4 В зависимости от результата сравнения полученного разбиения с предыдущим разбиением осуществляется переход на шаг 2 или останов алгоритма.

3.2.2.4. Алгоритм Беждека — Данна (Fuzzy ISODATA algorithm, FCM algorithm) [83], [85], [53], [59], [55], [61] в приведенной ниже версии минимизирует критерий $Q_1^{II}(P)$ в виде (3.46), так что решение задачи классификации находится в следующем виде:

$$P^* = \arg\min_P \left\{ \begin{array}{l} Q_1^{II}(P) : P = (A^1, \dots, A^c), A^l = (\mu_{l1}, \dots, \mu_{ln}), 0 \le \mu_{li} \le 1, \\ \sum_{l=1}^{c} \mu_{li} = 1, \sum_{i=1}^{n} \mu_{li} > 0, i = 1, \dots, n, l = 1, \dots, c \end{array} \right\}.$$

Параметры алгоритма:

c — число нечетких кластеров в искомом разбиении P^*;

γ — показатель нечеткости классификации, $1 < \gamma < \infty$;

Схема алгоритма:

1 Выбирается начальное разбиение $P_{(0)} = (A_{(0)}^1, \dots, A_{(0)}^c)$ на c нечетких классов, описываемое c непустыми функциями принадлежности, которое представляет собой массив $\{\mu_{(0)1}, \dots, \mu_{(0)n}\}, \mu_{(0)i} = (\mu_{(0)1i}, \dots, \mu_{(0)ci}), \mu_{(0)li} \ge 0, \sum_{l=1}^{c} \mu_{(0)li} = 1$ из n c-мерных столбцов, для всех $i = 1, \dots, n$, так что полученная матрица начального разбиения $P_{(0)} = [\mu_{(0)li}]$ имеет c строк и n столбцов; $b := 0$;

2 Пусть построено некоторое b-е разбиение $P_{(b)}$ в виде массива $\{\mu_{(b)1}, \dots, \mu_{(b)n}\}, \mu_{(b)i} = (\mu_{(b)1i}, \dots, \mu_{(b)ci}), \mu_{(b)li} \ge 0, \sum_{l=1}^{c} \mu_{(b)li} = 1$ из n c-мерных столбцов; вычисляется набор центров $\tau_{(b)}^1, \dots, \tau_{(b)}^c$ в соответствии с формулой $\tau_{(b)}^l = \sum_{i=1}^{n} \mu_{(b)li}^\gamma \cdot x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} \mu_{(b)li}^\gamma, l = 1, \dots, c$;

3 Строится $b+1$-е разбиение $P_{(b+1)}$ в виде массива $\mu_{(b+1)1}, \dots, \mu_{(b+1)n}, \mu_{(b+1)i} = (\mu_{(b+1)1i}, \dots, \mu_{(b+1)ci}), \mu_{(b+1)li} \ge 0, \sum_{l=1}^{c} \mu_{(b+1)li} = 1$ из n c-мерных столбцов, порождаемое набором центров $\tau_{(b)}^1, \dots, \tau_{(b)}^c$, где $\mu_{(b+1)i} = \arg\min \{ \sum_{l=1}^{c} \mu_l^\gamma \| x_i - \tau_{(b)}^l \|^2 : \mu = \mu_1, \dots, \mu_c, \mu_i \ge 0, \sum_{l=1}^{c} \mu_l = 1 \}$, то есть если $I_{(b)}(x) = \{ l \mid 1 \le l \le c : \| x_i - \tau_{(b)}^l \| = 0 \}$, то

$$I_{(b)}(x) = \varnothing, \mu_{(b+1)li} = \left(\sum_{a=1}^{c} \left(\frac{\left\| x_i - \tau^l_{(b)} \right\|}{\left\| x_i - \tau^a_{(b)} \right\|} \right)^{\frac{2}{\gamma-1}} \right)^{-1},$$

$$I_{(b)}(x) \neq \varnothing, \mu_{(b+1)li} = 0, l \neq I_{(b)}(x); \sum_{l \in I_{(b)}(x)} \mu_{(b+1)li} = 1;$$

4 Вычисляется некоторое пороговое значение $\varepsilon > 0$ и производится сравнение $P_{(b)}$ и $P_{(b+1)}$ по правилу: $\left\| P_{(b)} - P_{(b+1)} \right\| = \max\limits_{l,i} \left| \mu_{(b)li} - \mu_{(b+1)li} \right|$; если $\left\| P_{(b)} - P_{(b+1)} \right\| < \varepsilon$, то $P_{(b)} = P^*$ и алгоритм заканчивает работу, в противном случае полагается $b := b+1$ и осуществляется переход на шаг 2.

3.2.2.5. Алгоритм Педрича [140], [144] в предлагаемом изложении минимизирует функционал $Q_2^{\Pi}(P)$ в виде (3.56), так что результатом работы процедуры будет следующее решение задачи классификации:

$$P^* = \arg\min_P \left\{ \begin{array}{l} Q_2^{\Pi}(P) : P = (A^1, \ldots, A^c), A^l = (\mu_{l1}, \ldots, \mu_{ln}), 0 \le \mu_{li} \le 1, \\ \sum\limits_{l=1}^{c} \mu_{li} = 1, \sum\limits_{i=1}^{n} \mu_{li} > 0, i = 1, \ldots, n, l = 1, \ldots, c \end{array} \right\}.$$

Параметры алгоритма:

c — число нечетких кластеров в искомом разбиении P^*;

Схема алгоритма:

1 Выбирается начальное разбиение $P_{(0)} = (A^1_{(0)}, \ldots, A^c_{(0)})$ на c нечетких классов, описываемое c непустыми функциями принадлежности, так что полученная матрица начального разбиения $P_{(0)} = [\mu_{(0)li}]$ имеет c строк и n столбцов; $b := 1$;

2 Вычисляется набор центров $\tau^1_{(b)}, \ldots, \tau^c_{(b)}$ в соответствии с формулой $\tau^l_{(b)} = \sum\limits_{i=1}^{n} \mu^2_{(b-1)li} \cdot x_i \Big/ \sum\limits_{i=1}^{n} \mu^2_{(b-1)li}, l = 1, \ldots, c$;

3 Строится разбиение $P_{(b)}$ в соответствии с формулой

$$\mu_{(b)li} = \frac{2 - \sum\limits_{a=1}^{c} y_{ai} s_i}{2 \sum\limits_{a=1}^{c} \left(\dfrac{d(x_i, \tau^l)}{d(x_i, \tau^a)} \right)^2} + \frac{1}{2} y_{li} s_i;$$