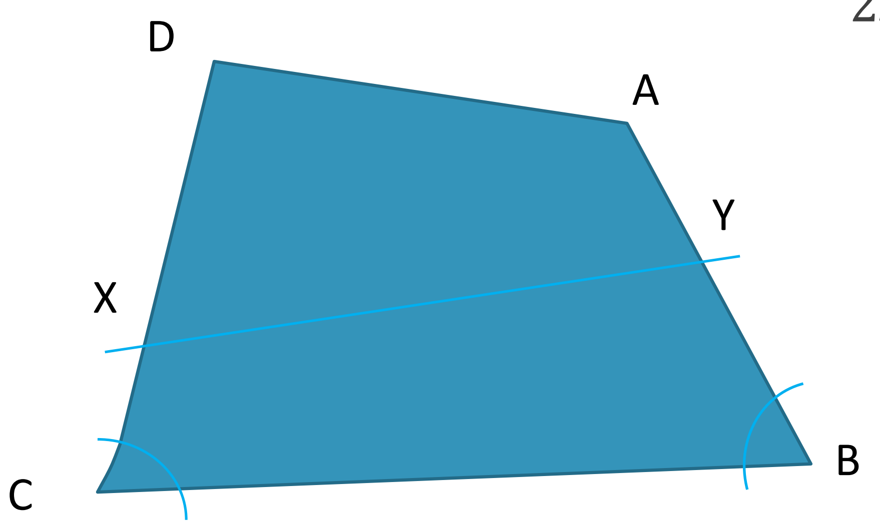
$$A = \tfrac{1}{2}ad\cdot\sin\alpha + \tfrac{1}{4}\sqrt{4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2 - d^2 + 2ad\cdot\cos\alpha)^2}$$



Fórmula definitiva del punto fijo.

Si en campo nos piden determinar un área de una partición debemos valernos de condiciones geométricas que me permitan obtener datos a partir de las condiciones dadas

Una ecuación recurrente para el uso en particiones es la siguiente:



$$2S = \overline{CB} * \overline{CX}\ sen\ \alpha + \overline{CB} * \overline{BY} sen\ \beta - \overline{BY} * \overline{CX}\ sen\ (\alpha + \beta)$$

y él área del mismo se puede calcular con la ecuación :

$$S = \frac{1}{2} * \sum x_i (y_{i-1} - y_{i+1})$$

Ejemplo

Nos piden realizar la partición de una finca de pastizales, para planificación del aprovechamiento de los espacios por el ganado, la finca viene definida por cuatro vértices Q;R;S y T sus coordenadas planimétrica son :

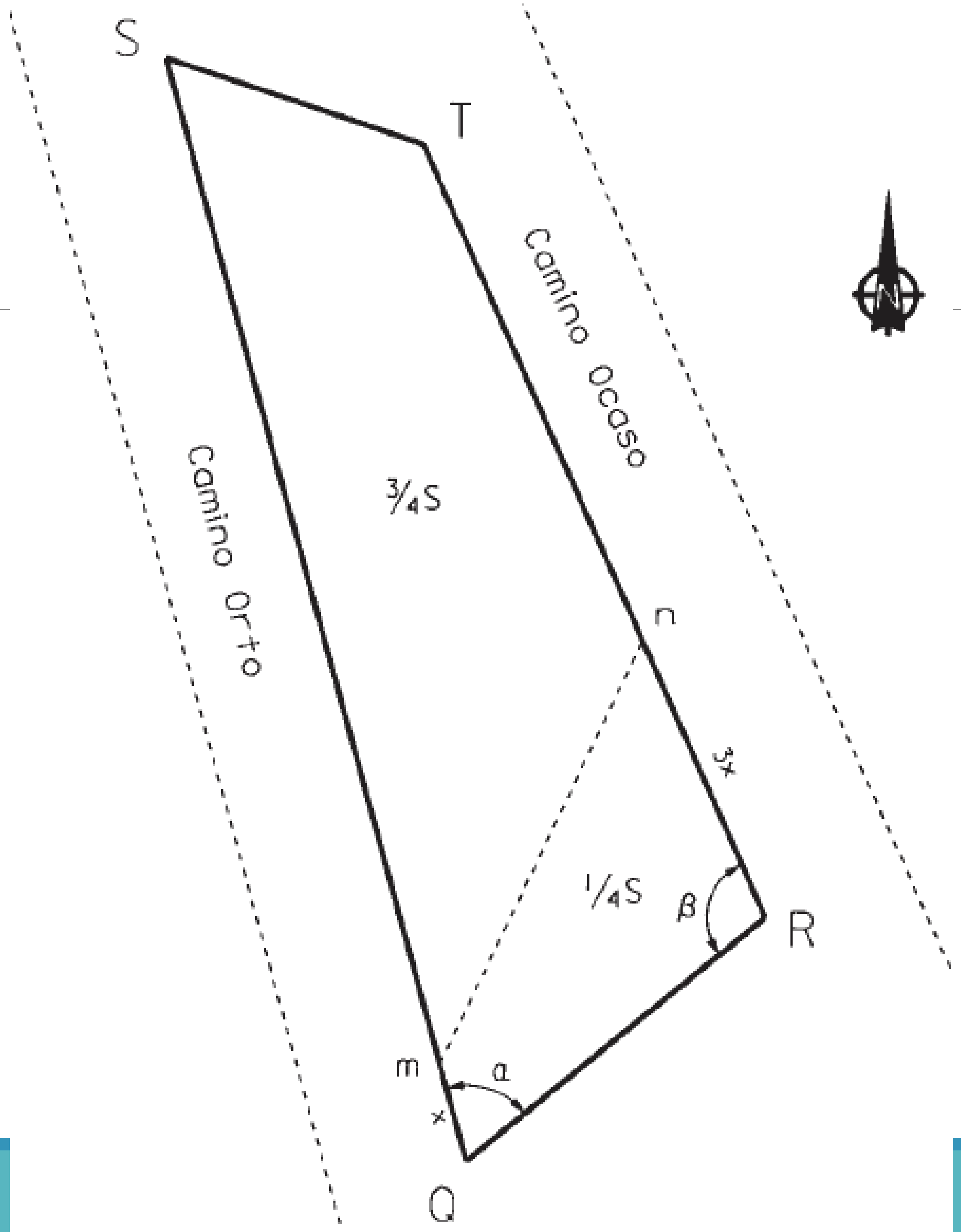
Q(1100,000 ; 1007,000) R(1152,000 ; 1050,000)

S (1047,000 ; 1200,000) T(1092,000 ; 1185,000)

La alineación definida por los vértices Q y S linda con el camino " Ortho" y la definida por los vértices R y T con el camino "Ocaso"

Determinar la posición de dos puntos m y n, el primero en la alineación Q-S y el segundo en R-T, de forma que la distancia Q-m sea 1/3 de la de R-n y que los puntos Q—m—n—R definan una superficie de ¼ de la superficie total de la finca.

Croquis



Utilizamos el sistema de medición angular centesimal (gradianes) para tener mejor precisión angular.

Solución se deducen los ángulos y se calcula en primer lugar los azimutes de los ejes que los definen:

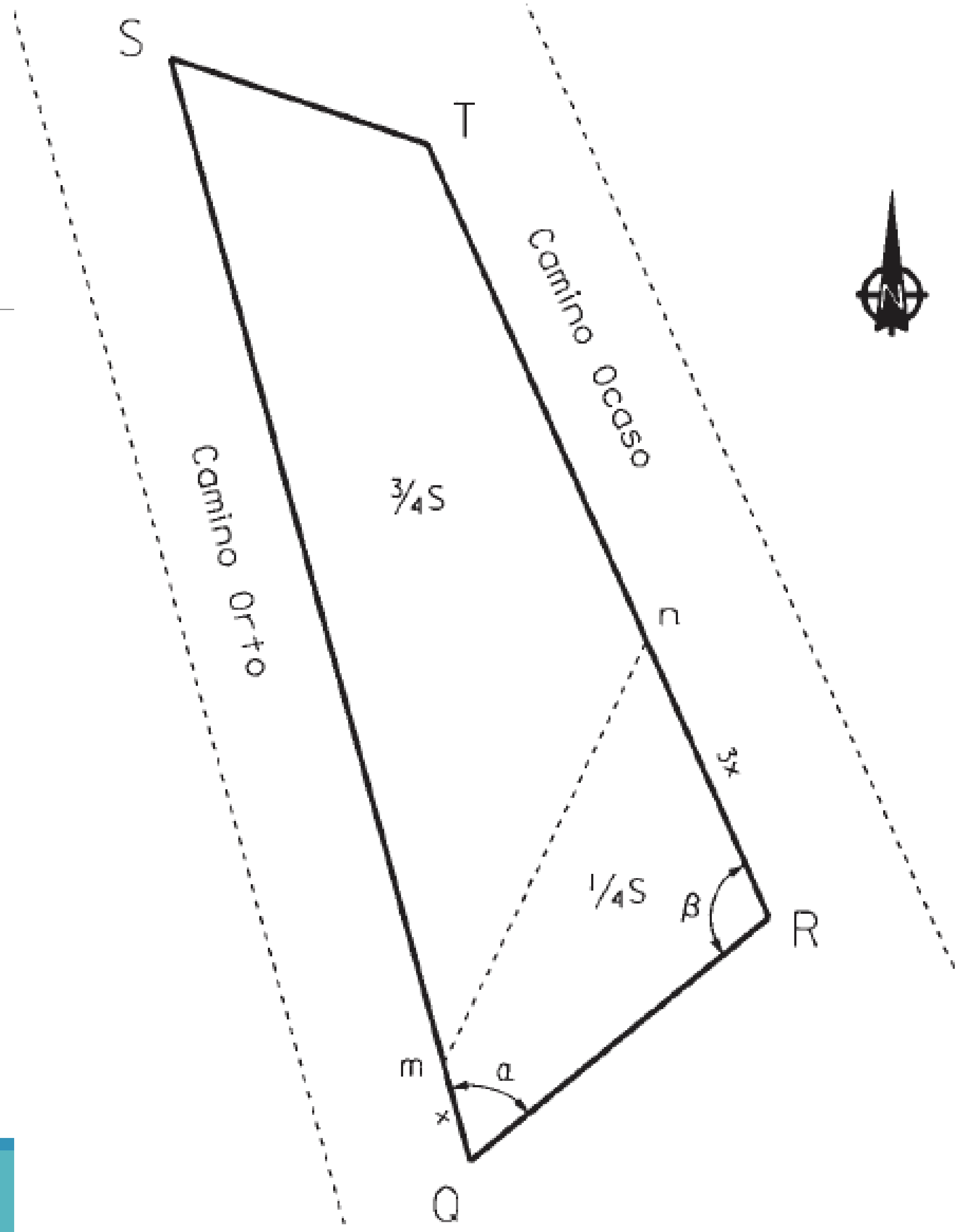
$$\theta_Q^S = 400 - arct\frac{\left|\Delta x_Q^S\right|}{\left|\Delta y_Q^S\right|} = 400 - \text{arctg}\,\frac{53}{193} = 382.9383$$

$$\theta_Q^R = \text{arctg}\frac{\Delta x_Q^R}{\Delta y_Q^R} = \text{arctg}\,\frac{52}{43} = 56.0132$$

$$\theta_R^T = 400 - arct\frac{\left|\Delta x_R^T\right|}{\left|\Delta y_Q^S\right|} = 400 - \text{arctg}\,\frac{60}{135} = 373.3750$$

$$\alpha = \theta_Q^R - \theta_Q^S + 400 = 56.0132 - 382.9383 + 400 = 73.0749$$

$$\beta = \theta_R^T - \theta_R^Q = 373.3750 - 256.0132 = 117.3618$$



$$\underline{Superficie \quad Total = \frac{1}{2}\Sigma x_i\left(y_{i-1} - y_{i+1}\right) = 8745\, m^2}$$

Cálculo de las áreas

Superficie a segregar = 8745 / 4 = 2186.25 m^2.

En la superficie a segregar, se puede establecer la siguiente expresión:

$$2 * 2186.25 = \overline{QR} * \overline{QM} * \operatorname{sen}\alpha + \overline{QR} * \overline{RN} \operatorname{sen}\beta - \overline{QM} * \overline{RN} \operatorname{sen}(\alpha + \beta)$$

$$\overline{RN} = 3 * \overline{QM}$$

$$4372.5 = 61.436 * \overline{QM} + 194.646 * \overline{QM} - 0.449 * \overline{QM}^2$$

$\overline{QM} = 17.619\, m.$ (*la solucion* $\overline{QM = 552.72}$ *m. no es válida ya que* $\overline{QS}$ p 201 *m.*)

$$\overline{NR} = 3 * 17.619 = 52.857\, m.$$

Conociendo las distancias y los acimutes, podemos calcular las coordenadas de los puntos que definen la partición:

$$\Delta x_Q^M = 17.619 * \text{sen}\, 382.9383 = -4.666 \qquad \Delta y_Q^M = 17.619 * \cos 382.9383 = 16.990$$

$$X_M = 1100 - 4.666 = \mathbf{1095.334} \qquad Y_M = 1007 + 16.990 = \mathbf{1023.990}$$

$$\Delta x_R^N = 52.857 * \text{sen}\, 373.3750 = -21.467 \qquad \Delta y_R^N = 52.857 * \cos 373.3750 = +48.301$$

$$X_N = 1152 - 21.467 = \mathbf{1130.533} \qquad Y_N = 1050 + 48.301 = \mathbf{1098.301}$$