

COLUMNAS

ÍNDICE DE CONTENIDOS

Columnas.....	2
Requisitos del Código para columnas coladas en Obra.....	2
Fallas de Columnas con estribos y con espirales.....	3
Efectos de esbeltez.....	5
Limites para determinar o verificar si fure o no esbeltez (E) Esb.....	6
Columnas sin Ladeo.....	7
Columnas con Ladeo	8
Calculo de Factor de Pandeo “K” para casos Intermedios.....	9
Esbeltez	11
Magnificación de Momentos.....	12
Calculo de Magnificador o Amplificador de Momentos.....	13
Carga Critica	14
Como evitar las columnas esbeltas.....	15
Confinamiento.....	16
Relación Volumétrica	19
Comentarios sobre el Diseño económico de las Columnas.....	20
Ejemplo 1.....	21
Magnificación de Momentos (x-x).....	22
Magnificación de Momentos (y-y).....	24
Calculo de Acero Longitudinal.....	26
Ejemplo 2.....	30
Magnificación de Momentos (x-x).....	31
Magnificación de Momentos (y-y).....	33
Calculo de Acero Longitudinal.....	35
Ejemplo 3.....	40
Magnificación de Momentos (x-x)	41
Magnificación de Momentos (y-y)	43
Calculo de Acero Longitudinal.....	46

COLUMNAS

Son elementos estructurales utilizados primordialmente para soportar cargas de compresión. En general, las columnas también apoyan momentos flectores con respecto a uno a los dos ejes de la sección transversal u esta acción de flexión puede producir fuerzas sobre una parte de la sección transversal.

Se utilizan tres tipos de elementos a compresión de concreto reforzado:

1. Elementos reforzados con barras longitudinales y flejes transversales.
2. Elementos reforzados con barras longitudinales y espirales continuas,
3. Elementos compuestos a compresión reforzados longitudinales con perfiles de acero estructural o con tubos con o sin barras longitudinales adicionales, además de diferentes tipos de refuerzo transversal.

Los estribos son muy efectivos para incrementar la resistencia de las columnas, impidiendo que las barras longitudinales se desplacen durante la construcción y resisten su tendencia a pandearse al estar sometidas a cargas de compresión. Los espirales son más efectivos que los estribos para incrementar la resistencia de a columna, debido al aumento en la elasticidad, acrecentando la ductilidad y tenacidad de estas, por ello se usan solo columnas fuertemente cargadas y en zonas sísmicas.

Las especificaciones para diseño de columnas serán aplicadas cuando el valor de la carga axial exceda de $0,1 F_c (A_g)$. Para las columnas que hacen parte de pórticos dúctiles la NSR – 10, impone restricciones muy estrictas en cuanto a su geometría, a su refuerzo longitudinal y a su refuerzo transversal. Dependiendo de la capacidad de disipación que tenga una estructura, se exigen las siguientes dimensiones mínimas:

- Para estructuras con una capacidad de disipación de energía moderada (MO) la dimensión de un elemento medida por una línea recta que pase por el centroide geométrico no debe ser menor de 25 cm, las columnas en forma de T, C o I pueden tener una dimensión mínima de 20 cm, pero su área no puede ser menor de 625 cm² .

- Para estructuras con una capacidad especial de disipación de energía (DES) la dimensión de un elemento medida por una línea recta que pase por el centroide geométrico, no debe ser menor de 30 cm, las columnas en forma de T, C o I pueden tener una dimensión mínima de 25 cm, pero su área no puede ser menor de 900 cm² .

- La relación entre la dimensión menor de la sección transversal y la dimensión perpendicular no debe ser menor de 0,40 cm ($b/h \geq 0.4$). Este requisito geométrico tiene la finalidad de evitar que los problemas de pandeo reduzcan la ductilidad de la columna.

REQUISITOS DEL CODIGO PARA COLUMNAS COLADAS EN OBRA

El refuerzo principal en columnas es longitudinal, la relación del área de acero longitudinal A_s al área de la sección transversal bruta de concreto A_g está en el intervalo de 0.01 a 0.08 conforme el Código ACI 10.9.1. relaciones menores a 1% producen fallas no dúctiles repentina. Y relaciones mayores a 0.08 resultan antieconómicas y producen dificultades relacionadas con la congestión del refuerzo.

Se requiere un mínimo de 4 barras longitudinales cuando las barras están encerradas por flejes rectangulares o circulares y un mínimo de 6 barras cuando están encerradas por una espiral continua.

En columnas con estribos, estos no deberán ser menores al #3, siempre que las barras longitudinales sean del #10 o menores. El tamaño mínimo es el #4 para barras longitudinales mayores que el #10 y para barras en racimos.

La separación centro a centro de los estribos no deberá ser mayor que 16 veces el diámetro de las barras longitudinales, que 48 veces el diámetro de los estribos, ni que la menor dimensión lateral de la columna.

La separación mínima de varillas longitudinales 4 cm, 1.5 diámetros y 1.5 diámetros del agregado grueso.

La separación libre entre las vueltas de las espirales no debe ser menor que 1 o mayor que 3, si se requieren empalmes en las espirales, estos deberán estar provistos por soldaduras o por traslapes de las barras espirales con longitudes no menores de 48 diámetros ni de $12V$.

La resistencia de diseño es igual a la resistencia nominal por un factor de reducción de resistencia (ϕ):

- Para columnas con refuerzo en espiral: $\phi = 0,75$
- Para columnas reforzadas con estribos: $\phi = 0,65$

Las columnas con refuerzo de estribos requieren un mayor coeficiente de reducción, ya que falla con una carga muy baja; adicionalmente, su falla viene acompañada de una ruptura del hormigón y de pandeo de las barras longitudinales entre los estribos; es una falla violenta. Los refuerzos en espiral ayudan a neutralizar el pandeo de las barras longitudinales. Al no fallar este tipo de refuerzo, la columna sigue transmitiendo carga, por lo que la columna presenta grandes deformaciones, el hormigón oprime la espiral y esta reacciona confinándolo, y así le proporciona más ductilidad a la columna.

La resistencia de diseño a carga axial de una columna con espiral no puede ser mayor:

$$P_u = \phi P_n = 0,80 \phi [0,85 f' c (A_g - A_s \text{ total}) + F_y A_s \text{ total}]$$

Donde:

P_u = Carga última (Kg)

P_n = Carga nominal (Kg)

A_g = Área gruesa (cm²)

$F'c$ = Esfuerzo máximo a compresión del concreto (Kg/cm²)

F_y = Esfuerzo de fluencia (Kg/cm²)

A_s = Área de acero total (cm²)

La resistencia de diseño a carga axial de una columna con estribos no puede ser mayor:

$$P_u = \phi P_n = 0,75 \phi [0,85 f' c (A_g - A_s \text{ total}) + F_y A_s \text{ total}]$$

Donde:

P_u = Carga última (Kg)

P_n = Carga nominal (Kg)

A_g = Área gruesa (cm²)

$F'c$ = Esfuerzo máximo a compresión del concreto (Kg/cm²)

F_y = Esfuerzo de fluencia (Kg/cm²) A_s = Área de acero total (cm²)

Requisitos de diseño a flexión La resistencia a la flexión que debe tener la columna debe ser tal que garantice que la viga llegará primero a su fluencia. Por esta razón, al momento de realizar el diseño de las columnas están requieren un 20 % más de resistencia a flexión, en comparación a las vigas que llegan de cara a un nudo.

El ACI 318-18 exige cumplir la siguiente relación para estructuras con demanda especial de ductilidad.

$$\sum M_{columnas} = 1,20 \sum M_{vigas}$$

El ACI 318-08 especifica que en la relación anterior debe calcularse los momentos nominales ($\phi = 1$) en la cara del nudo. Además de esto el ACI exige diseñar las columnas con los momentos correspondientes al acero realmente colocado en las vigas.

El momento resistente nominal de la columna debe calcularse para cada dirección principal, de acuerdo con la combinación de cargas que conduce a la menor resistencia de columnas.

Requisitos de diseño a cortante

El refuerzo transversal cumple con varias funciones en el diseño de una columna, entre estas podemos mencionar: proporcionar un adecuado confinamiento, dar soporte lateral al esfuerzo longitudinal e incrementar la resistencia para soportar la máxima fuerza cortante.

Las columnas deben diseñarse de modo que estas no fallen por la fuerza cortante antes que se formen articulaciones plásticas por flexión en sus extremos.

La NSR-10 y el ACI 318-18 estipulan que, para estructuras con demanda especial de ductilidad, la fuerza cortante debe calcularse a partir del equilibrio de la columna en su altura libre. Para estructuras con demanda moderada se especifica que el cortante de diseño no debe ser menor que el menor valor de:

- La suma del cortante asociado con el desarrollo de los momentos nominales ($\phi = 1$, $F_s = F_y$) y el cortante calculado para cargas gravitacionales mayoradas.
- El cortante máximo obtenido de las combinaciones de cargas de diseño que incluyan las fuerzas sísmicas E, considerando para E el doble de su valor de diseño.

El cortante de las columnas se puede obtener a partir de los momentos de las vigas, asumiendo que los puntos de inflexión de las columnas están ubicados en el punto medio de los entrepisos, esta solución se cumple únicamente para los pisos intermedios, no se aplica para el primero ni el último piso. En las columnas con demanda especial de ductilidad, el cortante que resiste el hormigón debe despreciarse cuando se cumplan los siguientes requisitos:

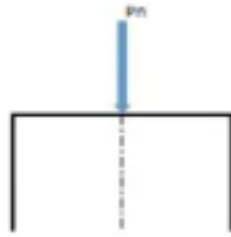
- El refuerzo cortante inducido por sismo representa la mitad o más de la resistencia máxima a cortante requerida dentro de L_o .
- La fuerza axial mayorada, incluyendo los efectos sísmicos, es menor que $f_c A_g / 20$.

FALLAS DE COLUMNAS CON ESTRIBOS Y CON ESPIRALES

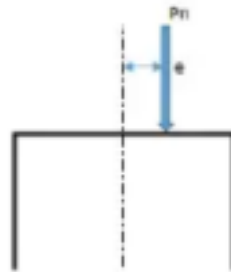
Si una columna con estribos se carga hasta que falle, parte del recubrimiento de concreto se desprenderá y a menos que los estribos estén poco separados entre sí, las barras longitudinales se pandearán inmediatamente al desaparecer su soporte. Con una columna zunchada es muy diferente, acá el recubrimiento de concreto se desconchará, pero el núcleo permanecerá en pie y si el zunchado es de paso pequeño, el núcleo será capaz de resistir una apreciable cantidad adicional de carga, más allá de la carga origina el desconchamiento.

Se supone que la falla de la columna ocurre cuando la deformación unitaria a compresión en cualquier punto alcanza **el valor de 0.003**, o cuando el esfuerzo de tensión en el acero llegue a f_y .

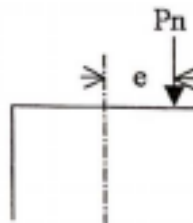
1. **CARGA AXIAL GRANDE CON MOMENTO DESPRECIABLE** . Para esta situación, la falla ocurre por aplastamiento del concreto habiendo alcanzado todas las barras en la columna su esfuerzo de fluencia en compresión.



2. **CARGA AXIAL GRANDE Y MOMENTO FLEXIONANTE PEQUEÑO** tal que toda la sección transversal está en compresión. Cuando una columna está sometida a un momento flexionante pequeño (esto es, cuando la excentricidad es pequeña), la columna entera estará en compresión, será más grande de un lado que de otro. El esfuerzo de compresión máximo en la columna será de $0.85 f'_c$ y la falla ocurrirá por aplastamiento del concreto, con todas las barras trabajando a compresión.

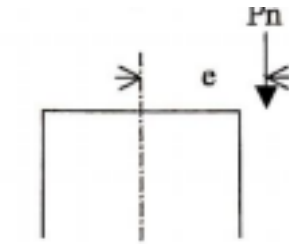


3. **EXCENTRICIDAD MENOR QUE EL CASO ANTERIOR:** por lo que empieza a desarrollarse tensión en un lado de la columna: si la excentricidad se incrementa un poco respecto al caso anterior empezará a desarrollarse tensión en un lado de la columna y el acero en el lado estará en tensión, pero con un valor menor al correspondiente al esfuerzo de fluencia. El lado opuesto estará en compresión, la falla ocurre por aplastamiento del concreto en el lado de compresión.

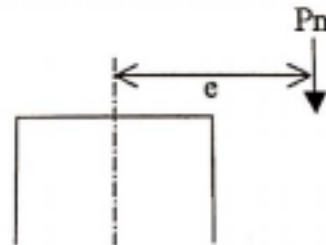


4. CONDICIONES DE CARGA BALANCEADA

Las barras a tensión alcanzan su esfuerzo de fluencia al mismo tiempo que el concreto en el lado a compresión, falla a $0.85f'_c$ por aplastamiento



5. MOMENTO GRANDE CON CARGA AXIAL PEQUEÑA: La falla se inicia por fluencia de las barras a tensión.



6. MOMENTO GRANDE CON CARGA AXIAL NO APRECIABLE: la falla ocurre como en una viga.



SON DISEÑADAS:

El diseño de las columnas consiste básicamente en seleccionar una sección transversal adecuada para la misma, con armadura para soportar las combinaciones requeridas de cargas axiales mayoradas P_u y momentos (de primer orden) mayor a dos M_u , incluyendo la consideración de los efectos de la esbeltez de la columna (momentos de segundo orden)

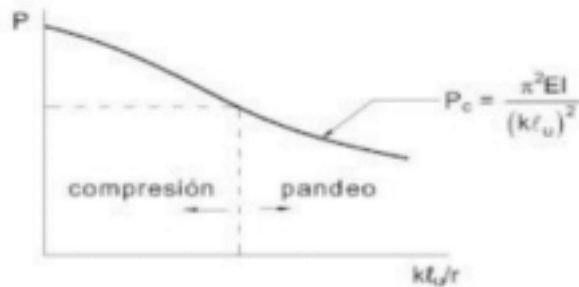
- **Por comprensión:** son columnas que requieren las cargas ultimas en función de resistencia de los materiales y de las dimensiones de la sección transversal.
- **Por su esbeltez:** una columna es esbelta si su sección transversal es pequeña con relación a su longitud.

EFECTOS DE ESBELTEZ:

La esbeltez de las columnas se basa en su geometría y en su riostramiento lateral.

La columna se mantendrá recta para ciertos niveles de carga, pero cuando la carga alcanza cierto valor, llamada carga crítica P_{cr} . La columna se pandea

Cuando se produce la carga crítica definida por la ecuación de Euler, un elemento originalmente recto pandea con una forma de semionda sinusoidal.



Con esta configuración, en cada sección actúa un momento adicional, siendo Δ el desplazamiento lateral en el punto específico considerado a lo largo de la columna. Este desplazamiento lateral continúa aumentando hasta que la tensión por flexión provocada por el momento, más la tensión de compresión original provocada por las cargas aplicadas, excede la resistencia a la compresión del hormigón y la columna falla.



Deformación o pandeo (deformación lateral provocada por la deflexión)

M_d = momento de diseño

M_d = momento de pandeo

$$M_p = A \cdot P \rightarrow M_d = M_a + M_p$$

Por lo tanto, una columna esbelta puede fallar de dos formas:

- Una columna puede ser estable bajo la deflexión; pero conforme vaya aumentando esta llega al límite de falla.
- Cuando una columna es sumamente esbelta, es exagerado el momento de pandeo producido y por ello falla. Por inestabilidad.

El momento de pandeo (M_p) depende de la columna.

Límites para determinar o verificar si sufre o no de esbeltez (E) Esb.

- **Pedestales cortos a compresión**

Si la altura de un miembro a compresión es menor que 3 veces su dimensión lateral más pequeña, puede considerarse como pedestal. Este puede diseñarse con concreto o sin refuerzo con un esfuerzo permisible de compresión igual a $0.85 f'_c$, donde $\phi = .70$.

- **Columnas cortas**

esb < 21 se usa para designar una columna que tiene una resistencia igual a la calculada para su sección transversal, usando las fuerzas y los momentos obtenidos de un análisis para combinación de flexión y carga axial. Trabajan a compresión pura. Una columna, corta puede fallar a causa de una combinación de momento y carga axial que supere la resistencia de la sección transversal. Este tipo de falla se conoce como “falla del material.” Una columna corta es un miembro robusto con poca flexibilidad.

El ACI permite diseñar las columnas como columnas cortas si el efecto secundario o efecto $P\Delta$ no reduce su resistencia en más del 5%.

- **Columnas intermedias**

21 < Esb < 100 si son construibles, pero es necesario hacerle los chequeos de los efectos de esbeltez producido por el $M_d = M_a + M_p$, en las cuales la resistencia puede reducirse en forma significativa por las deflexiones laterales.

- **Columnas largas o esbeltas de concreto reforzado**

Conforme crecen las relaciones de esbeltez, las deformaciones por flexión también crecerán. Cuando una columna se encuentre sometida a momentos primarios (aquellos causados por las cargas aplicadas, rotaciones de los nudos, etc.), el eje del miembro se deflexiona lateralmente, dando por resultado momentos adicionales iguales a la carga de la columna multiplicada por la deflexión lateral, llamados momentos secundarios

Para una columna esbelta es necesario determinar su sección transversal e función en función de los momentos primarios y secundarios.

Si **Esb > 100** sufre demasiadas deformaciones transversales y por ello falla primero por los efectos de pandeo que por la resistencia de los materiales. Falla antes que fluya el acero y el concreto alcance su máxima resistencia. Por tanto, no es recomendable construirlas.

COLUMNAS SIN LADEO

Un marco arriostrado es uno en el que el desplazamiento lateral o la traslación de nudos está impedido por medio de riostras, los muros de cortante o el soporte lateral de las estructuras adyacentes.

Se puede considerar un piso de un marco sin ladeo cuando los momentos de extremo en las columnas debido a los efectos de segundo orden equivale a 5% o menos de los momentos de extremo de primer orden.

Chequeo para determinar el factor de pandeo “k.”

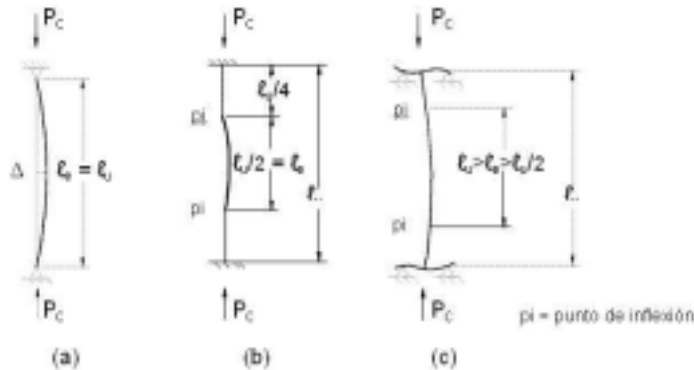
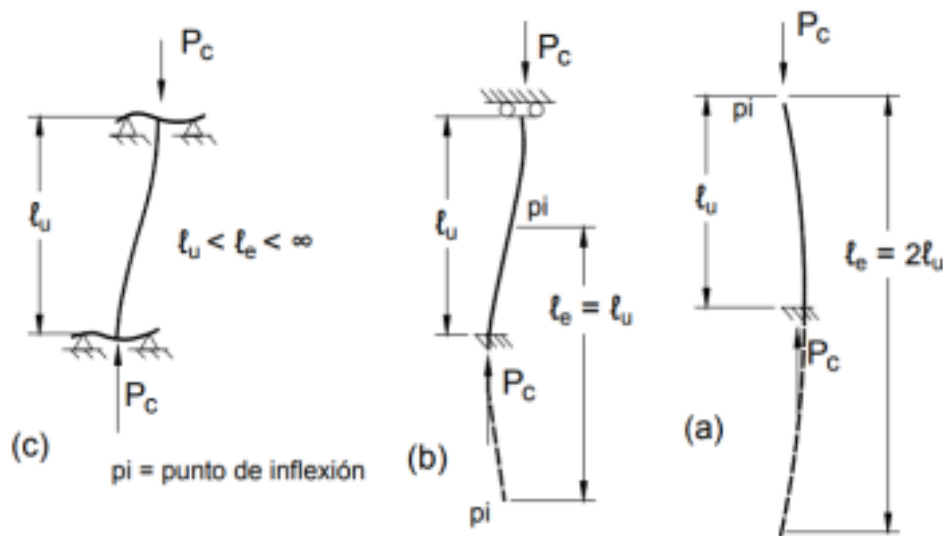


Figura 11-7 – Longitud efectiva, l_e (condición indesplazable)

- Condición de ambos extremos articulados, le es igual a la longitud sin apoyo lateral o no soportada l_u .
 - Condición empotrada en ambos extremos, el pandeo se producirá en la formula ilustrada en 11-7b.
 - Extremos parcialmente restringidos contra la rotación por los elementos solidarios a la columna.
- Para columnas sin ladeo el factor de pandeo oscila entre el intervalo [0.5-1].**

COLUMNAS CON LADEO

Chequeo para determinar el factor de pandeo “K”:



a. Columna empotrada en un extremo y totalmente libre en otro (en voladizo) se pandeará como en la figura.

b. Si la columna está impedida contra la rotación en ambos extremos, pero no se puede desplazar lateralmente respecto a otro. La columna se pandeará como en la figura:

c. Extremos parcialmente restringidos contra la rotación por los elementos solidarios a la columna, por lo tanto, Le varía entre Lu e infinito, como en la figura siguiente:

El factor de pandeo depende directamente de la condición de apoyos, momentos de inercia, longitud efectiva y del lado.

La longitud efectiva de una columna es mayor para marcos con lado que para marcos sin lado.

Para las columnas arriostradas contra desplazamiento lateral, K varía de $\frac{1}{2}$ hasta 1, mientras que, para pórticos no arriostrados lateralmente, oscila entre $1 < K < \alpha$, según el grado de restricción rotacional en los dos extremos.

Para un marco rígido puede observarse que el grado de libertad de empotramiento (restricción a la rotación) depende de las rigideces de las vigas que llegan a la columna o que ocurren al nudo. Tanto en la parte superior como inferior.

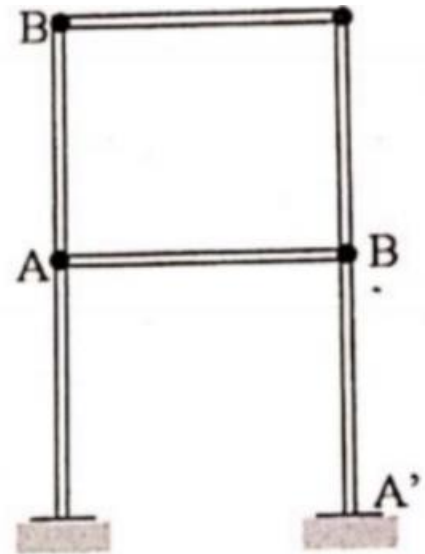
Entonces contamos con:

$$\psi_A = \frac{\sum K_c}{\sum K_v} \quad \text{Donde:}$$

$\sum K_c =$ Rigideces de las columnas que al ocurren a nudo A.

$\sum K_v =$ Rigideces de las vigas que ocurren al nodo A.

$\sum K_c = \sum(4EI/L)$ de las columnas que ocurren al nudo A.



Para empotramientos perfectos (en los cimientos).

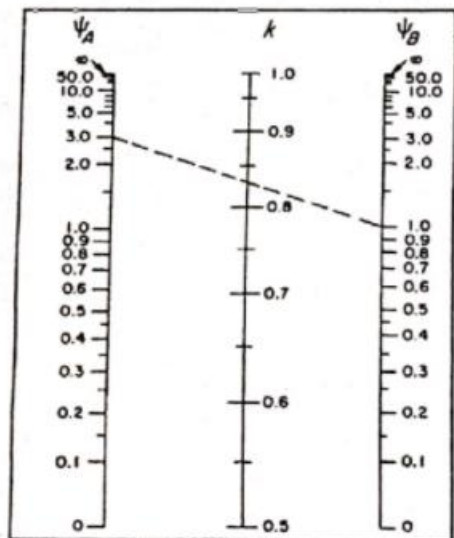
$$\psi_{A'} = \frac{\sum K_c}{\sum K_v} = \frac{K_{A'}}{\alpha} = 0$$

Donde:

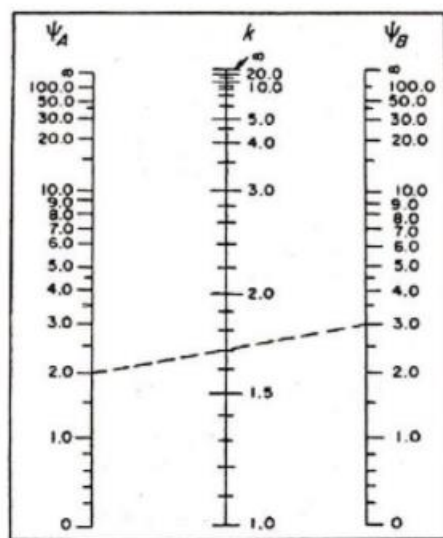
$\psi_{A'}$

(Si – Sub “A”) , representa la capacidad que tiene el nudo “A” para absorber energía → rigidez (oponerse a la deformación).

Sabemos entonces que se $K = \frac{4EI}{L}$ como 4E es constante, y va en el numerador y denominador alinean.



(a) Pórticos arriostrados



(b) Pórticos no arriostrados

- **Mediante Formulas:**

En vez de usar monogramas para determinar los valores de k , el comentario del ACI (R20.12.1) Proporciona un método alternativo que implica usar ecuaciones relativamente simples. (son particularmente útiles con programas de computadora)

Cranston: propuso tomar el menor valor de " K " de las dos fórmulas consideradas. Y así tomar la longitud efectiva menor de una determinada columna.

Solo para columnas sin ladea (Columnas arriostradas)

$$K = 0.7 + 0.5 * (\psi_A + \psi_B)$$

Para ambos casos $K \leq 1$

$$K = 0.85 + 0.5 * \psi_{PROM}$$

Furlong: Para columnas no arriostradas (columnas con ladeo)

El valor de K para los miembros a compresión no riostrados que están registrados en ambos extremos puede determinarse por el valor aproximado dado por las siguientes dos ecuaciones.

$$\psi_{PROM} = \frac{\psi_A + \psi_B}{2}$$

- SI $\psi_{PROM} < 2$

$$K = \frac{20 - \psi_{PROM}}{20} * \sqrt{1 + \psi_{PROM}}$$

- SI $\Psi_{PROM} > 2$

$$K = 0.90 * \sqrt{1 + \Psi_{PROM}}$$

EL valor del factor de longitud efectiva para los miembros a compresión no riostrados que están articulados en un extremo, puede determinarse con la siguiente expresión en donde Ψ es el valor en el extremo restringido.

$$K = 2.0 + 0.3 * \Psi$$

El código ACI en su sección 10.12.1 establece que K debe tomarse igual a 1.0 para los miembros a compresión en marcos apuntalados contra desplazamientos laterales, a menos que un análisis teórico muestre que puede usarse un valor más pequeño.

ESBELTEZ.

Se dice que una columna es esbelta si las dimensiones de su sección transversal son pequeñas en comparación con su longitud. El grado de esbeltez se expresa en términos de la relación de esbeltez L_e/r , donde L_e es la longitud no soportada del elemento r es el radio de giro de su sección transversal o también:

$$Esb = \frac{K * Lu}{r}$$

K= Factor de Pandeo, que depende de:

- El tipo de apoyo que tenga la columna, porque cada apoyo se define por el grado de libertad o restricción a la deformación que otorga al extremo de miembro.
- De la condición de ladeo, esto depende si la columna es o no contra venteadada (arriostrada), o sea que cuente con elementos que impidan el ladeo o desplazamiento lateral. El arriostramiento lo suministran los muros de cortante, o los núcleos de ascensores y servicios, las escaleras u otros elementos.

Lu= Luz libre de la columna o longitud entre apoyos. Observar que la longitud Lu puede ser diferente para el pandeo respecto de cada uno de los ejes principales de la sección transversal de la columna. Siendo L_e la longitud efectiva

Las ecuaciones básicas para el diseño de columnas esbeltas fueron desarrolladas para extremos articulados y, por lo tanto, se le debe modificar para considerar los efectos de las condiciones de vínculo. La longitud efectiva de la columna, y no de la longitud real sin apoyo lateral l_u , es la que se utiliza para estimar las resistencias de las columnas

esbeltas. Esta longitud efectiva considera tanto las condiciones de vínculo como la condición de sistema desplazable o desplazable.

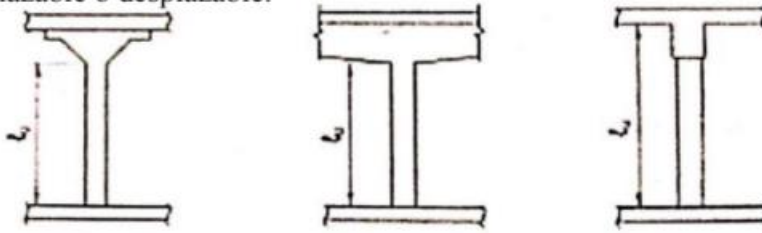
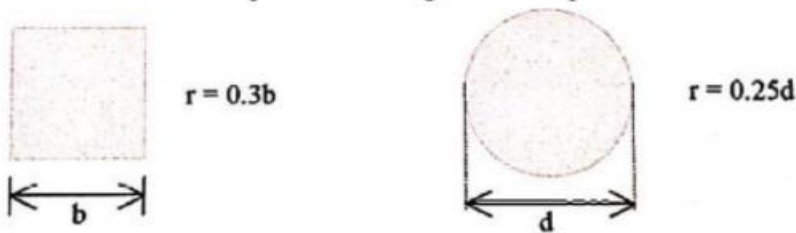


Figura 11-6 longitud sin apoyo lateral. l_0

r = Radio de Giro o dimensión transversal, ($r=L/A_g$). En general de radio de giro, r , es $(I_g/A_g)^{1/2}$

En particular, para los elementos de sección rectangular r se puede tomar igual a 0.30 por la dimensión en la dirección en la cual se está considerado la estabilidad, mientras que para los elementos de sección circular se puede tomar igual a 0.25 por el diámetro de la sección.



L_e = Longitud entre dos puntos de inflexión; longitud efectiva.

Donde $L_e = K * L_u$

MAGNIFICACIÓN DE MOMENTOS:

Se usa el factor de amplificación de momento δ para amplificar los momentos de primer orden (análisis) y así tomar en cuenta el aumento de los momentos provocados por la curvatura y el desplazamiento lateral del elemento. El factor de amplificación de momentos δ , depende de la relación entre la carga axial aplicada y la carga crítica o de pandeo de la columna, de la relación entre los momentos aplicados en los extremos de la columna, y de la geometría deformación de la columna.

Cuando en una columna hay flexión biaxial, se deben amplificar los momentos calculados para cada eje principal. Los factores de amplificación de los momentos, δ , se calcula considerando la carga de pandeo, P_{cr} , respecto de cada eje en forma separada, en base a las longitudes efectivas correspondientes y a la rigidez relativa de la columna y las vigas en cada dirección. En consecuencia, se las capacidades de pandeo respecto de los dos ejes son diferentes, los factores de amplificación de momentos de ambas direcciones también serán diferentes. Los momentos respecto de los ejes se amplifican de forma separada, y luego la sección transversal de dimensiona para una carga axial P_u y los momentos biaxiales amplificados.

δ =Magnificador de momentos

$$M_d = \delta * M_a \Rightarrow \delta > 1$$

$$M_d = M_a + M_p$$

$$\delta = \frac{M_d}{M_a} = \frac{M_a + M_p}{M_a}$$

$$M_p = M_a * (\delta - 1)$$

Cálculo de Magnificador o Amplificador de Momentos

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi * P_{cr}}}$$

C_m = factor de extremo de miembro depende del pandeo.

- Para columnas sin ladeo lateral y sin cargas transversal entre columnas tenemos:

$$C_m = 0.60 + 0.40 * \frac{M_1}{M_2} \quad \text{donde } C_m \geq 0.40$$

Y M_1 es el momento menor de los aplicados en los extremos, se toma como positivo si es dirección contraria a la del momento mayor M_2 y el negativo en caso contrario. M_2 es el momento mayor de los extremos, siempre positivos.

- Para columna con ladeo lateral $C_m = 1$

P_u = carga ultima aplicada a la columna.

Φ = factor de reducción de capacidad para los esfuerzos de flexo compresión.

$\Phi = 0.70$ para columnas con estribos

$\Phi = 0.75$ para cuando se utilizan zunchos (espiral).

La diferencia entre estos valores refleja la seguridad adicional provista por la tenacidad de las columnas reforzadas con espiral. Siendo menores estos valores respecto a aquellos para flexión y cortante (0.90 y .85 respectivamente). Una de las razones es que la resistencia de elementos a flexión sobre forzados no se afecta en forma significativa por las variaciones de la resistencia del concreto, puesto que esta depende esencialmente de la resistencia a la fluencia del acero, mientras que la resistencia de los elementos cargados axialmente depende fuertemente de la resistencia a la compresión del concreto.

P_{cr} = Carga crítica de una columna que produce pandeo entre 2 puntos de inflexión. O la carga que produce pandeo en la longitud efectiva (L_e).

CARGA CRÍTICA

El primero que determinó la carga crítica de pandeo para una columna en el rango elástico fue Leonhard Euler en 1744.

La longitud efectiva (L_e) de una columna se recomienda disminuirla cuando la carga crítica de Euler es muy pequeña.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * E * I}{L_e^2} = \frac{\pi^2 * E * I}{(k * L_u)^2}$$

K = El factor de pandeo.

L_u = La longitud libre de la columna.

I = Momento de inercia centroidal de la sección transversal de la columna (concreto reforzado).

E = Módulo de elasticidad de la columna (concreto reforzado).

Para elementos homogéneos (columna de acero) la rigidez EI se obtiene fácilmente del módulo de Young y del momento de inercia corriente. Sin embargo, las columnas de concreto reforzado no son homogéneas puesto que constan de acero y de concreto, mientras que el acero es básicamente elástico, el concreto no lo es y, además, está sometido a flujo plástico y a agrietamiento cuando ocurre tensión en el lado convexo de la columna. Todos estos factores afectan la rigidez EI de un elemento reforzado. El código ACI permite el valor del EI mediante:

$$EI = \frac{E_c * I_g / 2.5}{1 + \beta_d}$$

E_c = Módulo de elasticidad del concreto es $E_c = 15100\sqrt{f'_c}$

I_g = Momento de inercia centroidal de la sección gruesa de la columna, columnas rectangulares
 $I = 1/12bh^3$.

β_d = Relación entre la carga muerta axial mayorada y la carga total axial mayorada máxima.

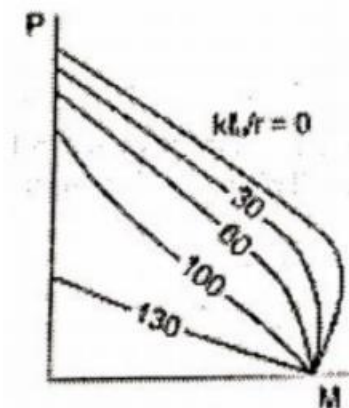
Factor de flujo plástico, es decir en cuanto sean mayores las cargas muertas sostenidas, mayores serán las deformaciones por flujo plástico y sus respectivas curvaturas. Sin embargo, de los dos materiales, solo el concreto se somete a flujo plástico mientras que no sucede lo mismo con el acero de refuerzo en la forma como se utiliza regularmente.

De la ecuación anterior se toma en cuenta lo siguiente:

- Efectos de agrietamiento.
- Flujo plástico.
- El carácter no lineal de la curva esfuerzo-deformación.
-

$$0 \leq \beta_d \leq 1 \quad y \quad \beta_d = \frac{CMU}{CU} = \frac{M_{CMU}}{M_{CU}}$$

Puede observarse que la carga de pandeo disminuye con prontitud con el aumento en la relación de esbeltez; por lo tanto, a menor esbeltez \rightarrow Mayor Capacidad de Carga. Y mientras la columna sea más esbelta entonces tiene capacidad de soporte de carga axial en función del momento flexionante.



COMO EVITAR LAS COLUMNAS ESBELTAS.

Si se supone $K = 1$ la esbeltez puede usualmente despreciarse en columnas de marcos riostrados cuando l_u/h se mantiene igual a 10 o menos en la planta baja y a 14 o menos en los pisos de arriba de la planta baja. Para determinar esos valores se supone que hay poca resistencia al momento en la conexión de la zapata a la columna y que las columnas de planta baja están flexionadas en formas de curvas simples. Si la conexión zapata columna se diseña con una resistencia apreciable al momento, el valor máximo indicado de l_u/h de 10 debe aumentarse aproximadamente a 14 o al mismo valor usado en los pisos superiores.

Si se tiene un marco no arriostrados y se supone $K=1.2$ probablemente será necesario tomar l_u/h igual a 6 o un valor menor. Así para una altura libre de piso de 10 pies es necesario usar un h mínima de aproximadamente $10 \text{ pies}/6 = 1.67' = 20''$ en la dirección de la flexión para evitar columnas esbeltas.

CONFINAMIENTO

Las columnas se diseñan para resistir esfuerzos de flexo compresión; especialmente, pero en zonas altamente sísmicas como Guatemala es necesario datarlas de más ductilidad.

Al confinar una columna es hacerla más dúctil en sus extremos; con el fin de que absorban parte de la energía del sismo.

Ductilidad:

$$\text{ductilidad} = \frac{1}{k} \quad \text{donde } k = \text{rigidez del elemento}$$

Es la capacidad de deformación que tiene un elemento ante la acción de una carga.

Mientras más rígido sea un elemento va a tener menos capacidad de deformación.

El vidrio es menos dúctil que la madera; porque el primero es más rígido que el segundo. Por tanto, como el concreto es muy rígido entonces es necesario rodearlo de más acero para que pueda deformarse más sin quebrarse.

Confinar:

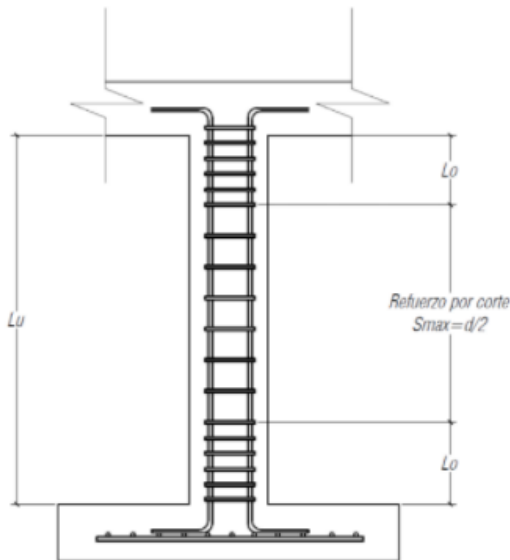
Consiste en colocar una mayor cantidad de refuerzo transversal (estribos o Zunchos) del que normalmente se necesita por corte o presión lateral; este se coloca solo en los extremos de la columna.

El refuerzo transversal se exige para mantener las barras longitudinales en su posición dentro de las formaletas, mientras se vacía el concreto. Por eso, el acero longitudinal y transversal se unen mediante alambres o soldaduras para conformar un entramado que se colca después dentro de la formaleta y se ubica de manera adecuada antes del vaciado del concreto.

Se utiliza el acero transversal para impedir que las barras longitudinales esbeltas sometidas a altos esfuerzos presenten un pandeo hacia afuera.

En el concreto confinado aumenta el esfuerzo de ruptura comparado con el que tiene en condiciones normales; y con ello permite una deformación unitaria mayor.

Las columnas Zunchadas ofrecen un confinamiento más efectivo que las columnas con estribos. La diferencia, el estribo confina principalmente en las esquinas y el Zuncho confina en la mayoría de su perímetro. Una columna confinada con flejes falla por aplastamiento, sin embargo, para una columna reforzada con zunchos el acero longitudinal y el concreto dentro del núcleo no pueden fallar hacia afuera a causa de la presencia confinante de la espiral.



Donde:

d menor = de los dos lados de la columna.

Lo = longitud de confinamiento

Lu = longitud libre de la columna

Requisitos sobre Lo.

Donde:

d menor = de los dos lados de la columna.

Lo = longitud de confinamiento

Lu = longitud libre de la columna

Requisitos sobre Lo.

- $Lu/6$
- h_c ó b_c (el mayor)
- 45 cm.

So = espaciamiento de los estribos en la zona confinada.

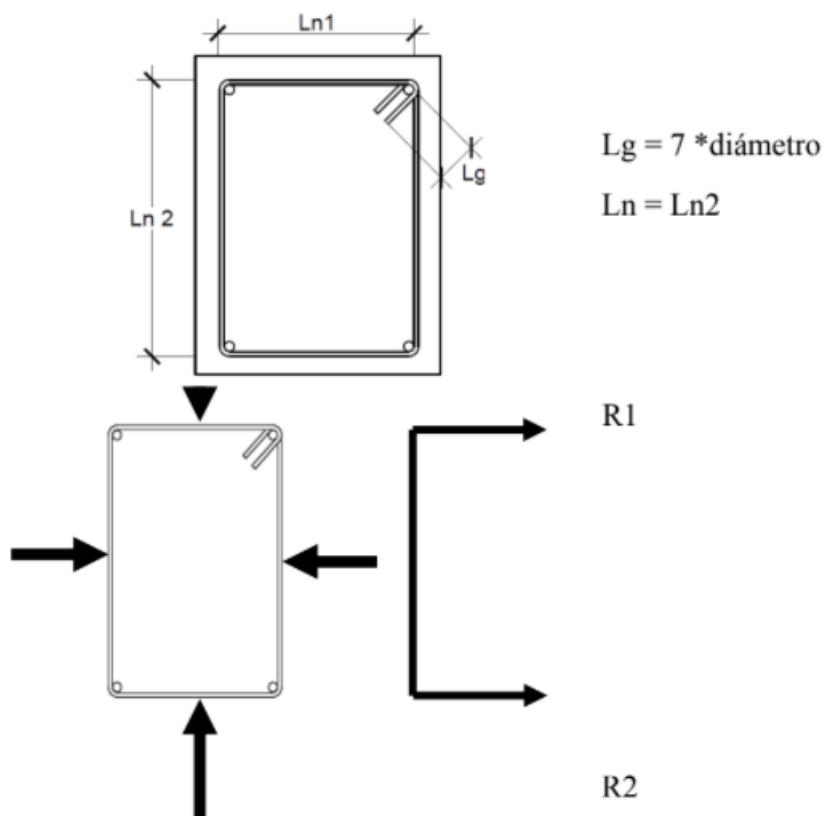
S = espaciamiento de los estribos en la zona no confinada.

$$S_o = \frac{2 * A_v}{L_n * l_s}$$

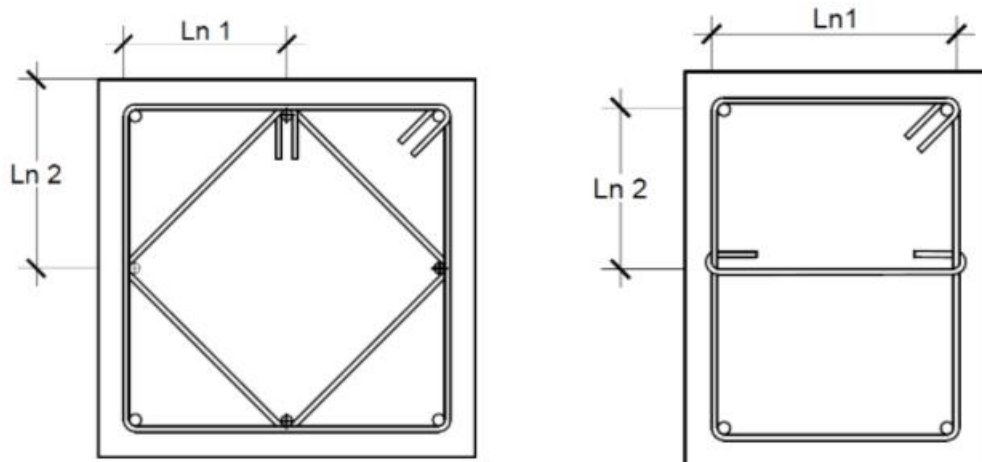
Donde:

A_v = es el área de la varilla utilizada como estribo o zuncho ($D_{min} = 3/8''$)

L_n = Longitud mayor no soportada por el estribo.



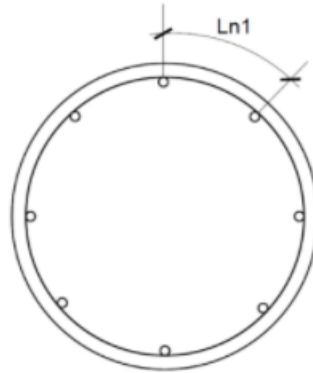
Para disminuir a L_n se puede utilizar varios armados.



So es inversamente proporcional a L_n

Cuando So da un valor muy pequeño que no da libertad de paso al agregado grueso entonces se disminuye a L_n para aumentar So

Zuncho



Los zunchos se utilizan para grandes cargas a compresión

Límites para S_o (medida a ejes)

$$3 \text{ cm} \leq S_o \leq 10 \text{ cm}$$

- No menor a 3 cm, porque no pasa el agregado grueso del concreto
- No mayor a 10 cm, porque ya no se consideraría como zona confinada.

La capacidad de cargas axiales de una columna circular no se incrementa considerablemente si se colocan estribos circulares en vez de zunchos.

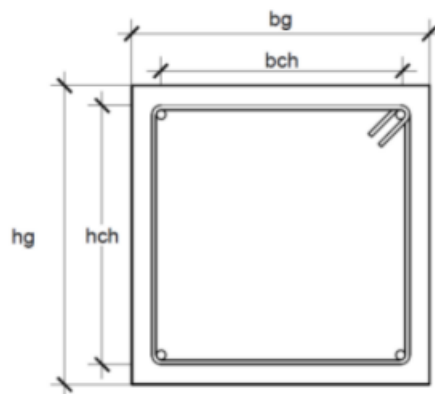
RELACIÓN VOLUMÉTRICA.

$$l_s = 0.45 * \frac{f'_c}{f_y} * \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right)$$

Donde

A_g = El área grande de la sección transversal grande de la columna

A_{ch} = El área de la sección transversal chica de la columna

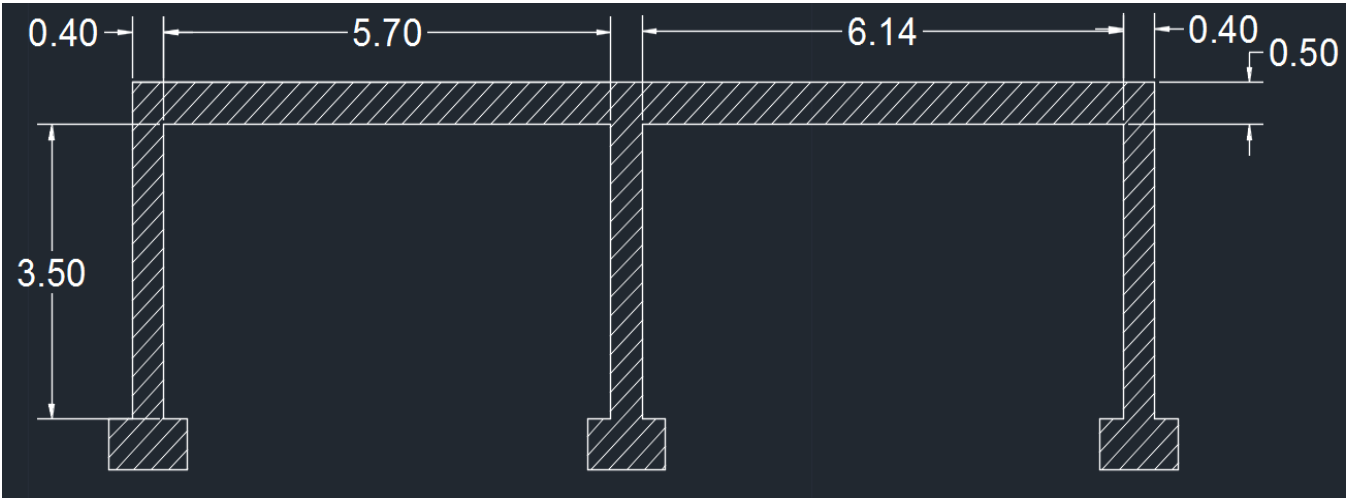


$$A_g = bg * hg$$


$$A_{ch} = bch * hch$$

EJEMPLO 1:

Adjuntando Excel para ir verificando el proceso del ejemplo y el uso de cada formula.



DATOS ESTRUCTURALES					
f'c	281.00 kg/cm^2	fy	4200.00 kg/cm^2	P	92.00 T
Mux	16.00 T-m	Muy	22.00 T-m	CV	850.00 kg/cm^2
Lu	3.50 m	sección (cm)	30x50	CM+S/C	465.00 kg/cm^2

		COLUMNA			recubrimientos usados
			60		rec y-y 6.00 cm
		40	0.4	0.6	
L col	3.50 m	350.00 cm			rec x-x 4.00 cm
L viga I	5.70 m	570.00 cm			
L viga D	6.14 m	614.00 cm			
viga y	2.58 m	258.00 cm			
dimensiones de vigas					
b	30.00 cm				
h	50.00 cm				

MAGNIFICACIÓN DE MOMENTOS EN X-X				
<i>Relación de esbeltez</i>				
columna	K=	914.29 cm ³		
viga izquierda	K=	548.25 cm ³		
viga derecha	K=	508.96 cm ³		

Formulas diseño Excel:

$$\text{Columna} = \frac{\frac{1}{12} * (h * b)^3}{350}$$

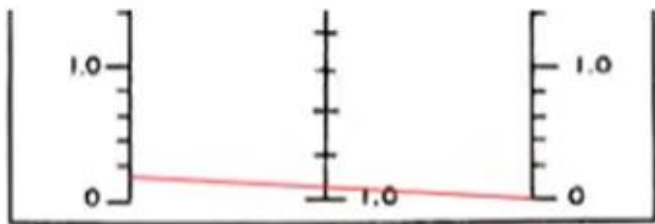
$$\text{Viga izquierda} = \frac{\frac{1}{12} * (b * h)^3}{570}$$

$$\text{Viga derecha} = \frac{\frac{1}{12} * (h * b)^3}{614}$$

Parámetros Ψ_A y Ψ_B

$$\frac{914.29 \text{ cm}^3}{548.25 \text{ cm}^3 + 508.96 \text{ cm}^3} = 0.86$$

0 = Empotramiento



(b) Pórticos no arriostrados

$$\frac{0.86 + 0}{2} = 0.432407722 < 2$$

SI $\Psi_{PROM} < 2$

$$K = \frac{20 - \Psi_{PROM}}{20} * \sqrt{1 + \Psi_{PROM}}$$

SI $\Psi_{PROM} > 2$

$$K = 0.90 * \sqrt{1 + \Psi_{PROM}}$$

ENTONCES

1.17

TOMAR MAYOR K

34.15

22, columna corta
, columna corta
100, columna larga

$$\frac{1.7 * Lu}{0.3 * 0.4}$$

EI

debemos magnificar el momento por la relación de esbeltez

calculando EI

βd 0.28

EI 2534.03 T-m³

$$EI = \frac{15100 * \sqrt{f'_c} * I_g}{2.5 * (1 + \beta d)}$$

CARGA CRÍTICA DE EULER

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * EI}{(k * Lu)^2}$$

1489.00 T

magnificación δ

ϕ 0.7 en columnas

1.10

>

1

CUMPLE

$$\frac{\frac{1}{1} - 92}{0.7 * 1489}$$

MOMENTOS DE DISEÑO M _{dx}				
		17.55 T-m		
MAGNIFICACIÓN DE MOMENTOS EN SENTIDO Y-Y				
columna	K =		2057.14 cm^3	
viga	K =		1211.24 cm^3	
parámetros Ψ _A y Ψ _B				
=				
		1.70		
=				
		0 empotramiento		
		0.85	<	2
SI Ψ _{PROM} < 2				
			SI Ψ _{PROM} > 2	
	$K = \frac{20 - \Psi_{PROM}}{20} * \sqrt{1 + \Psi_{PROM}}$		$K = 0.90 * \sqrt{1 + \Psi_{PROM}}$	
			1.30	
	25.32		, columna corta	

EI				
debemos magnificar el momento por la relación de esbeltez				
calculando EI				
βd	0.28	$EI = \frac{15100 * \sqrt{f'c} * Ig}{2.5 * (1 + \beta d)}$		
EI	5701.56 T-m^3			
CARGA CRÍTICA DE EULER				
$P_{cr} = \frac{\pi^2 * EI}{(k * Lu)^2}$	2709.33 T			
magnificación δ				
ϕ	0.7	en columnas		
		1.05	>	1
		CUMPLE		
MOMENTOS DE DISEÑO M _{dx}				
	23.12 T-m			
RESUMEN DE MOMENTOS AMPLIFICADOS				
	Pu	92.00 T		
	M _{dx}	17.55 T-m		
	M _{dy}	23.12 T-m		
ACERO LONGITUDINAL				
	As _{min} = 0.01 * g			
	ASMIN	24.00 cm^2		
propouesta	Área ≥ AsMIN	22.80 cm2	8#6	

BARRA	AREA	ELECCION	AREA TOTAL	UNIDADES
No.3	0.71 cm ²	1#3	0.71 cm ²	1
No.4	1.27 cm ²	3#4	11.43 cm ²	9
No.5	1.98 cm ²	1#5	1.98 cm ²	1
No.6	2.85 cm ²	8#6	22.80 cm ²	8
No.7	3.88 cm ²	1#7	11.64 cm ²	3
No,8	5.09 cm ²	1#8	30.54 cm ²	6

cálculo de área concéntrica

$$P'o = \phi * [0.85 * f'c * (Ag - As) + As * Fy]$$

$P'o$	464487.95 kg
-------	--------------

Excentricidades

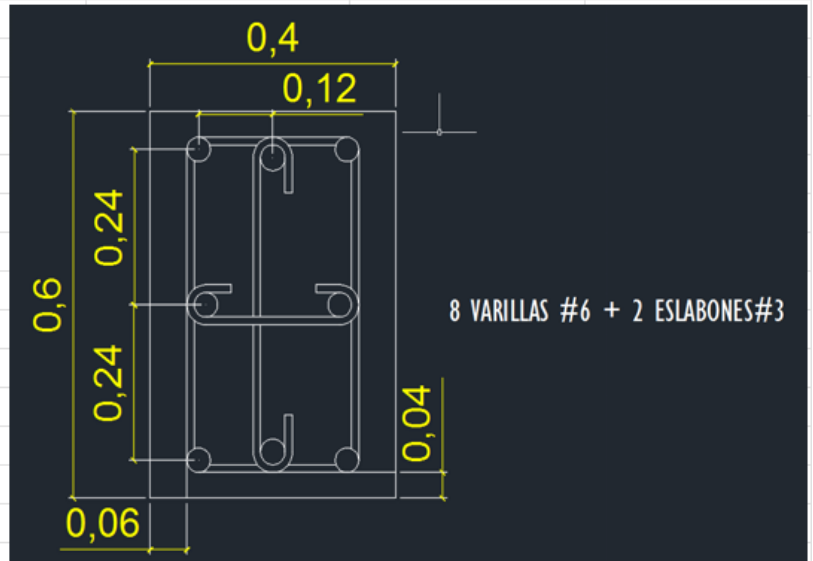
	0.19 m
--	--------

	0.25 m
--	--------

razones volumétricas

$$\gamma_x = \frac{(hc)ch}{(hc)g} = 0.8$$

$$\gamma_x = \frac{(hc)ch}{(hc)g} = 0.8$$



calculo de parámetros necesarios para determinar K'x y K'y

calculo de parámetros necesarios para determinar K'x y K'y

$$e_u = \frac{As * Fy}{0.85 * f'c * Ag}$$

0.17

= 0.32

= 0.63

0.8

0.8

0.17

0.17

según tabla

K'x 0.75

K'y 0.15

CÁLCULO DE P'_x Y P'_y			
$P'_x = K'_x * f'_c * bc * hc$	505800.00 kg		
$P'_y = K'_y * f'_c * bc * hc$	101160.00 kg		
$\frac{1}{P'_u} = \frac{1}{P'_x} + \frac{1}{P'_y} - \frac{1}{P'_o}$	P'_u	102992.04 T	
	$P'_u > P$		
	102.99 T	>	92.00 T
	CUMPLE		
LA PROPUESTA DE ACERO ES SUFICIENTE PARA SOPORTAR LOS ESFUERZOS A LA QUE SERÁ SOMETIDA LA COLUMNA			

CONFINADO DE COLUMNA			
DATOS			
Lu	3.50 m		
f'_c	281.00 kg/cm ²		
f_y	4200.00 kg/cm ²		
e confinamiento es el valor mas grande			
Lu/6	0.58 cm	tomando Lo	60.00 cm
Lado mayor	60.00 cm		
	45.00 cm		
$P_s = 0.45 \left[\frac{b * h}{b' * h'} - 1 \right] * \frac{f'_c}{F_y} =$	0.01694		
VARILLA No.3, $A_s = 0.71 \text{ cm}^2$		0.71 cm ²	

$S_o = \frac{2 * A_v}{l_{ns} * P_s}$	3.49 cm ²		
propuesta, estribos #3			
en zona confinada, estribos a @3.5 m + 2 estribos No.3			

