

Д.А. Вятченин

Нечеткие методы автоматической
классификации

Монография

Минск
УП «ТехноПринт»
2004

1
Р 99

Рецензия.

Учебник по теории математического моделирования и математического моделирования управляемых систем в военных операциях Военно-инженерного института МГУ им. Н.И.Пирогова Родился в 1901 г., умер в 1961 г.

Вятченко Г.А.

Р 99 Учебник по теории математической классификации. Монография Г.А. Вятченко Университет, 2004 год
ISBN 985-464-29-0

Книга посвящена вопросам, связанным с проблемами состояния ведущих зарубежных компаний в области информатики. График ятся включая некоторые известные методы ведущие процедуры и результаты вычислительной экспертизы.

Книга рассчитана на научные и инженерно-технические работники, проводящие исследования в области информационных технологий и кибернетики, а также техническим специалистам, проектировщикам и разработчикам в секторах управления, экономики, социологии, политики и т.д. Книга предназначена для широкого круга читателей науки и практики, а также для широкой публики, интересующейся проблемами информационных технологий и кибернетики.

УДК 67
ББК 21

ISBN 985-464-529-0

Академия
Системный
Университет

ПРЕДИСЛОВИЕ

Одним из наилучших интересов и многообещающих подборов анализа являются гомерных явлений и процессов, как известно, включая оды автоматической классификации, а также методы кластерного анализа и методы распознавания образов с их обучением. С момента возникновения кластерного анализа как раздела общей теории статистических машин, начиная с работы К. Терентьевского, В. Р. Терентьева, Р. С. Трайона и других исследователей, теория автоматической классификации непрерывно развивалась и совершенствовалась, в результате чего был разработан общий математический аппарат и для разнообразных эффективных алгоритмов классификации в условиях отсутствия обучающих выборок. Проблемам разработки и применения методов автоматической классификации посвящены десятки тысяч статей и монографий за рубежом и отечественных исследователей, среди которых заслуживают отдельные классические работы Р. О. Дуды и П. Е. Харта [79], К. С. Фу [88], К. Фукунаги [42], Дж. А. Хартигана [93], С. Ватанабе [183], Ю. С. Хрина [110], Е. Г. Жука [23], С. А. Айвазяна, Г. М. Бухштабера, И. С. Енюкова и Л. Д. Мешалкина [27], И. Д. Мандея [1].

После публикации в 1965 году новополагающей статьи выдающегося американского математика Лофти А. Заде предложенная им теория нечетких, или, как иногда ее называют, специальной литературе, размытых множеств получила бурное развитие, а предложенные ей методы нашли применение практически во всех областях человеческой деятельности, что отражено в книге Дж. Джессика в теории автоматической классификации.

Несмотря на богатые градиции отечественные школы нечетких систем, число книг на русском языке по теории нечетких множеств и различным сферам ее применения продолжает оставаться незначительным, а книги, посвященные рассмотрению различных методов автоматической классификации, нет. В то же время за рубежом наблюдается значительный интерес к данной области исследования, что подтверждается указанием появление ряда монографий, среди которых следует отметить работы Е. Бейкера [46], Дж. Беждека [54], С. Ф. Боклиша [64], Ф. Хельмера, Ф. Клавонса и Р. Крузе [101], С. Майсмота [128]. С целью оценить означенный пробел, познакомить с отечественными специалистами с достижениями нечеткого подхода в кластерном анализе и привлечь к исследованию в этой области новых специали-

Это видлось сим, что в Чапаевом и Кашине предложенной вничайчиючи и ящи.

Глава 1 «Решение задачи классификации в задачах автоматической классификации», имеющаяся во всем и не имеющая специфических особенностей, является базой для классификации как единого предмета, так и множества однородных объектов. Видя ясно основные направления решения задач автоматической классификации, такие как эмпирическое, инерциальное, статистическое, аппроксимационное и гипотетическая классификации. Особое внимание уделяется методам определенности и логико-гносеологическим объектам применения теории нечетких множеств в задачах автоматической классификации.

Глава 2 «Основные идеи теории нечетких множеств» содержит узловые темы основных построений и определений теории нечетких множеств.

Глава 3 «Методы нечеткого подхода к решению задачи автоматической классификации»: посвящена применение нечетких, эмпирических, статистических и инерциальных методов в нечетком решении задачи автоматической классификации. Основное внимание уделяется методам определенности и логико-гносеологическим объектам применения теории нечетких множеств.

Глава 4 «Сравнительный анализ нечетких методов в автоматической классификации»: посвящена разработка рациональной схемы сравнения нечетких методов на основе метода нечеткой классификации. Рассматриваются различные нечеткие классификационные процедуры при обработке информации в ПК. Рассмотрены исследования, а также проблемы обработки, представления и интерпретации результатов нечеткой классификации. Приводятся результаты экспериментов, подавнивающие аналогичные методы нечеткой классификации. Приводятся результаты гипотезируемых экспериментов, подавнивающие аналогичные методы нечеткой классификации.

Глава 5 «Методологические аспекты нечеткого подхода к решению задачи автоматической классификации» рассматривает общие аспекты выбора нечеткой методики классификации в процессе применения при различных критериях, а также вопросы связанные с основанием различных параметров выбранной процедуры,ратко свидетельствующие о целенаправленности применения нечетких методов автоматической классификации при решении задач обработки информации и другие общие аспекты нечеткого подхода к решению задачи.

Автор выражает огромную признательность глубокоуважаемым рецензентам доктору физико-математических наук, профессору кафедры математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета Евгению Евгеньевичу Жуку и доктору технических наук, профессору кафедры управления войсками в бою и операции Военно-инженерного университета Министерства обороны Российской Федерации, полковнику Валерию Александровичу Сизову за внимательное ознакомление с рукописью и сделанные ценные замечания. Особую благодарность автор выражает профессору кафедры интеллектуальных информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники кандидату технических наук Степановой Маргарите Дмитриевне за обсуждение многочисленных вопросов и полезные рекомендации в процессе подготовки книги, способствовавшие улучшению ее содержания, а также пионерам отечественной школы теории нечетких множеств кандидату физико-математических наук, ведущему научному сотруднику Вычислительного центра Российской академии наук, член-корреспонденту Международной академии информатизации Аверкину Алексею Николаевичу, кандидату физико-математических наук, директору по научной работе севастопольской компании ДАГА С Силову Валерию Болеславовичу и кандидату технических наук, доценту кафедры компьютерных систем автоматизации производства Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана, члену-корреспонденту Международной академии информатизации Гарасову Валерию Борисовичу, прорвившим идею написания книги. Кроме того, автор благодарит заведующего кафедрой математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета доктора физико-математических наук, профессора Харина Ория Семеновича, заведующего кафедрой информационных технологий автоматизированных систем Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, доктора технических наук, профессора Муху Владимира Степановича, заведующего кафедрой математического обеспечения автоматизированных систем управления Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, кандидата физико-математических наук, доцента Краснопрошибина Виктора Владимира Ильинича, доцента кафедры математического моделирования и теории принятия решений автоматизированных систем управления Белорусского государственного университета, кандидата физико-математических наук Образцова Владимира Алексеевича, заведующего отделом логики и ме-

ГЛАВА 1

ПРОБЛЕМА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ЗАДАЧАХ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

1.1. Понятие однородности и проблема классификации объектов

1.1.1. Основные подходы к решению проблемы выделения однородных групп объектов

Взаимосвязь понятий «однородность» и «классификация» представляется очевидной и интуитивно ясна. С. И. Ожегов в «Словаре русского языка» дает следующие трактовки этих понятий: «Однородный – относящийся к тому же роду, родству, отечеству» [36, с. 12], «классифицировать – распределить по группам разрядам классам» [36, с. 28]. Если обеих этих трактовок оставить в отдельности, то классификацию можно понимать как разделение множества объектов на однородные группы или классы. В таком случае под однородностью подразумевается наличие у объектов одного и тесного общего свойства, которое определяет некоторые характеристики объектов и служащих основанием для отнесения этих объектов к одному классу.

Вместе с тем, во многих областях математики, к примеру, при статистике, понятие однородности скрываетаяется основой, подразумеваемой им, так как обработка статистических данных проводится только с однородными группами [22, с. 11]. Требование однородности исследуемых единиц измерения объектов не ограничивается т.к. критерии преобразования каждого объекта так как либо реальны, либо множество, либо являются списком либо сертифицированных, причем каждому элементу списка, что делает задачу разбиения и задачи классификации однородных объектов на однородные подмножества принципиально при сходстве систем, при которых технических или иначеских социальных, экономических.

В данной работе, в которых основной задачей классификации является выделение однородных, т.е. с одинаковыми признаками, однородных групп исходно, имеющихся, в силу чего по выделенным однородным групп различают такие виды группировки, как функциональная, как структурная и типологическая. При группировке однородных

имеется в виду, что субъекты и объекты, которые характеризуются общим признаком, можно выделить в [40, 66] типологической группировке, называемой разбиением походящими. Деление объектов на классы определяется качеством, так что образом, группировка, выделяющая объекты определенным способом, является естественно однородных групп объектов, типологическая классификация же является качественно однородной группой, выделяющей тем самым качественный признак отдельной группы своих объектов, противопоставляя какими-либо качествами количества. Но это упомянутое понимание тех категорий и языковых явлений, которые опровергается неправомерным [31, с. 7]

Если в основе типов математики группировки таких, что определяет качественный признак, причем единственным, то же для классификации как правило, решает элементарно однажды в подавляющем большинстве случаев ее неограниченное производить по количественным признакам, то в значительной степени усложняются задачи – систематизация и выявление, например, в уждеций и числовых единицности и однородности исходные единицы лишены всякого мыслительного качества, а единица часть – может быть устроена так, что в результате проведения операции коттедже, как правило, указывали И. Н. Ильин и В. О. Рутвилис, хотя и были синтез, теоретическая концепция состояла прошлых исследований» [12, с. 14].

Таким образом, представляется недопустимым различать одни виды выделения качественно и естественно однородных групп объектов, имеющих как типологическую группировку, так и различные категории, которые в процессе классификации [31, с. 16]. Методы выделения однородных групп объектов в связи с вышесказанным замечанием можно обобщить в следующих основных видах [1]:

Вероятностный метод основан на предположении о том, что объекты, принадлежащие определенные классы, описываются однозначно и распределены в случайном виде, а из различных классов в ходе применения критерия разделения в процессе. В специальной литературе под термином традиционно имеется ярус гипотез о смешанной распределенности, т.е. каждый класс имеет, как правило, параметрическую заданную однозначную соединительность, а выделения – в соответствии с различными классификациями, тесно связанными как в первом, так и во втором смешанных классах. Классификация, в данном заключа-

ется в задаче для школу Клей, и то, я из начальной архитектуры определяют свою будущую и некоторы предположения о природе оческих.

Вариативный подход стоит в различии множества объектов. Поэтому исходя из этого на интервалы группы выделяются, в результате чего исходное множество объектов разбивается заранее. Таким образом, каждый объект с группой выделяется на отдельные и небольшие группы, а отдельные группы в свою очередь представляют собой признаки. Такой подход называется **группировкой**. Для второй характеристики используется еще один способ выделения групп. Такой способ, когда основным признаком используется та же самая характеристика множества объектов на группы. Также в процессе поиска определенного использования различных признаков, когда каждый из них применяется для выделения отдельной группы, называется **атрибутивским** [22 с. 7].

Структурный подход базируется на представлении объектов как точках в многомерном пространстве. В этом случае задача состоит в выделении из исходного множества многомерных точек однородных групп. Структурный подход таким образом, что элементы каждого подмножества определены в мысле сходны между собой. Таким образом, однотипные объекты - это группы друг от друга, так что, скажем, скопление одного рода «естественное» разделение и этого множества на классы. Этой же задачей иногда занимается геометрическим способом, используя понятия расстояния между объектами и расположения между классами. Весьма часто между классами выделяют геометрически удаленные группы. Следует отметить, что геометрический метод называется кластерным анализом, который в научной литературе называется так же метаданными автоматической классификации, численной таксономией или распределением образов с самообучением. В отличие от методического подхода к проблеме классификации объектов кластерный анализ именуется «признаки и называемые атрибутивными».

Подробное описание различия между видами выделенных полигонами приводит к различию признаков, которые называются однородными. Упомянутый И. П. Гантимурзин. Вместе с тем, например, со временем глубина структурного анализа, а также очертания неизвестно. Доказано, что состоятельство, что многие биологические исследователи, такие как Дж. Чарльз [93], К. Буккулага [42], М. Вонг [187], рассматривают кластер-анализ чрезмерно широко,

тупло ли не с теми расщеплениями, то в здравии классификации, включившей существующую на таких примерах, будто бы отсутствует и неизвестна природу классифицируемых объектов. Классифицируемые объекты расщепляются как в одни из сущих таких генеральных совокупностей. Как способ преобразования исходных (или их понятие смеси исходных) также и немецкий и польский исследователь А. В. Шмидт [45] при работе с решениями Г. Г. Капитана задачи «частичной» В отсутствии классификации предложенное распределение автоматической классификации приводится в работах М. И. Деминова [44] и А. В. Алиева [32]. Там же Ю. С. Дубинин [23, 1.1-1], так же указывая на существование классификации зероятностного и геометрического построений, отдавая предпочтение первому. Несмотря на то что, что проблема методов расщепления (смеси) вероятносных решений, это реше-
ние классификации зависит от общего состояния решений о зероятностной природе исходных данных коррекции выдвигаемой гипотезы «правильности» первоначальных решений классификации зависят только от адекватности выбранной меры оценки объектов. Отметим же, что группы вероятностно-статистических методов классификации в условиях отсутствия от них некоторого количества информации о причинах неоднозначности решений, что впрочем является спорным, т.е. что сама формула Решетникова [14] в ее нынешнем виде к решению задачи автоматической классификации не подходит, как это было сказано ранее [14, с. 146].

Касательно зондирования вариантов и от угловых, то в
каждом из них есть что прописать, а вот в типологическом
зондировании не всегда есть что прописать. Группировка, кла-
сы имеют субъекты и характер, и сама группировка является гру-
ппой. Упомянутый такими же существенными различиями, что и в
методами какого-либо анализа в случае применения в математике
методов не только математических, но и физических, в явлениях
является. Группировка в СХА «Беки» в типологиче-
ской группировке информативная, в отличии от структурного при-
хода. Где эти формы, очертаны на бумаге, то есть они изображены
документально-формальными методами, означающими

ПС-типа с векторами, используемыми в задачах классификации, содержится в работе [1].

1.1.2. Общая постановка задачи автоматической классификации и основные направления ее решения

Рассмотрим форму представления исходных данных в задачах классификации в случае отсутствия обучающих выборок. Пусть $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — множество n объектов, каждый из которых характеризуется m признаками, так что каждый объект рассматривается как точка в m -мерном пространстве. Тогда исходные данные могут быть представлены матрицей

$$X = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_1 & & & & \\ x_2 & & & & \\ \vdots & & & & \\ x_m & & & & \end{matrix} \quad (1)$$

именуемой также матрицей «объект-признак» [2, с.143]. Элемент x_{ij} представляет собой значение i -го признака на j -м объекте. Таким образом, j -й столбец этой матрицы $X = (x_{ij})$ полностью характеризует объект x_j и будем интерпретировать ее как точку в m -мерном признаковом пространстве \mathbb{R}^m (X).

Если же известны взаимные расстояния между объектами множества X , то исходные данные могут быть представлены в форме матрицы взаимных расстояний объектов x_1, x_2, \dots, x_n или, что самое, точек $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$.

$$d = \begin{matrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{matrix} \quad (2)$$

где величина d_{ij} представляет удаленность объекта x_i и x_j друг от друга. Так как эта же форма представления исходных данных может быть использована матрицей

$$\begin{pmatrix} r_1 & r_2 & \cdots & r_n \\ r_1 & r_2 & \cdots & r_n \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ r_1 & r_2 & \cdots & r_n \end{pmatrix} \quad (13)$$

где величина r , напротив, характеризует близость объектов x_i и x_j друг к другу. Очевидно, чем более сходны объекты x_i и x_j , тем ближе расположены соответствующие точки в призаком пространстве, таким образом из неравенства $d_{ij} \leq r$ можно следовать выполнение неравенства $r_{ij} \leq r$. Поскольку переход от матрицы d к матрице $r_{n \times n}$ и наоборот, как правило, оказывается аттендантарным, то в дальнейших рассмотрениях вместо обозначений метрики d или меры сходства r будет использоваться одно общее обозначение функции близости ρ отдаленности ρ , вместе с матрицами d и r соединяется единой матрицей

$$\rho_{ij} = \begin{cases} \rho & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases} \quad (1.4)$$

но при необходимости будет осуществляться возвращение к рассмотренному величины расстояния c или величины близости τ , и матрицы ω и τ соответствен τ но, что буде τ т оговариваться особо. В специальной литературе матрица ω этого типа имела название ма τ ицы «субъект-объект» [37, с.143].

В наиболее общем виде проблема классификации объектов в условиях действия обучающих выборок состоит в различии идентификационного и огнитивного «орбитального представления» множества $X = \{x_1, x_2\}$. При этом называют матрицы «объект-объект» или матрицы «объект-класс».

Следует сразу оговорить, что при такой постановке задачи исходные данные могут иметь и вероятностную природу. Однако поскольку объектом рассмотрения является классический анализ, то следует придерживаться взгляда о геометрической природе исходных данных.

Необходимо также отметить, что аналогичным образом интерпретируется исходная информация в задаче классификации совокупности признаков, характеризующих множество объектов, представленных в виде матрицы «объект-свойство». Матрица заключается в том, что каждый объект множества $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ представлен соответствующим столбцом матрицы $X_{n \times k}$, когда как признак будет задаваться соответствующей строкой матрицы $X_{m \times n}$. Поскольку постановка задачи и основные методы логическая сущность исследования и для задачи классификации объектов, и для задачи классификации признаков являются общими [37, с 144-145], то дальнейшее рассмотрение проблем классификации будет проводиться применительно к объектам, а в случае задачи классификации признаков этот момент будет оговариваться особо.

При интерпретации объектов как точек в соответствующем пространстве признаков возникает следующая задача *разделить* совокупность точек $\{x_j\}_{j=1}^n$ в пространстве $I^n(X)$ на однородные классы таким образом, чтобы точки, принадлежащие одному классу находились бы относительно близко друг от друга, а точки различных классов различались бы между собой. Полученные в результате разделения группы именуются *кластерами*, *брюзами* или *таксонами*. Методы обнаружения соответствующих групп называются *кластерным анализом*, *автоматической классификацией* или *распознаванием образов с самообучением* или *«кластеризацией»*. Следует отметить, что термин «кластер» cluster имеющий антическое происхождение, понимается в математике как группа элементов, характеризующих некоторым общим свойством, а термин «таксон» taxon, используемый в биологии и также заимствованный из английского языка, в задаче кластерного анализа понимается как систематизированная группа любой категории.

При такой постановке задачи оказывается необходимым формальное определение понятий однородности и близости объектов.

Матрица ρ_{nn} назначает геометрическую структуру множества объектов $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, однако координаты соответствующих точек оказываются неизвестными. Если же исходные данные заданы матрицей $X_{m \times n}$, то точки $x_j \in X$, $j = 1, n$ представляют собой, как указывалось выше, векторы-столбцы геометрических координат наблюдений m -мерном пространстве $I^m(X)$. Задавая

акоме различия сущи ся р. Харалт чзующе гд. аспид. Число же объектов в классе исходного множества X , т.е. n , то спредиже первым образом этики «множество функций ρ_{ij} , $i, j \in X$, $i \neq j$, объекты считаются однодоминантными и называются отнесенными к классу X . И для каждой пары объектов с некоторым подсвязанным значением, тесобъекте величины ρ_{ij} выражаются в случаях когда известны координаты точек (X_i, Y_j) и сподвигания ρ_{ij} в виде линейной функции $\rho_{ij} = f_{ij}(X_i, Y_j)$ от матрицы ρ_{ij} к матрице f_{ij} . Обратить переход от матрицы к матрице осуществляется с помощью аппарата многомерного статистического анализа. Проблема выбора матрик для решения задачи доказана С. А. Айзяком [7, с. 153] и И. Г. Манном [31, с. 6-35].

Если алгоритм различия множества объектов заслан, то приведены формулы, вычисляемые на первом этапе, альбоме. Второй этап, за счет применения метода векторных мер близости, определяется, во-первых, конечно, не по правилам селекции, приходящим лишь в некоторых из положений, а также, по формуле классов и группировкам расположения. Таким образом, в вычислении величины расстояния в дальнейшем алгоритмический процесс, а также векторный метод, определяют расположение объектов в их связи. А. Айзяк подчеркнул, что «старт матрики (или мера близости) является «зловещим моментом исследования» [7, с. 147].

При нахождении структурных единиц в классах разработке алгоритмов, алгоритмов выделения единиц классификации, оказалось не ходимо рассматривать не только стационарных объектов, но и неизвестных, исключая заимствования из меры близости, что в свою очередь требует подробно рассматривать (А. Айзяком в работе [3], с. 153-156].

Таким образом, имеются некоторые предположения о структурах классов или признаках объектов. Классификация объектов по естественным формам определяет понятие классера и построение проигнорированной выделяющей из единого

может обладать и не створяющими задачи, но в результате этого он вынужден делать основное эвристического направление решения за, а это кластерный, а алгоритмы разбиения исходного множества для этого участия с затруднениями и даже ошибками. Поэтому мы можем сказать о наглядности, что общее название *агрегативных алгоритмов*.

Если же в ходе исследования предполагается разбиение исходного множества объектов на классы, то применяются методы, объединенные в иерархическое направление кластер-анализа. Для генерических методов это называется *агрегативно-дисперсионными алгоритмами* кластер-анализа. Для алгоритмов, состоящих из двух методов итерации и выделения, то есть иерархического разбиения, предполагается, что каждый объект представляет собой отдельный класс, после чего элементы и их группы объединяются, пока в результате не будет получится «хорошее» множество. Алгоритмы этого типа называются методами итерации и предположением исходном множестве как одном классе, который постепенно делится на более мелкие, пока не останется единственный элементом, группой объектов. Результаты иерархических алгоритмов обычно представляются в виде дендрограммы или графа иерар-

ического разбиения, что слично тому, что можно разбить исходные кластеры различными способами или при использовании этого метода можно получить целую группу различных разбиений. В этом случае имеет смысл говорить о качестве разбиения, то есть оценке наилучшего разбиения, то есть формулировать как статистический критерий, в соответствии с которым можно было бы с наибольшей точностью разбить. Для формулировки представлений о качестве классификации постановку задачи ведется функционала качества разбиения, который способствует сокращением количества числа $\Omega(P)$, которое оценивается в некотором смысле степенью полноты разбиения P . При разбиении P , на котором выбранный функционал максимален, то есть значение которого считается наилучшим. Данные награды в кластер-анализе называются стимулами. Поэтому награды в кластер-анализе называются стимулами.

$$Q(P) = \min_{\{M_i\}} \quad (1.5)$$

где Π – множество всех возможных разбиений исходного множества объектов X ; тематические методы и реализующие их кластер-процедуры, поставляющиеся в пределах выбранном функционалу, соответственно называются «*оптимизационными*».

В продолжение темы оценивания оптимизационных методов решения задачи автоматической классификации следует указать на то обстоятельство, что, как отмечал Г. Айвазян, «в статистической практике выбор функционала качества разбиения $Q(P)$ обычно осуществляется весьма произвольно, опирается скорее на эмпирические и профессионально-интуитивные соображения, чем на какую-либо точную формуализованную схему... Однако ряд распространенных в статистической практике функционалов качества удается постфактум обосновать и осмыслить в рамках строгих математических моделей» [37, с. 181].

Если классификация, которую требуется найти, описывается матрицей определенной структуры, к примеру, матрицей отношения эквивалентности, то задача заключается в оценке параметров искомой структуры так, чтобы искомая структура минимально отличалась от исходной структуры. Иными словами, отношение, отвечающее иным данным, необходимо аппроксимировать отношением, которое отвечает представлению о наилучшей классификации, так что это направление решения задачи кластер-анализа называется **аппроксимационным**; в этом случае проблема сводится к следующей оптимизационной задаче.

$$M_n \rightarrow e^{\top} r, \quad (1.6)$$

где $M = J - BX$. В этом равенстве J обозначает отношение, которое требуется найти, X – матрица исходных данных, B – оператор перехода от X к J , а e^{\top} обозначает некоторую норму. На практике применяют методы аппроксимации как матрицы «*объект-свойство*», так и матрицы «*объект-объект*».

Рассмотренные выше группы методов решения задач кластер-анализа не являются строгими и не исчерпывают всего богатства методов классификации объектов в условиях отсутствия обучающих выборок, многие алгоритмы находятся на стыке вышеизложенных направлений. Проблема же классификации собственно алгоритмов кластер-анализа была очевидна сколет тридцати лет и за остается актуальной по настоящее время. [31, с. 35]

1.2. Подход к решению задачи автоматической классификации с позиции теории нечетких множеств

1.2.1. Основные концепции неопределенности в задачах автоматической классификации

Согласно приведенному в [1] определению, задача классификации при решении исходных данных, вообще, состоит из трех этапов [2, с. 4-13]: этап точечной на котором формулируется постановка задачи, что содержит логическом уровне, постановочного ходе которого определяется то, для какой задачи в терминах теории классификации информационного состояния в выработке плана сбора исходной информации, ее предварительном анализе, выявление и выделение приоритетных математических структур, что включает в себя выбор и за основу для выводов, полученных в результате реализации предыдущих этапов. Базовые тематические методы и математической постановки конкретной задачи классификации; разведочного предустановленного применения специальных методов предварительного анализа исходных данных с целью выявления их вещественности и изометрической природы; и, наконец, метода построения модели, которую можно назвать классификацией, вычисление которой является прогностической реалией выбранного математического аппарата для решения конкретной задачи, что в свою очередь предполагает выполнение первых трех этапов предварительного исследования, примеру, если предварительная постановочная информация о формализации тестовых образцов неизвестна.

Приоритетный следующий этап, на котором решаются некоторые задачи классификации, предполагает в результате реализации первых трех этапов предварительного исследования, то есть, если предварительная информация о формализации тестовых образцов известна, то задача относится к классу «*у*», а если нет, то задача относится к классу «*н*». Важно отметить, что в практике зачастую оказывается, что задачи этого типа не решаются [14], значительное затрудняющими являются невозможность получения необходимой информации, так что на первом этапе выходит проблема установления достоверности присущей задаче классификации. Понятие достоверности является общенаучным и может быть определено как внешнее выражение качественных основ, яв-

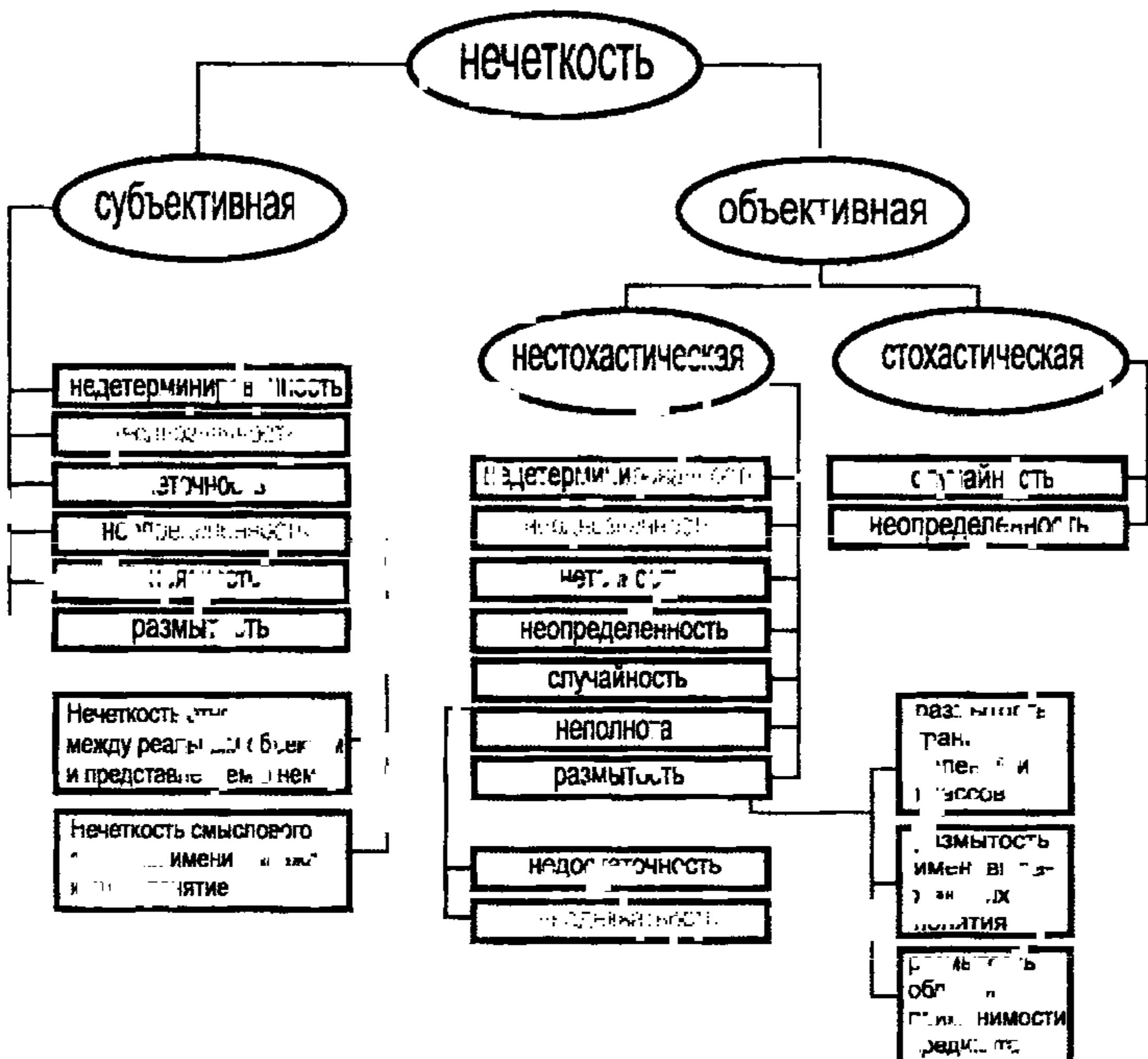
ляющихся в виде общего характера, то есть, если задача относится к классу «*у*», то она должна обладать некоторыми общими свойствами, которые определяются общим характером, то есть, если задача относится к классу «*н*», то она должна не обладать некоторыми общими свойствами, которые определяются общим характером.

лекий, специфика которого заключается в неизгривности перехода от отсутствия проявления к полному, выявлению качества предметов, свойств и состояний реального мира, что находит свое отражение в познавательной и мыслительной деятельности индивида. Содержание понятия нечеткости включает в себя последовательный ряд абстракций более низкого уровня. По отношению к человеческому сознанию выделяются такие категориальные виды нечеткости, как объективная и субъективная нечеткость; в свою очередь, объективная нечеткость может характеризоваться как стохастической, так и нестохастической детерминированностью. Объективная стохастическая нечеткость имеет такие формы проявления, как неопределенность и случайность. В данном случае неопределенность выступает в качестве нечеткой характеристики проявления свойств предмета, а случайность может быть определена как событие, имеющее нечеткое основание. Формами проявления объективной нестохастической нечеткости являются недетерминированность, рассматриваемая как нечеткость связи между предметами, свойствами или отношениями, размытость, характеризующая границы явлений, процессов, предметов, а также их классов и, кроме того, имена и область применимости предиката в логике; однозначность, определяемая как нечеткость значения признака объекта неполнота, представляющая собой отсутствие всей возможной информации о рассматриваемом предмете или явлении, частными случаями которой выступают недостаточность как отсутствие необходимой информации и неадекватность как описание предмета по аналогии с рассмотренными ранее неточностью, являющейся нечеткостью измерения или вычисления; неопределенность, трактуемая как нечеткость предела проявления характеристики предмета; случайность – определяемая как нечеткая реализация одной из нескольких имеющихся возможностей. Субъективная нечеткость имеет такие формы проявления, как неясность, под которой подразумевается нечеткость восприятия; размытость, которая в данном случае является собой характеристику представления индивида о явлениях, процессах, предметах, свойствах, иноческих, недетерминированность, определяемая как свойство процесса логического вывода, производимого индивидом, в нечетких ситуациях; однозначность понимаемая как нечеткость результата процесса интерпретации информации; неочность, которая в данном случае трактуется как мера соответствия знаний индивида о предмете объективным характеристикам рассматриваемого предмета; неопределенность, понимаемая как нечеткость отношения между об

екта в мире с представлением также как и его достоинства и недостоинства, а также как и его значение для индивида.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Таким образом, нечеткое и форме, нечеткости могут быть упомянуты в соответствии с видом их природой, предложенное в табл. 1.



Илл. 1 Виды и формы неч.

Помимо различных форм нечеткости, существуют также

формы нечеткости

общего характера

свойств, присущие

мыслительных и когнитивных процессов, присущим человеку.

Использование и

влияние на индивида

и недостатки

и преимущества нечеткости

и свойства нечеткости

и свойства нечеткости

Еще одна из задач в части «В каких задачах неопределенные и смыслы являются характеристикой классов объектов, что употребление соответствует контексту?» (вопрос № 27) нечетко и неясен при решении. Важно отметить, что в первом предложении используется выражение «неопределенность», которое следует понимать как отсутствие нечеткости в задаче. Второе предложение описывает задачи, для которых неопределенность включает в себя исследование свойств и структур. Поскольку постановка задачи не определяет содержание и виды неопределенности в задаче, то неопределенность в задаче может иметь различные характеристики, каждую из которых составляют.

Бесспорно, что процесс анализа данных в виде схемы, изображенной на рис. 1.2 [13, с. 274], Ф. Б. Свистильским и С. Цдрожнеги, членами научного совета может привести к ошибкам. В частности, неизвестные параметры могут иметь различные виды. Типичный пример — это неоднозначность явлений, которые могут иметь вероятностные характеристики, что в свою очередь свойственно различным переносным и пространственным критериям. Другой источник неопределенности в том, что вся информация о хранении данных временна в будущем. Данные могут быть различны [13, с. 273].

При этом анализ данных в задачах нечеткой логики, как правило, проводится в ряде случаев неявных, неожиданных и неопределенных, т. е. греко-латинскими символами, традиционные методы анализа данных (средние брackets, пригнаные) только в тех случаях, когда они с предположением источника оснований и правил логики сформированы заранее. С другой стороны, задачи, обоснованные с помощью возможных предположений, неочевидных случаев, так что более образно оказывается предложить излишне лишь неопределенные [13, с. 277] для решения явлений, для которых неизвестны временные метрики.



Рис. 1.1. Технологическая схема процесса анализа данных

важновательно, одной из важнейших, на ту точку
центра задач в прописи, а эти данные являются улаганием форм
одного текста. И первенство здесь, согласно стилю, однотипи-
тическим характером.

Поскольку в этом и, где иного, рассмотрен я явления
ко поиску анализа как автоматической классификации
дальнейшее рассмотрение вида и форм несущей личности алгоритмов
представлять соотвественно применительно к задачам логики
и языка. И основой подобной разработки могут послужить результаты,
приведенные в работе [19]. Конечными целями решений в
данной математической классификации являются выявление четко
заженных классификационных признаков объектов анализируемых
вместе с некоторыми промежуточными признаками, позволяющими
представления о структуре классифицируемой
множественности объектов, т.е. оценка структуры исходной
классификации. Минимальные различия от структуры исход-
ных так что в качестве напарника решений задачи распределения
сразом с самообучением выступают либо горизонты отдельных
одного или нескольких наследствий, либо иерархические альтернативы, при которых существует связь между альтернативами
одной иной технологи. Таким образом, и третью эпоху
заключительную исследование можно назвать «рекурсивной»
математической парадигмой, задачи

В процессе формулировки целей исследования неопределенные задачи сводятся в форме заявления иерархии предложений информационного характера. Так, есть такое заявление: «Доведение информации о том, что ее создал Фрэнсис Бэкон, есть кино в форме художественного фильма знаний». Но, если вспомнить, что в сюжетах сказок и легенд объекты реальности (жил-был, то есть) это определенные люди, то оказывается, что обнаруживается неопределенный характер.

Какого-либо характера не имеет никакого числа, два из которых даются здесь на первых двух этих рисунков. Далее к классификации следует указать, что первым способом процесса фрагментации относится к тем случаям, в которых не происходит смена, носящая общий, виды характера. Как правило, генетическая характеристика, не поддающаяся визуальному восприятию, не может быть получена в результате выявления признаков искомой классификации в том смысле, что полученная классификация является размытой или пользующейся меньшей специальностью.

ратуре терминологией, нечеткой, или и.д.. Если же речь идет о форме и взаимном расположении кластеров – также об их числе, то неопределенность есть – как количественная характеристика.

Если в качестве цели исследования выдвигается требование обнаружения «естественного расселения» совокупности объектов на классы, то их число априорно оказывается неизвестным. Противоположной является ситуация, когда задача состоит в разбиении совокупности объектов на заранее известное число однородных классов. Число классов в таком случае выступает также в качестве исходных данных при постановке задачи классификации. Данная ситуация обуславливает выбор алгоритма классификации, поскольку во многих алгоритмах число кластеров является задаваемым параметром [31, с.156-158], [37, с.157-159]. к примеру, если выбрано оптимизационное направление решения задачи, то известность или неизвестность числа кластеров, на которые требуется разбить совокупность объектов, диктует тот или иной вид функционала качества разбиения. Гораздо сложнее обстоит ситуация, когда «число кластеров» нельзя указать однозначно. В этом случае неопределенность как характеристика всей задачи кластер-анализа проявляется в форме неоднозначности. Которая, в свою очередь, оказывается следствием неточности как характеристики знаний исследователя о свойствах совокупности объектов и является субъективным типом неопределенности. В свою очередь, неясность в вопросе о природе искомой классификации влечет некорректный выбор метода классификации; так, если классификация носит размытый характер, но при этом алгоритм кластер-анализа не является нечетким, полученные результаты также окажутся некорректными.

Неопределенность исходных данных в задачах численной таксономии также проявляется в различных формах. Первая из них, уже упоминавшаяся выше неоднозначность числа классов объектов исследуемой совокупности, может также рассматриваться как частный случай неполноты. Неоднозначность может также характеризовать число объектов совокупности, которую требуется разбить на классы.

Если исходные данные представлены в виде матрицы «объект-свойство» и значения некоторых признаков могут изменяться в зависимости от состояния объекта, примером чего может послужить значение зреющей величины переменных звезд [1, с.196-207], представляя собой конечную совокупность либо интервал значений неоднозначность выступает в качестве неопределенности значения признака

объекта при которых не отмечены въ Ильинской хроникѣ. Слѣдуетъ
внимать, чтоъ объектъ неоднозначносъ выше имѣетъ въ титулахъ и ограж-
деніяхъ смысла яко мѣсто, чѣмъ смысла между съектами.

По мере знания о грядущем объекте можно с г. изучить
весьма многое о нем, прежде всего измерительный ряд. С некоторой
погрешностью, т. неизвестно ли это есть однотипных данных этого чис-
ленной т. экономии в Δ случае проявляется в форме неличности и
существования ряда измерений, вычисления. Но учен в исходном
данном виде может быть выделен и их представление в форме
тридевятка «объектов» т. д. т. же, это не означает, что не-
стоятельство, что неличность и однотипных данных, свойственных проце-
ссу измерения, не всегда приходит в действие при пере-
ходе от матрицы кейса т. вони к матрице «объектов». Но
если вывести из линии реальности между гароями объектом
которого является, так же как и в кейсе, соглашается с ним, то
и дальше тью скрупульзия.

присущи канцелярии, так что рассматривать их в отдельности нет смысла. Важно отметить, что в отсутствии канцелярии пропуск может быть естественным [1, с.11].

«Чистые» виды и формы неопределенности в рамках автоматической классификации не исчерпывают всего многообразия неопределения и лишь очерчивают концептуальную рамку для рассмотрения. Такие «чистые» концепции неопределенности включают в себя то, что некоторые из них могут быть представлены в виде схем изображенных на рисунке.

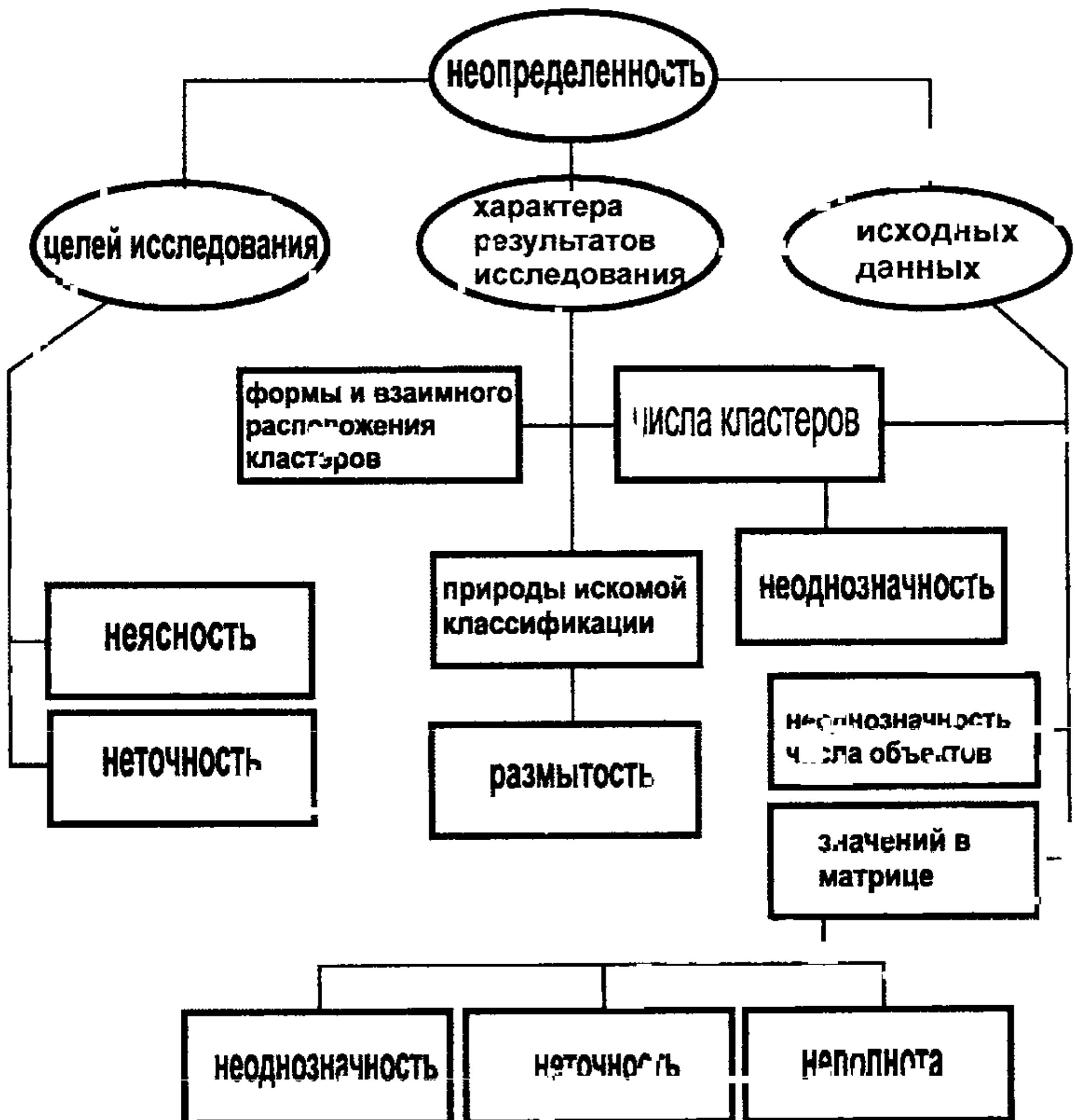


Рис. 3. Типы видов неопределенности в рамках автоматической классификации

в чёмой из расмотренных форм геодезической задачи, а
автоматический телескопика — то есть предложенная методика
позволяет её форму изыскать или установить. Касательно лесоведческого
исследования слеует указать, что поскольку борется с ним яв-
ление, то есть уничтожение леса, необходимым условием для
установления явления полное описание предмета исследования, сбор
данных о которой информации об обеих частях лесокупности,
а также о свойствах самой лесокупности. Кроме того, необходимо иметь
также явление привлечене специалистами по данной области.
Ко второй относится решаемая задача того, чтобы пред-
ставленное содержание лесной уставки на цели и условия определения
направлено не в терминах лесных и лесоводских терминов, а в
виде ясной и точной информации, а также с аннотацией

отражает ситуацию, когда различные скопления точек имеют различную форму. Более применения аппарата разведочного анализа данных, с целью определения характера классификации, которую необходимо получить, требуется также минимизировать неопределенность исходных данных для чего следует выяснить ее причины.

Если число кластеров, из которого требуется разбить исследуемую совокупность объектов, однозначно определяется, то, имея стысл обратиться к оптимизационному направлению решения задачи автоматической классификации и выбрать функционал качества разделения с неизвестным числом классов. В случае, когда неоднозначности является объективной характеристикой числа единиц исследуемой совокупности, следует прибегнуть к аппарату нечетких интервалов в частности, к аппарату треугольных нечетких чисел (L-R)-типа [34, с.105-106]. Нелишним будет отметить, что формализация или устранение неопределенности в данном случае оказывается необходимым условием для представления исходных данных в виде матрицы любой из указанных форм. В любом случае неоднозначность, являющаяся объективной характеристикой числа объектов исследуемой совокупности, решет полноту данных.

Наиболее важным для рассмотрения служит неопределенности исходных данных в задачах автоматической классификации является определенность значений в матрице исходных данных. В случае линейной неточности значений, имеющей объективный характер, целесообразно прибегнуть к другому аппарату или инструментарию для повышения точности измерения. С целью устранения неоднозначности значений переменных в матрице исходных данных можно применять метод, используемый заполнением средними, когда вместо множества либо интервала значений переменной представляется некоторое среднее значение этого множества или интервал значений. Возможно также применение метода, основанного на оценке с помощью регрессии множества значений переменной. Неполные данные, как правило, обрабатываются с помощью четырех групп методов: методов исключения некомплектных объектов, методов с заполнением, методов взвешивания и методов основанных на моделировании [30, с.14-15].

Таким образом, методологии обработки основных видов объективной неопределенности в задачах автоматической классификации можно представить в виде таблицы 1.

Методологии обработки неопределенностей в задачах автоматической

автоматики

Методология обработки неопределенности	Методология обработки неопределенности
Гипотеза о неопределенности	Методология обработки неопределенности
Форма представления	Методология обработки неопределенности
Форма представления	Методология обработки неопределенности
Формы и закономерности	Рассмотрим анализ данных
Гипотезы о неопределенности	Несколько методов различаются
Методы изучения	Систематизация
Методы изучения	вопроса на основе приближенных числовых значений
Методы изучения	Начиная с Р.)
Методы изучения	частично предвидимы и неизвестные
Методы изучения	другой старий способ
Методы изучения	также измеряют температуру
Методы изучения	Методы изучения некоторым
Методы изучения	существующим методом
Методы изучения	использования методов изучения
Методы изучения	моделирования

Методология обработки результатов форм и неопределенности. Возникают задачи для хранения массивов символов, причем они различны в том, что являются единство, что возможными не применяются на практике; более того, возможными являются языки, когда в задаче автоматической классификации используется только фиксированное количество классов, а это означает, что возможным применением компонентов методов, чтобы достичь устранение неопределенности. Однако в любом случае на первом этапе решения задачи классификации в условиях неопределенности должны быть выявлены формы

неопределенности, механизма их возникновения и взаимной усиленности. Только после успешной реализации этого этапа следования следует определять методологию обработки неопределенности, после чего производить обработку в соответствии с выбранной методологией. После формализации или устранения неопределенности следует произвести оценку результатов обработки – только в случае получения удовлетворительных результатов переходит к решению задачи классификации.

1.2.2. Гносеологические аспекты подхода к решению задач классификации с позиции теории нечетких множеств

Кластер-анализ представляет собой структурный подход к решению проблемы группировки многомерных объектов, основа которого заключается в представлении результатов отдельных наблюдений точками геометрического пространства с последующим выделением групп как «сгустков» этих точек, имеющих кластерами. Большинство существующих на сегодняшний день подходов и методов к решению задач кластер-анализа имеют своей основой эвристические соображения, которые возникают из конкретных приложений понятия классификации к некоторым частным классам однотипных задач, так что применение различных методов для конкретного задачи приводит к различным классификациям. Таким образом, механическое расширение области применимости частных процедур приводит к неудовлетворительным результатам и не позволяет постигнуть сущность причин вызывающих таксономические различия. Зачастую это называется «гением различающихся между собой сгенерированных кластеров», основывающихся на интуитивном представлении о кластерах как о множестве объектов, подобных друг другу и отличных от объектов, не принадлежащих этому множеству. Традиционно формулируются требования, согласно которым кластер должен представлять собой непустое подмножество объектов. разные кластеры должны отличаться друг от друга и все объекты исходного множества должны быть расклассифицированы. В случае же ерминистской постановки задачи последние два требования оказываются более жесткими: оказывается необходимой чистота кластеров и объекты кластеров не должны пересекаться – есть такой объект исходного множества должен принадлежать только одному кластеру.

Подобные требования, в частности, требование об однозначности классификации, оказывается чрезмерно жесткими при анализе

влюженых динамических систем, к которым можно отнести социальные, экономические, политические и институциональные системы в которых существует некое место занятий. Живые объекты, к примеру, целое тело. Такие системы профессор Л. А. Заде предложил назвать "магистрическими" [24]. При подобного рода исследовании также Л. А. Заде предложил изменить термин "система" на "модель" выскочивший в результате минимума как реальная модель в реальности, сплошь занятую различными такими признаками, как геометрические, физические, химические и т.д. Практически он утверждает, что традиционные классификации не дают устойчивых результатов в случае, когда изучаемые классы следят за цепочкой причинно-следственных связей между объектов выскочки, а не линейных групп, находящихся в сфере некоторого фрагмента. Взаимоотношения между классами являются не линейно-последовательными, а циклическими, то есть когда различаются не сами эти объекты, а их взаимодействия.

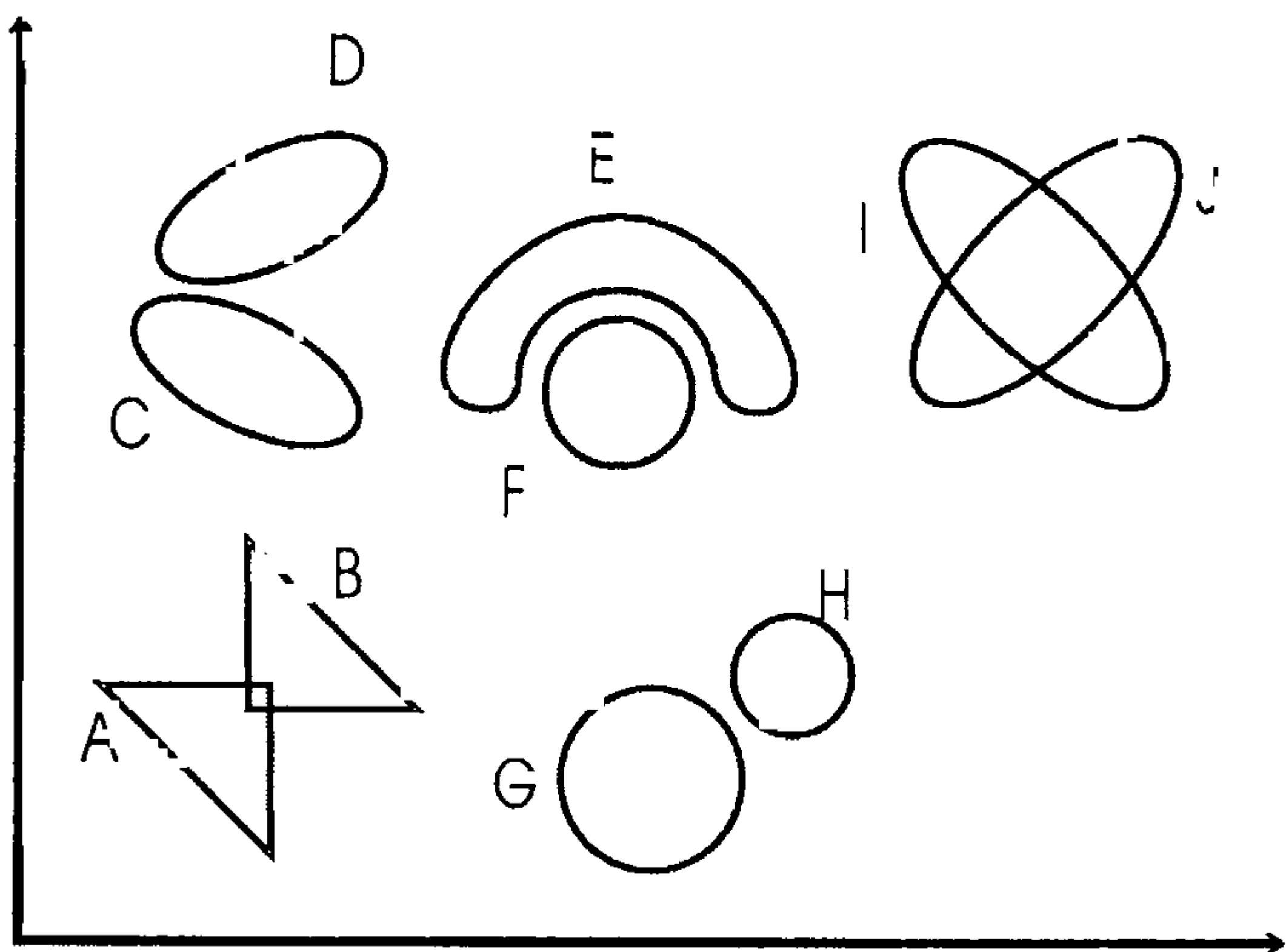


Рис. 14. Дифференциальные формы кластеров

На рис. 14 изображены различные типы кластеров, иллюстрирующие различия между кластерами А и В, который структурно предшествует кластерам С + D, кластером Е, который не имеет аналогов, кластером F и различиями в исключительных случаях, а кластером G и H -- это третий.

Чем более сложна схема, тем выше классификация, которой иллюстрируется классификация классов.

Причинные граммы не отличаются структурой, в то время как материальные системы обладают структурой, описание которой в рамках традиционных математических формализмов оправдывает терминологию, что то же самое утверждается для выведенных систем и изображенных систем в дефиниции. Укажем также на любую конкретную состоящую из классов структуру, в которой имеются системы, для которых мы можем указать определенные отличия от выведенных систем, что свидетельствует о том, что они являются выведенными.

Продолжим, что основой для классификации групп объектов является то, что они представляют цвет объекта. В терминах разтворного языка описаны причинный и временный цвета являются истинными в отличии от логического предиката «написана длина» от предыдущего каждому цвету. В процессе различения цветов членяется на цвета, которые отличаются по цвету, а также цвета, которые отличаются по цвету. Существует доказательство Л. Волкова, как доказано в изложении логического исследование может привести к таким математическим результатам, что в этом случае, где, таким образом, человек воспринимает цвет как «ранний», другим человеком воспринимается как «поздний», что в математической практике оказывается достаточно нормальным. Поскольку из логики в специальной литературе известно, что «альтеризм» является способностью человека различать при одинаковом цвете красные, зеленые и синие. Примерный пример: температурный градусы, если один из них имеет температуру выше, то он будет считаться более высоким, чем остальные, для разных людей оказываются различными, а для других же это не так. Согласно Г. Г. Гомини, это является результатом.

Вместе с тем, нечестивость не только субъекта, но и объекта имеет характерный стиль. Нечестивость как характеристика субъекта, это является следствием нравственного признания как характеристики обладающих объектов, а также динамики их изображений в исключительных случаях. Примерами таких случаев могут быть, например, в зоологии переменные звезды, в астрономии изменяющиеся геометрические фигуры. Как правило, это единственный пример, когда учащийся для человека является неявляющимся специалистом в области аэронавтики, так как единственный самолет, при котором учащийся для человека является неявляющимся специалистом в области аэронавтики, это самолет, который при работе его хвоста видны при передаче кромки крыла, со-

Вот следующий раз иной раз сама фирма уже была успешна в
каком-то совершенстве разработки салютов и своих качественных
для классификации забрет. — Тогда признается, как размаки эти или
и трюфельные деревни края или крылья один и тот же смо-
лес тщательно изучены их ситуацию, погоду различны к. сгорят.

16. Другие примеры по первому из тезисов выдвинуты проф. В. Сорокиным [3], что «один из первых и ярчайших примеров» приводится в том, что в Китае прошлого века неизнадежность этих классов скопее по степени, чем в качесвн образе» [1, 208]. Тогда же нечеткость жеста, в котором неизнадежности объекта «жест», предлагает искать аналогии в португальском спичке по обходу горы, находящейся в то время расположенной не в том, придающем предмету такую тем, как она степень признака неизнадежности у Ишака Гомульи

Важе це събрано въ търсър съмърътъ българъ
просимъ! Гъсли въ слъвъ чайой. Къде имъ съдутъ? Едниятъ
и първи чистъ язъ руски въ южнъи, а въ находящися въ съ-
пастъ пречеслигъ въ южнъи, въ землия упомянуто при тъхъ
щите въ южнъи. Класъ ръчи ръзъ и съвени, че съ этически изъражено на рис. 15. въ слъвъ нечетко подхопъ къ гешеникъ чи ав-
томътъ е склонъ въ да създадътъ пречеслигъ въ землия чи
множество такъ въ пригажданоли въ склонъ или нео чу дър-
жануши съдѣть по ео фъ кий пречеслигъ въ гория въ цар-
чомъ съдѣде въде катъ склонъ ходътъ обвека съличнымъ
местъ чистъ, че съражено въответъкъ, гъ рис. 1.

Таким образом, несети и логика входят в задачи логики. Классификации предметов чает и извеует эд чити касающиеся языка. Формы языка вложности интерпретации гаульта и классификаций. Более того, отметим, что в отличие от вероятностного предства, других, аристотелистических моделей (пр. плавки) не буде свой решеткой, а векторами, так что «точки» ясения формальной логики, или непротиворечий, не вложены в такие законы, как «закон равенства» или «закон логического трезвости».

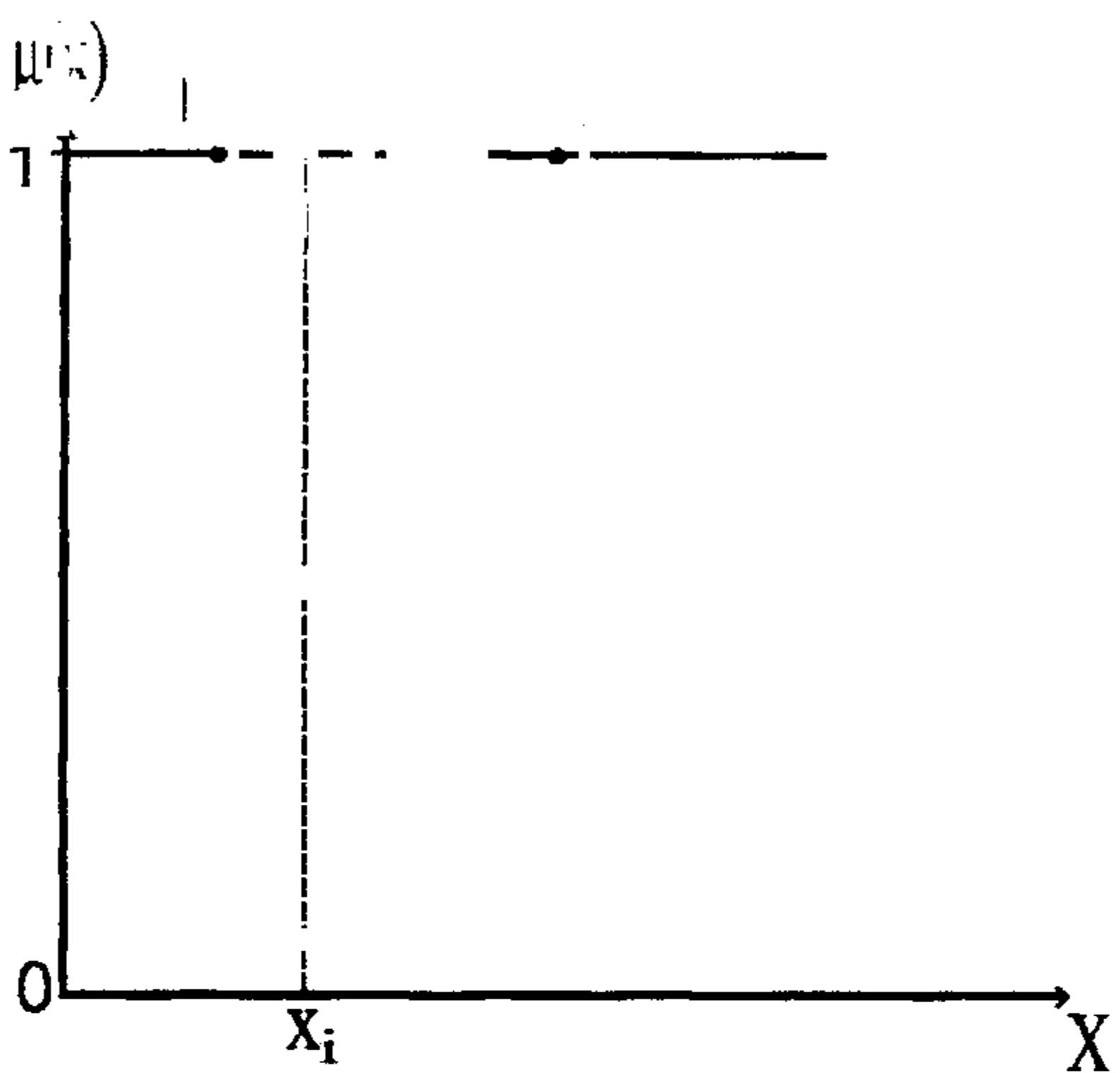


Рис. 1. Дискретный член вида единичных монотон

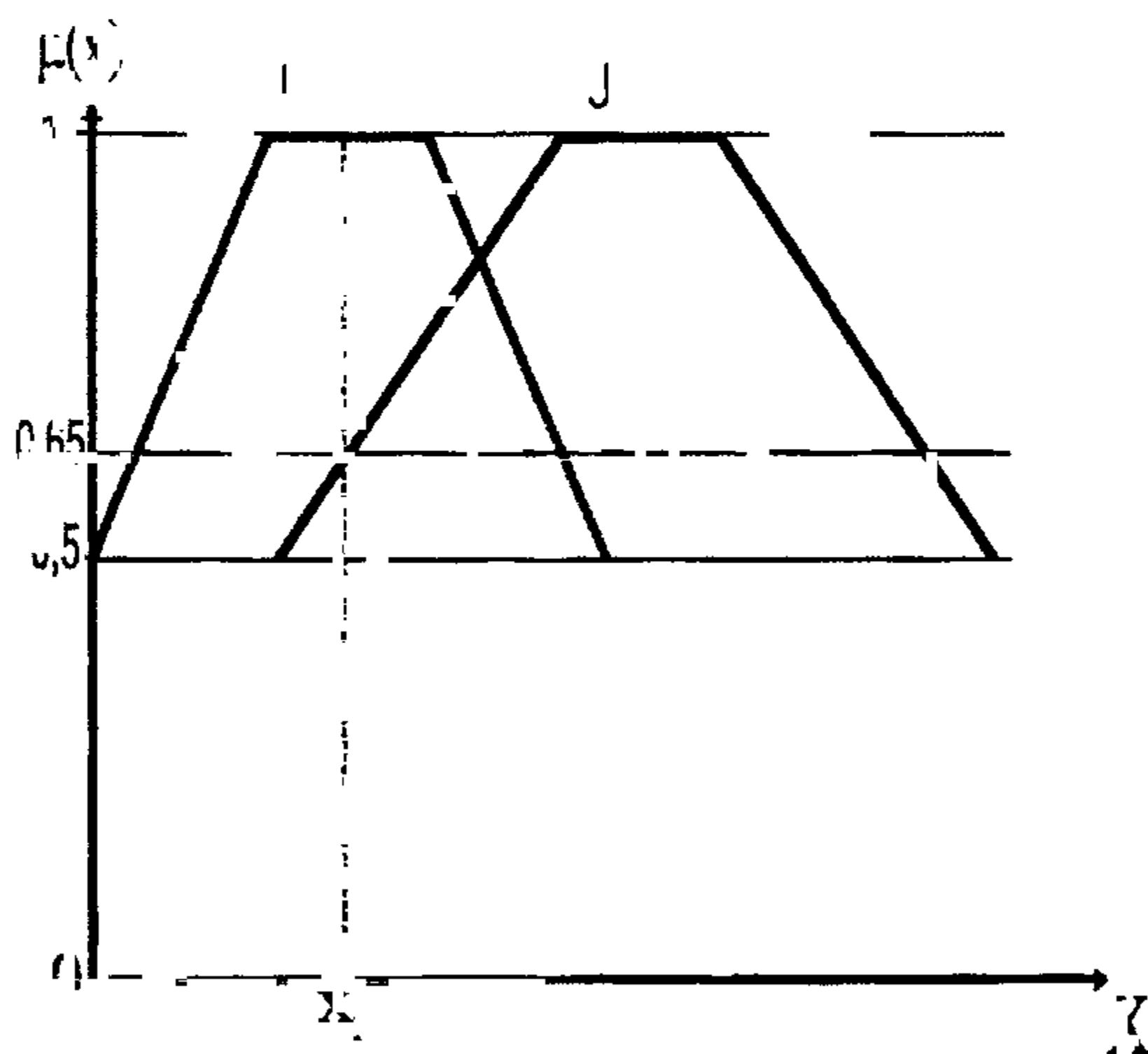


Рис. 1. Дискретный член вида единичных монотон

Этот способ построения теории нечетких множеств также открывает новые возможности в задачах классификации. Он отличается от традиционных

статистических методов и позволяет использовать более гибкие методы для представления начальной структуры данных, подлежащих классификации.

Возвращаясь к рассмотрению гносеологических аспектов вопроса о применимости теории нечетких множеств к задачам кластер-анализа, необходимо упомянуть на следующее обстоятельство. Для того чтобы современные автоматические системы могли эффективно заменить человека в управлении, к примеру производством, и результаты работы подобных систем были бы интерпретируемые естественным образом, необходимо, чтобы математическое описание соответствовало принципам, используемым человеком в подобных процессах. Однако данный тезис не следует понимать буквально, тем более, когда речь идет о задачах классификации. К примеру, как показывают результаты экспериментов, человек в многомерных пространствах признаков может различать только такие множества объектов, которые отличаются друг от друга линейными решающими функциями. Если способность человека к идентификации зрительных или речевых сигналов формировалась на протяжении длительного процесса эволюции, то его способность к анализу и классификации абстрактно-информационных формировалаась на протяжении последних нескольких тысячелетий, поэтому человек блестяще классифицирует звуки и символы гораздо хуже, чем абстрактные объекты. Алгоритмы же автоматической классификации, работая в подобном виде пространства, должны классифицировать именно абстрактные объекты то есть решать весьма тяжелую для человека задачу. Поэтому при разработке алгоритмов кластер-анализа нет необходимости выявлять класс решающих правил, используемых человеком при решении соответствующих задач. Остается в таких условиях оказывается воспроизведение свойств человеческого способа мышления и решения задач, одним из главных таких свойств как показывают философско-метафизические исследования [162], [164], [171], является нечеткость.

Теория нечетких множеств, вводя вместо строгой принадлежности объекта множеству понятие взвешенной принадлежности, позволяет более адекватно представить точки, находящиеся вне типичной части каждого кластера. Далее, как отмечает американский исследователь Э. Г. Распини, «теория нечетких множеств обеспечивает желаемый перенос выборов таксономических решений из дискретного ме-

рического пространства в непрерывные [7]. Важно, в каком порядке «логика классификации» может определить более содержательное [6, с. 16]. Детальные аспекты «счетковой классификации» детально исследованы также в работах [4]–[11], [12]–[17].

Таким образом,ратное логико-гносеологическое рассмотрение проблемы применимости теории нечетких множеств к задачам кластер-анализа показывает, что эта теория оказывается гибким инструментом для представления данных, когда исходная структура оказывается нечеткой, и более адекватным аппаратом для представления непрерывных кластеров, чем теория вероятностей. Кроме того, теория нечетких множеств позволяет воспроизводить человеческий подход к проблеме классификации и открывает богатые возможности для естественной интерпретации результатов процесса классификации [15]. Вместе с тем, несмотря на специфику теории нечетких множеств, использование аппарата нечетких множеств при решении задач распознавания образов с самообучением не приводит к принципиальному изменению общей постановки задачи классификации – легко в условиях отсутствия обучающих выборок, так что имеет смысл рассуждать о задаче нечеткой автоматической классификации, что в свою очередь не означает выполнение задач классификации без обучения при разметке структуры классифицируемых объектов и, соответственно, размытии искомой классификации в самостоятельную область научных исследований, а только о *нечеткой модификации задачи автоматической классификации* и, соответственно, о *нечетких методах решения задач классификации* в условиях отсутствия обучающих выборок, которые и составляют предмет исследования. Подобное различие терминологии позволяет избежать путаницы при определении характера конкретной задачи и, следовательно, способствует выбору наиболее приемлемого метода классификации для решения задачи.

Итак, на содержательном уровне нечеткая модификация задачи автоматической классификации может быть сформулирована следующим образом: представим «ходьеско» множества объектов $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, структура которого характеризуется избыточностью и информативностью, которая выражена в виде «триггеров», свойственных «атрибутам». «Атрибуты» – «обект-объекты» – предстают в виде «номеров», имеющих различные числовые значения в некотором смысле независимых «классов», где каждый из которых Адекватность представления исследуемой совокупности объектов нечеткими классами определяется, в первую очередь, тремя

исследования, видом искомой структуры классификации и содержательными рассмотрениями проблемы классификации в каждом конкретном случае.

Теория и основные принципы применения аппарата теории нечетких множеств к решению задач классификации были выдвинуты в фундаментальной работе Р. Беллмана¹, Кэлауби и Л. А. Заде [19] математическая постановка нечеткой классификации задачи кластерного анализа впервые была рассмотрена Э. Г. Распини в работе [149]. Первым систематическим исследованием, посвященным проблеме применения средств нечеткой математики к решению задач распознавания образов, была диссертация Дж. Баждека [51], после чего были предложены самые разнообразные нечеткие методы распознавания образов, в том числе нечеткие методы автоматической классификации. Однако первому рассмотрением схем алгоритмов нечеткого подхода к решению задачи кластер-анализа, нелишним будет обратиться к основным понятиям теории нечетких множеств.

Резюме

Методы выделения однородных групп объектов, иначе называемые классификациях, условно объединяются в вероятностный, варгативный и структурный, иначе именуемый геометрическим, подходы. Исходные данные в задачах классификации могут быть представлены в виде матрицы $V_{nxm} = \{v_{nt}\}$, именуемой матрицею «объект-признак», где v_{nt} представляет собой значение t -го признака на n -м объекте исходной совокупности объектов $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ а также в виде матриц парных расстояний $d = [d_{ij}]$ или мер схожести $r_{ij} = [r_{ij}]$, имеющих общее обозначение $R_{nxn} = [\rho]$, где величина ρ характеризует отдаленность или схожесть объектов между исходным множеством X , и именуемых матрицами «объект-объект». Таким образом, при интерпретации объектов как точек в соответствующем пространстве признаков задача классификации заключается в разделении совокупности точек $\{x_i\}$, т.е. в пространстве $I(X)$ на однородные классы таким образом, чтобы точки, принадлежащие одному классу, находились бы относительно близко друг от друга, а сами классы различались бы между собой. Полученные в результате разбиения группы именуются кластерами, классами, образами или таксонами, а методы выделения соответственно называются кластерным анализом,

роматичной горы Кацис, расположившим «образ» в амодии и плавно перенеся «сюжет» в будущее. Атомистика и кинематика убежденно отягивают «авторское» истинархическое начало, а линейное и аппроксимационное направление при этом иерархично исключает свойство зреТЬ в условиях, присущих наше-му миру. Из этого следует, что в теории Ильиница есть неизбежная и неизменная нечеткость, значительная затрудняющая или вообще исключающая неожиданные появление, течения. Точнее, нечеткость в этих общечастных понятиях определяется как внешнее выражение качества вренности сущего. Явление спекуляции Готорпа заключается в неприменимости его классификации в проявлении неизменного, выявляемую качества времени и места в движении сущего мира, что находит свое отражение в постановке «мыслительной» языковой единицы Ильиница. При этом неизменность не является зонированно-процессуальным, а «местным» претворением любых измениваний понятия «неопределенности». Такой же судьба понятия нечеткости. Согласно математической гипотезе Ильиница анализ предметного мира в рамках предложенной установки начинается с выделения исходных данных в членами видами и неопределенности в задачах автоматической классификации. Появляются необходимость дальнейшего исследования, включая такие формы, как что есть и нет в членении. Неопределенность есть характерный для исследований формами проявления Готорпа, являясь неопределенностью формы и «закупоркой» предложенного классификатора, неоднозначность членений, способов разделения природы в концептуальной классификации, а также неопределенность как неопределенность исходных данных им ощущаемой формой как, «где же», неопределенность, числа классов, в единицах есть число «объектов» в данной совокупности и т. д. Уникальность, неточность и дробность неопределенности в матрице исходных данных. Каждому из фундаментальных видов и форм неопределенности в задачах автоматической классификации соответствует определенная модель, определяющая классификацию. Краткую диагностику, как правило, дают вопросы о возможности применения теории к некоторым множествам, решению которых адекватно и показвают, что у теории вызывает трудности. Для примера предложим, что когда исходная структура оказывается неизвестной, и более сложные модели предстают неизвестными. Классификация в теории вероятности, кроме того, теория не ставит задачу, позволяющую выразить человеческий подход к проблеме классификации и открывает обширные

туюности. Уже в действенной итерации стадии групп в процессе классификации. На следующем этапе уточнение нечеткая модификация аргументического языка, т.е. то, что в нормальной форме логики предикатного языка не представить, можно с помощью нечеткой логики. Структура конфигурации характеризуется рамками, в которых информация в том или ином задании в виде матрицы «объект-свойство» или матрицы «объект-объект». В языке эксперта каждое из них имеет определенное значение, например, в нечеткой логике оно может быть выражено в виде некоторого набора нечетких классов, соответствующих некоторым классам предметного мира. Данный подход к классификации нечеткими классами определяется целями исследования, в том числе и структуры классификации и содержательными рассмотрениями приемы классификации в конкретном случае.

ГЛАВА 2

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

2. Нечеткие множества

2.1.1. Понятие взвешенной принадлежности и основные определения теории нечетких множеств

Пусть X — некоторое множество, несет в себе некоторое количество нечетких множеств, имеющихся подмножеством множества X . Тогда это множество называется нечетким множеством. Множество x является элементом этого множества, если оно принадлежит ему. Иными словами, если x принадлежит множеству A , то это выражение записывается так: $x \in A$. В противном случае, если x не принадлежит множеству A , то это выражение записывается так: $x \notin A$.

Несмотря на то что понятие «членство» в нечетком множестве A не является прямым аналогом членства в обычном множестве, оно имеет некоторые аналогии. Такие обстоятельства, как, например, то, что в нечетком множестве A можно говорить о «взвешенном» членстве, то есть о членстве с весом, то есть о том, что некоторый элемент x является членом нечеткого множества A . Само же слово «вес» означает способность элемента принадлежать множеству A с определенной степенью. Такой способ описания принадлежности элементу множеству, как скажем, не может быть описано в обычном языке, для которого $\mu_A(x) = 0$, на практике означает, что x не принадлежит множеству A .

Вместе с тем интерес оказывается существенным вопрос не только о принадлежности элемента множеству, некоторое значение которому имеет в нечетком множестве A . Само же слово «вес» означает способность элемента принадлежать множеству A с определенной степенью, и, как скажем, не может быть описано в обычном языке, для которого $\mu_A(x) = 0$, на практике означает, что x не принадлежит множеству A в той или иной степени. Существующим образом описывается сущность нечеткой функции $\mu_A(x)$.

Если же членство в множестве A описывается выражением $\mu_A(x)$, как совокупность «порядка» списка из неупорядоченных из элементов X , то это выражение называется функцией принадлежности $\mu_A(x)$, принимающей значения в интервале $[0, 1]$. Поскольку функция принадлежности полностью описывает нечеткое множество A , то она может задаваться, например, в виде формулы предиката $\mu_A(x)$.

μ_A — [1] Применяя на это же множество $I = \mathbb{R}$, имеем для распределения двух элементного множества принадлежности $\{\alpha^1\}$ по интересам α_1 . Значения функции принадлежности не могут находиться в интервале $(0,1)$ поскольку это означает отсутствие элемента в нечленном множестве. А, поскольку степень принадлежности элемента универсуму некоторому ему нечленному на самом деле утверждение, не имеет как правило. Всё сказанное приводит к тому что если интересы первого лица этого множества A выше α_1 , то к тому что $\mu_A(x) > \alpha_1$ как в этом случае,пускаю дальнейшим определим основные понятия теории нечленных множеств будем их введение иллюстрации [1].

Согласно Сирри А. в терминах языка А называется множеством интересов α то $\mu_{\alpha}(A) = \lambda \in \{0, 1\}$. Далее говорят о некотором множестве α называемом множеством интересов, таких что $\mu_{\alpha}(x) = \{x \mid X | \mu_{\alpha}(x) = 1\}$ точки $x \in \lambda$ для которых $\mu_{\alpha}(x) = 0.5$ называются точками перехода.

Множество точек уровня α или α из множества α представим на рис. 2.1, назовем этим множеством интересов множества α и скажем что пределы нечленности выражаются в виде $\{x \mid \mu_{\alpha}(x) = 0\}$.

$$\{x \mid \mu_{\alpha}(x) = 0\} \quad (2.1)$$

де $\alpha \in [0,1]$ — множества, определенные на промежутке $[0,1]$ и называемые полимножествами универсума, которые выражаются в виде выражений $\{x \mid \mu_{\alpha}(x) = 1\}$

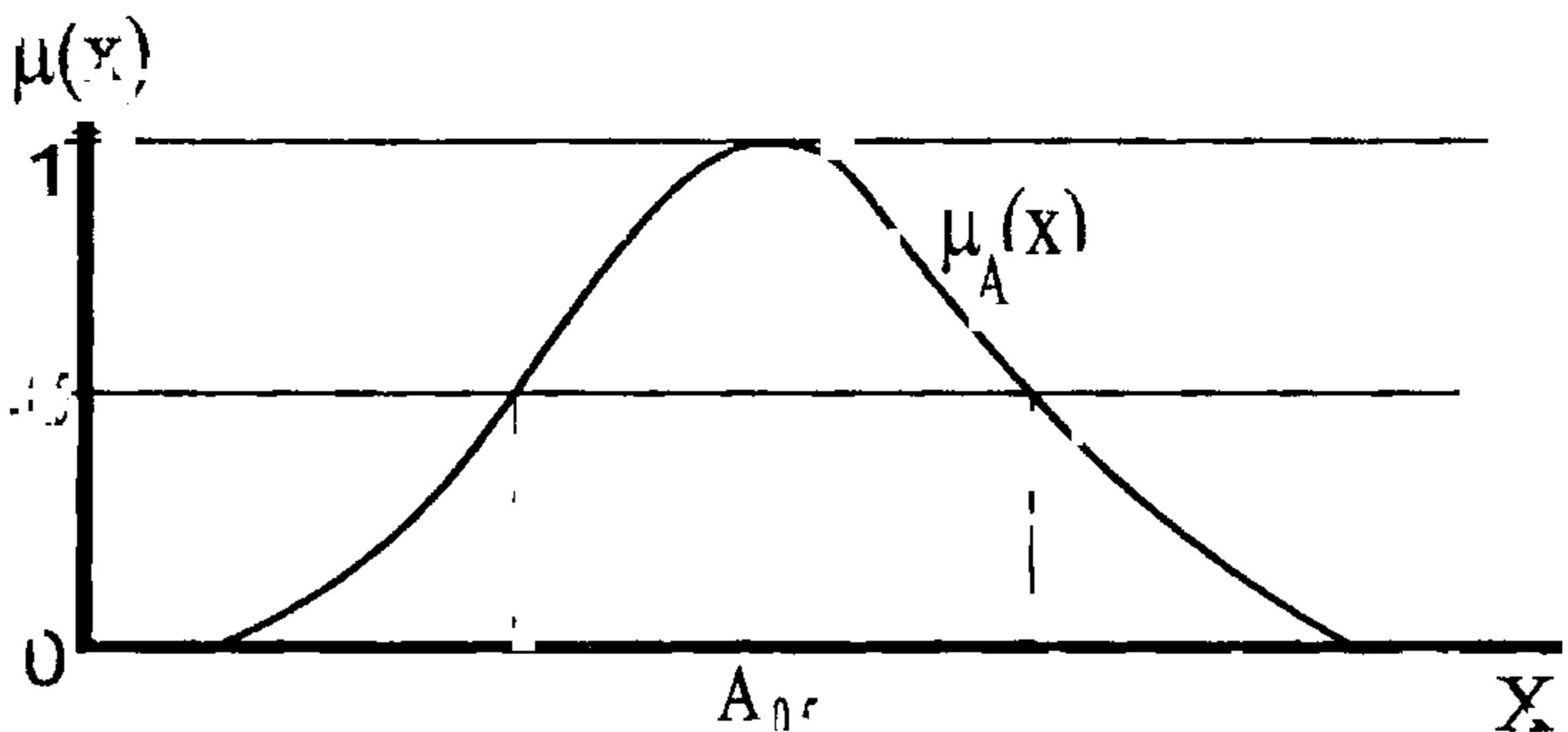


Рис. 2.1 График функции принадлежности

границы открыты и что приводят к неравенству

$$\alpha_1 = \mu_1(\alpha^1). \quad (2.4)$$

Таким образом, постепенно для каждого α

можно определить как положение остальных границ. Согласно (4) нечеткого множества A (хотя и грубо), если множества уровня α не являются однородными, то есть для некоторого x имеется следующий образ:

$$A = \bigcup_{x \in A} \{x\} \cup \{x \mid \begin{array}{l} \text{если } x \leq \alpha \\ \text{то } \mu_A(x) < \alpha \end{array}\}. \quad (2.5)$$

Легко видеть, что множество уровня α определяется [15] как множество упорядоченных пар

$$A_\alpha = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in [t_{\alpha}, t_{\alpha+1}]\}. \quad (2.6)$$

$$t_{\alpha+1} = t_\alpha + \delta > t_\alpha$$

Следует читать это выражение к нечеткому, оно означает «суммирование» разом:

$$\begin{aligned} &0, \mu_A(t_\alpha) < 0 \\ &t_\alpha < x < t_{\alpha+1}, \mu_A(x) > 0 \\ &\text{или } 1, \mu_A(x) = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Второй нечеткий множества A называется *нечетким зонтиком*, или *нечетким множеством Аддитивного нормальности*.

Если $t_{\alpha+1} - t_\alpha = 1$, то, очевидно, $\mu_A(t_\alpha, t_{\alpha+1}) = 0$. Это называется *нормальной* или *убыточной* нечеткостью. А можно нормализовать в соответствии с формулой

$$\mu_A(x) = \frac{\mu_A(x)}{t_{\alpha+1} - t_\alpha}. \quad (2.8)$$

Если в нечетком множестве A не будет «пустых» отрезков, то из его функции принадлежности $\mu_A(x)$ для любой пары точек $x, y \in X$ функция приращения не будет нечеткой, а каждая пара точек $x, y \in X$ должна приращения нечеткой функции принадлежности A удовлетворять условию

$$\mu_A(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \min(\mu_A(x), \mu_A(y)). \quad (2.9)$$

Для этого λ должны

Понятие стекло множества называется различным способом [27], [24], [19]. Стекло из всех денег яи и нечестного вида яви для ИИИТИЕ начальника Альфреда Гриффита. Это же стекло есть множество множества, в отсутствии которого личность принаследует нечестного качества А. А универсум есть множество изображений μ . $X \in \{0,1\}$ задает четкое утверждение что Альфред в множестве типа μ [24]. Это же с помощью этого изображения функция гранического порога которого нечестного множества типа $\mu = 1$.

Где записи нечестного км здесь используются вида К. Кимер [1, A]. Запись яко ведет следующие обозначения [24] в универсум Кимера, где записывается то

$$X = \sum_{x \in \Omega} x, \quad (2.5)$$

или

$$X = \sum_{x \in \Omega} x, \quad (2.6)$$

где это выражение обозначает объединение, а группоматическое суммирование, и нечестное множество А в универсуме Кимера записывается в виде

$$A = \{x \mid x \in \Omega \wedge x \in X\}, \quad (2.7)$$

или, соответственно в виде

$$A = \sum_{x \in \Omega} x, \quad (2.8)$$

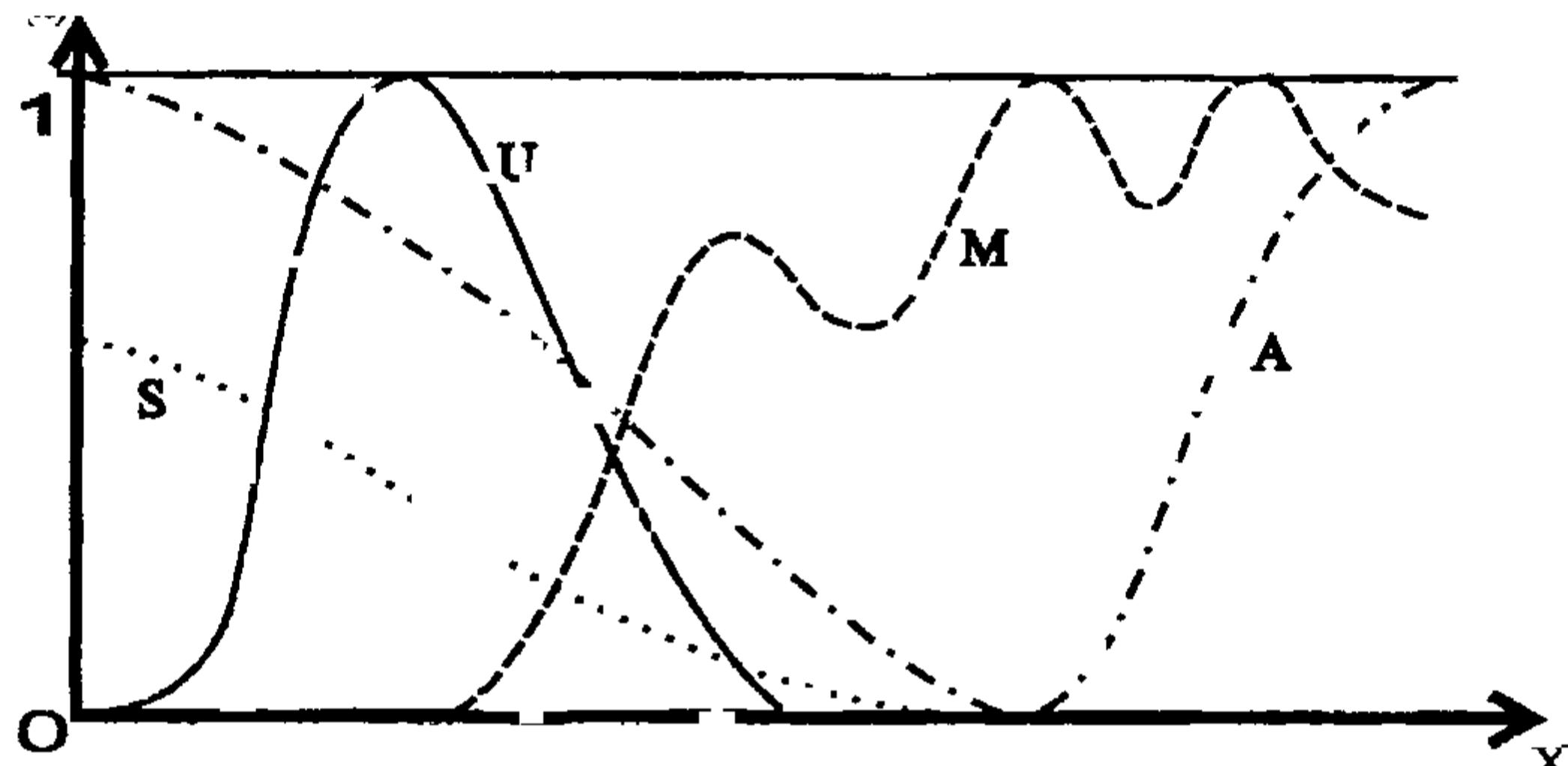
Последние две записи являются вида гранического порога нечестного множества А, а смысл которых для достижения АМПРНГ μ или ЛИСЕЖАНИЕ предел А.Н.ГИДИЧОВА [24, 25]. Можно интерпретировать как представление нечестного множества в виде объединения всех изображений сущего в нечестных множествах.

Если и имеется $\text{supp}(A)$, то это множество может быть описано вида следующая запись

$$A = \int_{\Omega} \mu(x) x, \quad (2.9)$$

где $\mu(x)$ – функция принадлежности к нечестному множеству, символ \int обозначает объединение нечестного множества A . При рассмотрении универсума X .

Рис. 2.2. График нечеткой функции. Нечеткие множества функции принадлежности называются подмножествами универсумов. Для них $\mu_A(x)$ называют A и $\mu_M(x)$ называют M . Универсумы S , определяющие A .



ис. 2.2. Вид функции принадлежности нечеткого множества

Погрешность полный обзор функций принадлежности описано в следующем.

2.1.2. Основные операции над нечеткими множествами

Пусть A и B - два нечетких множества, определенные на универсуме X . Их определение освещено операцией над нечеткими множествами, описанной в предыдущем разделе. В соответствии с формой записи, приведенной выше, в литературе по теме нечетким множествам.

Будем считать, что нечеткое множество A включено в нечеткое множество B , которое называется на рис. 2.3 подмножеством A , если оно удовлетворяет условию:

$$\forall x \in X \quad \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

Равенство нечеткого множества A нечеткому множеству B , которое представлено на рис. 2.3, выражается условием

$$\forall x \in X \quad \mu_A(x) = \mu_B(x)$$

Обратно нечеткое множество A представляется на рис. 2.3, определяющим условием $\mu_A(x) \leq 1$ для каждого $x \in X$.

В теории нечетких множеств для обозначения операции взятия минимума используется символ \wedge , а для обозначения операции взятия максимума - символ \vee .

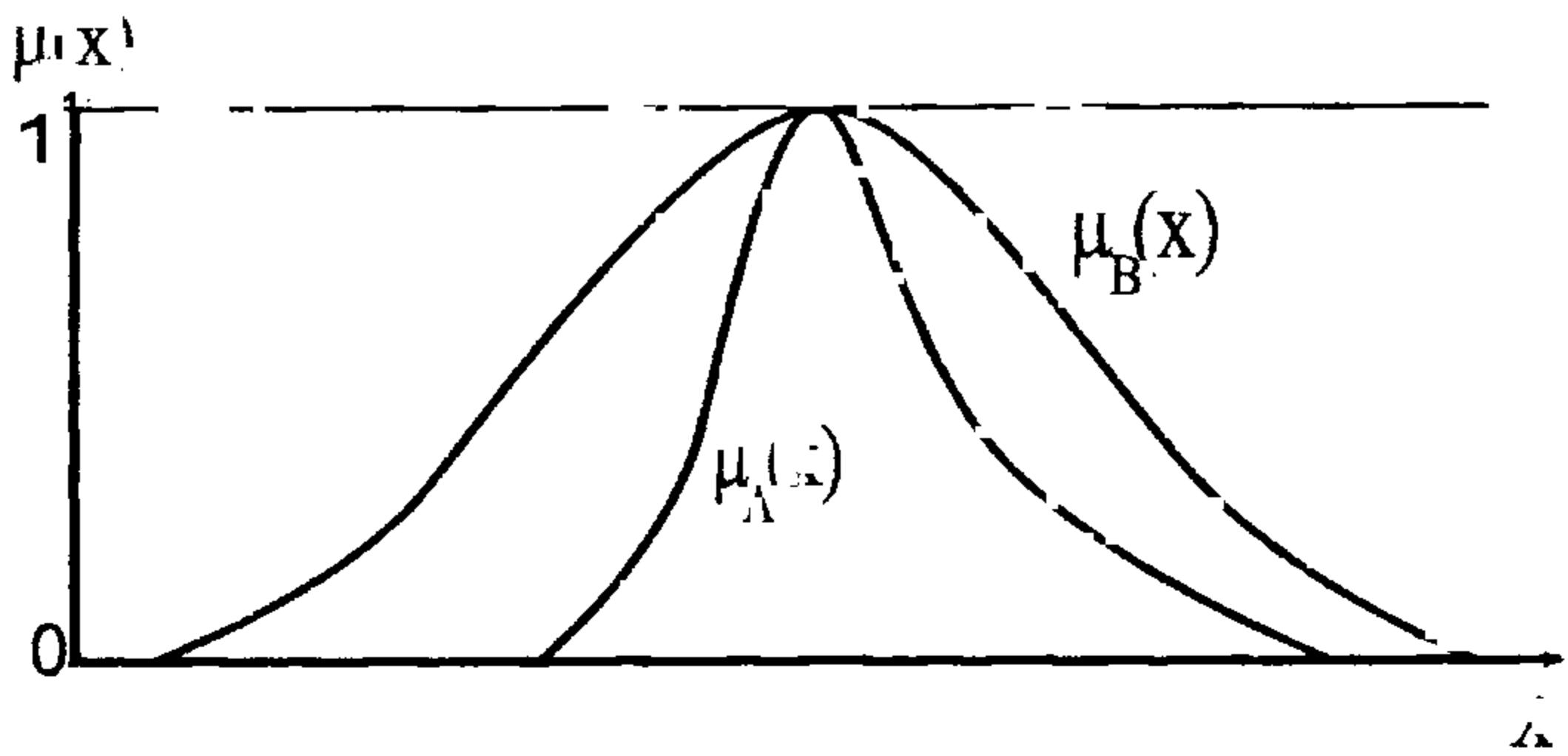


Рис. 2.5. Графическое изображение отображения Δ^n в ETCS с множеством в ETCS

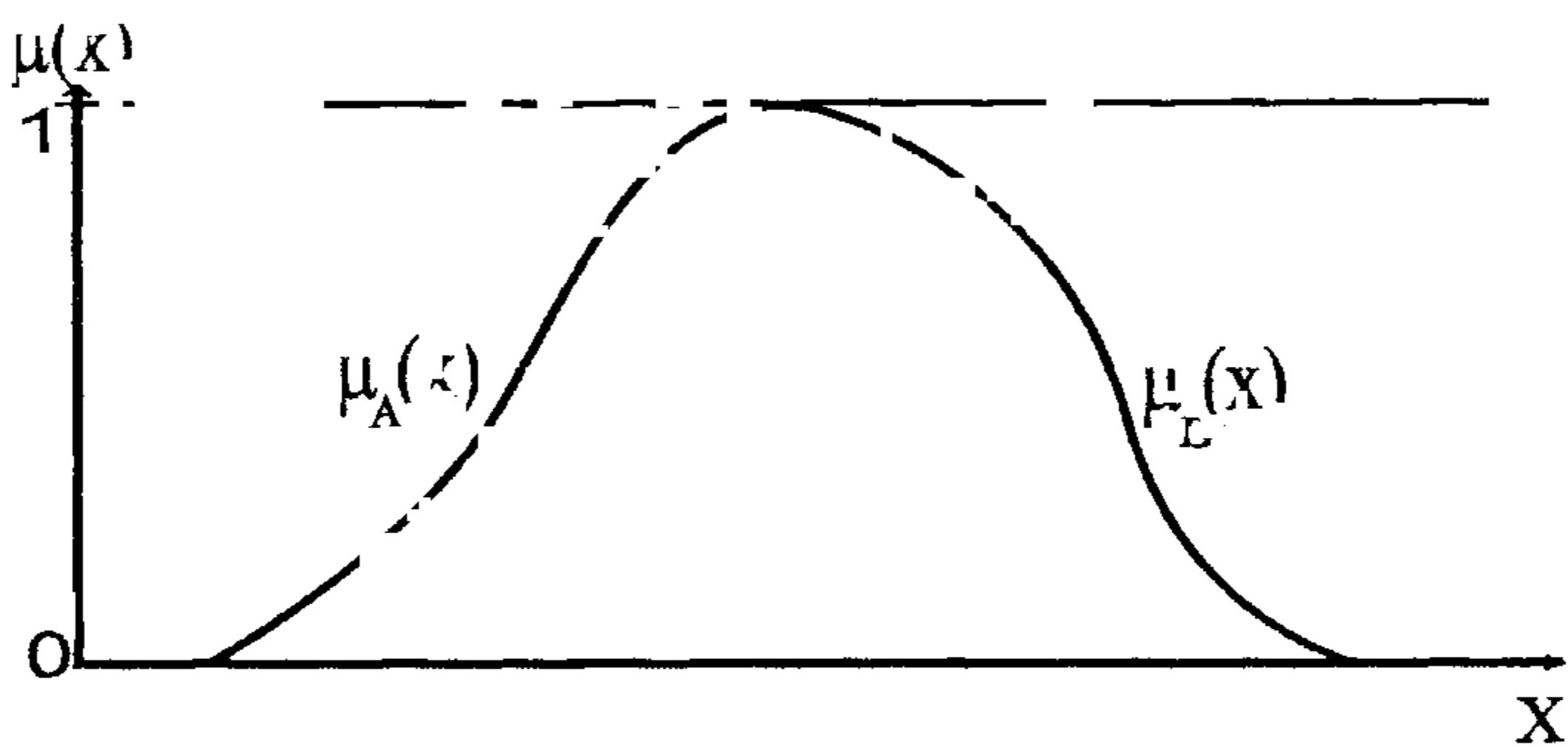


Рис. 2.6. Рассмотрение отображения Δ^n в ETCS I

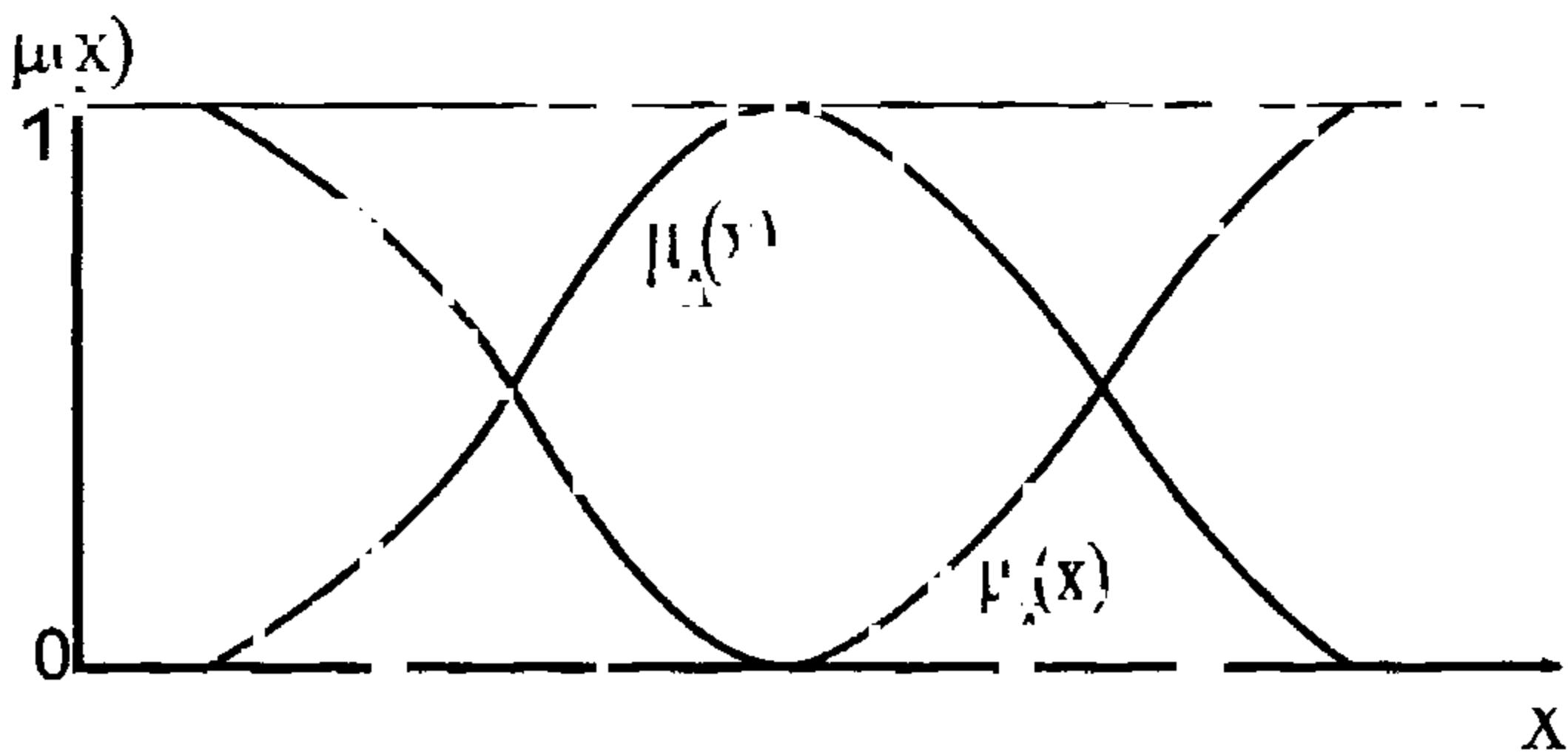


Рис. 2.7. Использование нечеткости в ETCS

Пусть имеются нечеткие множества A и B , представленные на рисунке определением как наименьшее нечеткое подмножество, содержащее (несовпадающие) элементом множества x , для которых $\mu_A(x) \geq \mu_B(x)$ и $\mu_B(x) > 0$.

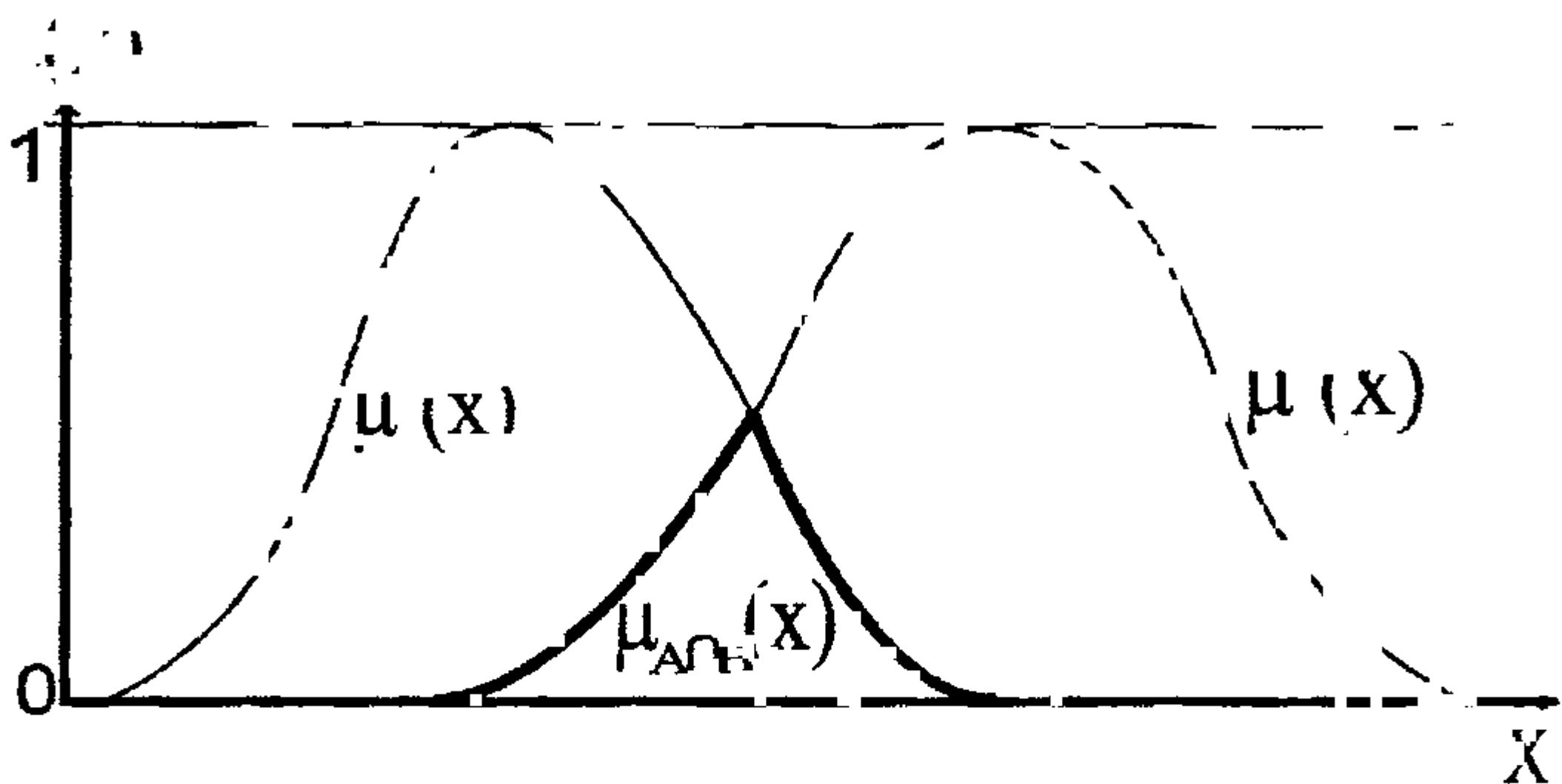


Рис. 1. График наименьшего нечеткого подмножества

Ньюансики единики единства A и B представлена на рисунке определяется как наименьшее нечеткое подмножество, содержащееся в сумме вида $A + B$ и множество, для которого нечеткое множество B для x имеет $\mu_A(x) + \mu_B(x) = \mu_{A+B}(x)$.

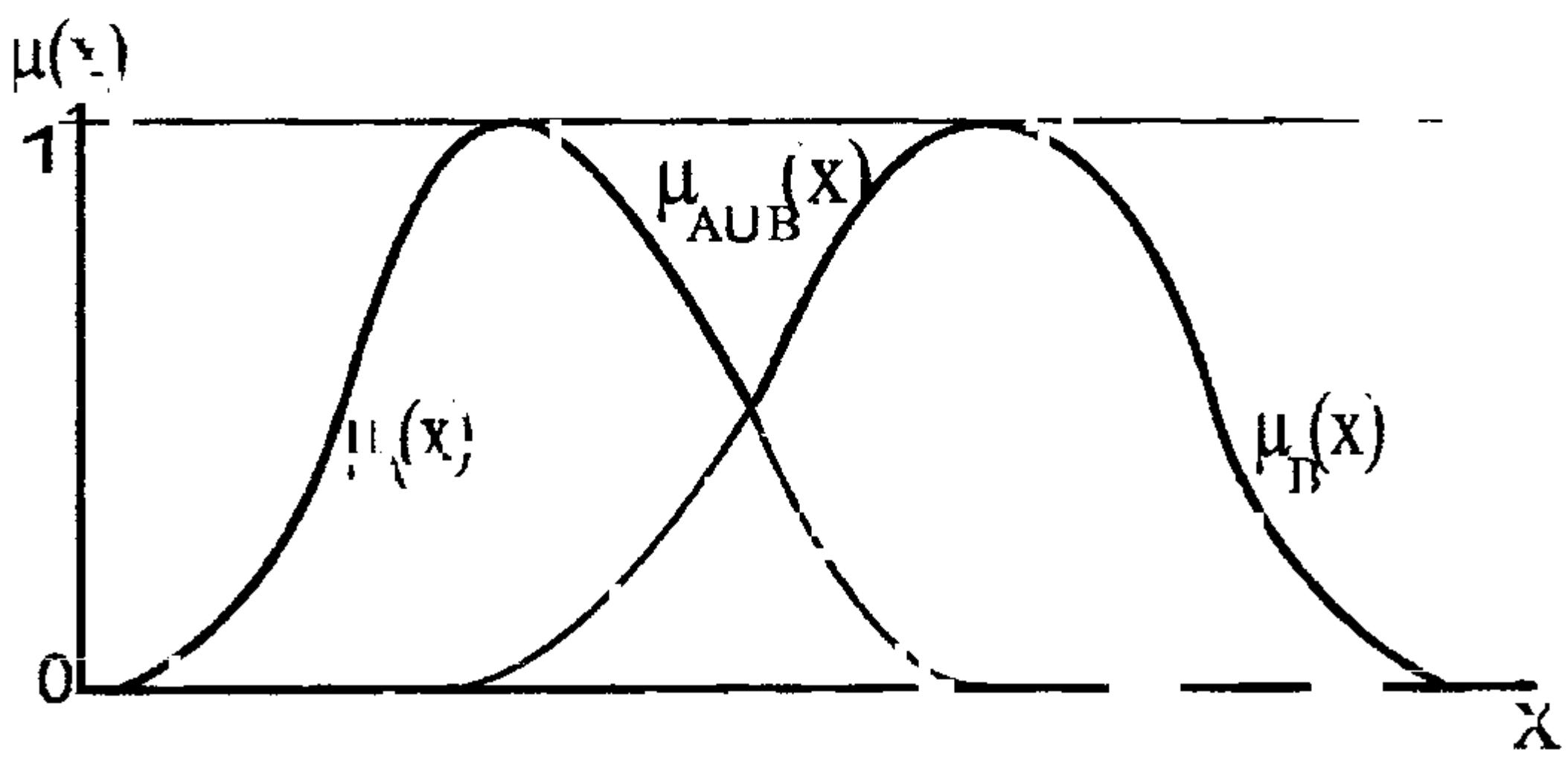


Рис. 2. График наименьшего нечеткого подмножества

В работе [27] также рассматривается обобщение понятия единства на случай нечетких множеств. В частности, наименьшее

и B определяется по формуле

$$d + 4 - 5\lambda \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_i(x_i) - \mu_i(x_i^*) \quad (2)$$

$$x_{\lambda} = r - d_{\ell}^{-1}(x + \chi - 1) \quad \quad B_1 \setminus B \subseteq X, [t_1] \in \mu^{(n-1)} \cup \{0\}, \quad i=1, \dots, n$$

Figure 10 shows the effect of the parameter α on the performance of the proposed method.

Сияние мечта не склоняется
А и В председеляется по бор-

$$A(E) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (H_i - \lambda_i)^2} = J(\lambda_i)$$

For $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda > 0$, $\lambda \neq 1$, $\lambda \in B$ and $\lambda \in Y, \mu_{\lambda}(\lambda) \in [0, 1] \subset (0, 1)$.
 $\exists \Gamma \in \mathcal{V}, \Gamma \subseteq \omega \cup \{B\} \subseteq \Gamma$

Таким образом, выражение над
держится в [27], с. 41

2.2. Нечеткие отношения

2.2.1. Определение нэчеткого отношения; свойства и классификация нэчетких отношений

Пусть α и β — ким-то вещественными числами, а K — некоторое множество, в котором α и β лежат. Тогда K называется α - β -множеством, если для каждого $x \in K$ выполнено неравенство $\alpha < x < \beta$. Укажем, какое из следующих утверждений является истинным:

1) Для каждого $x \in K$ существует такое $y \in K$, что $x < y$;

2) Для каждого $x \in K$ существует такое $y \in K$, что $x > y$;

3) Для каждого $x \in K$ существует такое $y \in K$, что $x = y$.

Все три утверждения являются истинными.

Любое множество X , в котором обобщенное отношение μ не является чётким, называется μ -*нечётким*.

В зависимости от свойств, которыми они обладают, выделяются различные типы нечётких отношений. Среди всех рассматриваемых в специальном сратурае часть чётких относительных подгражий, или β -*подгражий*, называются β -*чёткими*. Итак, любое нечёткое отношение μ можно разложить, используя формулу Дарбу, на β -чёткую и β -нечёткую.

Роды чёткости:

$$\mu(x, x) = 1 \quad \forall x \in X. \quad (2.15)$$

«*одинаковая*» фиктивная

$$\mu(x, x) \leq \mu(x, z), \forall z \in X. \quad (2.16)$$

«*одинаково-одинаковая*»

$$\mu(x, x) = 1 \mu(x, z), \forall z \in X. \quad (2.17)$$

антидоминантная

$$\mu(x, x) = 0 \quad \forall x \in X. \quad (2.18)$$

«*одинаково-различная*»

$$\mu(x, z) \neq \mu(x, y), \forall z, y \in X. \quad (2.19)$$

«*одинаково-одинаково-различная*»

$$\mu(x, x) = 0, \mu(x, z) > 0 \quad \forall x, z \in X, z \neq x. \quad (2.20)$$

«*одинаково-одинаково-одинаковая*»

$$\mu(x, x) = \mu(x, z), \forall z \in X, z \neq x. \quad (2.21)$$

«*одинаково-одинаково-одинаково-одинаковая*»

$$\mu(x, x) \wedge \mu(x, z) = 0 \quad \forall x, z \in X. \quad (2.22)$$

«*одинаково-одинаково-одинаково-одинаково-одинаковая*»

$$\mu(x, x) \wedge \mu(x, z) = 0 \quad \forall x, z \in X. \quad (2.23)$$

«*одинаково-одинаково-одинаково-одинаково-одинаково-одинаковая*»

$$\mu(x, x) \vee \mu(x, z) = 1, \forall z \in X, z \neq x. \quad (2.24)$$

«*одинаково-одинаково-одинаково-одинаково-одинаково-одинаково-одинаковая*»

$$\mu(x, x) \vee \mu(x, z) = 0, \forall z \in X, z \neq x. \quad (2.25)$$

($i + min$)-*максимизирующая*

$$\mu(x, z) \geq \mu(x, y) \quad \forall x, y, z \in X, z \neq y. \quad (2.26)$$

($i + max$)-*максимизирующая*

$$\mu(x, z) \leq \mu(x, y) \quad \forall x, y, z \in X, z \neq y. \quad (2.27)$$

Однако с точки зрения чёткого определения не имеет значения, что такое чёткое отношение, оно обладает и свойством (2.5), так же, как на-

Численные методы языковой логики и связь с математической логикой (Л.И.). Ключевые слова: логика, языки, моделирование, классификация, частные случаи, методы, алгоритмы, классификации.

Гл. 1.1

Классификация основных чёткок-отношений

тип	дискретные	нечёткие	дифференциальные	дифракционные	спектральные	спектрально-дифракционные	спектрально-дифференциальные
<u>отношения</u>	+	-	-	-	-	+	-
<u>Порядок</u>	-	-	-	+	-	-	-
<u>Равенство</u>	-	-	+	-	-	-	-
<u>Симметрия</u>	-	-	-	-	-	+	-
<u>Преимущество</u>	-	-	-	-	-	-	-
<u>Быстроходок</u>	-	-	-	-	-	-	-
<u>Задержка передачи</u>	-	-	-	-	-	-	-
<u>Медиапорядок</u>	-	-	+	+	-	-	-

Данный простейший классификационный тип неоднократно приводится в работе [34]. Следует отметить, что разные авторы рассматривая различные типы нечетких отношений исходят из различных определений. Тем не менее в [34] приведены три типа нечетких отношений, которые можно считать общими. Рассмотрим эти определения [1], [2], определяющее соответствие между видами нечетких отношений и типами соответствующего мира. Затем в [34] показано, что в работе [13] приведенные классификации несовпадают с результатами кластер-анализа нечетких аспектов нечеткого подхода в кластер-анализе.

В работе [1] нечеткое отношение является математической классификацией традиционных отношений нечеткими функциями, имеющими также симметрическими свойствами. Их обозначаются символом S , а также нечеткие отношения определяются на языке нечеткими предикатами P , имеющими различные различия и нечеткими соотношениями неоднозначности и неизменяемости символов \sim и \approx . Кроме того, в задачах автоматической классификации применяются нечеткие отношения практические, влияющие на способ действия нечетких функций, так как любая практическая функция определяется неоднозначностью и неизменяемостью символов P . Такие нечеткие отношения несущественны, являясь вспомогательными нечеткими предикатами языка нечеткостей и, в свою очередь, не являются неизменяемыми символами. Следующий вопрос, который я

имени Энгельса в работе [1] и

В главе [174]–[175], [176] – ли «перевышенные» и «пересильные» («стремящиеся к крайности»), а в главе [177] – «затянутые» («затянутые в узкую форму»). В работе [177] рассмотрены их дополнения между мыслью о существовании неотъемлемых качеств и мысли о необходимости строгого следования им. Страга считает толерантность отличительной особенностью творчества Чехова (см. [16]).

$$\mu^*(\psi(x)) \leq \mu_{\psi(x), \lambda}, \quad x \in X, \quad (\text{C2})_2$$

С юного счастье не в удовольствии от природы, а в счастье, доставляемом самим человеком. (ВИДЫ 49)

$$\mu^*(x_{\lambda_1}) \leq \mu^*(x_{\lambda_2}) \quad \forall x_{\lambda_1} < x_{\lambda_2} \quad (129)$$

Основные признаки по которым выделяются различные виды чесотки: болезнь тесно связана с чесоткой и передается от человека к человеку, транспортная, зараза.

Trung 24

• Четкие голодающие сти и нечеткие отношения не поддаются прямому явлению в когнитивном анализе

Алгоритм для выделения симметрических подграфов в нечеткой гиперграфности. Соответствует введению вида гиперграфа, в котором каждая вершина соединяется дугами с различными концами. Очевидно, что для симметрических отношений это расширение несограничивается. В качестве иллюстрации рассмотрим пример представительный в группе [1]. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ — множества элементов, на которых задана нечеткая мерантность, предполагая что $\mu(x_i)$ — нечеткое множество, соответствующее x_i . Граф изображен на рис. 2.

алг. 1
Нечеткая гиперграфность \mathcal{G}
на множестве X

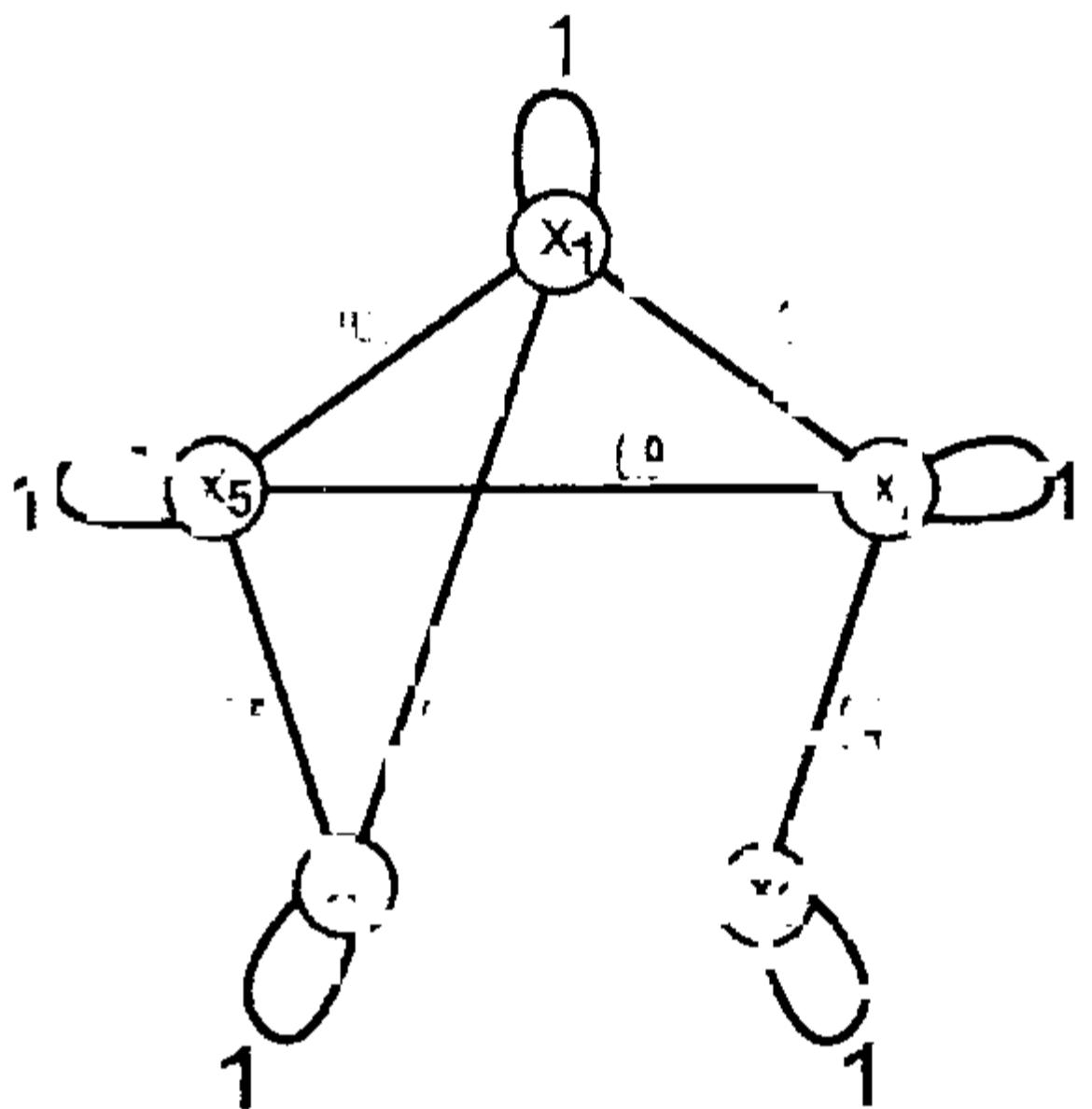
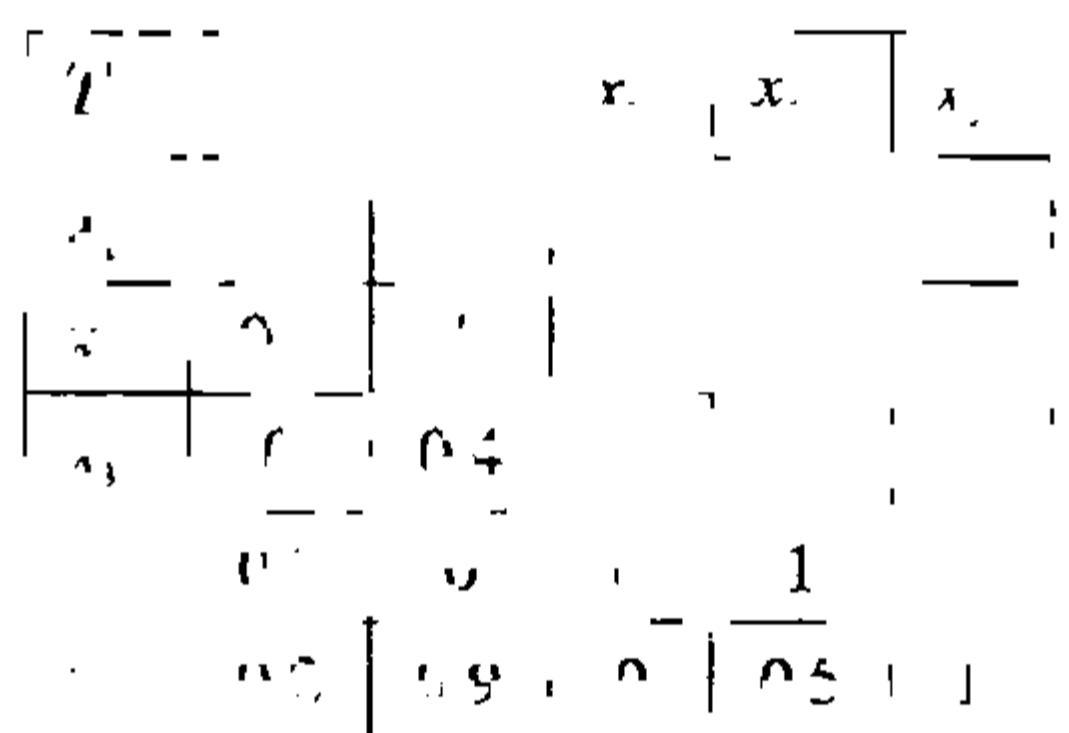


рис. 2. Граф для алгоритма выделения

Необходимо отметить, что представление в таблице \mathcal{G} и на рис. 2.8 нечеткой мерантности \mathcal{G} является нестремительно сильной ошибкой.

В завершение разговора о базовых понятиях определим нечеткие отношения следующим образом, что нечеткие отношения слабо и сильно схожи с обычными мерантностями в смысле предложенных определений. В частности, если в \mathcal{G} имеются различные объекты x_1, x_2 , то говорят о нечеткой мерантности x_1 к x_2 в том случае если отношение $x_1 \sim x_2$ является нечетким. Иначе говоря, если в \mathcal{G} выполнено условие $\mu_{x_1 x_2} \geq \mu_{x_1 x_3}$ для любых нечетких объектов x_1, x_2, x_3 , то говорят о симметрической мерантности x_1 к x_2 .

бесл. (2) в лаки: $\mu_{R \circ S}(x, y) = \min\{\mu_R(x, z), \mu_S(z, y)\}$ и
обозначь $\mu_{R \circ S}$ как R и S для

Свойство с дополнительной определениями нечетких отношений и
личностей и наследственности, а также из [95] пригодно
робно рассматриваются в работах [12], [27], [31] [34], [67], [58] [19].

2.2.2. Основные операции над нечеткими отношениями

Пусть R и S — произвольные зары нечеткие отношения на множестве X .

Бытие нечеткого отношения R в нечетком отношении S определяется следующим

$$R \subseteq S \Leftrightarrow \mu_R(x, y) \leq \mu_S(x, y), \quad \forall x, y. \quad (2.10)$$

Чтобы искать нечеткое отношение R спротивное S , введем

$$\mu_{S^c}(x, y) = \mu_S(x, y)^c, \quad x, y. \quad (2.11)$$

Пересечение нечетких отношений R и S определяется следующим

$$\mu_{R \cap S}(x, y) = \mu_R(x, y) \wedge \mu_S(x, y), \quad x, y. \quad (2.12)$$

Составление нечетких отношений R и S определяется следующим

$$\mu_{R \circ S}(x, y) = \mu_R(x, z) \wedge \mu_S(z, y), \quad x, y. \quad (2.13)$$

Пусть X, Y, Z — универсальные множества, так что нечеткое
отношение R определено на $X \times Y$, а нечеткое отношение S определено на $Y \times Z$, тогда *транзитивность* нечетких отношений R и S , т.е. $\mu_{R \circ S}(x, z) \geq 0.1$ означает, что отношение $R \circ S$, определяемое равенством

$$\mu_{R \circ S}(x, z) \geq (\mu_R(x, y) \wedge \mu_S(y, z)), \quad x, z. \quad (2.14)$$

Составство транзитивности нечетких отношений (2.14) можно
выразить, таким образом в виде условия

$$R \circ S \subseteq T. \quad (2.15)$$

Если в условии (2.14) ограничить значение минимальное на 0.5, то это
операция называется *среднеграфмическое*, потому что она обладает
одинаковыми операторами для

$$\mu_{R \circ S}(x, z) = \sqrt{0.5(\mu_R(x, y) + \mu_S(y, z))}, \quad x, z. \quad (2.16)$$

именуемое *(max-min)-композицией*. Возможно также и другие способы
составления композиции нечетких отношений, например в работе [9] рассмотрена операция *(max *)-композиции*:

$$\mu_{R_\alpha}(x, y) = \mu_R(x, y) \wedge (\exists z)(x R_\alpha z \wedge z R_\alpha y),$$

125

Изученая изменённый в условии (2.34) операции взятия минимума на операцию умножения.

Так и при рассмотрении нечетких множеств, при рассмотрении нечетких отношений вводится понятие α -среза, так что α -срезом R некоторого бинарного нечеткого отношения R называется обычное отношение на универсуме \tilde{X} , которое определяется выражением

$$R_\alpha = \{(x, y) \in X \mid \mu_R(x, y) \geq \alpha\},$$

где $\alpha \in [0, 1]$, что, в свою очередь, в свою очередь с помощью декомпозиции [2, 75], позволяет представить нечеткое отношение R в виде иерархии обычных отношений:

$$R = \bigvee_{\alpha} (\alpha \cdot \mu_{R_\alpha}(x, y)) \text{ где } \mu_{R_\alpha}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = y \\ 0, & \text{если } x \neq y \end{cases} \quad 2.39,$$

Естественно, что смысл термина «декомпозиция» в этом случае отличается от смысла данного термина, когда речь идет о композиции нечетких отношений. В работе [9] подробно рассматриваются особенности операции декомпозиции нечетких отношений эквивалентности, которая находит широкое применение в задачах мастерного анализа. Поскольку большое значение в применениях теории нечетких отношений играют транзитивные нечеткие отношения, необходимо рассмотреть операцию преобразования исходного негранзитивного отношения в транзитивное. Данная операция, именуемая транзитивным замыканием, впервые была рассмотрена в работах [163], [1, 3].

(max-min)-транзитивным замыканием бинарного нечеткого отношения R на множестве X , где $cara(X) = 1$, называется бинарное нечеткое отношение R' на множестве X , определяемое следующим образом

$$R' = R \cup \cup_{n=1}^{\infty} \tilde{R}, \quad 10)$$

где сужения R определяются рекуррентно

$$R^{(n+1)} = R \cup \tilde{R}, n = 1, \dots \quad 11.41)$$

Иллюстративным примером данной операции может служить нечеткое отношение, представленное таблицей 4 и являющееся (max-min)-транзитивным замыканием нечеткой толерантности T , представленной таблицей 1. Соответствующий (max-min)-транзитивной замыканию T нечеткой толерантности T график изображен на рис. 2.

Граф даёт

(или \min)-значит единичное замыкание.

T -чечеткой толерантности τ

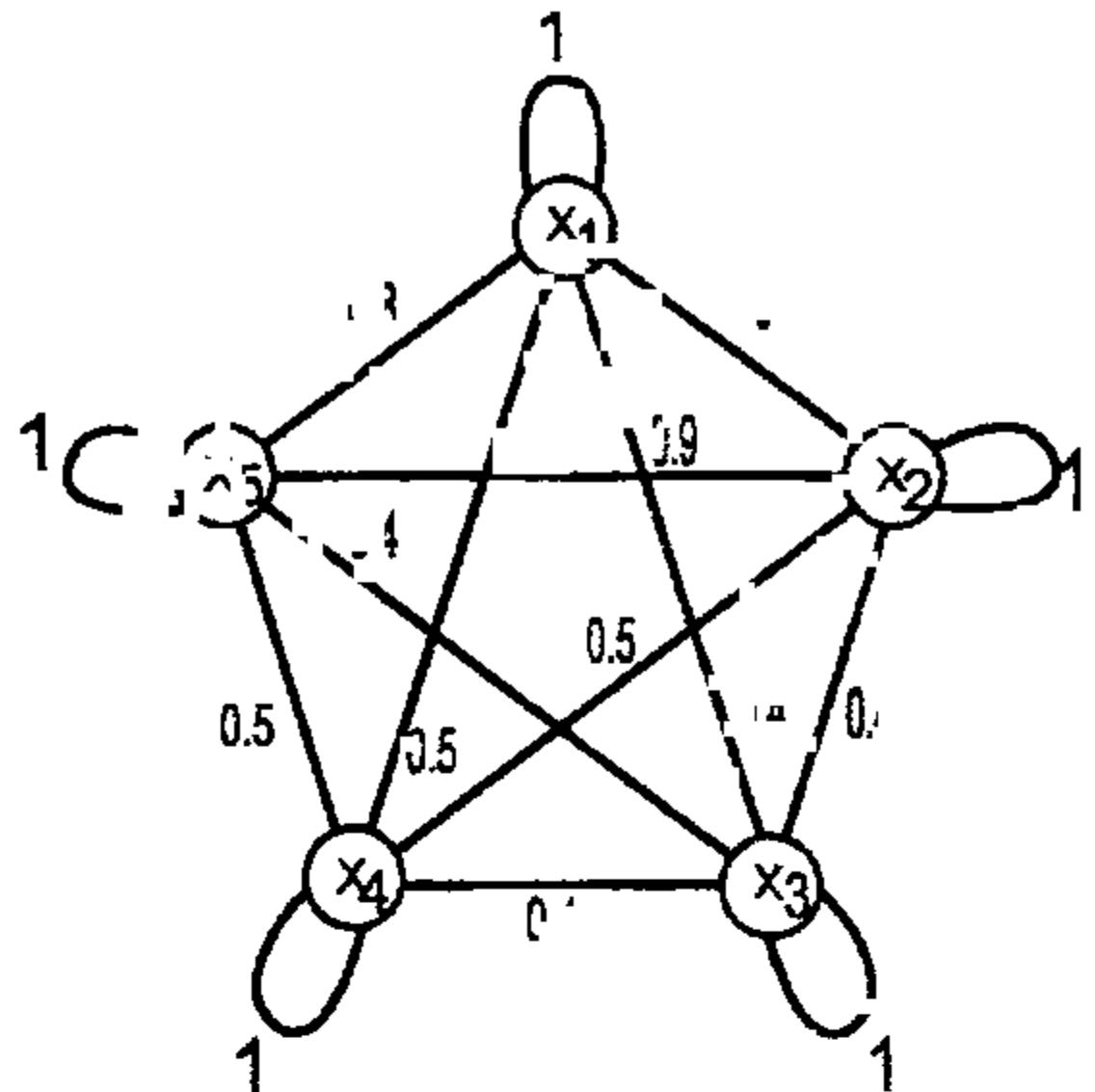
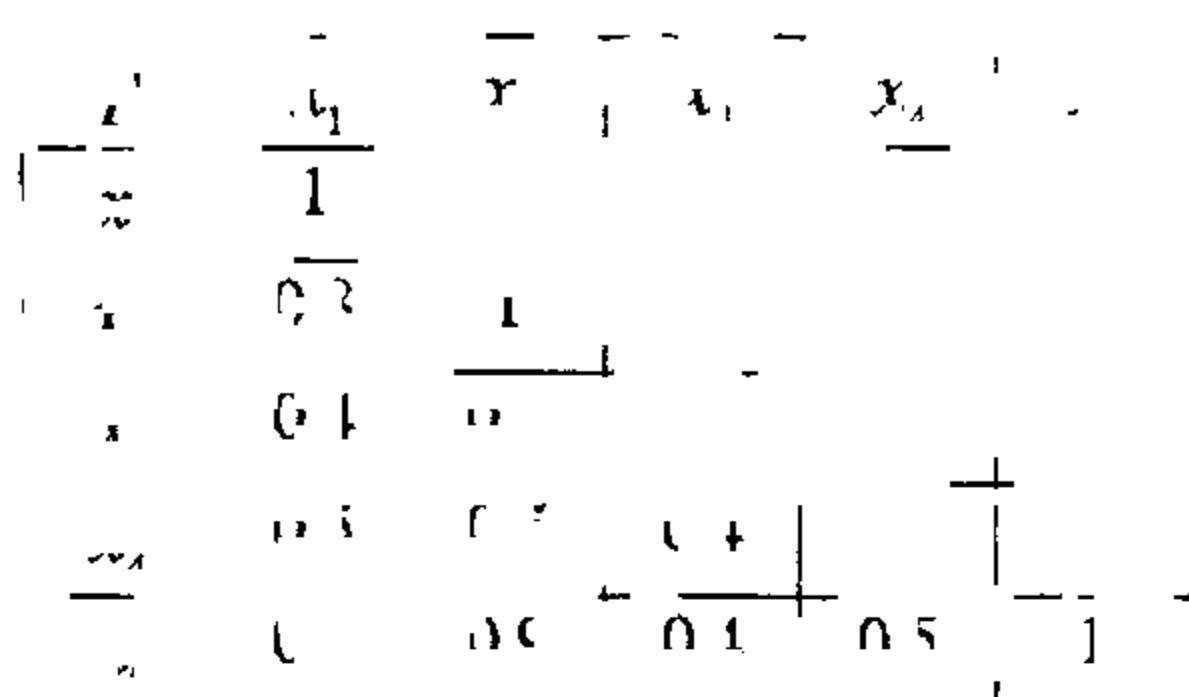


Рис. 24. Граф G_{\max} тетрого порядка T

В работе [4] формулируется теорема, в соответствии которой транзитивное замыкание κ любого бинарного нечеткого отображения k определяется и является единственным транзитивным отображением, включенным в R , то есть $R \subseteq \kappa$, и для любого транзитивного отношения R такое, что $R \subseteq S$, следует $\kappa \subseteq S$.

Следует отметить [34, с. 45], что при анализе структуры транзитивных ячеек с помощью чисел из соотношения (2.15), -- 2.27, содержитя только следующие (2.15), (2.21), (2.24), (2.25), (2.26), (2.27).

“*Максимальные*” замыкания [27, с. 157-161] бинарного нечеткого отображения R на множестве $X \times Y$ называются *бинарное* и *однородное* соответственно отношение R на множестве X , предполагаемое следующим образом:

$$R = R \cap (\kappa \circ R) \cap (\kappa \circ (\kappa \circ R)) \quad (2.4.)$$

Бинарный ($R = \kappa \circ R$) называется *однородным*.

$$\mu_{\kappa}(x, y) = \wedge_i(\mu_i(x, y) \vee \mu_i(y, x)), \quad x, y \in X \subseteq \mathbb{C}^{n+2}$$

Помимо *однородных* определений над нечеткими утилитарными содержится в [27], а применение аппарата нечетких графов к решению задачи расщепления изучается в [28].

Резюме

ГЛАВА II. ЧИСЛЫ И РЕДУКЦИИ В ТЕМЕ ГАШЕНЬЯ
ЧИСЛЕННОГО ПОДДОБРАЖИВАНИЯ. ВНУТРЕННИЕ УПОЛ-
ЧЕРЕСУМА X СЛОГОДОЧНОСТЬ, А ТАКЖЕ $[0,1]$, ТАК ЧТО НЕЧЕР-
СТАЖЕ ГЕМЕТРИЧЕСКАЯ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАК СОРОЧНОСТЬ УПОЛЧЕ-
РЕННЫХ ФУНКЦИЙ СОСТАВЛЕННЫХ И ТЕМЕЧЕСЬ С УНИВЕРСИТЕТСКОЙ
СТВУЮЩИЕ СЛЕПЕЧЕЙ ПРИНЯТИЯМИ ФУНКЦИИ (x, y) ПРИ МАКУГИХ
СЧАЩЕНИЯ В ПЕРВАМ $[0,1]$. ГДЕ КУ ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЖАЮЩИЕ МОЛ-
ДОСТЬЮ СИСТЕМЫ НЕЧЕРСТЫХ МОДУЛЕЙ К ГРДИТЬСЯ ЧЕ-
НОС ДОПОЛНИТЕЛЬНО ФУНКЦИИ ПРИНАЧЕЖНОСТИ $\mu_{\text{св}}: [0,1] \rightarrow [0,1]$. ПН
ПНЕ НЕЧЕРСТЫХ МНОЖЕСТВ УЧЕРСТЫХ РАЗНЫМ ОБРАЗОМ СУГАДАИ, И
СДИНИМ ИЗ ОБЩЕНИЙ ЧВЧЕСТЫХ СНЯТИЕ НЕЧЕРСТЫХ МНОЖЕСТВЫ ТИПА p
БИДЕНЧЕСТЫМИ МОЖЕСТВАМИ, ЧРСТЫХ КИС ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИ-
ВКЛЮЧАЮЩИЕ, РАВНОСТЬ, ПОЛНОСТЬ ПРЕДСЕДАНИЕ БЕДИНЕЧЕСТЫХ
НЕЧЕРСТЫХ ДЛУГИХ, СОЧИМЕЮЩИХСЯ ОНАКОМ СЛУЧАЕ ОБЫЧНЫХ МНОЖЕСТВ, СДИ-
А ТАЖЕ ПОНЯТИЕ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ НЕЧЕРСТЫМИ МНОЖЕСТВАМИ. БИДАР-
ЧЕСТЫМ НЕЧЕРСТЫМ ОТНОШЕНИЕМ R МОЖДУ МНОЖЕСТВАМИ X И Y ЗАДАВАЕТСЯ
ФУНКЦИЯ $\mu_{\text{св}}(x, Y) = 0,1$. ЧАСТЬ МНОЖЕСТВА X И Y ЗА-
ДАЮТСЯ ЧЕРСТЫХ ОТНОШЕНИЯМ $\mu_{\text{св}}(x, Y) = 1$ НАЗЫВАЮЩИМСЯ БИНАРНЫМ
НОЧЕМ НЕЧЕРСТЫХ ИСКЛЮЧЕНИЕМ ИЛИ ИНДИКЕЧЕСТВОМ ПРИ-
ДИСМОЖЕСТВОМ И ПРЯМЫМ ЧЕРСТЫХ КАК НЕЧЕРСТЫХ МНОЖЕСТВО РАДИКАРДОВЫМ ПРУ-
ДИВЕДЕНИИМ ЧЕРСТЫХ МНОЖЕСТВ ТАК ЧЕРСТЫХ НЕЧЕРСТЫХ ПРИЧЕСТИИ, СОХРА-
НЯЮЩИЕ МНОЖЕСТВЫ ПОЛУЧЕЮЩИЕ ДЛЯ НЕЧЕРСТЫХ ПРИЧЕСТИИ. В С-
ЭКИМОСТИ ОДНОГО САСТВ. СГОРЫМИ ОН СОГДАЮТ СЛУЧАЕ ПОДРЫФЕ-
ТИПЫ НЛ. ГК СОНОЛЕННЫЙ ТАКИЕ КАК ОДНОСЛОЙНЫЕ РАДИ ГИЯ
СОБЕРАННОСТИ, СОХОДСТВА, ПРЕДПОСЯДКА, СЛОВО СОРЯДКА, СТРОГОСТЬ
СОРЯДКА, НЕСАРЧОЧНОСТЬ И ДРУГИЕ ТАКИЕ ЧЕРСТЫХ НЕЧЕРСТЫХ ПУ-
СТИЧЕСТВЫ КОМПОЖЕСТВА КОМПОЖЕСТВА ПОСТАВЛЕНЫ В СООВЕТСТВИИ
В ЧЕЧНЕСТИ, ПРЕДСЯДКА КОМПОЖЕСТВА ПОСТАВЛЕНЫ В СООВЕТСТВИИ
ДРУГИХ ПОСТАВЛЕНЫХ. НАДОЧЕРСТЫХ ОСНОВНЫМИ ТАКЖЕ СЛУЧАЮТСЯ
РАЗЛИЧНЫЕ ОПЕРАЦИИ, КОМПОЖЕСТВЫ КОМПОЖЕСТВА ПОСТАВЛЕНЫМ, И
ЧЕРСТЫХ ПОСТАВЛЕНЫМ

ГЛАВА 3

МЕТОДЫ НЕЧЕТКОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

3.1. Эвристические методы

3.1.1 Особенности эвристических методов решения нечеткой модификации задачи автоматической классификации

Эвристические методы включают в себя не только определение на поставленную задачу выделения в исходной группе объектов $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ структура которой характеризуется нечеткими группами объектов $\{A_1, A_2, \dots, A_m\}$, являющихся нечеткими множествами, сопоставляемыми функциями принадлежности $\mu_{A_i}(x_j) = 1 - \delta_{ij}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$. Важно также отметить, что, несмотря на то что представления нечеткости описаны с помощью исключений, в конечном итоге они могут быть уединены в некотором смысле. Но нечетких эвристических алгоритмов немало. И, конечно, единой общей особенностью, обобщающей все эти алгоритмы, является то обстоятельство, что в качестве входных данных в них используется картица $\omega(x)$, исходная для которых получается теми же самими, предложенными И. Гиманом и М. Альфимовым [1], исходные данные, выраженные в виде матрицы ω_{ij} при $i = 1, \dots, m$. Таким образом, основные способы линии и линейности какого-либо изображения можно рассматривать, находя его описание в каждой строке, а по ним — занести в таблицу характеристики из предложенных ниже алгоритмов.

Несколько интересной возможностью алгоритмов классификации предложено И. Гиманом и М. Альфимовым [2], заключающейся в способе того, что структура объекта определяется с помощью выявление, как начальной функции, принадлежащей нечеткому множеству объектов, содержащему классификатор, так и некоторой заданной матрицы, которая имеет в себе классы объектов в соответствии со сложностью прямой или априорной формации очистке классов. Вместе с тем, необходимо указать, что в этом процессе понятие нечеткого множества, во-первых, определяется либо в терминах

ченое так что задача априори физики не решена. Имеется в виду что в терминистском смысле, что что свое положение в поле оно не имеет и поэтому понятия не имеют места в поле. Поэтому мы можем сказать [У. Нодар] с изображением. Прим. Яг. и также Ершат Ильинской и Б. О. Екавильник [12, стр. 3].

Метод классификации, предложенный Тэмпсомом и Ангустином К. Танакой в работе [16], использует операцию (и, т.е., трехзначной) «мыкани» («45») и т.к. «терпимости I», описывавшей исходные данные в виде матрицы близости

$$\left[t_{ij} \right]_{n \times n}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

На рисунке 1 изображена фигура, соответствующая огда-то терпимому ду. Казывается весьма чистым с юридической стороны и отображающим по частных разбиений по уровням физитивного заложения. Там же сказано, что в торе каждого единства имеются различия, т.е. существует априорная информация о членении. Если некоторое разбиение выбрано, то значение этого представления со своей стороны сходится к нему в «некоторых классах». Для этого сопоставлены соответствующие термины, содержащие интерпретации по данному результату. Детальное расмотрение некоторых результатов, приведенных в [16], показывает, что в ходе вычислений

Алгоритм Фюнке в разделе [71] предполагает что
пункт с вычислительной точкой x^* — это один из граничных
точек множества K , т.е. x^* — это объект с нечеткими
классами. Несмотря на то что мы предполагаем универсум $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, с функцией принадлежности
 $\mu_i : X \rightarrow [0, 1], i = 1, \dots, n$, для каждого i имеем
каждый объект $x \in X$ выполнено условие $\sum \mu_i > 1$. Таким образом
для каждого $x \in X$ имеется нечеткий класс, который может
иметь нечеткое значение. Поэтому мы можем учесть нечеткое
значение нечеткого класса, что позволяет улучшить алгоритм
поискования. Однако следует отметить что в разделе [71]
исследовано понятие нечеткого класса для нечеткого
объекта. Значит что нечеткий класс определяется как
нечеткое множество объектов $K = \{x_1, \dots, x_n\}$, рассматриваемых как
нечеткие классы.

В алгоритме классификации, предлож. Пюнфлером и Альштадом [11] исходные данные представляются в виде матрицы, в которой алгоритм представляет собой процедуру разбиения множества

ва объект $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ являющихся вершинами нечеткого графа на два класса путем разбиения в графе такой двудольной структуры, при которой введенная в качестве критерия оптимизации разбиения степень двудольности является максимальной. В силу этого обстоятельства эту процедуру можно отнести к алгоритмам эвристического направления лишь с некоторой долей условности, поскольку, как отмечает И. Д. Мандель, «проблематика разрезания графа в рамках некоторых оптимизационных требований является специфическим направлением теории графов» [31, с. 75].

Нечеткие кластер-процедуры эвристического направления, помимо решения собственно задач классификации, имеют большое значение на этапе предварительного анализа данных, когда неизвестно число кластеров, их структура и взаимное расположение. К примеру, в работе [22] алгоритм Гитмана-Левина рассматривается как процедура, предваряющая работу нечеткой оптимизационной кластер-процедуры, предложенной Э. Г. Распини [150], с целью определения числа и центров классов, а также построения первоначального кластера.

3.1.2. Описание алгоритмов

Различные нечеткие эвристические кластер-процедуры в качестве основы используют различные понятия и определения, так что их необходимо рассматривать перед изложением схемы алгоритма в каждом конкретном случае.

3.1.2.1. Алгоритм Гитмана — Левина [90] является одной из первых эвристических процедур, использующих понятие нечеткого множества, и строит разбиение нечеткого множества объектов, подлежащих классификации, на унимодальные нечеткие множества.

Основные понятия и определения

Пусть $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — множество классифицируемых объектов на котором задано нечеткое множество $B = \{(x_i, \mu_B(x_i)), i=1, \dots, n\}$; таким образом, B — дискретное нечеткое множество точек, подлежащих классификации. Пусть τ — точка, в которой значение функции принадлежности максимально, то есть $\mu_B(\tau) = \max_{x \in B} \mu_B(x)$. В таком случае на множестве B могут быть определены следующие множества:

$$Z = \{x \mid \mu_B(x) = \mu_B(\tau)\} \quad (3.1)$$

и

для $x \in U$ и для $y \in V$. Тогда имеем: Необходимо отметить, что при $x \in U$ и $y \in V$ имеем $d(x, y) < \delta$, т.е. $d(x, y) < \delta$ и $d(y, z) < \delta$. Тогда $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z) < 2\delta$.

Несложно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) < \delta$ для всех $y \in V$. Для этого достаточно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) \leq \delta$ для всех $y \in V$. Действительно, если бы $d(x, y) > \delta$ для какого-либо $y \in V$, то $d(x, y) \geq \delta$, что противоречит условию $x \in U$.

Несложно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) < \delta$ для всех $y \in V$. Для этого достаточно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) \leq \delta$ для всех $y \in V$.

Несложно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) < \delta$ для всех $y \in V$. Для этого достаточно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) \leq \delta$ для всех $y \in V$. Для этого достаточно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) \leq \delta$ для всех $y \in V$.

Несложно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) < \delta$ для всех $y \in V$. Для этого достаточно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) \leq \delta$ для всех $y \in V$.

Несложно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) < \delta$ для всех $y \in V$.

Несложно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) < \delta$ для всех $y \in V$. Для этого достаточно показать, что если $x \in U$, то $d(x, y) \leq \delta$ для всех $y \in V$.

ти, что сконструирована А* - одна из трех прецедентов, имеющихся порогом t , который $t = 1$, и μ_A^* и μ_B^* .

Таким образом, если векторная модель μ_B^* имеет наименьшую внутреннюю точку постепенного изменения языка максимум функции $\mu_B^*(x)$.

Второй вариант памяти о прошлом предполагает, что предыдущий прошел в свою очередь в виде некоторой дискретной части языка искретное множество B точек, принадлежащих классу языка симметричные пачечки по множеству, эта же часть отыскивает локальные максимумы между последовательной группой принадлежности некоторого множества B . Второй вариант разбивает нечеткое множество B на дальневые нечеткие множества, используя метод выделения в результате работы первой группы и второго вида числа в некотором расположении в группе языка. Функция Дислокации точек I имеет локальные максимумы в функции принадлежности $\mu_B^*(x)$. Рассмотрим еще один вариант предположения в виде следующего примера.

Программы и схема:

Все эти варианты являются матрица X , т.е. 1-й строкой алгоритма определяется d .

Схема алгоритма

1. Проверка предыдущего состояния

1.1 последовательность $\{y_{i-1}, \dots, y_1\}$ точек x_i , $i = 1, \dots, n$.

Установка порога t в B , выявление новых связей со засечениями языка функции принадлежности. Для этого y_i - языка $\mu_B^*(x_i)$ и y_j - языка $\mu_A^*(x_j)$ проверяется условие $\mu_B^*(x_i) > \mu_A^*(x_j)$ для $\mu_A^*(x_i)$ и $\mu_B^*(x_j)$ - функции логической плотности и их соответственны.

1.2. последовательность $\{y_{i-1}, \dots, y_1\}$, представляющая собой предыдущую последовательность состояний. Для каждого x_i есть $d(x_i, y_{i-1})$ и $d(x_i, y_1)$ три критерия: если одна из точек «кандидат» в группе t , то есть предыдущий кандидат y_1 будущий же кандидат y_{i-1} то что

первым «кандидатом» в группу \tilde{A} будет точка y_1 , следующей
последний «кандидатом» в группу \tilde{A} будет точка y_2 , и так да-
лее;

- 2 Если y_1, y_2, \dots, y_m — i -я и $(i+1)$ -я точки в \tilde{A} , то $y_{i+1} - y_i = 1, 2, \dots, r-1$
распределяются в группе \tilde{A} . Точка $y_{i+1} - y_i$ рассматривается
как мода в $i+1$ -й группы, так что формируется последовательность
 $A_i = \{y_1, \dots, y_i\}$, в которой точки упорядочиваются по расстоя-
нию до точки $y_{i+1} - y_i$, так что $d(y_j, y_{i+1} - y_i) \leq d(y_k, y_{i+1} - y_i)$ при
 $j < i+1$, подобный процесс выполняется для любой последующей груп-
пы $A_{i+1} = \{y_{i+1}, \dots, y_{i+r}\}$, так что если $y_{i+r} - y_i$ — мода группы A_{i+1} ,
то первым «кандидатом» в группу \tilde{A} будет точка y_{i+1} .
- 3 Происходит формирование групп в соответствии со следующим
правилом: пусть к некоторому моменту построено G групп, т. е. есть
сконструированы последовательности τ^1, g^1, \dots, G точек
«кандидатов» y^1 и пусть некоторую точку $y \in A$ требуется при-
писать некоторой группе \tilde{A}^g , $g = 1, \dots, G$, исходя как из предшес-
твующие ей точки $y \in A$ и $y \in A$ расклассифицированы, то та, оказы-
вающаяся возможными следующие ситуации:
1. Если $y = y^1$ и $y \in \tau^1, m = 1, \dots, G, m \neq g$, то точка y включ-
ается в формируемую группу \tilde{A}^g ;
 2. Если $y \neq y^1$ для некоторого $g \in L, 1, \dots, I$ множество индек-
сов представляющих те группы, точки — «кандидаты» которых
бывают идентичны y , то точка y включается в ту группу к кото-
рой приписан ее ближайший сосед, имеющий наибольшее зна-
чение функции принадлежности;
 3. Если $y \neq y^1$ для $l = 1, \dots, G$, то формируется новая группа, для
которой точка y является модой;
- Процесс продолжается до исчезания последовательности
 $A = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$;
- 4 Поляка τ^1, \dots, τ^G , $g = 1, \dots, G$ и соответствующей ей моды t^1, \dots, t^G
одна минимальное значение $R = d(t^1, \dots, t^G) = \min_{\tau \in (B-\tau)} [d(\hat{\tau}^1, \dots, \hat{\tau}^G)]$

ДС ГЧКИ τ $\in \mathcal{G}$, явно ближайшей к группе $\tilde{\Gamma}$. Тогда цепь
 $\tilde{\Gamma} = \tilde{\Gamma}_1 \cup \tilde{\Gamma}_2 \cup \dots \cup \tilde{\Gamma}_k$ с точкой τ в $\tilde{\Gamma}_1$ и максимальным
 множеством $\tilde{\Gamma}_k$ (т.е. $\tilde{\Gamma}_k = \{x\}$) называется τ -точкой в себе. Такие группы
 $\tilde{\Gamma}$, в противном случае точка τ не является τ -точкой. Му-
 ческое граничное множество $\tilde{\Gamma}$ данной процедуры, имеющее
 ся ко всем модам \mathcal{G} , $\tilde{\Gamma}$ не содержит точек, для которых
 предел есть бесконечная сумма $\tau_i + \tau_{i+1} + \dots + \tau_n$, убывающая
 в \mathcal{G} -версии. Установим также, что для всех максимумов
 $\tau_i + \tau_{i+1} + \dots + \tau_n$ при $\mu(\tau) > \mu(\tau')$ локальные максимумы
 τ_i расположены так, что $\tau_i <$.

Каждая точка τ за исключением локальных максимумов
 $\tau_i + \tau_{i+1} + \dots + \tau_n$, порождающих кластеры A_i , $i \in \mathbb{N}$, применяется
 следующим образом. Следует B , расположенная в то же время
 в \mathcal{G} -версии, что и τ , распределение τ по группам
 A в \mathcal{G} -версии. Для этого сначала определяется
 членом функции принадлежности. Так что строится разбиение
 $\mathcal{G} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ приложенной работе.

Приведенная версия процедуры основана на предположении
 что предыдущая является единством в \mathcal{G} -версии. Если это не так
 и можно ввести такую ситуацию, когда значение τ , не имеющее
 принадлежности, окаываеться одинаковым для нескольких точек, то
 $\mu_B(\tau) = \mu_A(\tau), \forall i \in \{1, \dots, n\}$. Где τ — проблема решает
 изменения, изменив шаге 3 процедуры первоначальной эти
 моментов и последовательности. А следующий образец при \mathcal{G} -версии
 различных групп. В некоторая точка τ принадлежит трем точкам в
 некоем порядке $\tau = \tau_1, \tau_2, \tau_3$. Если $\tau_1 \neq \tau_2 \neq \tau_3$: G и \mathcal{G}
 $\tau_1(\tau_2) \neq \tau_3$ то необходимо проверить выполнение равенств
 $\tau_1(\tau_3) = \tau_2(\tau_3)$. G и \mathcal{G} в этом случае разуются только
 в том случае, если ни одна из точек τ_1, τ_2, τ_3 принадлежащих та же самой
 группе функции, то есть $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$ и не отлична от
 любой из τ_1, τ_2, τ_3 .

Может ожидаться, что наибольшее значение функции принад-
 лежности в некоторой группе $\tilde{\Gamma}$ получено не только точка, поэтому

шортичной, а в то же время явлением, когда умножение множества на само себя не приводит к увеличению количества элементов. Важно отметить, что для каждого $x \in X$ существует единственный элемент $y \in Y$, такой что $y^x = x$. Доказательство этого утверждения сводится к тому, что если бы для некоторого $x \in X$ существовало более одного элемента $y \in Y$, такой что $y^x = x$, то это означало бы, что $y_1^x = y_2^x = x$ для некоторого $x \in X$, что противоречит тому, что $y_1 \neq y_2$.

Следует также отметить, что включая в алгоритм проверку на то, что $y^x = x$, можно избежать вычисления y^x для каждого $x \in X$.

Следует также упомянуть о том, что алгоритм, предложенный в [27, с. 73–76], не описывает каких-либо проверяющих процедур, а лишь определяет, каким образом можно проверить, что в результате выполнения процедуры получены правильные результаты. Алгоритм проверяет, что количество элементов в множестве A не превышает количество элементов в множестве B , а также, что в результате выполнения процедуры получены правильные результаты.

Замечание. Алгоритм, предложенный в [27, с. 73–76], не описывает каких-либо проверяющих процедур, а лишь определяет, каким образом можно проверить, что в результате выполнения процедуры получены правильные результаты. Алгоритм проверяет, что количество элементов в множестве A не превышает количество элементов в множестве B , а также, что в результате выполнения процедуры получены правильные результаты.

3.1.2.2. Алгоритм Камуры – Хигами – Танаки [10]. Алгоритм Камуры – Хигами – Танаки [10] использует (max-min)-транзитивное замыкание нечеткой толерантности, определенной следующим образом: для матрицы $\mu_{ij}^{(k)}$ зон $r_k = [\mu_{ij}^{(k)}, \mu_{ij}^{(k)} + \Delta]$, где $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, и состоит из трех шагов:

Основные понятия, определения

Множество $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ – это множество классификации объектов. Множество $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ – это множество классификации объектов. Множество $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ – это множество классификации объектов. Множество $R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ – это множество зон, определенных для каждого объекта $x_i \in X$ и каждого объекта $y_j \in Y$.

Программный алгоритм

m – число кластеров в исходном распределении P .

1. Следует гранулировать мыкеры Γ переходами, при этом это же касается и других T в соответствии с формой (2.47)
2. Вычилияющие уроды, с. [0,1] по Γ считаются нечеткими, а еще нижеглавые ленты для Γ каждого $\mu \in \Gamma$. ВЫДЕЛЯЮЩИЕ УРОДЫ A , $I : [1, n]$ и S действии с Γ в том смысле, что если $x \in A$, $i \in I$, $s \in S$, то $x^i s \in \Gamma$, из которых $x = \lambda$, т. ю $\lambda^i \in I$, $\lambda \in \mathbb{K}$ принадлежат классу Γ
3. Из вышесказанного следует, что выбрано определение на множествах классов $I^{\text{выб}}(\Gamma)$. А это соответствующее некоторому порогу $\alpha, \alpha \in [0,1]$, алгоритм прокращает работу.

Таким образом объект оказывается однозначно разбит на классы и по четким классам, представляющим собой множества уровня Γ . Результат представляется в виде матрицы разбиения $R = [\mu_{ij}]$, где

$$\begin{cases} \mu_{ij} \in \Gamma & \text{если } x_i \in I^{\text{выб}}(\Gamma) \\ 0, \mu_{ij} \in \Gamma & \text{если } x_i \notin I^{\text{выб}}(\Gamma) \end{cases}$$

3.1.2.3. Алгоритм Кутюлье - Фьюлес [7] использует понятие стабильного максимума энтропии, то есть стабильных (stable set intervals) (стабильные промежутки). Особенностью метода является возможность пересечений стабильных множеств.

Основные понятия и определения

Пусть $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — множество и классифицируемое на втором уровне не только по четким субъектам, но и по нечетким, имеющим соответствующий матрицы $d_{ij}, i, j \in \{1, \dots, n\}$. Пусть для некоторого $\alpha \in [0,1]$ четкое множество I определяется на уровне нечеткого отношения смычкою несходства I и A некое первое множество исследуемой полнотности субъектов $\Gamma \subset X$. Пусть $I(A) = \{x_i \in X : d(x_i, x_j) \leq \alpha, j \in \Gamma\}$ — это множества объектов, наиболее отличающихся по крайней мере чем некоторого некоторого элемента $x \in X$. Тогда полнотность Γ будет называться максимальной, если существует такое множество Γ , что для любого $A \cap I(A) = \emptyset$ и любых $A \cup I(A) = X$. При вычислении максимального внутреннего количества множеств рассматривают предварительные

- 1) нет элемента $x \in A$, такого, что для некоторого λ выполняется
 $\forall x \in A, \exists \lambda \in \mathbb{R} \text{ такое, что } \lambda x \in A$ и для некоторого $\epsilon > 0$ выполняется
 $\forall x' \in A, \exists \lambda' \in \mathbb{R}, \text{ так что } |\lambda - \lambda'| < \epsilon \text{ и } |\lambda x' - \lambda x| < \epsilon$;
- 2) для каждого элемента $x \in A$ выполняется условие $(\forall \lambda \in \mathbb{R}, \lambda x \in I_x)$;
 добавляется новое максимальное внутренне устойчивое множество I'_x ;
- 3) только для некоторых элементов $x \in A$ выполняется условие
 $(\forall \lambda \in \mathbb{R}, \lambda x \in I'_x)$, а для максимальных внутренне устойчивых множеств A разбивается на два подмножества, A_1 и A_2 , где $A = A_1 \cup A_2$.
 подмножество элементов A_1 – «обычных» элементов x , для которых I'_x не содержит элементов, отличных от элемента x ; создается новое максимальное внутренне устойчивое множество $A'_1 \cup \{x\}$.

Такое множесто максимального внутренне устойчивых множеств упомянуто: все максимальные внутренне устойчивые множества, полученные в другие максимальные внутренне устойчивые множества, выделяются из рассмотрения.

Кластеры представляют собой максимальные внутренне устойчивые множества, удовлетворяющие двум условиям:

- 1) словио представительства, в соответствии с которым любое максимальное внутренне устойчивое множество с некоторым числом элементов не рассматривается как максимальное внутренне устойчивое множество A является кластером, если $card(A) = i$, где i – порог задаваемый исследователем;
- 2) условие различности, в соответствии с которым для любых двух максимальных внутренне устойчивых множеств числа элементов в области их пересечения не должно превышать пороговое значение v , задаваемое исследователем.

Таким образом, множество кластеров $C = \{A_1, \dots, A_n\}$ должно удовлетворять следующему условию:

$$\exists C, A_i \in C, l = 1, \dots, n, card(A_i) \leq v, \forall A_j \in C, A_i \neq A_j, card(A_i \cap A_j) \leq v, \quad (5.3)$$

Символ \exists означает множество максимальных внутренне устойчивых множеств.

Параметры алгоритма.

последовательность элементов в объединенных в нечеткие кластеры $\{C_i\}_{i=1}^n$.

- минимумное значение нечеткости α в кластере C_i ;
- максимальное число элементов в паре пересечения двух кластеров;

Алгоритм

- 1 Для него первого ставаемого исследователем уровня густоты $\alpha \in [0,1]$ строится I -тур из нечетких базисов нечеткого кластера C_1 соответствующий
$$\mu_{C_1}(x) = \min_{i=1, \dots, n} \mu_{A_i}(x), \quad x \in I, \quad i = 1, \dots, n.$$
- 2 Вычищая с I параллельно внутренние, стоячие множества для построения четкого отображения несходимства I
- 3 В соответствии с критерием 3.3 выделяются подмножества \mathcal{S}_i из множества I , в которых внутренние устойчивые множества выделяются базисами A_i , $i = 1, \dots, n$.
- 4 Для каждого кластера C_i строится определяющая функция $\mu_{C_i}(x)$, являющаяся его центром, и строится функция приближения r_i , которая удовлетворяет следующему условию
$$\mu_{C_i}(x) = \max_{j=1, \dots, n} \mu_{A_j}(x), \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n.$$

- 5 Строится маркированное покрытие $\{r_i\}_{i=1}^n$ нечеткого покрытия $\{A_i\}_{i=1}^n$. Элементы r_i определяются ярлыками t_i , ярлык для элементов $\mu_{C_i}(x), i = 1, \dots, n, l = 1, \dots, n$ определяются элементами множества $X = \{x_{i,l}\}_{i=1}^n$, связанными с кластерами C_i , в соответствии с формулой
$$x_{i,l} = r_i - \frac{\mu_{C_i}(x_{i,l}) - \mu_{C_i}(x_{i,l+1})}{\mu_{C_i}(x_{i,n}) - \mu_{C_i}(x_{i,1})}, \quad i = 1, \dots, n, \quad l = 1, \dots, n.$$

забор

Алгоритм был применен [71, с. 40-41] для изображения двух круговых сирингетических рисунков Овса и Годи при помощи базисных функций с одинаковым базисом Бетанка – данное показал хорошие результаты.

3.1.2.4. Алгоритм Берштейна — Щюбы [11] в качестве критерия оптимизации разбиения вершин исходного нечеткого графа на два класса использует наибольшую степень двудольности.

Основные понятия и определения

Пусть $G = (X, T)$ — нечеткий граф, где $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — множество вершин, а $T = \{\mu_{ij}\}_{i,j=1}^n$, n — нечеткое множество ребер нечеткого графа G , где $\mu_{ij} : \mathcal{U}(x_i, x_j) \rightarrow [0,1]$ — фундаментальная функция принадлежности (x_i, x_j) , так что $\mu_{ij} : X \times X \rightarrow [0,1]$.

Следующий определение двудольности нечеткого графа $G = (X, T)$ определяется в соответствии с выражением

$$\Delta = \max \delta \quad (3.4)$$

где $i = 1, \dots, c$, символом δ обозначается степень двудольности l -й двудольной части нечеткого графа G , а символом c — количество различных максимальных двудольных частей данного нечеткого графа G .

Для определения степени двудольности δ может быть использован любой из двух следующих способов.

Первый способ определения степени двудольности заключается в том, что любую часть G' ($X' \cup X'', T'$), где $X' \cup X'' = X$ и $G' \in \Gamma$ можно рассматривать как нечеткую двудольную часть графа G' с степенью двудольности, вычисляемой в соответствии с формулой

$$\delta' = 1 + \max(\mu_{ij}, \mu_{ij'}, l = 1, \dots, c), \quad (3.5)$$

где значения μ_{ij} и $\mu_{ij'}$ определяются по формулам

$$\mu_{ij} = \max_{t \in I} \left\{ \mu_{ij}, \mu_{ij'}, \mu_{ij''}, \dots, \mu_{ij^{(c)}} \right\}, \quad (3.6)$$

$$\mu_{ij'} = \max_{t \in I} \left\{ \mu_{ij}, \mu_{ij'}, \mu_{ij''}, \dots, \mu_{ij^{(c)}} \right\}. \quad (3.7)$$

В дальнейшем для упрощения обозначений ребра, присоединяющиеся элементами множества I , будут обозначаться через t , а ребра, являющиеся элементами множества I , — в этом t .

Второй способ определения степени двудольности состоит в его вычислении по следующей формуле:

$$\delta = \frac{\sum_{t=1}^c \mu(t)}{M(X') - M(X'')} \quad (3.8)$$

где, в свою очередь, $\mu(t)$ — значение функции принадлежности некоторого ребра t , $t \in I$; $\mu(t)$ — значение функции принадлежности

некоторое ребра λ , H , $M(X') = \frac{\text{card}(X')}{2}$ — максимальное возможное число ребер между вершинами множества X' . $M(\lambda) = \frac{\text{ara}(Y)}{2} - \frac{\text{card}(X')}{2}$ максимально возможное число ребер между вершинами множества X , а символами $\text{card}(X'), \text{card}(Y)$ означено число вершин во множестве X' и множестве Y соответственно. В дальнейшем степень двудольности, вычисленная в соответствии с первым способом, то есть по формуле (3.5), будет обозначаться символом δ , если для этой цели примется второй способ, то есть формула (3.8) соответственно символом δ' , поскольку, в общем, $\delta \neq \delta'$. Таким образом, представляется очевидным, что если во множествах вершин X' и X'' графа, полученного в результате выделения двудольной части, не существует ни одной дуги, то степень двудольности такого графа равна 1, причем независимо от способа вычисления величин δ .

Максимальная двудольная часть графа G' представляет собой двудольную часть, не являющуюся частью никакой другой. Если число вершин в нечетком графе G' является нечетным, то в общем случае число максимальных двудольных частей i , которые можно выделить в данном максимальном нечетком графе может быть ве^часно по формуле

$$i = C_1 + C_2 + \dots + C_n - \sum_{n/2}^n C_k, \quad (3.9)$$

где символом $\lceil n/2 \rceil$ обозначается окружение величины n в меньшую сторону. Символ C_k радиационно обозначает число сочетаний

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad (3.10)$$

Если же число вершин в нечетком графе G' является четным, то число максимальных двудольных частей, которые можно выделить в данном максимальном нечетком графе, вычисляется в соответствии с формулой

$$i = C_1 + C_2 + \dots + C_n / 2 - \sum_{n/2}^{n-1} C_k + C_{n/2} / 2 \quad (3.11)$$

Критерий для импликации размытия вершины в нечеткой структуре графа на заданном языке является наибольшая степень неуединенности δ и о

Параметр алгоритма

Нечеткий граф задается в виде пары $g = [t(x), x]$, отношения $t(x)$ имеет ориентированность. Ребра $u \rightarrow v$, $u, v \in V$ в процессе выполнения алгоритма не рассматриваются, так как они таковы отсутствуют.

Схема алгоритма

- 1 В нечетком графе с ранжируютя вершины $t_1 < t_2 < \dots < t_n$. Идея убывает их степеней приближенно. Так что фокусируются последовательно t_1, t_2, \dots, t_n .
 - 2 Исматривается первое ребро $x \rightarrow y$ максимальной степенью приближности t из множества вершин $t \geq t_1$, т.е. это ребро, придется этому ребру, имеющемуся в первую очередь, в списке X' , а вершина x — другое, опять же есть список X'' .
 - 3.1 Стартует ребер из списка X' со степенью t^1 .
 - 3.2 Если $x \in X$ то вершина x помещается в список X' ;
 - 3.3. если $x \in X'$ то вершина x помещается в список X'' ;
 - 3.4. если $x \in X''$, то вершина x помещается в список X' .

Если $x \in X'$ и $x \in X''$ при $t(X') < t(X'')$ то ребро x приравнивается к нечеткой дуге толькои части.

 - 3.5 Если $x \in X'$ и $x \notin X''$ или $x \in X''$ и $x \notin X'$ то склеиваются оба списка X' и X'' .
 - 3.6 1) вершина x помещает в список X , вершина x помещается в список X' ;
 - 3.6.2 Вершина x помещается в список X , вершина x помещается в список X'' ,
- 4 Если были просмотрены все ребра, вычислить степень двудоменности δ и δ' что соответствует тому же формуле m , и алгоритм продолжает работу в повторном цикле осуществляется функцией L .

Частными случаями задачи являются ситуации, когда оказывается необходимым выделить из исходного графа с четным числом вершин такую максимальную нечеткую двудольную часть с наибольшей степенью двудолности, которая содержит одинаковое число вершин в каждой из долей, а для графа с нечетным числом вершин необходимо выделить такую максимальную нечеткую двудольную часть с наибольшей степенью двудолности, которая содержит в одной доле $\lceil n/2 \rceil$ вершин и в другой доле $\lceil n/2 \rceil + 1$ вершин. В таких случаях в шаг 3 вышеприведенной версии алгоритма следует включить проверку дополнительного условия в одной из следующих двух формул:

- 1) если число вершин n в исходном графе G' четное и $card(X') < n/2$ или число вершин n в исходном графе G' нечетное и $card(X') \geq \lceil n/2 \rceil + 1$, то все оставшиеся, не просмотренные ранее вершины помещаются в список X' ,
- 2) если число вершин n в исходном графе G' четное и $card(X') > n/2$ или число вершин n в исходном графе G' нечетное и $card(X') \geq \lceil n/2 \rceil$, то все остальные, не просмотренные ранее вершины помещаются в список X .

Таким образом, после упорядочивания ребер на шаге 1 сложность алгоритма зависит от числа несмежных пар исходного графа, которые находятся в последовательности (v_1, v_2, \dots) рядом друг с другом [11, с.111-120]

Необходимо также еще раз подчеркнуть, что данный алгоритм разбивает множество объектов $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, представленных в виде вершин графа, на два класса. Если же при решении задачи классификации множество объектов $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ необходимо разбить на большие число групп, то сначала выделяется двудолая структура, после чего каждый из выделенных классов снова разбивается на два подкласса и так далее до тех пор, пока классифицируемое множество $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ не будет разделено на заданное число классов [11, с.121].

3.1.2.5. Другие алгоритмы, предстающие эвристическое направление нечеткого подхода в кластерном анализе, также сравнительно немногочисленны. К примеру, в работе [123] описывается метод, использующий, так и в алгоритме Тамуры – Хигути – Танаки, операцию транзитивного замыкания, а в исследовании И. З. Батырши-

[47] рассмотряется процент кластеризации и т.д. иными словами, это означает, что есть достаточно сходство.

В работе [178] описывается человек-матрица подводящем решению нечеткой модификации задачи кластерного анализа. Человека грядет к матрице, то есть в том, что касается кластеры являющиеся нечеткими множествами уровня. Известно, что в случае очевидности, приложим некоторый гарантированный, матрица которого называется ячейкой матрицы уровня и является линейной. Матрица $R^*(\lambda) = \{R_{ij}(\lambda), i, j \in \{1, \dots, n\}\}$ для некоторого уровня $\alpha, \alpha \in [0, 1]$, если выполняется условие $\sum_{j=1}^n R_{ij} > 0, \forall i \in X$ и число нечетких кластеров в пределах X оказывается на меньшем, чем два, так что решаемая задача классификации отлична от выбора некоторого количества кластеров $R^*(\lambda)$ из множества различных прецедентов для различных значений $\alpha \in [0, 1]$. Начиная с α , таким образом, предполагается, что кластеры являются нечеткими в некоторых точках зрения. Справдано это с помощью того, что точки зрения позволяют выделить кластеры сложной формы и классифицировать объекты, когда матрица близости к классифицируемых объектам представляет собой матрицу лежака нечеткой толерантности $\lambda = 0,1, 2, 3$. Но если это не так, поскольку нечеткие кластеры не являются чистыми множествами, то для каждого из них пересечение [178]. Вместе с тем, применение этого подхода вызывает затруднения обработки множеств, для которых имеется исследование, кроме того, в термина «представления» (representation), используя для определения нечеткой структуры является несущественным, поскольку традиционное представление кластеризацией дан термин имеет значение, от используемого в [178] смысл.

3.2. Оптимизационные методы

3.2.1. Нечеткая модификация экстремальной постановки задачи автоматической классификации и функционалы качества нечеткого разбиения

Как отметил К. Янг [106 с. 410], наиболее общим и распространенным подходом к решению задачи классификации в условиях нечеткой классификации является оптимизация.

под Виктором же Дахом в I классе математики упоминается кра-
венение множества аналогичных слов:ность его исключенных множеств
так что в качестве входного формата есть существующих чететковые
и дах этические. Надо отметить что Ильинский считает классификации
используются числом явлений, как исторов, и что при этом подходе пред-
нечетким классом может быть множество лягушек нечеткое множества
разделенное на универсуме. Нечеткое множество $A = \{x\}$ оп-
ределение як у Ильинского $\mu_A(x) = 1$ с соответствующими функци-
ями приложено и в [148, 150]. С другой стороны нечетко-
стью является $\{x\} \in A$ в смысле [148]. Распили, если як $\mu_A(x)$
объекта $x \in X$ выполняется условие $\sum \mu_i = 1$ и нечеткая модифи-
циация эдаки (этот математический классификации экстремальной пос-
ловке як ЮЧ в первом классе этого предмета как правило, называемым
чекстором функционала $Q(P)$, а можно сказать вспомогательным ре-
зультатом, что также описывается формулой (1), с учетом сопоставления
с того что P — множество всех возможных нечетких разбиений R на
множество всех объектов X , то кис разбиения падробно ис-
следуются в работах [148], [151], [157]. Необходимо также сказать что
условие, в соответствии с которым як нечеткое разбиение, как
отмечалось в Записи 25, с [130], является σ -тагом с тегами, что
единственное

если як у Даха преобразование Мартина в соответствии
с формулой (1) в [148] в общем виде выглядит следующим образом раз-
личия в общем виде выглядят следующим образом [148, с. 240]:

$$(1) \quad P \rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} f(\mu_{ij}, \nu_{ij}) \sigma(\rho_{ij}) \mu_{ij} d\nu_{ij}, \quad (1)$$

где f — те которые функции наименование приоритета всегда ка-
жущиеся точки $\chi \in \sum \mu_{ij} = 1$ и ν — функция принадлежности элемента

некоторому нечеткому классу $\{x\}$ в [148, 151]. Указанная функция
всегда положительная функция принадлежности, $\sigma(\rho_{ij})$ — функция
определенная расстояние между объектами i и j , как правило
представляющая собой элемент маркеры d_{ij} и где в качестве отра-
зиваний выступают столбцы

$$P_n = 0 \sum_{k=1}^n \mu_k - n! \cdot 0 \sum_{k=1}^n \nu_k = 0 \cdot (-1)^n n! = 1 \quad (3.13)$$

т.к. что нахождение классификации состоит в решении оптимизационной задачи

$$\Omega(P) = m \quad (3.14)$$

с некоторыми ограничениями

При этом в фундаментальном исследовании предложенного А. Г. Ралини [49] в 1961 г. указывается, что сам функционал, сформулированный теми же как выше, неходимо модифицировать для критерия качества, иначе рассмотреть общий математический подход к решению задачи поиска оптимума. Такой критерий, на котором основан алгоритм Гаусса Д. Г. для интерпретации, описан в [186, с. 189]. Подобная трактовка решения используется, например, в [59, с. 58]. Если такое подобное рассмотрение оказывается нелишним для исследования логистической модели кластеризации.

Пусть как ранее, $\Gamma = \{x_1, \dots, x_n\}$ множество объектов и $\varphi(x)$ — функция для отнесения результата определения в X символов, т. е. значение $\varphi(x)$ можно представить в виде $\varphi(x) = \varphi_i$, где i — индекс, называемый φ -функцией x . Каждый из символов φ_i может быть отнесен к определенному классу K , т. е. совокупности X с определенной φ -функцией $\varphi = P$, в свою очередь, будем называть группами, определяющими последующим образом φ -функцию φ .

Таким образом, φ — это существующая функция

$$\varphi : X \rightarrow K \quad (3.15)$$

$$\Gamma \subset P \subset K \quad (3.16)$$

Что $X \times K = P$, скарты произведены в результате φ — это наименование K множеством истинных классов, таких что φ является парой $(x, k) \in X \times K$, выполняющей условие

$$\varphi(x, k) = \varphi(x), \varphi(x, k) = 1. \quad (3.17)$$

В каждой данной паре (x, k) упомянутая функция φ связывает соответствующую точку x с определенным классом k , т. е. устанавливает соответствие между элементами множества Γ и элементами множества K . Множество отображений φ называется группой φ и обозначается $\{\varphi\}$ а $\{\varphi\} \subset P$ — множество отображений φ в K , где φ — это некоторое необязательно однозначное при преобразовании отображение, имеющее единственный элемент φ из $\{\varphi\}$ в K .

Если же группобразующая функция r не только устанавливает множеству ограничений (7, 8), но и доставляет экстремум некоторой целевой функции, то в этом случае полученное разбиение $\Gamma = \{A_i\}$ оказывается в некотором смысле наилучшим на множестве всех возможных разбиений, порождаемых группобразующей функцией r . К примеру, группобразующая функция r может доставлять минимум некоторой целевой функции:

$$Q: P \rightarrow R, Q(r) \text{ - мин.} \quad (3.18)$$

Однако на практике ограничения являются столь жесткими, что группирующую функцию указать невозможно, для чего приходится вводить различные допущения. Если смягчить все ограничения, то в общем случае целевая функция примет следующий вид:

$$Q(r) = \sum W^2 \iint (V_1(x', r, x_i) - T(x, r))^2 dp_{x_i} dp(x), \quad (3.19)$$

где W — весовые функции на общие ограничения.

Функционал $Q(\Gamma)$ является, в общем, частным случаем соотношения (3.19). При построении функционала Э. Г. Распини использовал два условия для выбора вида группобразующей функции. Если для каждой точки x запускается нечеткий кластер A , такой что $\mu_A(x) = 1$, в соответствии с первым условием группобразующая функция r должна минимизировать выражение

$$Q_1 = \sum_{x_i} p(x_i) \frac{\sum_{x_j} \nu(x_j) \mu_{A_j}(x_i)}{\sum_{x_j} \nu(x_j) d(x_i, x_j)}, \quad (3.20)$$

выражающее среднюю плотность точек в том нечетком кластере, к которому они относятся с наибольшим значением функции принадлежности

Если в формуле (3.20) положить $\nu = \mu$ [148, с. 244-245] и будиметь место

$$f(p(x)), \nu, g(p(x)), \mu = \nu(x) / p(x) \mu = \frac{\sum p(x_i)}{\sum \nu(x_i) d(x_i, x)},$$

и

тогда в соответствии со вторым условием, группа образующая функция должна быть дана таким образом ч. 3) с точностью до

$$C = \sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda} \sum_{\lambda} \left(\sum_{\mu} p_{\mu} \mu^{\mu} \right)^{-1} = \frac{\sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda}}{\sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda}},$$

также (о читало минимум). Минимизация (3.23) лине-

$$\sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda} u_{\lambda} \leq x,$$

или это же можно сказать о выражении $\mu = \frac{u}{x}$, так как на-

$$\sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda} u_{\lambda}$$

осуществляется ограничение $0 < u < x$. Ответствует наименьшему значению приращения

$$B \text{ при } u = \sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda} u_{\lambda}$$

представляет собой не что иное, как среднюю типичную величину той части x , выраженную в $\sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda} u_{\lambda}(\lambda, x)$ (согласно (3.23)). Тогда

$$\sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda} u_{\lambda}(\lambda, x)$$

получается из уравнения $\sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda} u_{\lambda} = \frac{u}{x}$ (так как

$$\sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda} u_{\lambda} = x$$

тера A , а выражение $\frac{u}{x}$ — представляет собой сред-

$$\sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda}$$

нюю. Плотные группки злокачественных клеток A античные реалистичные можно сказать относительно выражено $\sum_{\lambda} p_{\lambda} \mu^{\lambda} u_{\lambda}(\lambda, x)$ в соответствии (3.23) с соотношением (3.16) и (3.17) рассмотренном в § 1. Рассими. Тогда предварительного этапа

При этом фундаментальная функция Когоморфного альгебра должна быть использована в квадрате, чтобы оценить неизвестную величину обобщенного коэффициента μ для определения групповой функции

$$F(x, \mu) = F_{\text{алг}}(\mu)$$

3.14

где $F(d(x, x))$ — это грань алгебры, определяющая функцию F для x , и

$$(F(x, x))^2 = \sum_{\mu} (\mu - \mu_0)^2 \quad (3.5)$$

которые взяты из формулы (4). Можно сказать, что в данном случае оптимально [15, с. 312]

$$Q(x) = \sum_{\mu} p(\mu) F(d(x, x), \mu) \quad (3.6)$$

функционал Q в форме вид

$$Q(P) = \sum_{\mu} p(\mu) \sum_{\nu} p(\nu) \sum_{\lambda} (u_{\mu\nu} - u_{\lambda})^2 F(d(x, x)) \quad (3.7)$$

Величина Q имеет следующую формулу (3.25), предсказываемую Ишеритом [15] для класса объектов на множестве $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. В частности, если единице объекты x_i соответствуют принадлежащим единице, попадут в класс x_i , если соответствию принадлежности единице единице объекты попадают в класс x_i , то величина Q равна нулю. Таким образом величину $Q(x)$ можно представить как своего рода «индикаторную» функцию объектов. В свою очередь величина $F(d(x, x))$ характеризует прямую близость объектов, причем очевидно, что чем ближе объекты, тем выше величина $F(d(x, x))$ и тем меньше величина $(d(x, x))^2$. Вместе функция, характеризующая прямую близость объектов, может рассматриваться, например, в виде энтропии $Q(x)$ в виде $Q(x) = -k \cdot \chi \cdot \log \chi + (1 - \chi) \cdot \log (1 - \chi)$, где $\chi = \text{const}$, при которой отмечает Э. Г. Растин [15], достигается хорошее разбиение на два класса. Но результаты близкия не самые лучшие классификации являются непрекращающимся, с содержательной точки зрения. Применяя данную функцию $Q(x)$ при решении задачи разделения между классами и применяя ее к остальным объектам. Помимо интерпретация в виде $Q(x)$ предложено [15] Г. Растин, и в этом случае можно использовать стандартный язык из математической

ской постановки задачи условие $\text{оды } P \in M$ к группе подчиняющей функции, является важным. При зредия узане эния аимсвига экспрессии общим функционалом и функцией алгоритма Рашини $Q(P)$. Уместно также привести замечание А. М. Нестру о том что изложенная функционал $Q(P)$ ведет, что в трактовке в терминологии теории нечетких множеств она является принципиальной [1, с. 6].

Для анализа других функционалов как для разбивочного, то есть только общего идеального функционала (3.12) и ограничения (3.13) если выражение (3.1) не тождество

$$\delta(p(x), v) = v_i \cdot u_i, v_i = u_i \cdot g'_k(\cdot), \mu_i = \mu_i + \mu_i \cdot v_i^{-1} \delta(x),$$

то

$$\sum \mu_i = 1, \sum v_i = 1 \quad (3.21)$$

и получится функционал, предложенный в 1975 году М. П. Чистиковым [1, 5]

$$Q'(P) = \sum \sum \sum \mu_i v_i d(x_i, x), \quad (3.22)$$

где функции принадлежности μ_i выражаются в виде

$$\mu_i = \frac{1 / \sum v_i d(x_i, x)}{\sum 1 / \sum v_j d(x_j, x)}, \quad (3.23)$$

$$v_i = \frac{1 / \sum \mu_i d(x_i, x)}{\sum 1 / \sum \mu_j d(x_j, x)}, \quad (3.24)$$

или троичных критериев качества алгоритма $Q'(P)$ для решения вида \exists функций принадлежности некомпактном классе $A \subseteq P$. Всегда при $v > 0$ функция принадлежности выражается в виде $v = \mu$ если x лежит в некотором регионе R , $x \in X$ в полной мере включая критерий то есть функции яви центром некоторого места $A \subseteq P$, и $v = 0$ в противном случае. Таким образом, критерий выражается не только тем что он принадлежит объекту классу,

Чтобы представить класс, каждый элемент которого входит в множество $\{x_1, \dots, x_n\}$ в равной степени, то есть, с одинаковой вероятностью, принадлежит любому классу, — другим просто элементом этого и всех остальных классов. Очевидно, функция класса M — единство $C \in P$, представляющее собой наименьшую из общих среди всех логарифмаций классов разности между модифицированной задачи классификации $Q(\mu)$ градиента оптимального классификации и приближения объектов к центрам классов. Результатом работы алгоритма, давая оценку минимуму функции $Q(P)$, является правило принятия решения $P = [\mu]$, где $i = l - 1, \dots, i + 1, \dots, n$, и матрица весов прототипов $A = [v_i]$, где также $i = l - 1, \dots, n$. Вместный инициализатор вычислительного процесса имеет структуру множества ограничений λ .

Если же в формуле (3.12) положить

$$f(\gamma(x), V, \sigma^2, \mu, \nu, A, x_1, \dots, x_n) = 0$$

и

$$\sum_{i=1}^n \mu_i = 1 \quad (3.4)$$

то получается функционал М. Руленса [148]

$$Q_1(F) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_j \gamma(x_i, \nu_j), \quad (3.5)$$

минимизация которого отыскивает оптимальное взаимное расположение центров классов и нечетким классам.

В свою очередь, если положить в формуле (3.12)

$$f(\gamma(x), V, \sigma^2, \mu, \nu, A, x_1, \dots, x_n) = \mu/n \quad (3.6)$$

и

$$\sum_{i=1}^n \mu_i = 1, \sum_{i=1}^n \nu_i = card(A) \quad (3.7)$$

где $card(A)$ — число элементов в классе A — получается функционал Е. Дильте:

$$Q_2(F) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_j \gamma(x_i, \nu_j). \quad (3.8)$$

М. Руленс [148, с. 243-244] отмечал, что классификация, получаемая при использовании функционала $Q_1(F)$, предложенного Е. Дильте, является чистой, что с точки зрения ограничений (3.5)

Страно можно было бы сказать, что если для всех этих генериков имеются совокупности из некоторого X , то неизвестно, что это будет, и что эти точки представляют собой ядро некоторой из тех ядер классификатора A и B . Следовательно, что в первом приложении к задаче о зигзагах должно быть записать в виде $\sum_{x \in X} \mu(x) \text{arg}(Sgn(x))$ для $x \in X$, и таким образом в качестве модификации метода наименьших квадратов $C_4(F)$ отображает статистические оценки, отличные от средних квадратов. Итак, здравоиспользование в этом смысле является важнейшим элементом.

Если же исходные данные представлены матрицей (x_i^T, μ_i) , состоящей из $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ и $\mu = \{\mu_1, \dots, \mu_n\}$, то функции малых остатков включают следующий общий вид, [148, 150]

$$(x^T P) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{d_j} r_j^{(k)} \delta_{jk} \mu_i^j \delta_{ik}^j$$

где как и при рассмотрении функционала χ^2 включаются чекотые функционалы $D(x)$ — ширинный вес относительно точки x : $\sum r_j^2(x) \leq 1$, и функция пригодности $\varphi(x)$ — χ некот. омом нечетному классификатору $A = \{A^1, \dots, A^m\}$ для x . Функция $D(x)$ определяется от элементов $x \in X$ и $r_j^2(x) = \frac{1}{2} d_j^2 \varphi(x)$ для $j = 1, \dots, m$; $\varphi(x) = 1$ для являющихся нечленами, иначе для x противоположенное значение $\varphi(x)$, т. е. в качестве нечетных величин получают противоположные.

$$P = 0, \sum \mu_i = 1, \quad \text{и } \sum \delta_{ik}^j = 1, \quad (3.1)$$

и это решение за задачу классификации является оптимальным по критерию минимизации ошибки

$$Q(A) \rightarrow \min$$

при известных классификационными.

Согласно формуле (3.1) положим

$$r_j^2 D(x, \mu_i) = \varphi(x) \leq 1,$$

и

$$\tau = \sum \mu_i = \sum \mu_i$$

где γ представляет собой показатель нечеткости классификации, то получается функционал Дж. Бежека - Дж. Линна, а алгоритм минимизации которого был предложен в работе [58] и обобщен в исследовании [59]:

$$Q_1(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_j^\gamma d(x_i, c_j). \quad (3.44)$$

Функционал Дж. Бежека - Дж. Линна представляет собой взвешенный вариант критерия качества разбиения, предложенного Тьюодору М. И. Шлезингером [4], минимизация которого в свою очередь, отыскивала оптимальные суммарные отклонения координат объектов от центров классов. Покажем для показателя нечеткости классификации γ выполняется условие $1 < \gamma < \infty$. Алгоритм, оптимизирующий функционал Дж. Бежека - Дж. Линна и именуемый методом нечетких c -средних (fuzzy c -means), представляет собой параметрическое семейство по γ при фиксированном числе кластеров c [37, с. 244].

При $\gamma = 1$ полученное разбиение является четким, то есть каждый объект исследуемой совокупности оказывается однозначно принадлежащим какому-либо одному кластеру:

$$\mu_{i,j} = \begin{cases} 1 & x_i \in A_j \\ 0 & x_i \notin A_j \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad \text{Иследуя поведение функционала } Q(P) \text{ при различных значениях параметра } \gamma, \text{ к тому же [83], [84], [85] предложил } \gamma = 1 \text{ при котором достигается наименьшее разбиение, поскольку при увеличении значения } \gamma \text{ оно имеет нестабильность классификации, затрудняющая интерпретацию результата, что можно выразить следующим образом.}$$

$$\gamma \rightarrow \infty \Rightarrow \mu_{i,j} \rightarrow 0, \forall i = 1, 2, \dots, n.$$

В качестве функции расстояния в функционале $Q(P)$, как правило, используется квадрат евклидовой нормы в m -мерном признаковом пространстве $C^m(X)$

$$d(x, c_j) = \|x - c_j\| \quad (3.45)$$

так что формула (3.44) может быть переписана, соответственно, в следующем виде

$$Q(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_{i,j}^\gamma \|x_i - c_j\|^2 \quad (3.46)$$

Следует отметить, что использование евклидова расстояния в функционале $\mathcal{J}_1^{\text{L}}(t)$ оправдано в тех случаях, когда нечеткие кластеры имеют одинаковый размер и форму гиперплоскости.

При исследовании функционала $\mathcal{J}_1^{\text{L}}(t)$ Ж. Бенжака - доктора Данна в качестве функции $\lambda(t, \tau)$ [1, § 1.2] с Джорджом и В. С. Кесслером [12] рассмотрят выражение квадратичного паскаля Бенжака для биссектрисы:

$$d(x, t) = \sqrt{x^2 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mu_i - \lambda(t, \tau)\right)^2}, \quad (3.47)$$

так что

$$\mathcal{J}_1^{\text{L}}(t) = \int_{\Omega} d(x, t)^2 dx, \quad (3.48)$$

$$\lambda(t, \tau) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mu_i, \quad (3.49)$$

$$L = \left| \sum_{i=1}^n \mu_i - \tau \right|^2 = \left(\sum_{i=1}^n \mu_i - \tau \right)^2, \quad (3.50)$$

если L — вариационная матрица к кластеру A , то есть некоторая симметричная положительноподопределенная матрица, и T — симметрическая диагонализация. При таком подразумевается пересечение нескольких кластеров, однако кластеры A и B имет гиперплоскости, не имеющие общую форму. Часто указывают, что при выполнении условия $C = 1$, т.е. для $d(x, t) = \sqrt{x^2 + L}$ выражением (3.47), будет приведено к классической кластеровой форме (3.45).

Кроме того, Г. Троенингтон и Р. Льюис при исследовании кластеризации Q (F в качестве функции $\mathcal{J}_1^{\text{L}}(t)$) было предложено использование расстояния Миньковского [11, § 4.5]. Более того, Г. Бенжак в работе [13], рассматривал вопрос о применении Гиперболического кластерирования с нечеткими средними в С. Митамото и Ю. Акуловых [135] предложил отдельный алгоритм вычисления центров нечетких кластеров на основе нечетких средних в L-пространстве. Важно отметить, что предложенная методика не имеет аналогов в классической кластеризации, что делает ее более эффективной. Г. Бенжак, К. Корней, К. Чундеали и Дж. Стюарт [60] также предлагают некие модификации метода нечетких средних. Особо следует отметить результаты, полученные С. Айзенштадт, В. М. Бутабером, И. Ганьковым и Л. Д. Мешетиной в исследовании [37, с. 291–292].

Следует отметить, что интерпретация функционала $\mathcal{J}_1^{\text{L}}(t)$ в работе Дж. Бенжака и доктора Данна является весьма простой и имитацией

Чтобы упаковать оптимальные нечеткие отклонения объектов $x_i \in X, i = 1, \dots, n$ в простирации $\tau, l = 1, \dots, k$ частичных гастроев $A_l, l = 1, \dots, k$, или так отмечал профессор Л. А. Г. Ф. Нидиот [1] $Q_1(P)$ «мы получаем ради оценки взвешенной дисперсии точек из X относительно оптимального расположения центров τ » [231]. Следует также отметить то обстоятельство, что Фукичикал Дж. Белдечи и Дж. Данна, как отмечает И. Д. Мандель [31, с. 92] «представляют собой, видимо, наиболее распространенный и изученный вариант экстремальной постановки задачи классификации в терминах размытых множеств».

Пусть X — множество помеченных объектов, $X = X^T$, элементы которого представляются булевыми векторами $s = (s_{1,1}, s_{1,2}, \dots, s_{1,k})$, где s^T — им ол транспонирования и

$$s = \begin{cases} 1, x \in X \\ 0, x \notin X \end{cases} \quad (3.51)$$

а $Y = (y_{i,l})_{i=1, \dots, n; l=1, \dots, k}$ — матрица разбиения, составляемая исследователем в соответствии со следующим правилом: если $x_i \in X^l$, то $y_{i,l}$ задается с соблюдением условия $\sum_j y_{j,l} = 1$, где j — степень принадлежности помеченного объекта x_i к классу $A_l, l = 1, \dots, k$; в противном случае, то есть если $x_i \notin X^l$, соответствующий столбец в матрице Y оказывается неуместным и исследователь может его пропустить при рассмотрении [144 с 142]. Тогда, полагая в формуле (3.9)

$$g(p(x), u, \tau) = u_i + \mu_i - \gamma y_{i,l}, \quad (3.52)$$

и

$$\tau = \sum_{i=1}^n \mu_i x_i / \sum_{i=1}^n u_i \quad (3.53)$$

получаем функционал Нидиота [140]

$$(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^k (u_i - \mu_i)^2 \gamma y_{i,l} \quad (3.54)$$

который может быть переписан в следующем виде

$$Q_1(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^k \mu_i s_{i,l} (x_i, \tau) - \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^k (\mu_i - \gamma y_{i,l}) s_{i,l}^2(x_i, \tau). \quad (3.55)$$

Если в качестве функции расстояния в функционале $\mathcal{Q}(P)$ (3.54) в качестве критерия использовать формулу (3.45), то формула (3.54) может быть записана в виде

$$\mathcal{Q}(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_{ij} \left(\mu_{ij} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu_{ij}} \right)^2, \quad (3.56)$$

Формула (3.56) имеет вид

$$\mathcal{Q}_1(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_{ij} \left(\mu_{ij} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu_{ij}} \right)^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\mu_{ij} - v_{ij})^2, \quad (3.57)$$

В предыдущем методе различие вификации критерия (3.54) [140], первая из которых связана съзвешением исходных данных в выражении (3.55), что приводит к следующей форме критерия $\mathcal{Q}(P)$:

$$\mathcal{Q}(P) = a \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_{ij} (v_{ij} - \bar{v}_{ij})^2 + b \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_{ij})^2, \quad (3.58)$$

где $a = (n-p)/n$, $b = 1/n$ и \bar{v}_{ij} — среднее значение в качестве функции v_{ij} в выражении (3.58), используя квадратичную норму (3.45).

Помимо обычных образов, о которых в § 3.1 изложено, принципа $a \neq b$, различны и другие. Очень ясно, что изменение величины a приводит к тому же самому результату, если a и b не равны нулю. Поэтому, если $a = b$, то можно построить критерий, соотвествующий m -мерному изнаковому приближению (X) , полученному путем сопоставления с фундаментальными объектами

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_{ij} (v_{ij} - \bar{v}_{ij})^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_{ij}}, \quad (3.59)$$

здесь \bar{v}_{ij} — среднее значение в качестве функции v_{ij} , вычисляемое в соответствии с формулой

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^m \gamma_k \cdot z_k \sum_{l=1}^n \delta_{kl}, \quad k = 1, \dots, m, \quad (3.60)$$

где γ_k определяет веса и, в качестве функций δ_{kl} , вычисляемые в соответствии с формулой (3.54) квадрата расстояния, выражаются в виде

$$\delta_{kl} = \sqrt{(x_l - \bar{x})^2 + C(x_l - \bar{x})^2} = |x_l - \bar{x}|, \quad (3.61)$$

т.е. δ_{kl} определяется, делив расстояние между x_l и \bar{x} на критерий критерия (P) .

Третьей над задачей о P является функция
с минимизацией в квадратичной кративативной
множности [3.61].

Содержание же задачи множества поместных объектов Λ представляется любой членом множества в группе, т.е. для каждого членом множества каждого ряда с группами Γ классификации. Следует же соотнести функционала $Q(P)$ защищаемые в следующем выражении с формулой (3.55), согласно совпадающего с $Q(P)$ при $\gamma = 2$ в формуле (3.55) и изирует нечеткую суммы квадратов расстояний от объектов до центров нечетких классификаций а второе слагаемое в (3.55) является взвешенный по квадратам расстояний от центров классификаций с учетом нечеткости объектов в нечетких классах от классов Γ .

Следует отметить, что функция качества работы предлагаемый В. Райт в 1959]

$$Q(P) = 1 - \frac{\sum \sum \mu_i d(x_i, \gamma)}{\sum \sum \mu_i}, \quad (3.62)$$

где $d(x_i, \gamma)$ — квадрат расстояния от точки x_i до общего центра исключаемой сокупности, который может быть определен в соответствии с формулой

$$d(x_i, \gamma) = \sqrt{1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}}, \quad (3.63)$$

где x_{ij} — квадрат расстояния от точки x_i до центра нечеткого класса γ определяемый из соотношения

$$d(x_i, \gamma) = \sum_{j=1}^n \nu_j \frac{\mu_j}{\sum_{j=1}^n \mu_j} x_{ij}, \quad (3.64)$$

Нахождение структуры классификации в данном случае определяется как решение следующей оптимизационной задачи

$$Q(P) \rightarrow \min, \quad (3.65)$$

для которой градиент вычисляют следующим образом

Приложение (3.65) представляет собой, кроме, взвешенный аналог корреляционного отображения и выделяет внутреклассовые

результаты с кими из данных вытекают, с помощью я (3.6) и (3.7). Для отображения четырех элементов и сифицирующих их классов в часах применены те же в тучае, что и для классификации элементов μ и ν . Классы измечены на интервалы. Ушли из них, что известно при таком явлениях видов [22, с. 53].

Следует заметить, что функционал $Q(P)$ прямо не связана с общим функционалом $Q \cdot P$ также как различаются задачи (3.4) и (3.6). Общий для функционалов $Q(P)$ и $Q \cdot P$ является только вид граничных условий. Вместо этого функционала $Q(P)$ указали ходящие свойства состояния [22, с. 53]. Рассмотрим [189], как решать множества подобных функционалов $Q(P)$ при следующих условиях: что видят в этом? В книге в приведенном выше фундаментальном исследовании В. Ильином [189] утверждается, что множества подобных функционалов $Q(P)$ можно описать в терминах критерия качества, а не в терминах величин, имеющих значение для классификации.

Рассмотрим критерий качества Γ для множества Ω , определяемого выражением

$$\{x, \mu | i=1, \dots, n; l=1, \dots, m\} = \Gamma$$

где x — фундаментальные величины, как и ранее, n — число элементов классификации каждого множества Ω_i , $i=1, \dots, n$, m — число признаков или, иными словами, размерность пространства X ; x с числом n из них некоторый элемент множества Γ ; μ — элемент матрицы «объект-свойство»

$$Y = \{y_{ij} | i=1, \dots, n; j=1, \dots, m\}$$

отвечающий единице признака j для объекта i ; μ — элемент матрицы A той же размерности

$$A = \{a_{il} | l=1, \dots, m\}$$

представляющий логическую природу признака l для каждого класса Ω_i ; это значит, что элемент a_{il} множества Ω_i принадлежит классу μ .

Пелески [189] указал, что в выше сформулированных на паде аспектах матрицы A и $X_{\mu, \nu}$. В первую очередь необходимо отметить, что в результате расположение гравиометрическим изображением P симметрический элемент в μ принимают на ν , т. е. вне нулевого значения одна из l -столбцов не может содержать все нули, а также в этом случае подмножество λ оказывается пустым, что противоречит определению понятия класса μ . Поэтому очевидно следующее указание:

матрице разбиения F , не может быть нулевых столбцов и число кластеров должно отвечать условию $2 \leq r$. Госковъ в случае $r > n$ образуются пустые кластеры, в случае $r = 1$ получается единственный кластер, т.е. что невозможно оценить его сходство и различие от других кластеров, что, в свою очередь, противоречит принципам построения любой классификации.

Таким образом, функционал качества $Q(P)$ должен удовлетворять следующим основным, по мнению В.О. Лукавишникова [12, с.50-51], из двадцати сформулированным, в том числе, требованиям:

- 1) $Q(P)$ должен быть инвариантен к изменению порядка строк матрицы P_{exp} ;
- 2) $Q(F)$ должен быть инвариантен к изменению порядка строк и столбцов в матрице;
- 3) $Q(P)$ должен быть инвариантен по отношению к объединению элементов в соответствии со следующим положением: любые два элемента классифицируемой совокупности $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, которые имеют одни и те же координаты в признаковом пространстве $I^*(X)$ и различные степени принадлежности к различным кластерам, эквивалентны одному элементу с теми же координатами и степенями принадлежности к соответствующим четким кластерам, равные половинам степеней принадлежности к некоторому данному нечеткому кластеру общим приемы элеменов.
- 4) $Q(P)$ не должна зависеть от объединения идентичных по положению в пространстве $I^*(X)$ и по степеням принадлежности к нечетким кластерам нечеткого разбиения $F = \{A_1, \dots, A_r\}$ элементов.

К третьему второго требования следует сказать, что по отношению к строкам матрицы X , В. Райтом выдвигается более жесткое требование, в соответствии с которым функционал $Q(F)$ не должен зависеть от преобразований координатных осей признаков, к примеру, вращения и т.и изменения шага.

Познакомившись выше с критериями качества нечеткого разбиения не исчерпывают всего многообразия предложенных функционалов. Другие критерии рассматриваются в работах [45], [59], [54] [85], [101], [106], [167], [125] и в основном представляют собой раз-

же не всегда рассматривали выше функцию из чистости, в работе Г. Н. Дэвис и С. Сана [73] рассматривается функционал

$$G(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} u_j I(x_j, \cdot) - \frac{\sum u_j}{n} \quad (3.66)$$

отличающийся от функционала, предложенного Г. Кофманом и Н. Н. Рауссеу [148]. Установлено, что в криптографии Г. Кофмана и Г. Н. Рауссеу значение показателя нечеткости классификации узла является давним дуги то же что и критерий Р. Н. Тьюрина Q_2 [11], начиная с 1970 г., получивший более общий вид, что включается в модель 1.

Представим эти цели более языком кратко. Рассмотрим задачу классификации о проблеме, как решать нечеткие задачи с помощью анализа Теги и структуры имущий при исследование проектирования соединений с устойчивостью кластер-процедур, нарушениям модели данных, предсказанием и классифицированных наблюдениях. В частности, если предсказание ошибок в классификации следует из его аномальности наблюдениям, мы можем выбрать идентификаторы, чтобы избежать ошибок, зависимость наблюдений Р. Н. Тьюрина, то получили весьма интересные результаты в вероятностных методах классификации. Среди трубажных исследований профессоров Ю. В. Борисова, И. А. Хамитова, А. А. Лучинского, Ю. А. Айдинина [37], Ю. С. Саринского и Е. Е. Кук [22].

Последованием предельно частично и получившего развитие в рамках некоторого подразделения решений задачи распознавания образов с помощью кластер-анализа на его основе в сравнении с симметрическим «всесторонним» анализом. Для этого будем прибегнуть к решению обратной задачи. В статьеграничено, что вложенные рассмотрение при решении задачи кластер-анализа будем прибегнуть на основе результатов, полученных Р. Н. Тьюрина и Сечеца Рауссеу [73].

«В брошюре можно рассматривать как отдельный кластер A^* с центром x^* , расстояние до которого от всех объектов исследуемой совокупности неизменно, так что $d(x_i, x^*) = d(x^*, A^*)$ для каждого объекта из исследуемой совокупности X кластера A^* определяется некоторый радиус сферы

$$\mu_i \leq 1 - \sum_{j \neq i} \mu_j, \quad (3.67)$$

Итак, если μ будет представлять собой число из промежутка $[0, 1]$, то есть если μ содержит в себе некоторую информацию о вероятности появления в будущем события, то есть если μ содержит в себе некоторую информацию о вероятности появления в будущем события нечеткого результата, то смысле этого понятия μ называется вероятностью.

$$\sum_{i=1}^n \mu_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3.68)$$

Таким образом, точки класса Γ могут иметь малые значения, принадлежащие «хорошим» состояниям, а вектор A^* проиграл в бою в схватке с малым «джокером» [37, стр. 290-291]. В свою очередь, функционал R , в котором μ определен, описан в [37].

$$R(\mu) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_{i,j} t_{i,j} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_{i,j} \frac{1}{\lambda_j}, \quad (3.69)$$

где символ R в обозначении функционала означает его работоспособность, а $t_{i,j}$ — величины экстремумов функционала $Q(F)$, начиная с которых $x_{i,t} = 1, \dots, t-1, \dots$ отмечиваются в соответствии с формой (3.6).

$$\mu_{i,j} = \frac{1}{\sum_{k=1}^m \left| \frac{\partial Q(F)}{\partial x_{i,k}} \right|_j + \left| \frac{\partial Q(F)}{\partial \lambda_j} \right|}, \quad (3.70)$$

отличающиеся от напоминой в процедуре минимизации критерия Q . И в этом втором слагаемом в работе в первой части выражено (7.6). Как отмечает Н. Давидсон Скотт в журнале приложений [73, стр. 6], так как в гравитации требуется выполнение условия $\lambda > 0$, то для каждого из m значений λ в выражении (3.70) в первых m членах суммы до «выбросов» является постоянным, так что значение μ может быть определено в ходе вычислений.

$$\mu_{i,j} = \frac{1}{\sum_{k=1}^m \left| \frac{\partial Q(F)}{\partial x_{i,k}} \right|_j + \left| \frac{\partial Q(F)}{\partial \lambda_m} \right|}, \quad (3.71)$$

При этом скажем, что σ выбирает из множества Γ оптимальных [73, с. 16].

стеризаций данных с «выбросами» хорошо применима в ситуациях, когда исходные данные представлены в форме матрицы «объект-свойство», где расстояние d имеет вполне ясный смысл. Однако в случае, когда исходные данные представляются в форме матрицы «объект-объект», существуют некоторые очевидные трудности выделения класса «выбросов» A^* . При рассмотрении робастности критерия вида $\mathcal{Q}(P)$ в работе [73] предлагается следующая модификация функционала М. Рубенса:

$$Q(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_i \mu_j d(x_i, x_j) \quad (3.72)$$

где число c отыскиваемых классов увеличивается на единицу. Этот дополнительный класс и будет классом «выбросов» A^* , однако из выражения (72) не ясно, каким образом класс A^* выделяется из остальных классов E . Либо выражение (3.72) переписать в виде

$$Q(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_i \mu_j (d(x_i, x_j)) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_i \mu_j (d(x_i, x_j)) \quad (3.73)$$

то первое включается в правой части совпадает с функционалом М. Рубенса (3.45), а второе представляет собой своего рода «расширение» для классификации «выбросов». Индекс r в расстоянии (x_i, x_j) обозначает «уровень» различия объектов x_i и x_j , так как это определяется классом A . В обычном случае различие между элементами исключительно совокупности не зависит от кластера, так что $(d(r, x_i)) = d(r, x_j)$ для всех $A \neq 1, \dots, c$. Однако в случае, когда выделяется класс «выбросов», его следует выделять как специальный кластер A^* и налагать на него приоритет отнесения существенно сти различия между объектами, так что $(d(r, x_i)) < \delta$, и, соответственно, класс «выбросов» A^* . В случае представления исходных данных в виде матрицы «объект-объект» может быть определен как кластер, расстояние между объектами которого оценивается тем же, что и до объектов других кластеров. Иными словами, кластер A^* определяется тем, что $d(r, x_i) < \delta$ для всех $i \in E$ и разложение δ предполагает соблюдать интуитивное значение. Следовательно, выражение (3.73) можно переписать так, что робастная модификация функционала М. Рубенса окончательно примет следующий вид

$$Q_{\text{rob}}(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \mu_i \mu_j \mu_k d(x_i, x_j) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_i \mu_j \delta. \quad (3.74)$$

Таким образом, с ясным для гласности же и точни рения: ссыпало рабис в следуе чесово купиши так, и, п разд же меж ою с заме «хороших» вах сравниально велико, а классы «хороши» все квадраты по парных различий между ими днгмало то же значение ; эти же близким также сходятся к стереотипам, которые имея степени различия, больший чем пятьдесят, никакой-либо объект, существующий вокруг нас и состоящий из этих объектов, как «морошем» кластере более чем на δ , он должен в классе $K_{\text{хорош}}$ как «бресс» и напротив если у определенных отличается хотя бы от этого бьета приводящего к «хорошему» кластеру, может на δ быть приведенный, бьета мож вить прописанному «хорошем» кластеру, никакие «выбросы». В качестве иллюстрации примем Р. Н. Дэвида Сен [73, 77] рассмотрившего вокруг каждого из семи селекций Х- $\{\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4, \chi_5, \chi_6, \chi_7\}$ пять различных областей, представляющих собой локальные зоны различий в формах, торые три объекта представляют собой цитрусовые трех ягод, а с четвертой - слиру. Матрица трансформации в разных областях имеет вид

Матрица попарных расстояний исх.д

ЧАСТЬ I ТАМЕ ЧССОДА МОНГОЛОВОКУПНОСТИ

В данном примере для иллюстрации понятия расхождения огличия «выброс» значения $\hat{\sigma}$ можно положить равным 0.3, что ходило бы за пределами классы $(-0.1, 0)$, $(0, 0.1)$ и $(0.1, 0.2)$, разбросания которых в квадрате были бы равны 0.1 и 0.01, соответственно, как и в случае огличия «брака». Это стало возможным благодаря тому, что при превышении $\hat{\sigma} = 0.30$, что позволяет считать официальный результат ошибкой.

ных задаче значение расстояния между вычисл. формулой и исходной состоянием (3.71)

Чтобы это выделить можно воспользоваться методом Диве — Симса (они же были записаны в статье [72] в 1915 г.)

$$Q(F) = \sum_{\mu} \frac{\sum_{\mu, \mu'} \mu' \mu}{2 \sum_{\mu}} - \frac{\sum_{\mu} \mu^2}{2 \sum_{\mu}} \quad (3.75)$$

Е. Н. Гусев [73] отмечает, что спирогичные пути есть ведение массы «вброса» и сопротивству. Цифра μ — потенциальная масса функционала (μ^2) М. Г. Гиндема.

Завершение работы третий путейских спирогичных методов. Вспомогательный классификации явлений (Фиг. 10) состоит из всех возможных выигрышных рядов, как стационарных, так и динамических. Каждый ряд имеет свой классификационный алгоритм. Данное число определяется исследованием, и оно из сущности явлений. В чистоте необходимо чтобы число было в изначальном расположении обозначено классом. Число в ряду определяется поисканием «нормы» т. е. явлений, представляющих собой определенную группу, и если эта норма будет состоять из же Прототипов следующих, то оказывается, что для решения проблемы поискания «нормального» числа достаточно использовать два ряда. Первый ряд дается в произведении ряда из первичных различных чисел в исключительном разложении с учетом юридического нечеткого выражения, что классов в которых «нормальный» и «нормализуемый» представлениям исследование более совершенного числа классов. Второй ряд, содержит в изучении первоначальных классов вида μ , где в цепочке классификации наиболее близкие классы сближаются. Другим близким критерием является обратить внимание, является ли в нечеткой классификации принадлежность к классам уменьшается с возрастанием количества точек.

Число классов. Вместе с тем, во многих случаях задача о задачах с оценками, приближающими к прототипу в некоторой мере могут решаться как по чисто надеждающие нечеткому множеству, предсказанные в соответствии с общим классом. Тангенце достоятельст-

воздуху не ходил. Использование прототипа \mathbf{z}_0 на общем
принесло успехи в центрации кластера так что было решено
обратить внимание прототипа считаю его быть центральным с ко-
эффициентом 1.0 со степенью принадлежности 1.0. Все остальные
альтернативы рассмотренные выше, такие возможности и ограничения
предоставляют.

Решение об ограничении пространства расширения до радиуса R
связано с тем, что «естественное» число классов нечетно и радиус
должен быть максимум M . Стандарт в работе [100] гово-
рит, что для каждого из M кластеров \mathbf{z}_i и \mathbf{z}_j прототипа \mathbf{z}_i едини-
чный \mathbf{z}_k из M кластеров съемный прототип \mathbf{z}_k . И если
рассматриваемый кластер \mathbf{z}_k может быть единственным
внутри кластера \mathbf{z}_k , то это и компактное и пространство и им образом
расширяется прототип кластера \mathbf{z}_k если в этой точке лежит област-
ь проекции P_k [109 - 106] следует указать на то, что это
предполагает произвольную форму и размер объемного
прототипа. Таким образом объемный прототип оказывается путем
включения в область \mathcal{X} всех точек в радиусе K от центра
кластера $\mathbf{z}_k \in P_k$. Точки $x \in \mathcal{X}$, удовлетворяющие неравен-
ству $d(x, z_k) \leq R$ будут являться элементами обеих прототипов
так что, по определению, их степень принадлежности к кластеру \mathbf{z}_k
будет максимальной. Размер объемного прототипа R будет опреде-
ляться радиусом R , который, в свою очередь, может задаваться ис-
следователем, так что объемные прототипы \mathbf{z}_k , $k = 1, \dots, M$ будут
иметь одинаковый размер, что определяется для каждого кла-
стера \mathbf{z}_k в процессе классификации.

Есть одиним образом к определению радиуса R для каждого
кластера \mathbf{z}_k R для этого можно использовать евклидово рас-
стояние $\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - z_{ki})^2}$ в котором x_i — ко-
ордината i -го кластера определяемого вектором \mathbf{z}_k . Покажем
что матрица \mathbf{U} является неограниченной. Рассмотрим вектор \mathbf{u} ,
который может быть представлен в виде $\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, где \mathbf{A} — сим-
метрическая матрица, имеющая диагональные элементы
выми $a_{ii} = 1, i = 1, \dots, n$, так что объемные прототипы расширяют
сферу $\sqrt{\lambda} \times \mathbf{1}$ вдоль каждого вектора \mathbf{e}_i .

Согласно с общими протоколами для определения минимальной функции на я

$$Q_{\text{inf}}(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} u_j^i \psi_i(x_j - R_j), \quad (3.7)$$

где ψ_i — определение модификации критерия (3.4). Тогда имеем. В обозначении $Q_{\text{inf}}(P)$ функция ψ обозначает «расширенный» ψ , т.е. ψ определена в виде $\psi(x) = \psi(|x|)$. Функция расширения, в качестве которой может быть использовано, например, стандартное ядро Коши $\psi(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ (см. § 47), а R_j — линейная величина, определяющая размер объема Ω_j в пределах нечеткого класса, где $x_j \in P_j$. В качестве граничений ядра Коши в формуле (3.7) выступает традиционное условие равненности смыслу (3.7). Рассмотрим. Таким образом, центры x_j , $j = 1, \dots, n$, очевидно, должны удовлетворять формуле

$$\sum_{i=1}^n u_j^i = \sum_{i=1}^n \mu_i^j = 1, \quad (3.7)$$

а значения признаков — ностей, соответственно, по формуле

$$\mu_i^j = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{|d(x_j, t_i)|}{R_i}}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.7)$$

которая, в свою очередь, может быть переписана в виде

$$\mu_i^j = \frac{1}{\sqrt{\frac{t_i(x_j)}{\sum_{i=1}^n d(x_j, t_i)}}}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3.7)$$

Следует отметить, что якобианы J_i определяются в виде

$$J_i = \max_0 \frac{F}{a(x_j, t_i)}, \quad (3.7)$$

При минимизации функционала $Q_{\text{inf}}(P)$ центры x_j и ядер A_{ij} «расширяются» в объемных признаках t_i , $i = 1, \dots, n$. Часто точки, попадающие в область съемки при этом типа. Будет иметь степень принадлежности соответствующим ядрам различную, лишице, и ответственность за другие ядра. Помимо метода, предложенного В. Кеймым и Г. Сечесом [16], с

целью нахождения нечетственного числа кластеров k , т.е. в ссылаемом нечетком разбиении P предсказа обозначенных кластеров, разбус классификации на величину χ^2 , т.е. есть предстаает сумма числа классов в разбиении P , на каждом шаге вычислителного процеса алгоритм начинает работу при $\chi^2 \leq 1$, т.е. при трех критериях остановки алгоритма $\chi^2 \leq 1$, $\chi^2 \leq 0.1$ и $\chi^2 \leq 0.01$ величина разницы между смешанными критериями

Составлены следующие задачи в процессе сопоставления в чистой форме определяющей выражением

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^m \min\{r_i, R_i\}, \\ S = & \min \sum_i r_i - \sum_i R_i. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Чередование пределяемых выражений (3.8), т.е. минимизация подобия двух критериев, принадлежащих различным группам нечетких кластеров, так и лежащих выше их пределов.

При $\alpha = 0.1$, при первом исходном соединении различий кластеров. Затем же различия характеризуются различными кластерами, к примеру как, изделимость групп относительно кластеров и их размеров, а также параметров классификации, в первую очередь, если предполагается, что R не является обратным к r , то распределение методом Решетки классификации (Приложение 1) выявляет различия в определенных по критерию (3.8) «подобности» некоторых двух кластеров A и B . $f^{-1}(c, l)$ зависит также от других кластеров в исходном разбиении, что определяется таким различием, как участие разных явлений в классификации. Однако второй метод несет в этом конкретном случае, что можно видеть из выражения. Для решения проблемы Кимакуми и Сенсеком [16] достаточно решить эти уравнения в порядке порядка, зависящего от числа кластеров k в нечетком разбиении на P , т.е. в k -м шаге вычислителного процесса, который определяется выражением

$$c_i = \frac{1}{f^{-1}(c, l)}, \quad (3.8)$$

т.е. то нечеткие кластеры A и B отличаются тем, что изменение значений меры сходства кластеров, определяемой выражени

и (3.81) не приведет чексы для уравнения (3.79).
Чем же меры сокращения шага прописаны? Их значение в
Для вычисления радиуса R , определяющего радиус зоны
работы, для этого разделим наименьшее значение μ на
значение $C = \Delta G$, как это было предложено выше, так что условия
условий (3.45) и (3.46)

$$R \leq R_1 \leq R_2, \quad (3.47)$$

сткуда следует, что $R_1 \geq K \Delta G$, т. е. разделен в K раз на величину ΔG .

$$\lambda = \sqrt{\frac{R}{R_1}} = \sqrt{\prod_{i=1}^n \lambda_i}, \quad (3.48)$$

где λ_i — элементы матрицы Λ .

3.2.2. Описание алгоритмов

Во всех последовательностях, кроме приведенных в [1], только функции градиентные дифференциальные алгоритмы и итерационные методы приводятся к общему виду.

3.2.2.1. Алгоритм Распини [1] минимизирует функцию $Q_1(P)$

$$Q_1(P) : P = (1, \dots, 1), A = \mu, \dots, P \geq 0, \mu \geq 1,$$

$$P = \arg \min \left[\sum_{i=1}^n \mu_i - 1 \sum_{i=1}^n \mu_i + \alpha_i \right], \quad i = 1, \dots, n.$$

Как пишут И. Н. Елисеева и В. С. Гукашинников в своем рецензии [1]: «... Градиентный метод с использованием критерия качества целевой функции предложен в [1] с использованием градиентного метода для оптимизации. Стремление алгоритма к минимуму функции $Q_1(P)$ сводится к решению задачи минимизации функции $F(d(x))$, что и описано в [1].

Дальше же описание алгоритма минимизации функции $Q_1(P)$, дано на описание приведены, но доказательство не приводится [22].

Пусть $x \in \mathbb{R}^n$, $V(x) = V(x_1, \dots, x_n)$ — гладкая

функция (3.27), функция $F(d(x))$ — производная от производной

$$\int_{x_1}^{x_n} f(x_1, \dots, x_n) dx_1, \quad x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$$

с единичной нормой $\|d(x)\| = 1$. Критерий

$$V(d(x))$$

и для каждого x разрешим можно

также будущее "

запись

$$1 \geq r(x), \quad (1)$$

в то время как начиная с шага вычисления V_m и в

далее

$$\lambda = \frac{1}{V_m} \quad (2)$$

при этом λ обозначается $V_m = \sum V_i$. Рассмотрим

исходный процесс также

$$\frac{d(x, \cdot)}{d} = \sigma(x, \cdot) \quad (3)$$

активным шагом итерационного алгоритма, если

если иначе

$$C(P) = \sum \sum (\sigma(V_i - d(x, \cdot)) \text{ или} \quad (4)$$

следует заметить, что $Q(P)$ представляет собой дифференциальную функцию частных производных которой находится по следующему

$$\beta(x) = \frac{\partial Q(P)}{\partial \mu_l}, \quad l=1, \dots, n; \quad (5)$$

$$\beta_{\max} = \max \beta(x) \quad (6)$$

$$\beta_{\min} = \min \beta(x). \quad (7)$$

Фактор $\beta(Q(P))$ длинном четной степени и если частные производные σ на b -м шаге вычислительного процесса не могут быть определены

$$\beta(x) = \sum \sigma(x) \sigma(V_i - d(x, \cdot)) \quad (8)$$

и в свою очередь, μ значение принадлежащего критерия b -м шага вычислительного процесса

Параметры алгоритма

состоит из трех кластеров в исскомом разделе

d - первоначальная между объектами

Сема алгоритм

Было бы неизбежно различие $P = \{P_{ij}\}_{i,j=1}^n$ для симметрических и несимметрических непрерывными функциями A_i , иначе то же, так что матрица начать отсчета из поля $P = [P_{ij}]$ имеет n строк и $(n-1)$ общего признака (так что $\sum_{j=1}^n P_{ij} = 0$ для $i > 1$).

2 Выполним в соответствии с соотношением (3.86) и в из-
менившемся контексте следующее значение $\zeta^*(P)$:
сравнив значение $\zeta^*(Q^*)$ с имеющимся на некотором поро-
говом значении $\zeta^*(\Omega)$, если $\zeta^*(P) \leq \zeta^*(\Omega)$, т.е. ч.,
 $\{x \in J^* : Q^*(x) < \varepsilon\}$ содержит в нем предлежащего рабочего.

4 Число μ в стROKE μ в приведенном расчете μ_n (см. μ в α) не оказалось в пересчете на п. 7, в противном случае оно оказалось бы в μ .

Для определения числа μ в расчете ГУСКИРГА ТАМБОВОГО ПОДОКРЫТЕНИЯ ИНСТИТУТА ИДИСА $\mu = h_1 + h_2 + h_3 + h_4$.

$$h_1 = 0,1 \cdot p^{(x)},$$

$$L = \sigma [P] - \epsilon \quad \text{and} \quad \tilde{L}$$

$$\frac{1}{2} \left[\sigma_b^2 \sum_j p'(\lambda_{j+1}) [(\mu_{\lambda_j} - u_{\lambda_j}) - (\mu - u_{\lambda_j})] + \sum_j p(x) \left[\Gamma(\lambda_j) - t(x_{\lambda_j}) \right] \right]$$

— Т — СЬЮЖЕТ ЕДЬ,

$$q = \max p' \quad . \quad (3.9)$$

$$\mu_k = \min_t \mu_t$$

причем с гипотезой о том, что f -го и k -го нечетких частей, изменения которых устанавливаются в форме (5.1), не существует. Доказательство этого утверждения аналогично доказательству теоремы о существовании f -го четкого нечеткого множества.

Поскольку $\lambda > 0$ и $\mu > 0$, то в силу правила Декарта по типом $H(\lambda)$ имеет один ненулевой положительный корень, ищется наименьший положительный корень λ^* полинома $H(\lambda)$ и отавляется с тем, что $\lambda^* = \min(\mu - \lambda^*)$,

6) Производится коррекция вектора степеней принадлежности $\vec{\mu}$ объекта в соответствии со следующим правилом:

$$\bar{\mu}_i = \begin{cases} \mu_i + \lambda^*, & \text{если } \mu_i < \lambda^* \\ \mu_i, & \text{иначе} \end{cases} \quad (3.95)$$

$$\mu_{ik} = \begin{cases} \mu_k - \lambda^*, & \text{если } \mu_k > \lambda^* \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (3.96)$$

где символами μ_i и μ_{ik} обозначены измененные значения наибольшей и наименьшей степеней принадлежности i -го объекта; с учетом коррекции степеней принадлежности (3.95), (3.96) производится также коррекция соответствующих $\vec{\nu}$ и $\vec{\Sigma}_i$, полагается $b = b + 1$;

7) Если просмотрены не все $i = 1, \dots, n$, то полагается $b = b + 1$ и осуществляется переход на шаг 3, в противном случае производится проверка изменения матрицы расширения $\vec{\Gamma} = [\mu]$. Если имели место изменения $\vec{\Gamma} \rightarrow \vec{\mu} + 1, \dots, n - 1, n$, то полагается $b = b + 1$ и осуществляется переход на шаг 2, в противном случае полагается $\vec{\Gamma} = \vec{\mu}^*$ и алгоритм прекращает работу.

В работах [151], [152], [39] представлены результаты, развивающие идеи, изложенные в [149], [150].

3.2.2. Алгоритм Уиндхема (^{Windhem's algorithm}) [185] минимизирует функционал $\varphi(P)$, поскольку результатом работы алгоритма является не только матрица расширения $P \in [\mu]$, но и матрица весов программы $K \in [\mu]$. $\Omega^*(P)$ будет записываться в виде $\Omega^*(P, K)$. Таким образом, алгоритм Уиндхема находит решение оптимизационной задачи $\Omega^*(P)$ либо в следующем виде:

$$\begin{aligned} \arg \min_P \Omega^*(P, K) &= \left\{ A, \vec{\nu}, \vec{\mu} \mid \begin{array}{l} \vec{\mu} \in [\mu], \vec{\nu} \in [\nu], \\ \sum_{i=1}^n \nu_i = 1, \sum_{i=1}^n \mu_i = 0, \sum_{i=1}^n \nu_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{array} \right\}, \quad (3.97) \end{aligned}$$

В силу основностей функционала $\Omega^*(P, K)$ алгоритм нахождени-

Помимо и т. биения, в несолько шагах с отрывом
стартового алгоритма кластер-реконструкции.

Параметры алгоритма

- число локальных кластеров в искомом разбиении P .

Схема алгоритма

1. Выбирается начальное разбиение $P = \{A_1, \dots, A_n\}$, где n — количество кластеров, так же как и матрица начального разбиения P (A_i — номер строки и b_i — номер столбца);
2. Частично P , P вычисляется матрица весов при помощи K в соответствии с соотношением (3.31);
3. Частично K , K вычисляется матрица весов при помощи F в соответствии с соотношением (3.31);
4. Вычисляется матрица весов при подготовке к следующему шагу, геометрическое сопоставление матрицы;
5. Всю процедуру отображения $\Phi(P, K)$ и $\Phi(F, K)$ при $\Phi(P, K) \geq Q^*(P, K) + \epsilon$ и $\Phi(F, K) \geq Q^*(F, K) + \epsilon$, то $P \leftarrow F$, $K^* \leftarrow F$ и алгоритм прекращает работу, в противном случае переходит к шагу 3.

При фиксированной матрице весов прототипов K матрица разбиения P , строящаяся в соответствии с формулой (3.31), минимизирует $Q(P, K)$ из всех матрицам разбиения P , так что выполняется $Q(P, K) \leq Q^*(P, K)$. Аналогично $\Phi(F, K)$ минимизируется матрицей K , строящейся по формуле (3.31), так что $\Phi(F, K) \leq Q^*(F, K)$. Таким образом алгоритм уменьшает значение целевой функции $Q(P, K)$, на каждой итерации это происходит не только благодаря обновлению $\Phi(F, K)$, но и на следующем шаге, поскольку $Q(P, K)$ схвачен, так что при каждом шаге алгоритм уменьшает количество шагов.

Однако это уменьшение целевой функции $Q(P, K)$ также может быть использовано для прекращения работы алгоритма, для чего на шаге алгоритма условие $Q(P, K) > Q^*(P, K) + \epsilon$

и заменить значение выражения $\Phi(F, K)$ на $\Phi(F, K) + (Q(P, K) - Q^*(P, K))/Q(P, K)$. Тогда при каждом

обладает тем преимуществом, что для порога не зависит от величины целевой функции. С примером, выбор порога $\varepsilon = 0.01$ итерации ируется как остановка вычислений в случае, когда целевая функция (\cdot, P, K) уменьшается менее чем на 0.01 процента.

Вопросы, связанные с выбором начального разбиения на шаге 1 алгоритма, также подробно рассматриваются в работе [186, с.165-166].

3.2.2.3. Алгоритм Рубенса (MND2 algorithm) [181] оптимизирует критерий

$$Q(P) = P \cdot (A^T \cdot \mu \cdot A), \quad A = (\mu_{ij}) \in [0, 1]^n \times c$$

$$P = \arg \min \left\{ \sum_{i=1}^n \mu_{ii} : \sum_{j=1}^c \mu_{ij} = 1, \quad n, l = 1, \dots, c \right\}$$

Параметры алгоритма:

число нечетких кластеров в искомом разбиении P^* ;

Схема алгоритма:

- 1 Выбирается начальное разбиение $P = (A_1, \dots, A_c)$ на c нечетких классов, описываемое с непрерывными функциями принадлежности, так что матрица начального разбиения $P^T \mu$ имеет n строки и c столбцов;
- 2 Вычисляется функция расстояния $D(x, l) = \sum_i \mu_i d(x, x_i)$
- 3 Решается следующая задача Канторовича (однократное линейное программирование) $\sum_l \sum_i \mu_i D(x, l) \rightarrow \min$ при $\mu_i > 0, \sum_i \mu_i = 1$, с использованием множителей лагранжа

$$\sum_l \sum_i \mu_i D(x, l) + \sum_l \lambda_l \left(\sum_i \mu_i - 1 \right) \rightarrow \min$$

что приводит к

$$\frac{\partial}{\partial \mu_i} \left(\sum_l \lambda_l \left(\sum_i \mu_i - 1 \right) \right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_l} \left(\sum_l \lambda_l \left(\sum_i \mu_i - 1 \right) \right) = 0, \quad 2\mu_i D(x, l) + \sum_l \lambda_l = 0,$$

$$\mu_i \left(D(x, l) + \sum_j D(x, j) \right)^{-1} \mu_j \geq 0$$

4 Точности от μ , т.е. сравнения гипотезы разбиения с предыдущим разбиением осуществляются в ходе шага 2 и основного алгоритма.

3.2.2.4. Алгоритм Бежета - Дагта (далее SODATA algorithm) (Маннинг [2] [85], [51] [54], [6]) в цифровой версии минимизирует критерий $Q(P)$ в виде (3.4), так что решение задачи классификации определяется в виде формулы

$$F_i(x) = P_{i, \text{min}}^{\text{max}} \quad (i = 1, \dots, k, \text{а } P_{i, \text{min}} = \mu_i, \mu_i \in [0, 1])$$

$$P^* = \arg \min \left\{ \sum \mu_i - 1, \sum \mu_i + 0, i = 1, \dots, k, i = 1, \dots, k \right\}$$

Параметры алгоритма:

число кластеров k ; матрица разбиения F ; показатель качества классификации $\gamma \in [0, 1]$.

Схема алгоритма

1 Входом является базис F , т.е. $A = \{A_1, \dots, A_k\}$, нечто в виде, сопровождающееся непутильными функциями принадлежности, коэффициентами преобразования каждого столбца в единичный массив $\{\mu_1, \dots, \mu_k\}$, т.е. $\mu_i = \mu_i(A_j)$ для $i = 0, \sum \mu_i = 1$. В n -мерных столбцах, для всех $j = 1, \dots, n$, т.е. по ученная матрица, состоящая из разбиений $P = [\mu]$ имеет строку из k столбцов, $\sum \mu_i = 1$.

2 Пусть подразумевается разбиение P в виде массива $\{\mu_1, \dots, \mu_k\}, \mu_i = \{\mu_{i,1}, \dots, \mu_{i,n}\}, \mu_i = 0, \sum \mu_i = 1$. Из n -мерных столбцов выделяется центрентор $x_{i,1}, \dots, x_{i,n}$ для каждого из $i = 1, \dots, k$.

3 Строится $(k+1)$ -е разбиение P' , т.е. в виде массива $\mu'_1, \dots, \mu'_k, \mu'_{k+1}$, $\mu'_i = 0, \sum \mu'_i = 1$ из n -мерных столбцов, порождаемых набором центров $x_{1,1}, \dots, x_{k+1,1}$.

$$\mu'_i = \arg \min \left\{ \sum \mu'^i x_{i,1} + \dots + \sum \mu'^i x_{i,n} \mid \mu'_i = 0, \sum \mu'_i = 1 \right\},$$

$$\text{с вспомогательной функцией } l'(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \bar{x}_{i,j})^2,$$

$$I^*(x) = \{j, \tau_j\} = \left\{ \sum_{t=1}^{n-1} \frac{|x - \tau_t|}{\|x - \tau_t\|} \right\}$$

$$I^*(x) \neq \mu \quad \text{---} \quad 0 \leq \sum_{t=1}^{n-1} \mu_t \leq 1.$$

4. Быть может, некоторое пороговое значение $\varepsilon > 0$ задано. Я правлю P и P^* по правилу $P_j = P^*_j = \max \mu_j = \mu_j$; если $|P_j - P^*_j| < \varepsilon$, то $F_j = P^*_j$ и я останавливаю работу. В первом случае я делаю $k = k + 1$ и осуществляю переход на шаг 1.

Задача Шедрича [140] [144] в приведенном виде. Если минимальная функциональная Q в равенстве (56), т.к. δ не равно нулю, то для $\delta \rightarrow 0$ симметрическое значение P^* определяется формулой

$$Q'(P^*) = \lambda - \lambda^* - A_{\min}(P^*) - Q(P^*) = 0 \Leftrightarrow P^* = \lambda,$$

$$\lambda = \arg \min \left[\sum_{j=1}^n \mu_j \mid \lambda, \sum_{j=1}^n \mu_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \right],$$

При алгоритма:

c) число ненулевых частей в искомом разбиении P^* ;

Схема алгоритма:

Выбирается начальное разбиение $P = (A_1, \dots, A_n)$ из членов классов. Определяем λ с помощью функции принадлежности, т.е. это получается матрица A с выделенными строками $I = \{i \mid \forall j \in I \exists k \in A_i \text{ и } \forall l \in A_j \text{ и } k \neq l\}$.

1) Для каждого столбца τ_j , $j = 1, \dots, n$ определяем $b_j = \sum_{i=1}^n \mu_i$

$$b_j = \sum_{i=1}^n \mu_i \mid \lambda, \sum_{i=1}^n \mu_i \geq 1, \quad i = 1, \dots, n.$$

2) Строим разбиение P в соответствии с b_j (максимумы)

$$\begin{aligned} \lambda &= \sum_{i=1}^n y_i \delta \\ \tau_j &= \frac{\sum_{i=1}^n a_{ij} \delta}{\sum_{i=1}^n a_{ij}} = \frac{\sum_{i=1}^n b_j \delta}{\sum_{i=1}^n a_{ij}} \end{aligned}$$

- 4 Вычисляется некоторое пороговое значение $\varepsilon > 0$ и производится сравнение P^* и P по правилу "если $P \neq P^*$, то $P = P^*$ " и алгоритм заканчивается.
- Если $\|P^* - P\|_F \leq \varepsilon$, то $P = P^*$ и алгоритм заканчивается грабежу. В противном случае полагается $l = l + 1$ и осуществляется переход на шаг 1.

Выполненные эксперименты показали очень хорошие результаты метода в сравнении с различными модификациями алгоритма Бежчеса — Данна, особенно при использовании расстояния Маха — Ланобиса, частности, успешно были расклассифицированы данные, известные как «крест Густафсона» [92], [140, с.16]. Дальнейшее развитие подхода В. Педрича рассматривается в его работах [142], [143].

3.2.2.6. Алгоритм Даве — Сена (FRC алгоритм) [73] использует вспомогательные значения v для построения начального принципа принадлежности $\mu_{i,l+1} \dots \mu_{i,c}, i=1 \dots n, l=1 \dots c$ и минимизирует критерий $Q^T P$, отыскивая решение

$$P^* = \arg \min_{P} \left[Q^T (P - (A_{1 \dots c, l+1 \dots c})^T) A_{1 \dots c, l+1 \dots c} \right] + \mu_{i,l+1} \dots \mu_{i,c}$$

Параметры алгоритма:

- c — число нечетких классов в искомом разбиении P^* ;
 γ — показатель нечеткости классификации, $1 < \gamma < \infty$.

Схема алгоритма:

- 1 Выбирается начальное разбиение $P = (A_{1 \dots c, l+1 \dots c})^T$ на c нечетких классов, так что матрица нального разбиения $P = [P_{ij}]$ имеет c строк и n столбцов, и полагается $b = 0$
- 2 Полагается $l = 1$;
- 3 Вычисляются значения v в соответствии со следующим

$$v = \frac{\sum \mu_i d(x_{i,l+1}) - \gamma \cdot \sum_k \sum \mu_k d(x_{k,l+1})}{\sum \mu_i}$$

$$= \frac{1}{2^l \sum \mu_i}$$

для всех $1 \leq l \leq c$ с использованием вновь вычисленных значений принадлежности μ_i , если $i \neq k$, и предыдущих значений принадлежности μ_i при $i = k$,

4 Продолжение погрешностей значений приближности в задачах Изучения состояния относительным

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \right) \\ & = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \end{aligned}$$

Следует отметить, что появляется единица из нуля в качестве погрешности в задаче № 3;

Полностью $\delta = \sqrt{\lambda}$ единица входит в учет по участию в предыдущем разбиении, где преобладает фактор λ в выражении критерия отключений $\delta = 0$ и это член то минимальное значение критерия, имеющее место в задаче № 3 в алгоритме; в негативном случае погрешность определяется предыдущим выражением.

3.2.2.7. Алгоритм описывает, что то подразумевается, что рассматривается вектор расстояний [45], [85], [101], [108], [117]. Г. А. Воронцов предложил сопоставленные версии рассмотренных выше методов [59] для отыскания оптимальных квадрат-процедур. Дж. Бенджамин [59] рассматривает отыскание оптимальных квадрат-процедур, соответствующих оптимальным алгоритмом «последовательной оптимизации» [56]. К примеру, к алгоритму «fuzzy-составления» АТОМ, предложенный Г. Ф. Чапаевым и Г. Г. Галкиным [92], и минимизирующий критерий $\chi^2(x)$, где x — квадратичные функции x_{ij} , называемые квадратами расстояний Махаланобиса ($\chi^2(M)$), известен в литературе как алгоритм [110].

Некоторые недостатки этого метода в том, что методы Г. Ф. Чапаева и Г. Г. Галкина не являются существенными, а также не могут быть применены для отыскания оптимальных квадрат-процедур на практике. С другой стороны, эти методы не являются существенными, а также не могут быть применены для отыскания оптимальных квадрат-процедур на практике. И. Е. Соколовским и С. Г. Гарифуллиной [132] предложен метод оптимизации [132], называемый алгоритмом «суперимпульса» [132], на основе которого предложены новые методы.

Наиболее интересны малоизвестные программы Г. В. Гришина [133], теоретико-статистический алгоритм Г. В. Гришина [133], а также алгоритмы, предложенные в [110, 132], используемые в отыскании оптимальных квадрат-процедур.

Алгоритм Распини минимизирующий один из функционалов $\chi^2(F)$ (Г. Г. Гарифуллин [132]) предложен в работе [110, 132], используя в отыскании оптимальных квадрат-процедур алгоритм $\hat{Q}(F)$, причем это

да матрицы μ_{ij} для j и i не совпадут с соответствующими для j .
Следовательно, для приведения обеих схем в соответствие следует привести правило Крамера теоремы, то изложимых в [6]:

Как и выше, предположим, что функции $G_i(x)$ и $f_i(x)$ представляют собой интегральные функции частных производные которых, называемые производными Гамильтона [3], [11], [3, 7].

$$G_i(x) = \frac{\partial G_i}{\partial u_j} x^j, \quad i=1, \dots, n, \quad j=1, \dots, n, \quad f_i = \max_{x \in \Omega} \beta_i(x),$$

$$\omega_{\min} \leq \beta_i(x) \leq \omega_{\max}$$

Теорема 1. Если для некоторого разбиения $P = \{A_1, \dots, A_r\}$ описываемого тела Ω известны коэффициенты $\mu_{ij}^{(k)}, \quad i=1, \dots, n, \quad j=1, \dots, n, \quad k=1, \dots, r$, то для каждого k определяется одна из n функций $G_k(x)$ или $\omega_k(x)$, то есть для каждого $x \in \Omega$ имеются n выражений $\mu_{ij}(x)$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$, при выполнении неравенства

$$\sum_j \mu_{ij} > 0 \quad \sum_j k_{ij} \mu_{ij} = 1, \quad i=1, \dots, n$$

$$\text{выполняется } \sum_j k_{ij} \mu_{ij} \beta_i(x) < 1.$$

Теорема 2. Если при условии предыдущей теоремы для некоторого $j, 1 \leq j \leq r$ выполнено $\beta_{\max}(x) < \beta_{\min}(x)$, то выбирается $k_{ij}(x) = \sqrt{\beta_{\max}(x)} + k_{ij}(x) - \sqrt{\beta_{\min}(x)}$, а также $\mu_{ij}(x) = \mu_{ij}(x) \cdot k_{ij}(x)$ и имеется, что $k_{ij}(x)$ не содержит членов $\max_{x \in \Omega} \beta_i(x)$ и $\sum_j k_{ij} \mu_{ij}(x) = 1$.

Параметры алгоритма:

- число скрытых кластеров τ (используемое значение τ^*).

Схема алгоритма:

1. Для каждого разбиения $P = \{A_1, \dots, A_r\}$ описанного выше, при помощи предыдущей теоремы определяется первая производная $\beta_i'(x)$ для каждого i и $x \in \Omega$, где $\beta_i(x)$ — это значение частных производных $\beta_i(x), \quad 1 \leq i \leq n$.

2. Минимумы $\beta_i'(x)$ для $i=1, \dots, n$ определяются, а значения

числяются по формулам

3. Если и выполняется равенство $f(x) = \beta(x)$, то шаги 1-3 повторяются для всех $j+1, \dots, n$,
4. Если для некоторой j -й точки, $1 \leq j \leq n$, выполняется $\beta_{\mu_j}(x) < f(x)$, то выполняются вычисления в соответствии с условием лоремы 3.2.
5. Если для всех $j, j=1, \dots, n$ выполняется равенство $\beta_{\mu_j}(x) = f(x)$, то найденная точка является оптимальной.

Теоремы 3.1 и 3.2 показывают, что предложенный градиентный метод останавливается при указанных ограничениях. Работость рассмотренного метода заключается в том, что минимизация функции β осуществляется изменением значений принадлежности μ_i к некоторой точке x .

Хотя при фиксированных значениях μ_i , $i=1, \dots, n$, а значения μ_i последовательно изменяются в каждом шаге, усовершенствованная версия процедуры предусматривает цикл, повторяющий шаг 4 процедуры для фиксированной точки x в тех пор, пока не выполняется равенство $\beta_{\mu_j}(x) = \beta(x)$, после чего происходит изменение значения j .

В работе [150, с. 225-329] также рассматривается процедура, минимизирующая функционалы $O^*(P)$ и $Q^*(P)$ одновременно. Данная процедура устанавливает связь между рассмотренной процедурой минимизации одного из функционалов $Q^*(P)$ или $Q_1(P)$ и одной стороны, и процедурой минимизации функционала $Q_2(P)$ — другой, которая и представляет интерес с практической точки зрения, ее детальное рассмотрение из-за высокой сложности и громоздкости нецелесообразно.

Алгоритм расстановки меток [72, 13-174] применяется для присвоения названий классов центрам нечетких кластеров, что в значительной степени облегчает интерпретацию результатов. Обычно, чтобы для части объектов известной совокупности точно известно, какой объект принадлежит какому классу, данная информация может послужить основой процесса присвоения названий классов центрам нечетких кластеров, имеющим расстановкой меток (labeling). В случае когда априорная информация о принадлежности некоторых объектов классам отсутствует, то она может быть получена уже после процедуры классификации объектов, в данном случае путем нечетких с-средних.

Где μ — результат работы алгоритма Лекка. Даёт построение тьюнинга на ходе работы алгоритма представлена в виде соответствующей матрицы $\mu = \mu(x, y)$, где $x \in A$ и некоторое y — это классифицированные объекты, для которых известно, что $x \in A$ и диапазон руется критериям $x \in L$.

Параметры алгоритма

— число нечетких сфер в разбиении L^*
— показатель личности классификации α

Алгоритм

1 Всем элементам матрицы μ к коэффициенту присваивается значение $\Omega_{\mu} = 1$,

2 Вычисляется значение функции принадлежности μ объекта к любым группам L^1, L^2, \dots с помощью формулы

$$\mu = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n-1} |\tau_j - \tau_j|}$$

3 Полагается $L = L^1$ для всяких $i = 1, \dots$

4 Если $\Omega < 1$, то корректируется $\Omega + 1$ и возвращается на шаг 2,

5 Определяется группа L^1 шаг $\{L_i\}$ для каждого $i = 1, \dots$

6 Приводится присвоение методом μ для $i = 1, \dots$ центрам кластера $\tau_i, i = 1, \dots$

Следует учесть, что принцип работы рассмотренного метода терпит неудачу в том случае при возникновении более кратчайшего, чем значение Ω , расстояния между любыми элементами. Иногда может случиться, что в симметричном матрицам том числе в 5 однозначно не устанавливается. В основе указанных симметричных алгоритмов заложено правило выделения общего номинала.

Модификация Леберга — Рубенса MND² алгоритма [119, с. 418] в которой утверждается, что $\mu = 1$ при $\Omega = 1$, т. е. единично отличается от единицы. Следует отметить вышеуказанной версии метода MND².

Параметры алгоритма

— нечетких кластеров в исходном разбиении L^*

Схема алгоритма

- 1 Выбирается начальное разбиение $P = \{A_1, \dots, A_n\}$ на n нечетких классов, описываемое с помощью фукнциями принадлежности, так что матрица начального разбиения $P^T \mu^0$ имеет n строк и n столбцов;
- 2 Полагается $i = 0$.
- 3 Полагается $\lambda^{(i+1)} = \lambda^{(i)}$, вычисляется функция расстояния $D(x, i) = \sum_{j=1}^n \mu_j d(x, x_j)$ для $j = 1, \dots, n$. Решается следующая задача квадратичного программирования: $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_j D(x_i, j) \rightarrow \min$ при $\mu \geq 0, \sum \mu_j = 1$ с использованием множителей Лагранжа

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_j D(x_i, j) + \lambda \left[\sum_{i=1}^n \mu_i - 1 \right] \rightarrow \min,$$

что приводит к

$$\frac{\partial}{\partial \mu} = 0; \sum \mu_j = 1,$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} = \lambda + 4 \mu^* D(x, I + \lambda \delta_{ij}),$$

$$(I - D^T, I) \sum_{i=1}^n D(x_i, j), \mu_j \geq 0;$$

- 4 Полагается $\mu_i = \mu_j$ для $i = 1, \dots, n$ и $x_i = x_j$;
- 5 Если $i < n$, то осуществляется переход на шаг 3.
- 6 В зависимости от результата сравнения полученного разбиения с предыдущим разбиением осуществляется переход на шаг 2 или останов алгоритма.

М. П. Уинчем отмечал, что «алгоритм Рубенса основан на очень простом оптимизационном критерии» но первоначально сформулированная численная процедура неустойчива. Модификации, описанные Либуттом и Рубенсом, приводят к более стабильной технике, но они сильно неотличимы друг от друга, и лучшие результаты могут быть получены [186, с.159].

Модификация Таве – Сена FCM алгоритма (R-FCM algorithm) [73, с.716] минимизирует функционал $\mathcal{Q}_n^*(P)$ (3.6*) и практически не отличается от схемы FCM алгоритма, представляя собой его более гибкую форму. Для вычисления центров классов стает-

ся неизменной, то для каждого приближения π к π^* в алгоритме (3.1)

Модификация Гве — С — это MND2 алгоритма (Г. М. Гве и др. [7] [716]) с дополнительным шагом на $O(nP)$ (3.7) для того чтобы уменьшить значение $H(\pi)$ для каждого из n вершин, что введено в классический алгоритм. А это означает, что для каждого из n вершин

распределения $\pi_k \in \Gamma(\pi, \rho)$, $\sum_i \pi_{k,i} = 1$ и $N_k = \sum_i \pi_{k,i}$ значение

некоординатности η_k определяется по формуле

$$\eta_k = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{D_{k,i}(\pi, \rho)} + \frac{1}{\partial N_k}}$$

Модификация Даре — это FRC алгоритм (К. FRC algorithm [1] [27.6]) является предыдущей в линии FRC алгоритмов, минимизируя функционал $O_n(\pi)$ (3.7), так что схема Р-FRC алгоритм отличается от схемы FRC алгоритмом тем, что введен в алгоритм и вычисляется в сумме для каждого из n вершин

$$F = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{v_i} + \frac{2}{\sum_i v_i}}$$

появляясь в шаге 4 FRC алгоритма.

В работе [7] представлена такая модификация алгоритма, предложенного Р. Бж. Г. и первоначально Дж. З. Левенпортом и Дж. Беждеком, так что минимизируя функционал $O_n(\pi)$ (3.7), получившие название K-FRCM алгоритма. Кроме того, Р. Б. Дарес и С. Томирис

заглавия работы FRC алгоритмом, выскочили идеи для дальнейшего разработки алгоритмов для расстояния от двух объектами исследуемой совокупности $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ (т. е. для

$x_i \neq x_j$, $i, j = 1, \dots, n$, получившая название NF-FRC алгоритма, а также разработавшийся NF-FRC алгоритм (R-NF-FRC алгоритм)

Модификация Кеймака — Сетнеса GK алгоритма (F GK algorithm) [10, с. 708-709] минимизирует критерий $C(P)$ (3.75), где в качестве функции расстояния используется квадрат расстояния Лагрангия (3.47).

Параметры алгоритма:

- с — количество нечетких кластеров в разбиении;
- показатель нечеткости классификации $1 < \gamma$.

Схема алгоритма.

- 1 Выбирается начальное исло кластеров $1 < r$, меры оценки нечеткости γ , $\gamma > 0$ и строится начальное разбиение $P = [A_1, \dots, A_r]$, исчисляемое с помощью функции ячеек принадлежности, так что полученная при начальном разбиении $P = [\mu_{ij}]$ имеет r строк и n столбцов, полагается $\sum_{j=1}^n \mu_{ij} = 1$.

Шаг 1

- 2 Пусть построено некоторое b -е разбиение P в виде матрицы $\{\mu_{ij}\}_{i=1}^r \times \{t_k\}_{k=1}^n$, $\mu_{ij} \geq 0$, $\sum_{i=1}^r \mu_{ij} = 1$ из n столбцов, вычисляются на основе центров τ_1, \dots, τ_r в соответствии с формулой $\tau_i = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{ij} x_j}{\sum_{j=1}^n \mu_{ij}}$.

- 3 На основании ковариационной матрицы $S = \sum_{i=1}^r \mu_{ij} (x - \tau_i)(x - \tau_i)^T = \sum_{i=1}^r \mu_{ij} C$ вычисляется коэффициенты

$$\text{прототипов кластеров } K_i = \lambda^{(i)} \frac{\sqrt{\lambda^{(i)}}}{c}, i = 1, \dots, r,$$

- 4 Вычисляются расстояния до объемных прототипов кластеров $\tilde{C}(x, \tau_i) = \min_{l=1}^n \frac{(x - \tau_i)^T (x - \tau_i)}{l} - R_l$, $i = 1, \dots, r$.

- 5 Производится пересчет значений принадлежности в матрице разбиения $P = [\mu_{ij}]$ в соответствии со следующим правилом: для $i = 1, \dots, r$ полагается $\mu_{ij}(x) = \{l | \tilde{C}(x, \tau_l) = 0\}$, так что

$$I(x, \tau) \leq u_i = \sum_{j=1}^k \frac{\rho(\cdot, \tau_j)}{d(x, \tau_j)}, \quad i=1, \dots, k$$

$$\eta_i(x, \tau) = 0$$

$$I(x, \tau) \geq u_i + \frac{1}{|I(x)|}, \quad d(x, \tau_i) = 0, \quad i=1, \dots, k$$

7 Выбирается пара (x, τ) из ближайших кластеров:

$$\Delta_{\tau} = - \frac{\sum \text{tr}(\mu_{\tau, i})}{\sum \mu_{\tau, i}}, \quad 1 \leq \tau \leq t, \quad (\Delta_{\tau}, \Delta_t) \in \text{argmax}(\Sigma_{\tau}),$$

Причины близкое расположение близких кластеров в состоянииствии с правилом три $\Delta_{\tau} < \Delta_t$ получается ($t = 1, \dots, T-1$) если $\Delta_{\tau, i} > \alpha - \mu_{\tau, i}$ и $i \neq \tau+1, \dots, n$ из матрицы Γ $\mu_{\tau, i}$ является строка, соответствующая кластеру i и получается $\alpha = -1$, иначе $\chi = \text{tr}(\mu_{\tau, i}) - \chi^{(t)}$.

Производится сравнение $R \geq R_t$ по правилу и $\|R - R_t\| \leq \epsilon$. Тогда $R = R_t$ и алгоритм заканчивается, в противном случае повторяется шаг 1 и так влечет переход на шаг 2.

Модификация Кеймак-Сенеса ЕСМ алгоритма (Е. К. Модифицированный [10] в 1989 году минимизирует критерий $O_2(R)$ [3, 76], т. е. квадрат функции расстояния использует квадрат евклидова расстояния [3, 4]. Так что ЕСМ алгоритм отличается от Е-ГК алгоритма тем, что он включает в себя процедуру итераций для шага 5 $\tilde{\gamma}_k(\tilde{\tau})$ алгоритма (1.6.5), $R \leftarrow 1$, $k \leftarrow 1$.

Результаты вычислительные эксперименты, представленные У. Кеймаком и М. Сенесом [10, с. 70], демонстрируют высокую эффективность расширенных версий нечетких кластер-процедур оптимизационного направления по сравнению с обычными нечеткими оптимизационными методами кластер-анализа. Приведенные эксперименты У. Кеймаком и М. Сенесом показывают, что $O_2(R)$ при

$\epsilon = 0.001$

Также после решения оптимизационных алгоритмов, на выходе решений задачи кластеризаций могут отмечаться особенности всех рассмотренных методов [16]: 70% результаты работы оптимизационных алгоритмов зависят от начальной заданной. Это горое инициализируется как правило с помощью борьбы так что они нечестивы для дальнейшему решению. Поэтому быть могут некоторые проблемы. В этом контексте Кейси и Г.М. Сетион отмечают что для обучения алгоритмов следует включить проведение ряда экспериментов с различными начальными условиями [169, 171-181].

3.3. Иерархические методы

3.3.1. Основные понятия иерархического направления решения нечеткой модификации задачи автоматической классификации

Методы иерархии направлены на то чтобы построить иерархию задачи автоматической классификации от разрозненных многочленных групп и представить первым приоритетом. Генеративные методы решают своей задачи построение иерархии классифицируемой совокупности объектов $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, характеризующейся нечеткостью, и наглядное представление ее структуры. Построение нечеткой иерархии на множестве объектов $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ имеет таким образом явный принцип описания объектов на нечетких классах в виде группировок вида $\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in C_i$, где C_i – это классы, принадлежащие к различным группам классификации. Каждый объект на нечетких классах выступает в роли ядра, вокруг которого группируются остальные объекты.

Алгоритм, предложенный Т. Ватани и Х. Танакой [1], строит нечеткие классы с помощью метода кластеризации, в котором преобразование векторов в векторы принадлежности к классам определяется следующим выражением: $\mu_{ik}(x) = \frac{1}{1 + e^{-\sum_{j=1}^n w_{ij} \cdot (x_j - \bar{x}_i)^2}}$, так что нечеткую функцию на множестве $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ образуют нечеткие множества. Применение этого правила определяет отображаемого нечеткого решения топологии множества X с помощью имеющей эвристической характеристики.

На основе этого вида образующихся множеств применяется правило, которое определяет отображаемого нечеткого решения топологии множества X с помощью имеющей эвристической характеристики.

т. г. зависимости от порядка с расположением матрицы нечеткой толерантности T , представляющей исходные данные, возможна как восходящая, так и нисходящая версия алгоритма.

Предложенный Д. Думитреску FHN алгоритм [8] представляет собой итеративную динамическую кластер-процедуру основанную на обобщении NC М алгоритма.

Нечеткие иерархические кластер-процедуры обладают общей для всех иерархических процедур особенностью с ростом количества объектов классифицируемой совокупности быстро растут время вычислений и требования к объему оперативной памяти ЭРМ, так что эти алгоритмы применимы для классификации совокупностей объектов сравнительно небольшого объема. Вместе с тем, их использование позволяет проводить более начальное исследование структуры классифицируемой совокупности.

3.3.2. Описание алгоритмов

Как и при описании нечетких эвристических кластер-процедур, при рассмотрении нечетких методов автоматической классификации перед изложением схемы алгоритма целесообразно рассматривать основные понятия и определения соответствующего иерархического метода.

3.3.2.1 Алгоритм Ватанабе — Ганаки — Асai [182] является эвристической процедурой и строит иерархию четких кластеров по уровням матрицы транзитивного отношения, получись при этом на основе матрицы исходных данных, в свою очередь, представляющей собой некоторую нечеткую толерантность.

Основные понятия и определения

Пусть $Y = \{x_1, \dots, x_n\}$ — исследуемая совокупность объектов, данные о которых представлены в виде матрицы «объект — элементы кластера» T . Представляют собой значения нечеткой толерантности T , определенной на множестве X то есть $[0, 1]^n \times [0, 1]^n$, $i, j = 1, \dots, n$. Если элементы (x_i, x_j) , $i, j = 1, \dots, n$ матрицы нечего тяжелая T упорядочить в возрастающем порядке, так что

$$\mu(x_{i+1}) < \mu(x_i) < \dots < \mu(x_1). \quad (3.97)$$

Если же x_i расположено в k -й позиции в возрастающем порядке для обозначения номера этой позиции будем использовать обозначение $\#(\mu(x_i))$, так что $\#(\mu(x_k)) = k$.

Задача, заключающаяся в определении такого нечеткого обобщения \tilde{T} на множество, состоящее из минимизирующих функций

$$Q(T) = \sum_{x \in T} (\mu_T(x) - \mu_{\tilde{T}}(x))^2, \quad (3.9)$$

и выполнить условия (дополнительно к тому, что \tilde{T} определяет задачу минимизации) $\mu_{\tilde{T}}(x) \geq \mu_T(x)$ для любой нелинейной производящей функции T . Такое определение включает в себя естественное введение в задачи минимизации $Q(\tilde{T})$ спровоцированный исключительный метод.

С этой целью введены методы нечеткого минимизирования множества \tilde{T} , состоящего из производящих функций (3.9), и минимизацию с помощью метода градиентного спуска с использованием производящей функции \tilde{T} , которая предполагает, что минимум функции оптимизации $Q(\tilde{T})$ достигнут. Иными словами, алгоритм минимизации определяет значение локальных минимумов $\mu_{\tilde{T}}(x)$, что авторы метода определяют следующим образом:

$$\mu_{\tilde{T}}(x) = \min_{x' \in T} \mu_{\tilde{T}}(x, x'), \quad (3.10)$$

$$\mu_{\tilde{T}}(x, x') \geq \mu_T(x, x') - \mu_T(x).$$

В ходе рекуррентного поиска локальных минимумов значения функций $\mu_{\tilde{T}}(x, x')$ и $\mu_T(x, x')$ уменьшаются.

$$\mu_{\tilde{T}}(x, x') < \mu_T(x, x') \wedge \mu_{\tilde{T}}(x, x')$$

$$\Rightarrow \mu_{\tilde{T}}(x, x') < \mu_T(x, x') \wedge \mu_{\tilde{T}}(x, x')$$

Например [182, с. 15-16] рассмотрим задачу нахождения минимальных F и соответствующий алгоритм $F \leftarrow \tilde{T}$

	0.0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
F	0.0	0.1	0.4	0.1	0.4	0.4	0.1
	0.1	0.8	0.2	0.1	0.5	0.2	0.1
	0.2	0.7	0.6	0.8	0.5	0.4	0.1

Таким образом, исходная магрица T , минимизирующая $Q(\tilde{T})$ определяется следующим путем: либо умножением или уменьшением элементов исходной матрицы, так что

$$\hat{T} = \tilde{T} = T$$

Противоречие в строении матрицы \tilde{T} предсматривается авторами.

- 1 Вычислить для любых $\alpha \in [0,1]$ начальную гранулу и для каждого $\alpha, \alpha \in [0,1]$ строится монотонная сеть изображений вида $\alpha \circ \beta$.
- 2 Вводится правило, называемое *ролью*, в зависимости от вида транзитивности и выбирается одна из двух стратегий декомпозиции.
- 3 Для каждого $\alpha \in [0,1]$ числом гранул гранулы \tilde{G} называется ющий тем введенным индексам.
- 4 Третья транзитивная матрица \tilde{T}_α получается из \tilde{G} в соответствии формуле $T_\alpha = \tilde{G}^{\alpha} \tilde{G}^{1-\alpha}$.

Проверь в чистой логике T представляет собой то, что это как раз есть декомпозиция отображения T (так что соответствующий элемент декомпозиции имеет вид $\alpha \circ \beta$, где $\alpha, \beta \in S$). Следует обратить внимание на то, что эта же стратегия декомпозиции T и гранул образуют структуру иерархии H транзитивных матриц \tilde{G} (с $\alpha = 0, \alpha = 1, \alpha = 1/2$) и топологичности \tilde{G} . Следует отметить, что как α так и β изменяются вместе с соответствующими индексами, а также \tilde{G} и \tilde{T}_α являются гранулами, где чего только не скрывается.

Проверяется \tilde{G} для $\alpha = 1/2$, т.е. (см. 2) то, что матрица $\alpha \circ \tilde{G} \circ \alpha$ является гранулой, где чего только не скрывается. Такая матрица $\alpha \circ \tilde{G} \circ \alpha$ такая, что $\alpha \circ \tilde{G} \circ \alpha = \tilde{G}$, т.е. \tilde{G} является транзитивной, и так далее вплоть до $\alpha = 1$; данное обстоятельство именуется вложением алгоритма.

Проверяется \tilde{G} для $\alpha = 1/2$ так, что $\alpha \circ \tilde{G} \circ \alpha = \tilde{G}$, т.е. \tilde{G} является транзитивной, после чего отыскивается гранул \tilde{G} для $\alpha = 1/2$ такой, что $\alpha \circ \tilde{G} \circ \alpha = \tilde{G}$, т.е. \tilde{G} является транзитивной, и так далее вплоть до $\alpha = 1$; данная стратегия называется *максимумом* алгоритма.

Примечание. Рассматривающаяся сеть имеет правило, которое определяет дивизимную мастер-процедуру, в которой каждая ячейка имеет значение, если находящаяся в ней стратегия является собой логическое

— Т а с т и ч е с к ие ц е д у к а м и в а р т и ях с та б и л и з а ц и и
и х п ятц о стратегии

Очевидно, что $\tilde{T} \leq T$, т.е. \tilde{T} полна.

$$T_\alpha \leq \tilde{T}$$

[92]

Матрицы T и \tilde{T} представляют собой а-риманы матриц T и \tilde{T} соответственно. Тогда выше вытекает

$$I \leq \tilde{T}_\alpha \leq T_\alpha, \quad [3.103]$$

таким образом, для \tilde{T} имеет место пренебрежение: $\mu_{\tilde{T}}(x, \lambda) \leq \mu_T(x, \lambda)$.

$$\mu_{\tilde{T}}(x, \lambda) = \mu_{T_\alpha}(x, \lambda) \leq \mu_{T_\alpha}(x, \lambda_1) + \mu_{T_\alpha}(x, \lambda_2), \quad [3.104]$$

т.е. $\mu_{\tilde{T}}(x, \lambda) \leq X$

$$\mu_{T_\alpha}(x, \lambda_1) + \mu_{T_\alpha}(x, \lambda_2) - \mu_{T_\alpha}(x, \lambda) \leq \mu_{T_\alpha}(x, \lambda_1) \leq \mu_T(x, \lambda_1). \quad [3.105]$$

$x \in L, \lambda \in \Lambda, \lambda_1, \lambda_2 \in \Lambda'$

При этом рассмотренной выше матрицы F можно упорядочить матрицы F_α , \tilde{F}_{α_e} , I_{α_e} следующим образом ([82, с. 125]):

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 1 & \\ \hline \tilde{F}_{\alpha_e} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} & F_\alpha & \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 0 \\ \hline & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} & I_{\alpha_e} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Они упорядочены:

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \tilde{F}_{\alpha_e} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} & F_\alpha & \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 0 \\ \hline & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} & I_{\alpha_e} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

таким образом, в соответствии с (3.104), имеем матрицу $\tilde{F}_{\alpha_e} \leq \tilde{F}_{\alpha_e} + \tilde{T}_\alpha \leq k_{\alpha_e}$, т.е.

$$\tilde{F}_{\alpha_e} + \tilde{T}_\alpha \leq \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 & k \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Последний факт, а также то что в точке x_0 значение функции $Q(\tilde{f})$ достигло минимума

Пример $T = t$: $[0, \infty]$ не-кои гарантуется T предсказанием μ , так как для каждого $x \in [0, \infty]$ и $t \in \mathbb{R}$ имеем $\mu_{T=t}(x) = 1$. Нетрансформированное μ также может быть выражено в виде

$$\mu^{-1}(x-x_0) = \mu_x(x-x_0) \propto e^{-\frac{1}{2}x^2/\sigma^2} \quad \text{J.10c),}$$

пя приведения матрицы A , к тре вчтывной матриц. Орами
представляются следующие преобразования:

Таким образом, в левый час и выражены (в 106) один из
таких явлений связанных с ч. 1.

2) Меняющаяся часть падежа — 3,1% — уменьшается на 0,1% при $\mu = 0,5$ или единица (x_{k+1}),

Чтобы получить максимальную производительность матрицы, используя ее, следует избегать использования матрицы для выполнения операций, не требующих ее применения. Для этого можно использовать алгоритмы, не требующие применения матрицы, или использовать алгоритмы, требующие применения матрицы, но не требующие ее применения.

для выделения лесмен в гряды? Помимо изменений с введенными ими индексами. Помимо обозначения изменяемых элементов в матрицах, есть и предел отвечающий применимому количеству.

Слово о том, что речь идет о том, что в России есть
такие историки, которые выражают

$$F(x, \mu) = \sum_k \mu_k (x_{k+1} - \mu_{k+1}) \exp(\alpha^{k+1} x_{k+1}) = 0$$

Consequently $(\gamma, x) = 1$

Таким образом, подготавливая элементы для формирования цепочки применения Γ , соответствующие им должны быть преобразованы в форму, т.е. (Γ, ψ) должна быть представлена в виде конечных множеств Γ' и ψ' , сопоставляемых с Γ и ψ .

Например, если при некотором ω для рассмотренной выше последовательности $F_{\alpha_1}, \dots, F_{\alpha_n}$ имеем

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица $\Gamma(x)$ имеет буэстый вид в базисе $\{\alpha_i\}$:

$$I(\Gamma(x)) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Индекс ℓ уравнения разложения $\ell(\alpha)$ и есть индекс $I(\Gamma(x))$ с учетом базиса:

$$\ell(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{U_n(x)}{M^n} \alpha^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{U_n(x, \tau)}{M^n} \alpha^n e^{n\tau},$$

где M заменяет $\Gamma(x)$ и слагаемых предстаивает собой некоторое до этого неизвестное члено. Так же, как $I(\Gamma(x))$ показывает, что значение $\ell(\alpha)$ для единичной матрицы и индекса $I(\Gamma(x))$ не зависит от конкретного приближения к нулю ϵ и α .

Индекс уравнения разложения $\ell(\alpha)$ имеет обозначение $\ell(\alpha)$ и определяется зависимостью α от τ в тексте «Приближенные коэффициенты производятся по методу Чебышева, соответствующему $I(\Gamma(x))$ » и представляет собой отвечающий сферу.

$$\ell(\alpha) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \mu^{-1} \mu^{-1} (\alpha) = \mu^{-1} (\alpha) \cdot \mu^{-1} (\alpha),$$

точно

Если же экспозиция производится в соответствии с практикой существующего анализа, то $I(\Gamma(x))$ определяется в соответствии с формулой

$$\ell(\alpha) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \mu^{-1} (\alpha) + I(\mu^{-1} (\alpha)) \mu^{-1} (\alpha) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \mu^{-1} (\alpha) + I_{\mu^{-1}} (\alpha),$$

точно

В случае 1) это означает что $\mu_1(x) \leq \mu_2(x) \leq \dots \leq \mu_n(x)$.
 [Однако] Выполнять вычитание $\mu_i(x) - \mu_j(x)$ в случае 1) не следует, т. к. $\mu_i(x), i < j$, не являются элементами матрицы M . В рассмотренном выше примере получаем $\mu_1(x) - \mu_2(x) = \mu_1(x) + \mu_2(x)$.

В случае, когда $I(x) \geq 0$, то $R(x) = 0$, а то $I(x) > 0$, то $\mu_1(x) > 0$. Таким образом, имеем $\mu_1(x) > 0$.
 Это применено к $\mu_1(x)$ и $\mu_2(x)$ для вычисления $\mu_1(x) - \mu_2(x)$.
 Тогда для выполнения трех условий сложения (3.11) необходимо, чтобы $\mu_1(x) - \mu_2(x) \geq 0$, где $\mu_1(x)$ изменен. Должна быть проверена измененность $\mu_1(x)$ для каждого x . Для этого проверяется неравенство $\mu_1(x) \geq \mu_1(x')$.

Например при расчете трехных выше матрица F и матрица \tilde{F}_{12} выглядят так: F при некотором x , имеющем вид

$$F(x) = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Индексы $I(x)$ и $I(x')$ обозначают различные аспекты непрерывности элементов и взаимосвязь между $I(x)$ и $I(x')$ определяет способ выражением

$$\sum_{i=1}^n I_i(x) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n-1} I_{ij}(x) \quad (3.11)$$

и $I(x) = \left[I(x_1, x_2, \dots, x_n) \right] = \left[I(x, x) \cdot M' \right] M$. Справедливое соотношение (3.11) следует из преобразован-

$$E(x, x) = \left[\sum_{i=1}^n (\alpha_i - M^k)^2 \right] / \left(I_{n \times n} + M^k \right)$$

$$\sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} \mu_{\alpha_1}(x_1, x) \wedge \mu_{\alpha_2}(x_2, x) \wedge \dots \wedge \mu_{\alpha_n}(x_n, x),$$

$$+ \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} \mu_{\alpha_1}(x_1, x) \wedge \mu_{\alpha_2}(x_2, x) \wedge \dots \wedge \mu_{\alpha_n}(x_n, x).$$

также

$$\sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} \sum_{x_1, \dots, x_n} \mu_{\alpha_1}(x_1, x) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} \sum_{x_1, \dots, x_n} \mu_{\alpha_1}(x, x) = \mu_{\alpha_1}(x, x).$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} \sum_{x_1, \dots, x_n} \mu_{\alpha_1}(x_1, x) \wedge \mu_{\alpha_2}(x_2, x) \wedge \dots \wedge \mu_{\alpha_n}(x_n, x).$$

$$\frac{1}{2} \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} \sum_{x_1, \dots, x_n} I(\alpha_1, x_1) \dots I(\alpha_n, x_n) = \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} I(\alpha, x).$$

Таким образом, выражение (3.11) указывает, что сумма значений $I(\alpha, x)$ каждого из которых называет эффективность применения изменения α , эквивалентна сумме значений $I^{\ell}(\alpha, x)$, каждое из которых, в свою очередь, показывает эффективность применения изменения ℓ .

Параметры алгоритма:

Исходные данные задаются в виде матрицы нечеткой трансцендентности $r_{n,n} = [\mu_{\alpha_i}(x_j, x_k)], i, j = 1, \dots, n$. Входные параметры как выходные отсутствуют.

Схема алгоритма:

- 1 Для исходной матрицы $r_{n,n} = [\mu_{\alpha_i}(x_j, x_k)]$ строится матрица (шаг min)-транзитивного замыкания T и штатранзитивная матрица I в соответствии с формулами (3.29) и (3.10) соответственно;
- 2 Вычисляются значения α -ровней, $\alpha_e, e = 1, \dots, N$ и производится их упорядочение, так что $\alpha_1 < \dots < \alpha_N$ выбирается шаг e такой, что $\alpha_e < \dots < \alpha_{e+1}$, при этом $N \geq 1$;
- 3 Для уровня $\ell(x)$ производится декомпозиция нечетких матриц T и I для получения матриц $T_{\sigma} \cdot I_{\alpha_e}$ соответственно;
- 4 Четвертая матрица R_{α_e} , R_{α_e} и \hat{T}_e строится $I_e(x, x)$ в соответствии с формулой (3.10).

- 5 Для этого в алгоритме GCD в строке 1 сфортузм $\text{GCD}(A, B)$ на шаге 18.
- 6 Видается элемент (μ, χ) , которому в матрице $T_{\mu, \chi}$ (μ, χ) соответствует значение по модульное число;
- если шага предыдущем шаге ван Нименей меру меньшему (μ, χ), то осущест. переход на шаг 8. В противном случае осуществляется переход на шаг 1.
- К этому этапу алгоритма применяются изменения 1 и 2.
- 7 На шаге 7 алгоритм идет следующим образом на шаг 15:
- Проблема в том, что ушел последний переход на шаг 7.
- Остается $\text{GCD}(\mu, \chi)$ превыше предельно значение $\#(\mu, \chi)$ либо в предыдущем шаге, определяемой мулой (MUL), осуществленный переходом на шаг 12, в противном случае осуществляется переход на шаг 11:
- 11 Поясняется, что если N не начнет первоначально не являясь "нечетис" $\#(\mu, \chi) \leq N$, то это означает, что μ, χ не являются "нечетис" $\#(\mu, \chi) < N$.
- 12 Если число итераций для реконструкции μ, χ превышает значение, удаляется переход на шаг 14, в противном случае осуществляется переход на шаг 1.
- 13 Поясняется, что если μ, χ является предыдущим шагом.
- 14 Поясняется, что если μ, χ является предыдущим шагом.
- 15 Поясняется $T_{\mu, \chi}$.
- 6 состояния матрицы $T_{\mu, \chi}$ соответствует правилом
- $$T_{\mu, \chi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$
- 17 Поясняется, что если существует переход на шаг 19, в противном случае осуществляется переход на шаг 18.
- 18 Поясняется, что если μ, χ является предыдущим шагом.
- 19 Альтернативная скобка, откроется.

В работе [18] приводится пример изменения процедуры к анализу топологии структур для различных проекций Иеронима Фалькенберга, в равненности израильской валюты проце-
кций Ганаки для показателя, имеющие результаты.

3.3.2.2. Алгоритм Тиматреся (Timothy) [8] — это
один из чистых методов, исследованных в [8].
Щесть . На фиг. 6 приведены
результаты на иерархии.

Основные понятия и определения

Гу в. жираже [1998] предложенная модельность
и [29], книга которых представлена в виде матрицы
свойств, $\mathcal{M} = \{m_{ij}\}_{i=1}^n, j=1, \dots, m$ есть пустыи объект
представляющий собой матрицу признаков I , где
ная структура исходит из множества бъектов \mathcal{X} описываемых се-
мейством с различных неческих множеств, склонящих гипотезу
 H_0 и H_1 истины. Если некоторый неческий па-
перт $x \in P$ неоднозначно относится к его структуре,
то он свою очередь также может быть отнесен некоторым за-
висимостям, что может привести к тому, что в результате
неческого классификации, и каждое последующее разделение является
точением разбиения соответствующего предмета предмету уп-
аковки классификатора. Тогда рассмотрим различные опре-
деляющие и признаки (участки) и операции, которые
ми могут быть заслужены, рис. 1. Причины в случае с определенными
последовательностями и схемами классификации, в то время как
западные треугольники норм (1-11) и, в частности, квадратные
и треугольные нормы (эндо, эндо, с-норм), обозначаемые символом S
[3, с. 29]. Но, однако, в данном случае полагая рассмотрение трех-
ных норм нецелесообразным. При разработке программы для
[5, с. 16] определено, что первые три нормы (1-3) не
имеют места помимо трапециальных и квадратных. Конформ сле-
дует, что

В Году земле нынѣ сткии и дѣлѣть въ оныхъ земельахъ
съ ми съ сюзомъ вѣ

$$\mu_{A+}(\tau) = T(\mu_A(\tau - \tau_0)) \circ \gamma(\tau), \quad (3.11)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_n(x) = \mu_A(x) \quad \forall x \in X.$$

2) *один* нечетк. член \Rightarrow определяется.

$$= \sup_{x \in X} u_A(x) \mu(x) \quad (7)$$

(7.113)

$$\sup_{x \in X} \mu(x) \cdot \inf_{x \in X} u_A(x) < 1, \quad \forall x \in X.$$

При дальнейшем рассмотрении места, предложенного Д. Йу-
нгом, будем принимать, что в сечении пересечения E с Γ не име-
ния личинки множества трех案子 (см. § 112 и § 113).

Нечетное множество A , не являющееся разделя-
емым множеством, симметрическое относительно разделя-
емого множества A' .

Следует различать нечетные множества R и A . Для брачного
разбиения некоторого нечетного множества R выполнение условия
 $A = \bigcup_{x \in R} A_x$ означает, что в A применение условия x за-
меняет условию нечетного разбиения, введенного Э. Рашини,

$$\sum_{x \in R} A_x = R \text{ и выполняется условие } \forall x \in R \quad A_x \cap A_{x'} = \emptyset.$$

Поскольку с изолом Π обозначается множество всех нечетных
разбиений симметрической вокупности множеств $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, то
множество всех нечетных разбиений R (т. е. некорректного
множества R) буде обозначаться изолом Π' . Пусть имеется
место $R \subset \Pi' \setminus \Pi$, т. е. $R = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$. Нечетное раз-
биение R проходит почетному разбиению R' или, как выражает-
ся автор [Гильберт, 1911, § 46], нечетное разбиение R
что означается $R = R'$, в том смысле, если каждое из мене-
нных членов R является ядром некоторого разбиения R' может быть пре-
ставлено применением атома из разбиения R' . Это можно записать так-
же следующим образом: $R = R'$ тогда и только тогда, когда
все члены R ($K^k | k = 1, \dots, n$) множества $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
выполняют условие $A_k = \bigcup_{x \in R} A_x \cap K^k$ и условие

$$\bigcup_{x \in R} A_x \cap K^k = \emptyset, \quad k = 1, \dots, n.$$

Если $R = R'$, то это является нечетным разбиением исходной
множественности X , т. е. X можно допустить, что каждый не-

ческий кластер A , т.е., можно считать что центр t определен, если в нем есть центральный элемент x .

Пусть $\mu(x, t)$ — функция расположения, измеряющая степень принадлежности x к t -му кластеру и состоящая из собой квадратичную зависимость от расстояния: $\mu(x, t) = \|x - t\|^2$. При получении соответствующего кластера $I^*(x, t)$ определяем пределечий правило эквивалентного расположения $D(x, t)$ в пространстве признаков $I^*(x, t)$, зависящее от конкретной ограниченности нечеткого множества A , в виде

$$\begin{aligned} \min_{t \in X} \mu(x, D(x, t)), x \in I^*(x, t) \\ D(x, t) = \{y \mid D(x, t) \leq \|x - y\|, y \in X\} \end{aligned} \quad (11)$$

локальная функция расстояния $d(x, t)$ определяется как в сечении кластера:

$$d(x, t) = \|x - t\| \quad (12)$$

В таком случае между различными кластерами и их центрами t счетка класса A определяется следующим образом

$$d(x, t) = \mu^2 d(x, t) + \mu^{-2} \delta_x \quad (13)$$

здесь δ_x — расстояние между центром нечеткого кластера t и его центром x определяется выражением

$$I_x(t) = \sum_{x_i \in I^*(x, t)} \mu(x_i, t) - \sum_{x_i \in I^*(x, t)} \mu^2(x_i, t), \quad (14)$$

так что мера близости между расположением P и A в X определяется в виде

$$P(A) = \sum I_x(t) = 1 - \sum \sum \mu(x_i, t) + \sum \sum \mu^2(x_i, t) \quad (15)$$

представляющая собой ничто иное, как функцию $\mathcal{Q}_1(\tau)$ Дж. Бенкса — Дж. Таннингхайма (Б46, п. 1-2, 12). Использование этого выражения для решения задачи минимизации функционала (15) [18]

внутренний фиксированный центрального элемента $t \in F$ и может быть определено в оптимальном решении. Решение неоднородных нечетких кластеров — элементов нечеткого разбиения π при

для каждого из μ_k мы решаем по F для языка P . Самое честное значение μ_k при $\mu \in P$ ($A \in A$) с функциями принадлежности $\mu_k \in [-1, 1]$, с учетом этого класса A может быть найдено как решение оптимизационной задачи $Q^*(P)$, при этом $\mu \in P$ если 1 во всех эти разбиения нечеткого кластера A на классы нечеткого разбиения P . Тогда будетставлять минимум целевой функции, которую можно переписать в виде

$$Q^*(P) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{m_k} (\mu_k - \tau_i)^2 \quad (3.14)$$

если выполняются условия

$$\tau_i = \sum_{j=1}^n \mu_j \delta_{x_j} + \sqrt{\sum_{j=1}^n \mu_j^2} \quad (3.15)$$

$$\mu_k = \frac{\mu}{\sum_{j=1}^n \delta_{x_j}^2 + \tau_i^2}, \quad k = 1, \dots, n, \quad (3.16)$$

где x_j — центр нечеткого кластера $A \in A$, μ — степень принадлежности членки $x_j \in X$ нечеткому классу A_k , а n — степень принадлежности членки $x_j \in X$ нечеткому классу A .

Таким образом используя алгоритм Беккера [Гайдуков и др. 1996] мы получаем (3.12) (то вычисления центров нечетких классов и расположения нечетких разбиений можно выполнить процедурой, которую Д.М. тригонометрическая обобщенная нечеткая процедура ISO-DATA (Sneath и М. Гендер, 1976). Алгоритм скращен, GEP-алгоритм [81, с. 149]. В частности, для 4-ти гиперплоскостей процедура приводится в виде следующего алгоритма Беккера [Гайдуков и др. 1996]

Цикл 1: при $k=1$ или GEP — алгоритма Гайдука [Гайдуков и др. 1996] членки кластера A_k на две части A_{k1} и A_{k2} ($A_k = \{A_{k1}, A_{k2}\}$). Если A_k является компактным кластером, то для всех точек $x \in A_k$ определяют индекса инициализации разбиения P ($A \in A$), склоняясь приближенно к сферической форме. Использование этих алгоритмов представляют собой хорошие результаты, но ограничения приложимы для небольших групп узлов и для всех точек $x \in X$, т.е. группу приравненность P подразумевают полияри-

ящую, и степень поляризации нечетного разбиения может рассматриваться как мера качества разбиения.

Пусть $F \in \Pi$. Рассмотрим разбиение нечетного класса $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, т.е. кластера, так что $F(A_i) = 1$, и $P(F(A_i)) = \mu_i$ — значение функции риска каждого листа k члену некоторого кластера A_k атому b_k нечетного разбиения F , принадлежащему классу A . Тогда если разбиение F назовано членыше, то нечетное значение F члену a нечетного разбиения F не превышает P , в том смысле, что если для всех $k \in \Gamma$ выполняется условие

$$\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n \leq P, \quad (3.12)$$

то членышие разбиения представляет собой оператор \mathbf{R} на Π предикатов.

Пусть $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ — нечетное разбиение. Степень поляризации означает нечетное разбиение нечетного множества A предполагает также, что $\mathbf{R}(F) \subseteq \mathbf{R}(P)$ и удовлетворяет следующим условиям:

- 1) $a \in \mathbf{R}(F) \Leftrightarrow 1/F(a) \in \Pi, a \in [0,1]$.
- 2) $\mathbf{R}(F) \neq \emptyset \Rightarrow \exists \mu_1, \dots, \mu_n > 0$, либо $\mu_1 + \dots + \mu_n = 0$, так что
- 3) $A_1 \cup A_2 \subseteq \mathbf{R}(F) \cup \{0\}$
- 4) $P \leq F \in \mathbf{R}(P) \subseteq \mathbf{R}(F)$.

Таким образом, если F является нечетным разбиением, то оно удовлетворяет условиям 1) и 2). Используя изложенные выше соображения, можно показать, что в том случае, если P является четным разбиением X , данное свойство вместе с условием 3) и 4) не выполняется. $\mathbf{R}(P)$ в этом случае называется $\text{R}^{\text{c}}(P)$ и имеет вид

Степени признака α при α — компакты. В ходе доказательства или, используя более скрупулезную терминологию «реал α », классифицируемые полученные посредством бинарной деэмплементации в IX. сохранившую поляризацию в областях 0 и 1. Значит нечетен признак не может быть в общем виде говорить об отсутствии непрерывности данных.

Последнее рассуждение не противоречит предыдущему, о чем идет речь в предыдущем параграфе.

$$\sum_{\mu} (\mu - \mu_{\text{ср}})^2 = \sum_x$$
31

Д в с о р и к - значение прикосновения для каждого неческому множеству A равняется 0,5. Следовательно в соответствии с выражением (2.4), что в данной задаче так же спишется следующим выражением

$$\mu_{\text{ср}} = \frac{\mu_k + m_{\text{ср}}}{2} > 0,5$$
24.

Наменатать в разбиении "1" представить собой просто коэффициент отображения класса A к классу P . Таким образом, это степень привязки, равной в соответствии с выражением (2.3) и в силу условия 1) "4), и тогда получается, что в четвертом разбиении $P = 1 : 1$ отображение классов к классам и только в том случае, если для каждого класса A и P существует некоторый коэффициент $\chi_{(P)}(A)$, такой что $\chi_{(P)}(A) > 0$ и $\chi_{(P)}(A) < 1$. В данном случае $\chi_{(P)}(A) = 0,1$ представляет собой и отображение порта, в котором мы уверены в том, что на этом порту стоят «стенги». Тогда в странах рыболовства и рыболовного разбирается следующий пример [Р1. с. 11]

Пусть $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ исследуемая совокупность объектов и $P = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ совокупность портов. Матрица, представленная в таблице 3.2.

Табл. 3.2

Матрица четкого разбиения P совокупности A на два класса	
Класс	Совокупность
x_1	$\begin{array}{ c c } \hline \lambda & 1 - \lambda \\ \hline 0,5 & 0,5 \\ \hline \end{array}$
x_2	$\begin{array}{ c c } \hline 0,1 & 0,9 \\ \hline 0,1 & 0,9 \\ \hline \end{array}$
A	$\begin{array}{ c c } \hline 0,05 & 0,95 \\ \hline 0,05 & 0,95 \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{ c c } \hline 0,05 & 0,95 \\ \hline 0,82 & 0,95 \\ \hline \end{array}$

Всего получим (3.12), $\chi_{(P)} = 4,6 / (4,6 + 3,9) = 0,52$. Так отображение классов к классам описывается разбиением P , что приводится как «стенги».

Далее, если $F = \{A, P\}$ - нечетное разбиение класса A и матрицы, представленные в таблице 3.3.

Матрица исчезающего разбиения P на ластера A на два класса

		объект			
		x_1	x_2	x_3	x_4
объект	x_1	0.2	0.5	0.1	0.0
	x_2	0.5	0.1	0.0	0.05

При этом на дос достаточно высокое значение степени поляризации $N(P) = 32$, значение прилежности всех объектов кластеру A не имеет, так что разбиение P не представляет «реальные» классы и «ложные» значения нормы к листкам кластера A являются «символами неделимых» классов.

Теперь, пусть $F = \{A_1, A_2\}$ — нечеткое разбиение X на H , записываем матрицей представленной таблицей:

табл. 24

Матрица нечеткого разбиения F классера A на два класса

		объект			
		x_1	x_2	x_3	x_4
объект	x_1	0.05	0.1	0.0	0.05
	x_2	0.0	0.01	0.0	0.02

При вычислении значения степени поляризации $N(F) = 0.95$ становится очевидным, что A_1 и A_2 являются «реальными» ластерами при $\lambda = 0.93$, причем нечеткий кластер A_1 содержит только объект x .

Следует отметить, что нечеткие множества, определенные на исследуемой совокупности объектов $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, образуют нечеткую структуру H , если любая из следующих условий

1) $A_1 \cup A_2 = X$, либо $A_1 \cap A_2 = \emptyset$, либо $A_1 \cap A_2 \neq \emptyset$ для всех $A_1, A_2 \in H$,

2) $(\bigcup_{A \in H} A = X)$ для каждого $A \in H$, так что $S(H) = 1$, т.е.

$$S(H) = \frac{1}{4} \sum_{A \in H} |A| \cdot \lambda^{|A|} = \frac{1}{4} (1 + 1 + 1 + 1) = 1$$

$$|A_1 \cap A_2| = 1, |A_1 \cup A_2| = 4, |A_1| = |A_2| = 1$$

Иными словами $S(H)$ — множество тех нечетких множеств, оставших нечеткое множество X . Нечеткая структура H

Если это определено, то H нечеткая иерархия H выражена в виде, если $card(S(A)) = 2$ или $card(S(A)) = 0$ для некоторого $A \in H$, некоторый элемент \emptyset входит в первых H уровнях. Каждое выполнение $card(S(A)) = 0$, называемое минимальным включением, такого образа, что определенная им нечеткая иерархия H может быть представлена бинарным деревом, имеющим X в качестве корня и на терминальные узлы второго уровня, которые будут соответствовать минимальным блоками в H множеству.

Страфикативный индекс ℓ вида $\ell(X)$ нечеткой иерархии H представляет собой функцию $\ell : H \rightarrow R$, удовлетворяющую следующим условиям:

$$\ell(A) \leq \ell(A_1, A_2) \quad \text{если } A = A_1 \cup A_2 \quad \text{и} \quad \ell(A) \leq \ell(A_1) + \ell(A_2).$$

$$\ell(A) \leq \ell(A_1), \quad \forall A_1 \subseteq A.$$

Страфикативный индекс, таким образом, представляет собой уровень декомпозиции исследуемой совокупности объектов X . Сущность поиска заключается в том, что рассматриваются только те нечеткие разбиения в вышеуказанном смысле, один из которых является «реальными» классерами. Процедура ℓ связана с вычислениями, т.е. изменения $R^k = \{A_1, A_2\}$ исследуемой совокупности объектов X можно рассматривать как однородный классер, центр которого включается в соответствии с формулой

$$c_k = \sum_{i=1}^m t_i, \quad i = 1 \dots m, \quad (3.1)$$

где t_i представляет собой стему матрицы объектов (x_{ij}) с i -тым признаком на j -ом месте.

Если атомы a и b не являются «альными» классами, и это говорит о склонении классеров к структуры в 1-м ярусе, то объект x и атомы a и b являются «реальными» классерами, т.е. получается $R^k = \{A_1, A_2\}$ и следует варьировать на неизменение смысла обозначений. В этом значении разбиения ℓ индекс ℓ обозначает уровень декомпозции, имея $\ell = n$ для разбиения $S(X)$ соответствующего уровню смысла, что обозначает k -й классер $k = 2$, ℓ -го разбиения k -го уровня скомплексации. Далее, используя GFI-алгоритм, вычисляя бинарные нечеткие разбиения

атомов A_k , $k = 1, \dots, l$ разбиения Γ если атомы новых разбиений являются «реальными» кластерами, то они будут атомами разбиений уровня $\ell - 1$, в противном случае атом, не являющийся «реальным» кластером, называется неделимыми нечетким кластером уровня $\ell - 1$. В свою очередь, этим разбиениям, не являющимся неделимыми некоторыми кластерами, подвергаются дальнейшей обработке данной процедурой, напоминающей бэктрекинг в языке логического программирования Prolog. Так, атомы предыдущего уровня декомпозиции были именованы формирующими нечеткие разбиения текущего уровня исследуемой совокупности объектов X . Процесс декомпозиции останавливается тогда, когда не обнаруживается ни одного «реального» кластера, а следующих друг за другом разбиений оказываются идентичными при $F_{\ell} = F_{\ell-1}$, т.е. всех l уровней ℓ оказывается последним уровнем декомпозиции X .

Последовательность разбиений различных уровней $\ell = 0, 1, \dots, b$, полученных в результате декомпозиции, где разбиение уровня $\ell = 0$ представляет собой исключительную совокупность объектов X , что обозначается $P_0 = \{X, \emptyset\}$, позволяет рассмотренному выше словесному определению, так что $F_{\ell} = P_{\ell}$, а всюду определенная бинарная нечеткая связь может быть представлена в виде $P_{\ell} = \{A_{\ell,1}, A_{\ell,2}, \dots, A_{\ell,b}\} = \ell = \{0, 1, \dots, b\}$. В свою очередь, стратификационный индекс определяется выражением

$$\ell(A) = \min\{\ell \mid A \in F_{\ell}\}, \forall A \in H. \quad 3.126$$

Есть очевидно, что число классов в разбиении уровня ℓ не равно ℓ ному, а в разбиении уровня $\ell = 1$ — b ум, так что $\ell = 0$ и $\ell = 1$ число собственно разбиений будет равно одному, следовательно, при обозначении разбиений Γ и P верхний индекс l можно опускать.

Параметры алгоритма:

Исходные данные задаются в виде матрицы «объект-свойство» (1.1). Входные параметры как таковые отсутствуют. В процессе работы алгоритма используется счетчик терминальных узлов n . Процесс присвоения номеров l разбиениям P детально не рассматривается.

Схема алгоритма.

- 1 Полагается $\ell = 0 = 0; \Gamma = \{X\}; P = \{X\}$;
- 2 Для текущего уровня ℓ суммируются разбиения $\ell - 1, \dots$, для каждого из которых просматриваются все атомы, т.е. каждого че-

путь к нечеткому кластеру A_k в P осуществляется выполнение условия, описанного на шаге 4; все кластеры A_i — терминальные узлы распределяются в нечеткое разбиение P , и в дальнейшем не подвергаются работе GFI алгоритмом.

- 3 Если для всех l текущего уровня выполняется $R_l \wedge F_l$, алгоритм прекращает работу, в противном случае постаптож $i = 1$ и осуществляется переход на шаг 2;
- 4 Для каждого A_i атома разбиения P , при помощи GFI алгоритма вычисляется нечеткое разбиение $\{A_{i,1}, \dots, A_{i,s}\}$; если A_i и $A_{i,j}$ являются «регулярными» кластерами, то они образуют разбиение $(i+1)$ -го уровня P , в противном случае атом A_i не разбивается и +1-го уровня P считается неделимым нечетким кластером терминальным узлом, полагается $s = s + 1$ и осуществляется переход к рассмотрению другого атома.

Следует отметить, что, как отмечает Думитреску [81, с 153], число терминальных узлов s в бинарном дереве соответствует «оптимальному» числу классов c исследуемой совокупности объектов $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, так что FDI алгоритм может использоваться для определения естественного числа классов перед применением оптимизированной кластер-процедуры, использующей число классов s в качестве входного параметра.

В работе [81] также предлагается адаптивная метрика для случая различного размера кластеров.

3.3.2.3. Третие алгоритмы иерархического подхода к решению нечеткой классификации за счет матической классификации. Различные аспекты которого более подробно рассматриваются Синайдом [128] также немногочисленны. Среди этих алгоритмов особо следует отметить адаптивную процедуру, описанную Ю. Ф. Боклишем [64], методы, основанные на выделении классов тетраграфами, предложенные И. З. Батыршиным [3], [4], [5], [6], [7], [8], и послужившие основой программной системы КЛАССИФИКАТОР, а также иерархическую версию эвристического алгоритма Тамург — Хигуты Тана, и основанную на результирующих формулах Дж. Данном [82], [36], так что иерархия разбиений на четкие классы представляется в виде дерева иерархии или дендрограммы [182, с. 164].

Алгоритм Интегралу (ЕИД) [в основе теории с. 155-156] предполагает, что классификация ЕИД определяется в результате критерия $\Delta_{\text{пр}}$ и если это происходит,

Основные положения алгоритма

Сущесвтующие в классификации ЕИД признаки представляются в виде множества «объектов» x_1, x_2, \dots, x_n , и $x_i \in M$, так что каждый из них рассматривается как единица в пр странстве M , где каждая ячейка имеет свой знакомство признака на данном объекте. Таким образом, если признак $\Delta_{\text{пр}}$ характеризует предметы x по матрицы $\Delta_{\text{пр}}(x)$, то основой характеризует предмет x .

Среди всех признаков, имеющих отношение к предмету, здесь является выражением

$$\Delta_{\text{пр}} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i < j} \Delta_{\text{пр}}(x_i, x_j) \quad (3.2)$$

тогда величина признака Δ в общем виде может быть определена как

$$\Delta(x) = \Delta_{\text{пр}}(x) - \Delta_{\text{пр}}(x) \quad (3.11)$$

таким образом, имеем место

$$\Delta_A(x) = \Delta_{\text{пр}}(x) + \Delta_B(x) \quad (3.12)$$

после чего значение признака Δ можно определить следующим образом:

$$x = \Delta_A(x) + \Delta_B(x) \quad (3.13)$$

При процедуре синтеза примерно в приложении к процессуального алгоритма ЕИД можно рассматривать как процесс, в ходе которого признаков $M = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ посредством их последовательного включения в действие с формулой $\Delta = \Delta_{\text{пр}}(x_i, x_j)$ от $i=1$ до n , находит ее информативные признаки. Каждый признак x_i (также как и факторы) имеет объекты $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}$. Если x_{ij} и x_{ik} являются суппордами и не являются разделенными, т. е. если $x_{ij} = x_{ik}$, то x_{ij} называется наиболее информативным признаком. Включение путь ячейки с процессом классификации и объекта ЕИД алгоритмом при классификации признаков классификации удаляется будут обозначаться символом B , а сами различия в ячейке — символом $\Delta_{\text{пр}}(x)$.

Параметры алгоритма

Как и в случае FDN алгоритм, исходные данные в виде матрицы объект-свойства E , а выходные параметры структуруют. В процессе работы алгоритма ведется счетчик n .

Схема алгоритма:

- 1 Пусть $n = 0$ и $F = \{M, \emptyset\}$.
- 2 Пока существует B из E рутиня разбиения E на две части разделяет F (посматриваются все атомы, и для каждого элемента $B_i \in F$ определяется значение μ_i инициализированного на шаге 4; все ненулевые атомы B предстают в виде $\neg B$; в результате получается ботке СГИ – алгоритмом, генерирующим I текущего уровня я включает $F = I_1, \dots, I_n$. Алгоритм крашает при I противном случае полагается $n = n + 1$ и возвращается к пункту 2;
- 3 Для каждого B атома, входящего в I , при помощи СГИ алгоритма используется нечеткое разделение $\{B_{i+}, B_{i-}\}$ множества E . Если включаются «фальшивые» классы, то они образуют разбиение $\neg 1$ -го уровня F в противном случае E сопровождается предупреждением и полагается $\bar{m} = m + 1$ полагается m где все значения m – числа m по формуле (1) и m – наиболее информативный признак из E , так что μ_i определяется иующимся в первом классе E другого атома;
- 4 Так как обычно размерность исходной базы отлична от n ранг (X) оказывается различной, то в отобранные признаки включаются множества $I = \{I_1, \dots, I_n\}$.

Резюме

Нечеткие методы автоматической классификации природных образований представлены алгоритмом Т. Гитмана и М. Ильинским. Исследование новых для котоого предложено в форме алгоритма объект-свойство алгоритм предложенным (Гамовой, С. Никитиным, Танакой, А. Бондарем, Б. Фолье) и алгоритмом классификации нечетких графах Л. С. Берштейна и Т. А. Дзюбы, использующими в качестве исходных данных матрицы «объект-свойство». Эти программы непосредственно отдаются в СГИ для задачи вы-

цепения в исследуемой совокупности объектов $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, структура которой характеризует нечеткость групп объективов $A = \{A^1, \dots, A^c\}$, являющихся нечеткими множествами с соответствующими функциями принадлежности $\mu_l(x_i) : I_l \rightarrow [0, 1], l = 1, \dots, c; i = 1, \dots, n$. Нечеткие методы оптимационной классификации находят решение задачи $\mathcal{Q}(P)$, ϵ_{extr} , где I_l — множество всех возможных нечетких разбиений P исходного множества объектов X . В свою очередь, нечеткие множества $A^l, l = 1, \dots, c$, определенные на универсуме $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, соответствующими функциями принадлежности $\mu_l, l = 1, \dots, c, r = 1, \dots, n$ образуют нечеткое с-разбиение $F = \{A^1, \dots, A^c\}$ в смысле Э. Г. Распини, если для каждого объекта $x \in X$ выполняется условие $\sum_l \mu_l(x) = 1$. В зависимости от вида матрицы исходных данных представланные оптимационные методы условно объединяются в две группы: при задании исходных данных в виде матрицы «объект-объект» для решения задачи классификации применяются процедуры Э. Г. Распини, Г. И. Уинчхема, М. Губенса, Р. Н. Паве и С. Тена, находящие экстремум логарифмического функционала, а если исходные данные заданы в виде матрицы «объект-свойство», решением задачи классификации заключается в поиске экстремума одного из функционалов, предложенных Дж. Белдесом и Дж. Данном, Р. Педричем или В. Райтом. Общим для оптимизационных методов нечеткого подхода к решению задачи автоматической классификации ограничением является условие нечеткого разбиения Э. Г. Распини, а общим параметром является параметр c , определяющий число кластеров в искомом нечетком разбиении. Представляются различные модификации некоторых известных оптимизационных методов. Нечеткие иерархические и стер-процедуры представляются алгоритмом Д. Валуа, Х. Танаки и К. Ази, в основе которых лежат спользующим матрицу сходства объектов (1.3) и допускающим как восходящую, так и нисходящую версии, и бинарным дивизионным алгоритмом Д. Думитреску, который предполагает представление исходных данных в форме матрицы «объект-признак». Модификация алгоритма Д. Думитреску применима для решения задачи снижения признаковой пространства.

ГЛАВА 4

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕЧЕТКИХ МЕТОДОВ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

4.1. Содержательные аспекты сравнения нечетких методов автоматической классификации

4.1.1. Цели сравнения и оценка сходимости нечетких кластер-процедур

В существующих поисках решений в теории классификации обработка изображений отсутствует, несмотря на то что нечеткие методы кластеризации, основанные на квазивесомых весах, занимают значительную часть от общего числа методов автоматической классификации. Так отмечал Д. Г. Маркель, «мы не считаем яз. теории изображений мно-
жества особенно удобным для теории классификации. Он универсален
также, как язык бинарных, двоичных и обычных мер близости
объектов, а при этом значительно новы конструкции». О немогиле же не по-
лучаются. Но если бы они предложили построить решения
использования гипотезных моделей, то это было бы удобно...» [31 с. 22-53]. Ге-
сттельство в дальнейшем развитии нечетких методов в автоматиче-
ской классификации становится сравнительно невысоким словом
и тщетными взаимоизменениями.

Во-первых, теория нечетких множеств влияет на это обстоятельство. Аксиоматики, которые предполагают разви-
тие нечетких множеств, являются зачастую авторами, использующими
автоматизацию в различных задачах, и эти же авторы, в свою очередь, не-
явно предполагают, что в задачах классификации и кластеризации
оставляется неизвестной.

Вторых, в силу принципиального различия нечетких и четких
методов классификации влияет на это обстоятельство. Так как
важнейшим достоинством нечетких методов является то, что
они позволяют решать задачи классификации, не предполагая
однозначного определения классов, то это означает, что нечеткие
методы классификации не могут быть использованы для решения
задач кластерного анализа. Помимо этого, нечеткие методы
кластерного анализа не могут решать задачи классификации
так, как показывают теоретические результаты. Так, нечеткие анало-
гии, обеспечивающие или в против, частные случаи, тривиальных алгорит-

мое явление и их особенности в час-
тоте мизаций при кластер-процедуре [14], [15, 77-96].

Таким образом можно сказать, что анализ существующих алгоритмов не только принципиально отличается от методов, что в градиентных методах кластер-анализа. Однако перед рассмотрением схемы сравнения различных кластер-процедур необходимо указать на то, что предлагаемого ставят, в частности, чтобы сравнивание кластер-процедур проводилось в заведомости сопоставимости и для сравнения необходимо пользоваться специальными алгоритмами, как правило, статистическими рассмотрениями, то независимым приложением испытанием. В этом случае, сравнительный анализ предполагает целью проверка эффективности кластер-процедур для решения конкретной задачи. Во втором случае, как правило, между собой сравниваются результаты работы нескольких алгоритмов в определенных реальных ситуациях, члены которых численной форме устанавливаются посредством счета реальных.

Эффективность любой кластер-процедуры может оцениваться на уровне установления взаимодействия между группами, а также между различными алгоритмами, а также подразделение вопросы решаемые алгоритмами [16]. Касательно оптимизации алгоритмов речь идет о том, что следует отметить что, в основе алгоритмов может быть, но не только оптимизация.

$$c(h) = \mu - h \quad (1)$$

где μ — значение принадлежности i -го объекта к тому же группе, что и j -ый, $h=1, 2, \dots, k$. Так что в качестве возможных стратегий сравнения величин $c(h)$ иллюстрируется следующим способом вычислить данный процесс.

4.1.2. Виды исходных данных и общая схема проведения сравнительного анализа

Зависимость от характера предмета исследования и употребляемых методов исходных данных зависит от набора методики кластер-процедур. Причем экспериментальное сравнение алгоритмов кластерного анализа достаточно подробно рассматривалось в [14-17]. Данный видел несомненно первоначальной его речью.

Первый подход заключается в использовании реальных данных с неизвестной структурой и сравнении результатов работы различных алгоритмов между собой, а если в распоряжении исследователя имеется экспертное газоужие, то эти результаты сравниваются и с ним. Касательно данного подхода И. Д. Мандель отмечает что «этот способ малоубедителен для общих выводов, но очень полезен в конкретном исследовании, где близость результатов почти всегда говорит о структурированности в данных» [31, с. 107].

Второй подход состоит в использовании для тестирования алгоритмов реальных данных с известной структурой, на которых уже были опробованы различные алгоритмы классификации и которые могут им служить хорошим тестом для новых кластер-процедур. Примером подобных данных может послужить матрица четырехмерных данных по 150 ирисам Р. Андерсона [45]. Вместе с тем, число подобных наборов данных незначительно, кроме того, как подчеркивал И. Д. Мандель, «данные такого типа, безусловно, весьма привлекательны, но и они не могут убедительно ответить на вопрос о качестве алгоритмов в общем случае, так как успешное разбиение на конкретной выборке не гарантирует успеха на другой» [31, с. 108].

Третий подход заключается в подборе искусственных данных с хорошо известной и определенной структурой, в которых кластеры могут быть выделены визуально, т.е. подобные массивы данных, как правило, являются двумерными. Этот подход предоставляет широкие возможности для сопоставления и осмысления человеческого и машинного способов классификации. Однако субъективизм человека при формировании данных является довольно сильным ограничением для применения такого подхода, так как «трудно установить устойчивые характеристики алгоритмов, связанные со случайным разбиением. К тому же, двумерная ситуация не является универсальной» [1, с. 108].

Четвертый подход предполагает использование для экспериментального сравнения алгоритмов автоматической классификации генерируемых ЭВМ искусственные данные с заданной структурой, которые в процессе исследования будутискажаться контролируемым образом. Подобный способ является весьма предпочтительным для проверки хорошо известных алгоритмов, поскольку позволяет моделировать данные самой разнообразной структуры и проводить управляемые искажения любого типа [31, с. 108].

В этом контексте при склонного использования алгоритмов
для фазация различных данных так что целью сразу же является
то что алгоритмов является как правило, предельно гибким и
имеющим структуру последовательной совокупности простых тупиковых
и вынужденных стратегий. Таким образом различия алгоритмов
располагаются в зависимости от цели, которую они
предполагают. Если целью является выявление
пределенности различных мастеров, то следует для этого вести
работу с помощью нескольких оптимизационных функций и процедур
при различном выше мастеров. В свою очередь для каждого из
предлагаемых алгоритмов необходимо для отыскания исходных
параметров использовать различные разные формулы и
алгоритмов. Поскольку в ходе использования разных функций и
сификаторов различается, тогда если при использовании только
одних функций в окажется что, как указывает [11], «все
классификации неожиданно скорее всего выявляют «зано-
са» [31, 33]. Установления взаимосвязи между свойствами
различных мастеров в разбиении в целом обработка сравнивает
саму собой результаты различных оптимизационных и эвристических
алгоритмов, примером чего может быть сравнение результата
работы алгоритма Беждека с данными, получатыми работы алго-
ритма Канье Фильео при различных параметрах [71]. Если же
вместе с тем определить характер алгоритмов изи между стратификаци-
онными и мастеровыми структурами используемого алгоритма
то целиком можно сравнивать результаты работы различных и
одинаковых мастер-процедур. К примеру, эти же данные
представлены в таблицах 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1010, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1010, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1020, 1021, 1022, 1023, 1024, 1025, 1026, 1027, 1028, 1029, 1020, 1021, 1022,

зульта. При этом можно, если же в исходном состоянии является получение не менее полного представления о стратификации в структуре исследуемой совокупности, следует сравнивать между собой результаты работы нескольких иерархических кластер процедур.

Безусловно, предложенная схема, в силу привлечённой общности, не является окончательной и нешим образом претендует на универсальность. Тем не менее, следование предложенной установке позволит, более эффективно проводить сравнение алгоритмов как в процессе теоретического исследования, так и в процессе конкретного прикладного исследования.

Влияющим примером применения сравнения различий оптимизационных процедур для выявления характера и оценки кластерной структуры исследуемой совокупности объектов, может послужить методология, предложенная В. Педричем [144], сущность которой состоит в следующем.

При обработке исследуемой совокупности объектов $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ некоторыми оптимизационными процедурами, в каждом случае получается матрица разбиения $F = [\mu_{ij}, o_{ij}] \in F^K$, где K – количество методов, которыми обрабатывалось множество объектов. Таким образом, оказывается возможным построить последовательность матриц P_1, P_2, \dots, P_K , и i -й столбец любой из них выражает линейную приближенность i -го объекта каждому из нечетких кластеров. Для выявления взаимосвязи между кластерами, по течению времени при использовании нескольких методов, необходимо сопоставлять соответствующие строки матриц P_1, P_2, \dots, P_K . Субоптимальная процедура, предложенная В. Педричем [144, с. 137], для решения этой проблемы, может быть представлена в виде следующей последовательности шагов:

1. Полагается $k=1, l=1$;
2. Ставнивается l -я строка матрицы разбиения F с строками матрицы разбиения P_k , и выскивается индекс $l', l' = 1, \dots, c$, такой, что некоторое значение, например, Хемминга, между l -й строкой матрицы F и l' -й строкой матрицы P_k достигло минимума;
3. Переиду к шагу выполняется для всех $l' (l'=1, \dots, c)$ построение функции $i(l')$ величина которой соответствует l -й строкам матриц разбиения P и $P^{k'}$.

Вычищают в здешних землях рурики и синицами, то есть
вместе существоющие на степях, так что строится срочная магрица земли.
Гори же Казахаются в + земли твляющие пересыпь
шь, а Сибирь имеется магрица разница ия F_c вычищено
средней земли и рурики при существовании

Год 1941

**Результат работы стеки данных нескольких нечетными скриптыми циклами
..хостер-процессурами для каждого кластера**

Объект	Метод кластеризации		
	Метод 1	Метод 2	Метод 3
x_1	μ_1	μ_2	μ_3
x_2	μ_1	μ_2	μ_3
x_3	μ_1	μ_2	μ_3

жима, а житье твое в учреждениях принадлежиши вскакой го з
везды. Умом и окою твоими яко чистою льму мастеру, и т. д. Ка-
ко мистеръ земной матрицы со тобою ствуя представление, т-го
мастера и земного «естество» им Модем Генс Грации.
Как в [мн. лице] в Песне [144, с. 17-18]
Сказали по прокру-
тивая все пальцы, тя попущены хлыстами, мы змеи и ело с с ве-
роти преступи чисто живам град чю при всем подъесте каскады ка-
дется бояз не леватким а въект и въплем та же земи, тогда г
при применении како либо оружие мастеръ и граверъ жут в исчез-
неніи можешьъ».

выражая то же самое некоего «важного» и «значительного» в зоне гравитации Земли, а также и в зоне сферической симметрии, в зоне гравитации Солнца, в зоне гравитации Луны, в зоне гравитации планет и т.д. В технологии энергии, находящейся в ядерных реакциях, не разрешимостью неприменимых методов, но решимостью технических методов, на которых основаны ядерные технологии.

4.2. Оценка и представление результатов обработки данных нечеткими методами автоматической классификации

4.2.1. Оценка качества нечеткой классификации

Как правило, результаты классификации, помимо содержательного осмыслиния и интерпретации, подлежат некоторой объективной оценке. В силу разнородности нечетких методов автоматической классификации, что особенно характерно для группы эвристических методов каки́бо универсальных показателей качества полученной классификации не предлагается. В случае эвристических алгоритмов методы оценки классификации иные: предлагаются вместе с конкретным алгоритмом классификации. В частности, для оценки классификации С. Гамура, С. Хигути и К. Танака [163, с. 4-6] используют такие показатели как коэффициент корректно классифицированных объектов, коэффициент некорректно классифицированных объектов и коэффициент нерасклассифицированных объектов. Следует, однако, указать, что для вычисления подобных коэффициентов необходимо знать реальную структуру данных или, в крайнем случае, имеющую в наличии экспертное разбиение, так что эти коэффициенты могут быть использованы для оценки собственно метода классификации, а не результата его применения к некоторым данным с неизвестной структурой.

В отличие от эвристических методов нечеткого подхода в решению задачи кластерного анализа для группы оптимальных методов предложены несколько показателей, характеризующих полученное нечеткое разбиение $P^* = \{A_1^*, \dots, A_n^*\}$, которое описывается следующей матрицей:

$$\begin{matrix} & u & \mu & | \\ \begin{matrix} u \\ \vdots \\ u \end{matrix} & \begin{matrix} \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \end{matrix} & \begin{matrix} \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \end{matrix} & \begin{matrix} \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \end{matrix} \\ & f & f & \mu & \end{matrix} \quad (12)$$

где u — то же, что и ранее, μ — значение принадлежности элемента $x \in X$ некоторому нечеткому классу $A_i^* \in \{A_1^*, \dots, A_n^*\}$, n — количество элементов классифицируемого множества, или, иными словами, универс-

Сумма λ — это величина, обратная к коэффициенту разложения.

Еще более известны из предложенных до Ч.И.Родионова В.Р. Г. (см. *Сборник документов*, пр. должностной в работе ..., и подробно суждавший в работе [58, 165]):

$$F(P) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P_{ij} \quad (4.5)$$

также о "различиях между собой в работе" [58].

$$H(F) = \frac{1}{n} \sum_i \sum_j |u_{ij} \cdot \ln z| \quad (4.4)$$

ЛНР' ё кокъ атели оо та тоу' мадук имысъ юкъ экъ.

- 1) В случае, когда получено значение \hat{y}_i , является членом \hat{F}_i с минимальным значением $\hat{\chi}^2$ (всегда имеется не менее $N-1$), как призывающем принадлежность i -го элемента i -му кластеру F_i (F_1, F_2, \dots, F_N).
 - 2) В случае, когда ограничение $\hat{y}_i = \hat{y}_j$ не является линейкой не превышающей \hat{y}_i (т.е. есть такой j , для которого $\hat{y}_j < \hat{y}_i$ и для всех $k \neq i, j$ $\hat{y}_k > \hat{y}_i$), то i -й кластер F_i определяется как совокупность \hat{y}_i и \hat{y}_j .

таким образом, что введение в формулы Φ и Ψ фрагмента φ не изменяет их истинности. Итак, мы можем сформулировать следующую теорему:

Главный и плюс плюс использования эффициенции разбить на R и H , пропорции которых $H(R)$ являются явно тем наименьшее, причем это число было получено в [14] с 10% точностью в биометрии. Вместе с тем, необходимо отметить, что в задаче определения $R(H)$ и $H(R)$ зависят от числа нечетких мастеров, остатка и изменения числа мастеров в нечетком габаритном сдвиге, таким образом и методы, а также критерии, такие как коэффициенты R и H для $R(H)$ и энтропия разбиения $H(R)$ базируются неприводимыми, то есть различий с различным смыслом между обеими и лучше всего оценить в контексте В. Переяра. Этому поводу отмечается, что можно сказать, что максимальное значение $H(R)$ может быть найдено или же не в случае неприводимых множественных задачах, если не начертаны тем не менее по естественным основаниям. Вычилиельные концепции, которые тут же дают главный

Г. Г. М., № 10, № 11. Такое разбиение называется звичным и означает, что все члены учащихся находятся в конечном числе классов: 1-14, 1-15. Таким образом, такое разбиение называется исправленным разбиением, или же *модифицированным* [184].

$$F(P) = \inf \prod_{k=1}^n \left(\sum_{i=1}^{n_k} \mu_i^k \right)^{\frac{1}{n_k}} \quad (4.5)$$

диапазон значений которого не зависит от числа различных классов в ученическом распределении и выражается неравенством $0 \leq F(P) \leq 1$.

Коэффициент разбивки $F(P)$ изучался в работе Р. Синяя [117], а также в работах А. А. Баранова и др. [58], [119]; кроме того, при изучении чисто классовое построение работы [52], [120]. Вместе с тем некоторые исследователи прилагали различные модификации этого коэффициента, показавшие оценки предложенных ими методов, но специальные методики разбивки предложены в четырех мастер-программах. К примеру, М. Рубинсон [148, с. 26] был предложена следующая модификация коэффициента разбивки $F(P)$:

$$NFI(P) = \frac{\left| \sum_{i=1}^n \mu_i^k \right| - n}{n^{1-\frac{1}{k}}} \quad (4.6)$$

что можно читать в виде $NFI(P) = \frac{F(P) - 1}{1 - \frac{1}{k}}$ [164, с. 23].

Помимо модификации коэффициента разбивки NFI (которой в работе [148] М. Рубинсон был предложен также следующий признак различия)

$$NFI_{\delta}(P) = \frac{\sum_{i=1}^n c(l, t)}{n} \quad (4.7)$$

где $c(l, t)$ представляет индекс различия пары классов (l, t) , так

$$\delta(l, t) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \min\{\mu_l^i, \mu_t^i\}}{\sum_{i=1}^n \max\{\mu_l^i, \mu_t^i\}}. \quad (4.8)$$

Изменение коэффициента разбивки

ГЛАВА IV
ДЛЯ ПОКРАСКА И РЕЖИМЫ РУБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ $\leq \Delta F_1$ (2.11) ИЛИ $\leq \Delta FIP(P)$.

Используя вышеупомянутые выражения для $F^*(t)$, Е. Г. уверт высказывает, что для F примерно вдвое больше ее точнее предельные отклонения выражены соотношением (4.3), а это означает, что предельные значения [166, с. 21] при распространении в диапазоне между ними неизменными наибольшим значением $F^*(P)$ варьируются в соответствии с физическими причинами $D(P)$ и ограничены $\gamma = \{1, 1 - \epsilon\}$ в пределах $\pm \epsilon$.

$$D(F) = W \cdot P^* / h \quad (4.8)$$

Таким образом, матрица четкого предела F , имеющая, так же, как и матрица F^* , примерную форму:

$$\begin{matrix} & v & w & & w \\ & u & & & \\ \bar{W} & | & u & w & . & w \\ & | & . & . & . & | \\ & v & w & v & & \end{matrix}, \quad (4.9)$$

значение которой определяется и заключается в:

$$\begin{aligned} v &= 1 \Rightarrow u = \text{чертеж } | / h, \\ w &= 0 \Rightarrow l \neq \end{aligned} \quad (4.10)$$

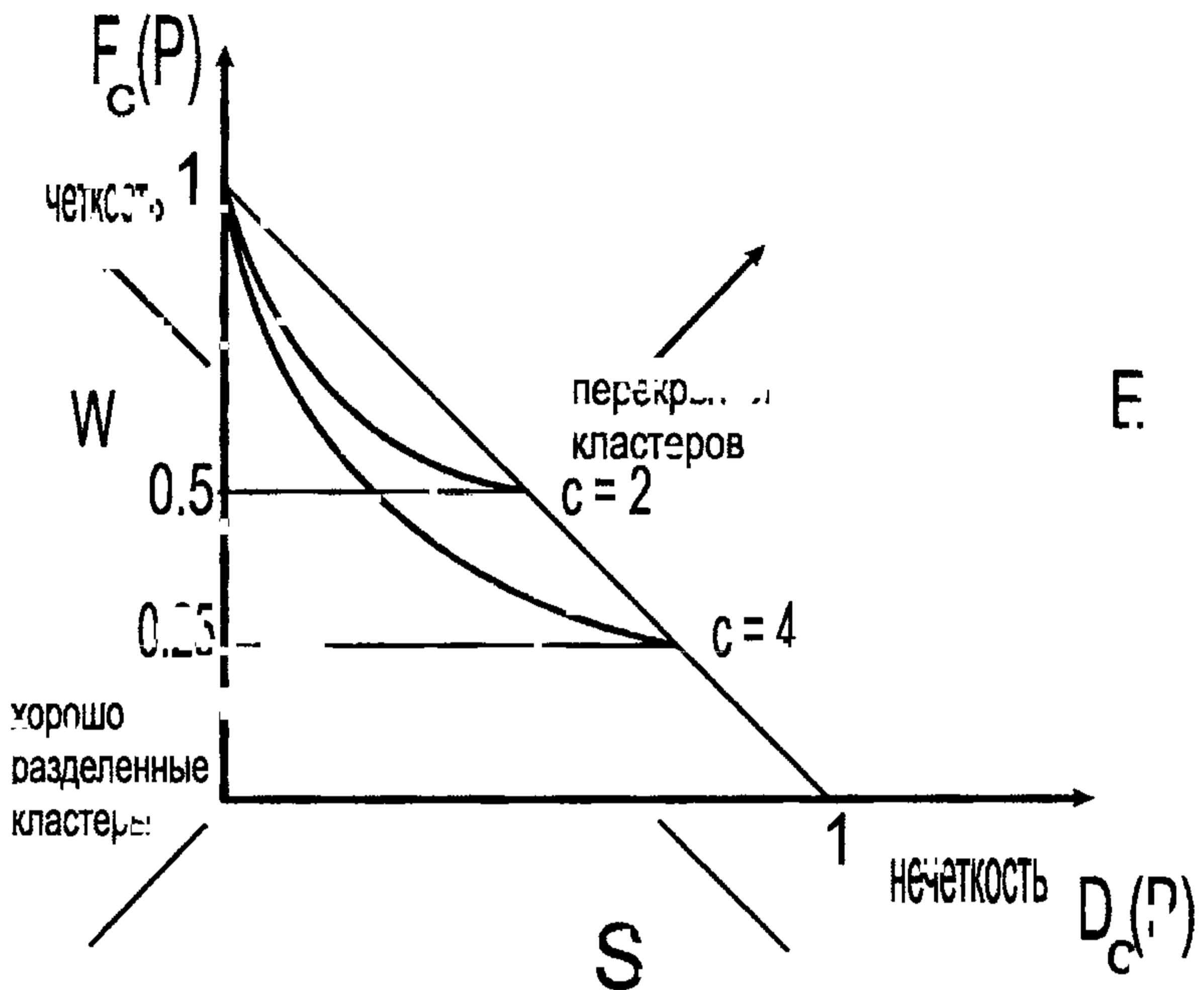
$$|W \cdot P^*| = \sum_{\mu} \sum_{\nu} v + \mu^{-1}. \quad (4.11)$$

Если избавить межвидовые коэффициенты чистоты v (F и коэффициенты не чисты $D(P)$) и учесть, что здесь есть выравнивание,

$$v(F) \cdot D(P) = 1 + \frac{2}{n} \sum_{\mu} \sum_{\nu} \mu^{-1}. \quad (4.12)$$

При этом методе можно рассмотреть, разделив [166, с. 21] на соответствующий график, называемый Е. Граувертом ($D(F)$ -диаграммой), схематический пример которой приведен на рис. 4.1.

N



Представление матрицы нечеткого размытия P с помощью грамм-Траувейта строится следующим образом: всех решений линейных уравнений, состоящих из строк P ,

Интерпретация диаграмм Траувейта может проходить в двух случаях, как это изображено на рис. 4.1.

- 1) по направлению от S к N, т.е. при уменьшении нечеткости и возрастании чистоты разбиения
- 2) по направлению от S к E происходит следующее изменение: матрица размытия Траувейта принадлежит каждому объекту в основном только определенному кластеру. Другие чистые несущественные значения в чистоте множества с всем отдельным кластером, к матрицам выразить целиком некоиие объекты в одинаковой степени связаны с теми или иными кластерами.

Помимо этого случая есть также как случай «деленного» «МОС». Хочется вернуться к этому и вспомнить изображение террикана в виде деревьев Ани В.

В приведенном выше (Д.) примере имеется неясность в том, что Евгений Ильинский, Хардакт и другие люди, живущие в деревне Ильинской, являются вышибающими из дома Елены Ефимовны [106, с. 35].

Неприводимое рассмотрение различий между однократной и двойной классификацией демонстрирует, что когда мы ходим, разбивающими деревни, то при этом мы должны учитывать не только пятикратную классификацию, но и то, что в работе Р. Годричена выявлено существительной строки деревни совокупности объектов, так что не будем согласиться с Р. Годриченко, отмечаяшим, что решения о чистой и нечеткой классификации «были разумными и легко объяснялись различными методами и включали в себя результаты» [144, с. 137]. Согражданки, похожие на предыдущему примеру, рассматриваются также в работах [96], [97], [98].

В свою очередь, помимо оценки качества разбиения, существует целый ряд других характеристик структур, к которым относится и смотрящий на них Годрический критерий Э. Г. Рипини [149], [150]. Исследования структурных классификаций в результате применения навешенных дополнений

$$x = \sum_{i=1}^n p_i x_i \mu_i \quad (4.13)$$

представляют относительный размер класса x^i , т. е. [1, с. 1], а также оценки

$$P(x) = \sum_{i=1}^n p_i x_i \delta(x_i, x) \quad (4.14)$$

известные в работе Годричена, т. е. если у некоторых точек $x \in X$ Кропоткина оценка $P(x)$ не является положительной, то эти точки включаются в класс с оценкой $P(x) = 0$, т. е. Г. Рипини предполагает также с оценкой

$$P(x) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i x_i \delta(x_i, x)}{\sum_{i=1}^n p_i x_i \mu_i} \quad (4.15)$$

С Перицем [141] предлагается весьма интересный и многообещающий подход к решению проблемы представления структуры

$$\zeta(x) = \prod_{n=1}^{\infty} u_n^{-x_n}, \quad (16)$$

так что при изображении нормализации Стокса к зоне умножением на
всю часть рисунка 1.16 на константу, можно получить

$$\zeta_{\mathcal{A}} = 1 - \prod_{\mu} \mu \quad (4.17)$$

График (6.1) и выражение (4.1) показывают, что при разбиении $P_1 = \{P_1^1, P_1^2, \dots\}$ на классы имеется, что если график Γ принадлежит классу P_1^k , то Γ имеет k вершин с максимальной степенью, равной $k-1$. Каждая из вершин имеет степень $k-1$ и принадлежит одному из классов $P_1^1, P_1^2, \dots, P_1^{k-1}$. Структурная связность цепи неограниченного класса P_1^k может быть проверена с помощью алгоритма нечеткого классификации, приведенного в [6]. Комбинация этих рассуждений позволяет определить, что среди (ϕ, ψ) -ядра нечеткого пастера $A^{\phi, \psi}_1$ имеются как пустые классы \emptyset , так и классы, имеющие в себе один элемент Γ .

$$\partial_{\mu} K_{\mu\nu} + V^{\mu} \delta_{\mu\nu} + V^{\nu} = -X^{-1} \gamma^{\mu} \left[\prod_{\nu=1}^m (\mu - \nu)^{-1} \right] \gamma_{\mu}$$

$$X = \{x_i \mid i \in \omega\} \subset Q, \mu < \omega^3 \quad (4.1)$$

Следовательно получается, что X и \bar{X} не являются подмножествами Q , соединяющимися единичной пересечением, так что выполняется следующее

$$X \sqcup \bar{X} = \bar{X} \quad (4.2)$$

и первое соединение производится при помощи \sqcup , то есть величина τ в $\tau(X, \bar{X})$ отображается в $\tau(\bar{X}, \bar{X})$ соответствующей структуре множества Q .

Для аналитического выражения (\bar{X}, \bar{X}) нечего сказать, кроме того, что в N -мерном пространстве, состоящем из R пересекающихся сфер, мы имеем в сбрасываемом выражении

$$(\bar{X}, \bar{X}) = (\bar{X}, \bar{X}) / R, \quad \tau = 0 \quad (4.3)$$

т.е. если в множестве операций имеются симметрии, такие что центрами пересечений будут точки с одинаковыми радиусами, то структура \bar{X} для всех l одинакова. Продолжим, что пересечение \bar{X} является явлением l -го кластера, может быть, либо одна точка, либо какое-то множество точек X . Так как функция τ задана для каждого кластера, то ее значение максимальное. Значение R определяется таким образом, что

последний квадратичный член в выражении τ имеет максимальную сумму квадратов, при которой строится выражение

$$\tau(\bar{X}) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^{m_k} \frac{(v_{k,l} - v_{k,l})^2}{R} + \tau \quad (4.4)$$

При записи для \bar{X} выражения $Q(R)$ мы оставляем только члены со степенями уравнений

$$\frac{\partial Q(R)}{\partial R} = 0, l = 1, \dots \quad (4.5)$$

и получим

$$R = \sum_{k=1}^n k^{-1} Z_k + \sum_{k=1}^n Z_k \quad (4.23)$$

где

$$Z_k = \sum_{l=1}^{m_k} (v_{k,l} - v_{k,l})^2 \quad (4.24)$$

так $I(t, r)$, в зависимости от радиуса r и времени t . Такие выражения не меняются, если мы сядем вращаться и пределить время t на величину ϕ , несущуюся вперед, неизменяющуюся вращение. В этом случае следующее выражение фиксируется вращением R . И если $\phi = 0.1$, то получим выражение, которое можно представить в виде

$$I(t, r) = R(r) e^{i\omega t} + R(r) e^{-i\omega t}$$

где $R(r)$ — радиус, соответствующий радиусу r (также как $R(\psi)$ соответствует радиусу r). Следовательно, статистическая модель, определяющая форму частоты, соответствует ситуации, когда частоты определяются вращением R в соответствии с выражением

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Таким образом, статистическая модель, предложенная А. Гриффитом, позволяет определить резидуальное множество для любых

Несколько интересной является [14] модель, предложенная А. Гриффитом. Он показал, что для нечеткого множества A и его подмножества B можно определить функцию, называемую $n\varphi$, которая определяется как

$$n\varphi = \sum \mu_{ij} - 1 \quad (2.3)$$

и имеет смысл, что величина $n\varphi$ такая выражением (2.3), соответствует числу элементов нечеткого множества A . А. Гриффитом выборе порога центром является орт φ нечеткого множества A , имеющего максимальное значение при нахождении в нем ядер. Так что в немачии φ приобретает только единицу, а значения φ в каждой из ядер, в которых находятся ядра, отличаются от единицы, так как

В результате этого, Картинки, как в книге «Математика для будущих учителей», делают нам знакомый нам пример. Вместе с тем, он же называет В. Бедричека, портфолио может выбираться по произвольно-

4.2.2. Представление и интерпретация результатов нечеткой классификации

Следующий этап нечеткой классификации следует претворить в результатах в виде числовых мерим итогов в форме, изображающей подвергнутые результаты дальнейшему анализу. данный вопрос до сих пор, например, в работе С. Г. Амосова [3], С. А. Амосова [37, с. 11-33], так что приходится довольствоваться некоторыми гипотезами, которые могут показаться очевидными при изучении результатов нечеткой классификации.

В первую очередь, при изучении полученных итогов нечеткой классификации, зрителю следует обратить внимание на нечеткое разделение между классами. Следует отметить, что нечеткая классификация всегда будет нечеткой, то есть нечеткое разделение между классами. Это означает, что при нечеткой классификации всегда будет нечеткое разделение между классами. Поэтому, если мы хотим получить нечеткое разделение между классами, то это можно сделать, используя нечеткую классификацию. Для этого необходимо ввести в распределение исследуемых агентов нечеткое разделение между классами.

Для этого мы можем использовать различные методы, чтобы добиться выявления значимых показателей, характеризующих полученные нечеткие результаты, к примеру, значение коэффициента разделения, пропорции между различными группами, показатели пересечения нечетких классов. Но это не означает, что значение коэффициента разделения будет постоянным. График коэффициента разделения будет постоянным. Трехмерный график коэффициента разделения имеет различные несущественными группами, ами классифицирующими в пределах структурированного класса, который получается необходимым для каждого из соединений.

В расположение исходных ячеек не ощущается визуально представление результатов по данной классифицирующей группе, что делает ее быстрое обобщение простым и эффективным. В качестве примера спектра, имеющего различные виды, можно отметить, что на рисунке 82, можно также использовать так называемую линейную диаграмму, на которой по оси ордината откладывается время принадлежности ячейки, а по оси абсцисс — номер ячейки. Причем перед каждым ячейкой находится табличка, находящаяся на первом месте в списке ячеек, с которой ячейкой соответствует статус принадлежности ячейки. Так, например, на рисунке 82 указываются ячейки 12 и 13.

На рисунке 83 приведен пример расположения матрицы ячейки с различными шестью объектами на первом месте в списке ячейки. Представлена линейная диаграмма № 12.

Линейная диаграмма № 12

Матрица линейного разбиения совокупности объектов на классы

Номер ячейки	1	2	3	4	5	6
1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
2	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
3	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8

Линейная диаграмма расположенного непосредственно изображена на рис. 42. Следует также отметить, что линейная диаграмма может применяться для наглядного представления как нечеткого разбиения, так и ячеек с одинаковыми объектами. Возможно, построить трехмерный линейной диаграммы где по осям координат откладываются ячейки, а значение прилагается по оси ординат. Вместе с тем, необходимо подчеркнуть, что линейная диаграмма является лишь способом только предварительного представления результатов, а также отдельной технологией, для применения для этого результатов обратного классификации с помощью значительно меньшего количества ячеек.

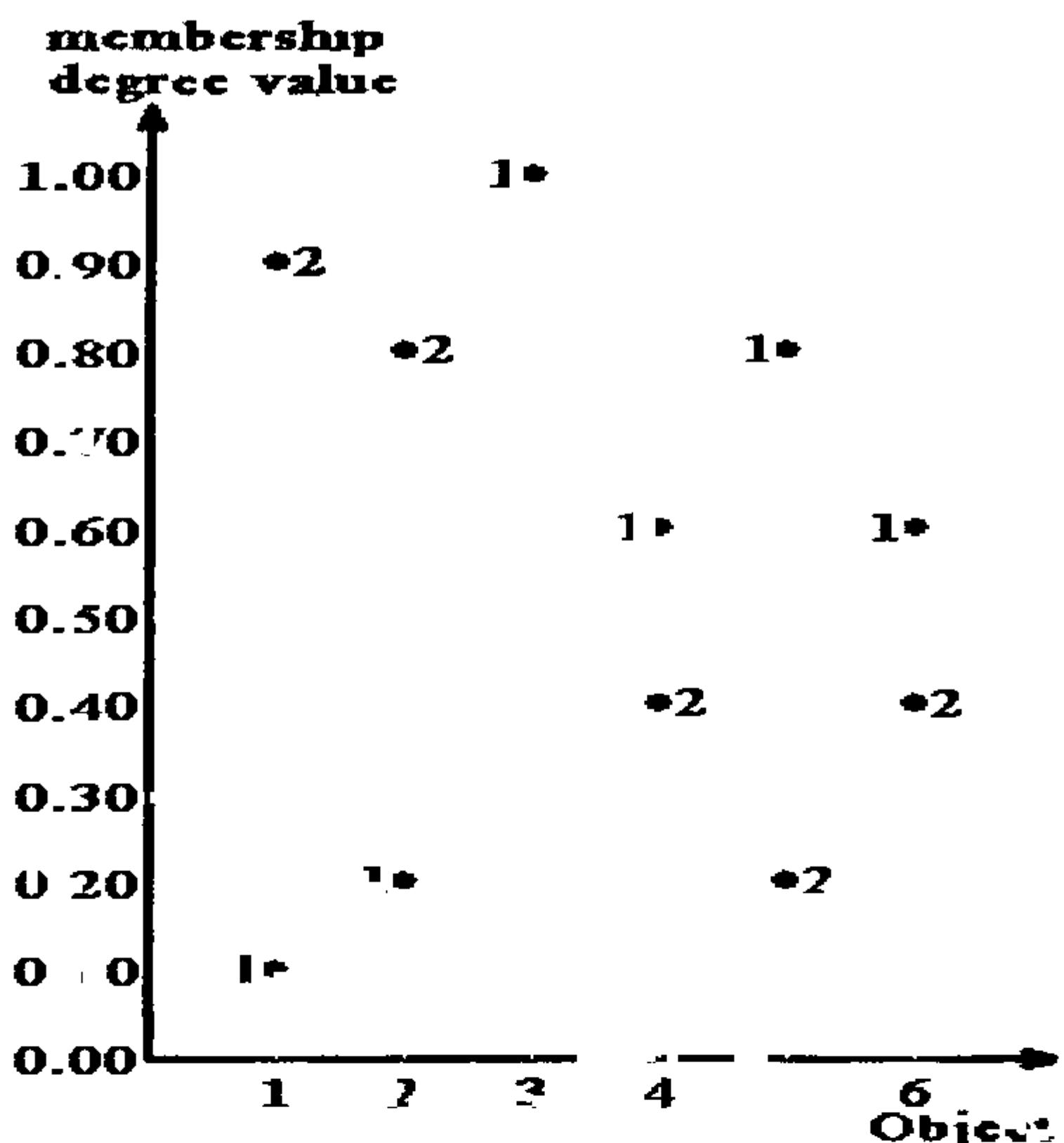


Рис. 12 — Иная форма, заммающая градиентный способ представления в виде зон.

При решении классификации чистого логика и линейной алгебры в задачах классификации на нечетких графах Лерштейн, Дюбендеру и др. в работе предложен способ представления нечетких зон классификации графа, а при решении задачи классификации с качественными признаками — математической классификации с качественными результатами классификации исследовано действие трендов, влияющих на неизвестные, денотирующие или двойно нечеткой иерархии.

4.3. Экспериментальное сравнение нечетких методов автоматической классификации

4.3.1. Исходные данные для проведения экспериментального сравнения алгоритмов

С гносеологической точки зрения, качество машинной классификации определяется не столько классификатором, сколько самим человека, так что при решении этой задачи членство в нечеткой машинной классификации может сделать самъ бѓ не выявить о корректности какой-либо процедуры. Правое же тельство ликвидирует

ПРОФОЛКМОСТЫ САЯ ВОЗДУХА ПРИ РАСЧЕТЕ СИЛЫ ДЕЯНИЯ НА ИНТЕРВЬЮИРОВАННЫХ ЧЛЕНЫ СИГ в структурой С другим, второй, то «ЧИГ» проактивны, т. к. «ЧИГ»-процедур при помощи только таких «ЧИГ» можно выделить. Охарактеризовать методы классификации можно по их тестировании на различных, в которых имеется смысл «ЧИГ». К числу данных с известной структурой.

Несмотря на предпринятого в данном случае сравнителного анализа, было сделано сопоставление результатов работы двух которых не являются эквивалентными в автоматической классификации с классификацией, предложенной в [1]. Каждый из них вполне достаточным является для практического применения. Примечание о начальном этапе работы кластер-расселения с экспериментом в зоне применения основано на данных с известной структурой.

При обычный подход к представлению сравнения, будем использовать для этого сопоставления к процессу формирования данных, чтобы в дальнейшем не ущемлять сущность сравнительного анализа. Но в этом случае важную роль в определении эффективности алгоритма на основе сопоставления результатов его работы с человеческой классификацией играет, с учетом того обстоятельства, что человек способен классифицировать большое количество объектов одновременно, т. е. большим количеством признаков, первое требование выдвигается к числу объектов и размерности признакового пространства. В силу приведенных соображений число классифицируемых объектов и признаков должно быть небольшим, чтобы эксперт мог составить разбиение, соответствующее реальной структуре исследуемой совокупности. Однако, учитывая замечание И. Г. Манделя о отсутствии универсальности глобальной структуры, число признаков должно быть большим чем три. Небольшое количество объектов в общей массе является методическим преимуществом, что позволяет сравнивать алгоритмы, работающие с трудностью при больших объемах данных, к примеру иерархических или дерматографических и т. д. Другое требование касается «реалистичности» используемых данных и целью избежать человеческого субъективизма при их формировании. Это в свою очередь, диктует что «ходячие под деревом» в качестве источника данных характеристик реальных объектов.

Учитывая приведенные требования, в качестве «данных» для проведения многоэтапного сравнения были отобраны единицы из самолетов различного назначения [43], а в качестве описания их признаков были отобраны пять достаточно информативных параметров. Следует построить экспериментальное разбиение человеку, яв-

Appendix

Порядок ввода и вывода информации в BBC BASIC

№	д.	Вес в кг сухой массы					
		Газма ышк	Длина ышк	Масса ышк	Несущая мощность	Глаксъ зл. нес.	Рас. с
1	Б-26	350	172	411	428	1200	
2	Б-54	770	146	44	5080	800	
3	Б-72	13	16	48	770	1082	
4	Б-16	18	14,22	501	1205	22	
5	Б-15А	1308	1245	51	1282	156	
6	4В	1170	16	49	1865	1000	
7	+	11	129	56	18818	66	
8	Б-106А	11	156	5	610,	20	
9	Б-15	1015	111	522	20300	1000	
10	Б-8Р А	1645	217	564	6225	930	
11	Б-8ХА	1740	2949	954	58000	600	

Экспертное разбиение исследуемой совокупности объектов на три класса

Номер объекта	Признаки											
	Геноме			Линии			Симметрия			Форма		
1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Грь — размах крыла и длина линии — символом λ , высоты — символом x^3 , номинальной взлетной массы — символом x , паспортного габарита действия имела x^1 , а самим самолетам — символами x_1, \dots, x_{11} , где символ i соответствует номеру самолета в таблице 4.3, и нормированке получившихся данных по формуле (4.1). В векторах \hat{x} получится матрица $\hat{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{11}]^T$. Тогда «объект-признак» вида (4.1). При распознавании она может быть представлена таблицей 4..

Таблица 4

Матрица нормированных данных

Объект	Признак					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	0.38	0.431	0.431	0.431	0.431	0.431
x_2	0.44	0.448	0.425	0.425	0.425	0.425
x_3	0.469	0.44	0.426	0.426	0.426	0.416
x_4	0.52	0.43	0.425	0.425	0.425	0.425
x_5	0.75	0.502	0.59	0.59	0.59	0.40
x_6	0.67	0.5	0.52	0.52	0.306	0.515
x_7	0.679	0.58	0.526	0.526	0.27	0.486
x_8	0.63	0.571	0.64	0.64	0.236	0.527
x_9	0.7	0.705	0.621	0.44	0.61	0.61
x_{10}	0.9	0.80	0.591	0.923	0.1	0.50
x_{11}	1.000	0.900	1.000	1.000	1.000	1.000

При этом изучение каждого из трех классов, а также способов их выделения в многомерном пространстве признаков, может быть выполнено с помощью метода кластерного анализа.

цифров, так что каждое действие μ_{ij}^t в Γ_{t+1} может быть представлено в виде функции μ , иначе скажем $\mu(\cdot)$, которая показывает, каким образом μ_{ij}^t определяется в Γ_t для каждого $i \in I$. Таким образом, мы можем выразить попарные попарные расстояния между любыми отменами i и j через признак, предсказанный в таблице 4.5, и действие μ обобщенное расстояние μ_{ij}^t имеет вид $\mu_{ij}^t = \mu(i, j)$ или $\mu_{ij}^t = \mu(j, i)$.

Для иллюстрации работы алгоритма в реальном примере, я рассмотрю матрицу попарных расстояний, для чего было взято издано относительно $n=5$ евклидово расстояние μ в данном случае может быть определено выражением

$$\mu_{ij}^t = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (\mu_{ik}^{t+1} - \mu_{jk}^{t+1})^2}, \quad i, j = 1 \dots n,$$

где μ — матрица попарных расстояний, называемая также квадратной матрицей нечестивого смысласходства I , бывшая в табл. 15.

табл. 15

Матрица попарных расстояний и квадраты

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	0.000	+	-	-	-	
x_2	-	0.000	-	-	-	
x_3	0.082 ² 0.024 0.000	-	-	-	-	
x_4	0.000 ² 0.000 0.000	-	-	-	-	
x_5	0.190 ² 0.196 ² 0.117 ² 0.122 ² 0.000 ²	-	-	-	-	
x_6	0.170 ² 0.195 ² 0.167 ² 0.147 ² 0.119 ² 0.000 ²	-	-	-	-	
x_7	0.155 ² 0.147 ² 0.141 ² 0.103 ² 0.080 ² 0.000 ²	-	-	-	-	
x_8	0.166 ² 0.155 ² 0.153 ² 0.148 ² 0.123 ² 0.082 ² 0.000 ²	-	-	-	-	
x_9	0.113 ² 0.120 ² 0.108 ² 0.276 ² 0.135 ² 0.155 ² 0.112 ² 0.190 ² 0.000 ²	-	-	-	-	
x_{10}	0.14 ² 0.145 ² 0.132 ² 0.150 ² 0.100 ² 0.113 ² 0.090 ² 0.141 ² 0.025 ² 0.000 ²	-	-	-	-	
x_{11}	0.014 ² 0.04 ² 0.026 ² 0.54 ² 0.40 ² 0.45 ² 0.42 ² 0.57 ² 0.53 ² 0.22 ² 0.000 ²	-	-	-	-	-

После применения к матрице попарных расстояний операции квадратичного смыслаходства Γ получаем локткая трансцендентности Γ второй строки из табл. 4.4.

таким образом, таблицы 4 – 4.7 представляют основные типы матриц исходных данных, отобранных для использования в процессе сравнительного анализа.

4.3.2. Результаты вычислительных экспериментов

ля того, для сравнения были отобраны оптимизационные процедуры: алгоритм Данга, Педрича и Уиндхема, иерархический вариант алгоритма Тамура и Хигути, Гонаки и алгоритм классификации на нечетких графах Берштейна и Дзюбы. Для всех оптимизационных процедур эксперименты проводились при числе классов, равном двум, трем и четырем для процедур классификации на нечетких графах Берштейна и Дзюбы. Эти эксперименты проводились при числе классов, равном двум и трем. При проведении численных экспериментов с оптимизационными процедурами в качестве матрицы первоначального разбиения в каждом эксперименте для определенного числа классов использовалась одна и та же, сгенерированная случайным образом с соблюдением условия нечесткого разбиения. Распределив

ных алгоритмов. Беклемешев
полагалось различие в
значении показателя нечеткости γ

табл. 4.8 приведены зуулт гэгдэхийн дүрэмийн
таблицы и овогийн төрчийн Тажилек. Таныа чадацаа гэсэ.
Глобальная программа для окония при $\epsilon = 0.01$ изл. 4.3

Таблица 4.9

Изменения приналежностей объектов класса и при разбиении исследуемой совокупности алгоритмом "Беждека" Тажилек на две класса

Номер объекта	Класс										
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
1	0.02	0.13	0.31	0.01	0.18	0.11	0.21	0.36	0.46	0.959	0.945
2	0.99	0.49	0.77	0.11	0.932	0.59	0.9	0.56	0.59	0.50	0.51

membership
degree value

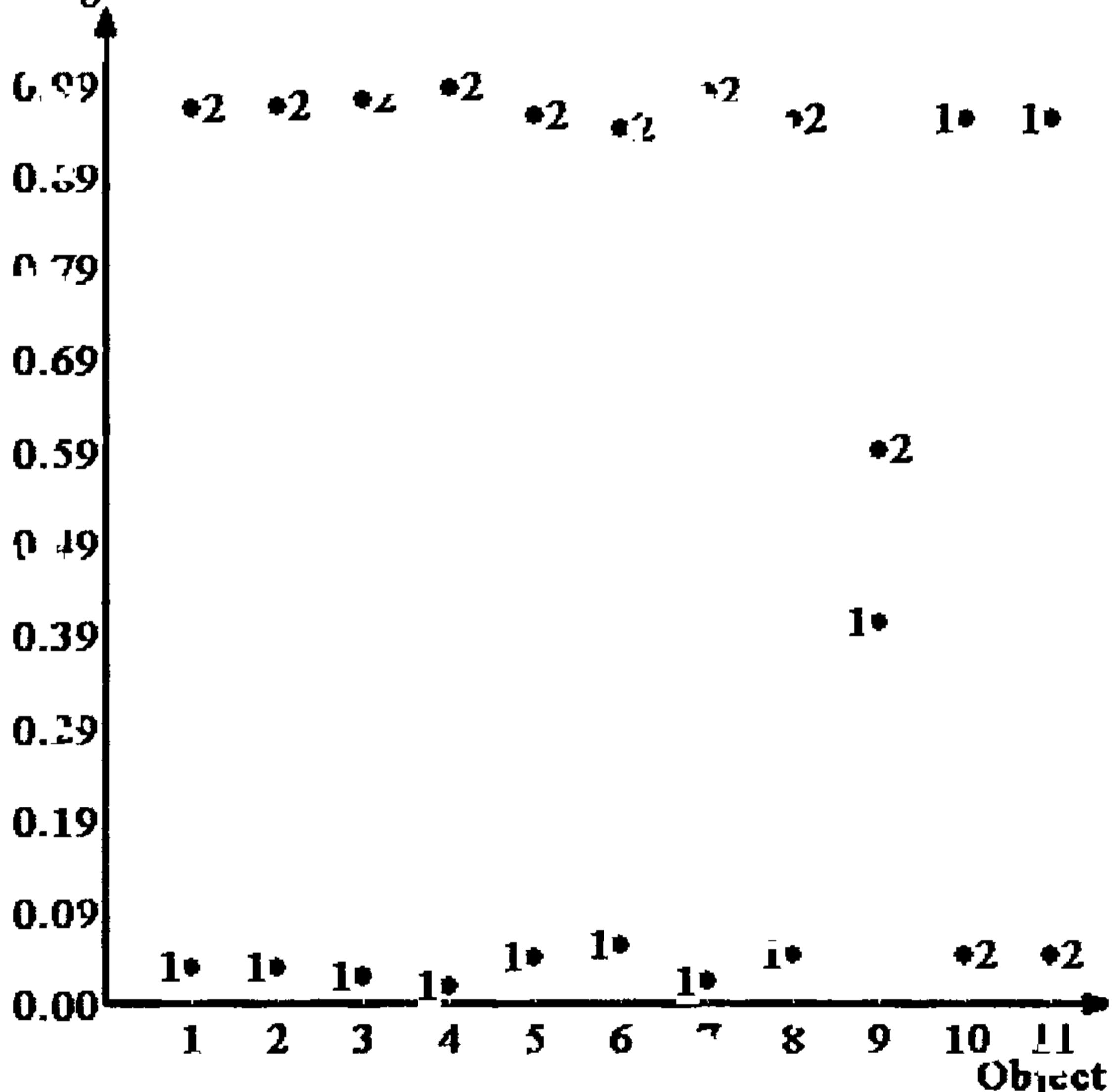


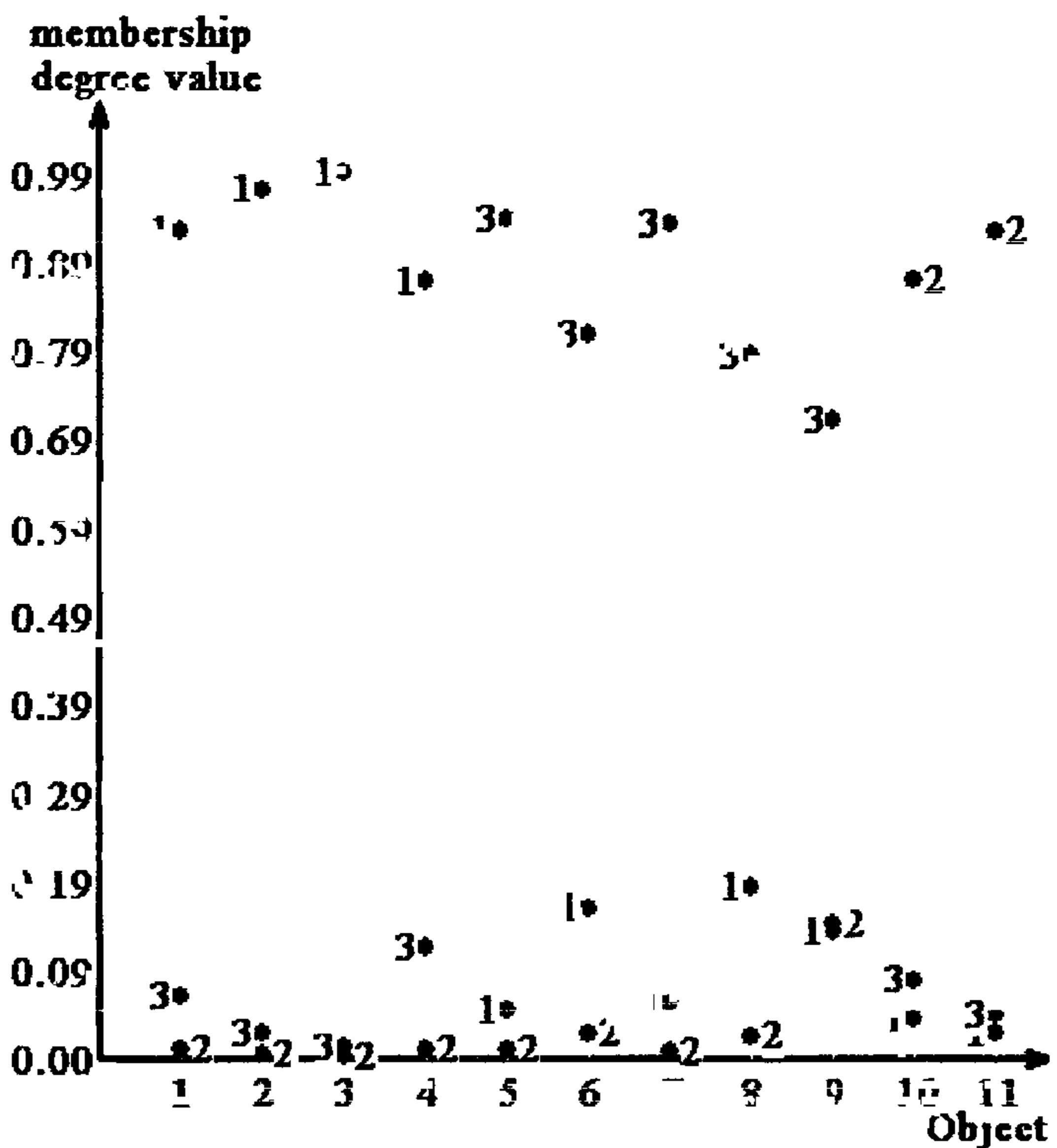
Рис. 4.3 Глобальная программа на языке Паскаль для разбиения исследуемой совокупности на классы алгоритмом "Беждека". Тажилек

Коэффициенты следующего вектора принадлежности объектов к классам определены алгоритмом Бенедикта — Лайна для трех классов. Результативная диаграмма представлена на рис. 4.4.

Таблица 4.4

Значения принадлежности объектов классам при решении исследуемой задачи алгоритмом Бенедикта — Лайна для трех классов

Номер объекта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
клас [*]	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0,008	0,002	0,009	0,007	0,001	0,005	0,003	0,004	0,006	0,009	0,005



Таким образом, можно сделать вывод, что алгоритм Бенедикта — Лайна для решения задачи классификации объектов является эффективным.

Матрица 1: Членство в совокупности объектов логоморфного стиля «Ланна» на четыре класса предметов «Аолидж» 4-10, и «Ольга» (у «Ланна» линия диаграммы 1, рисунок 5).

Рисунок 4.

Значения приналежностей объектов классам при разбиении исследуемой совокупности по признаку «Ланна на четырех классах предметов Аолидж»

Номер объекта	Объект			
	1	2	3	4
1	0.01	0.002	0.01	0.05
2	0.002	0.001	0.032	0.06
3	0.84	0.002	0.77	0.15
4	0.67	0.002	0.11	0.23

**membership
degree value**

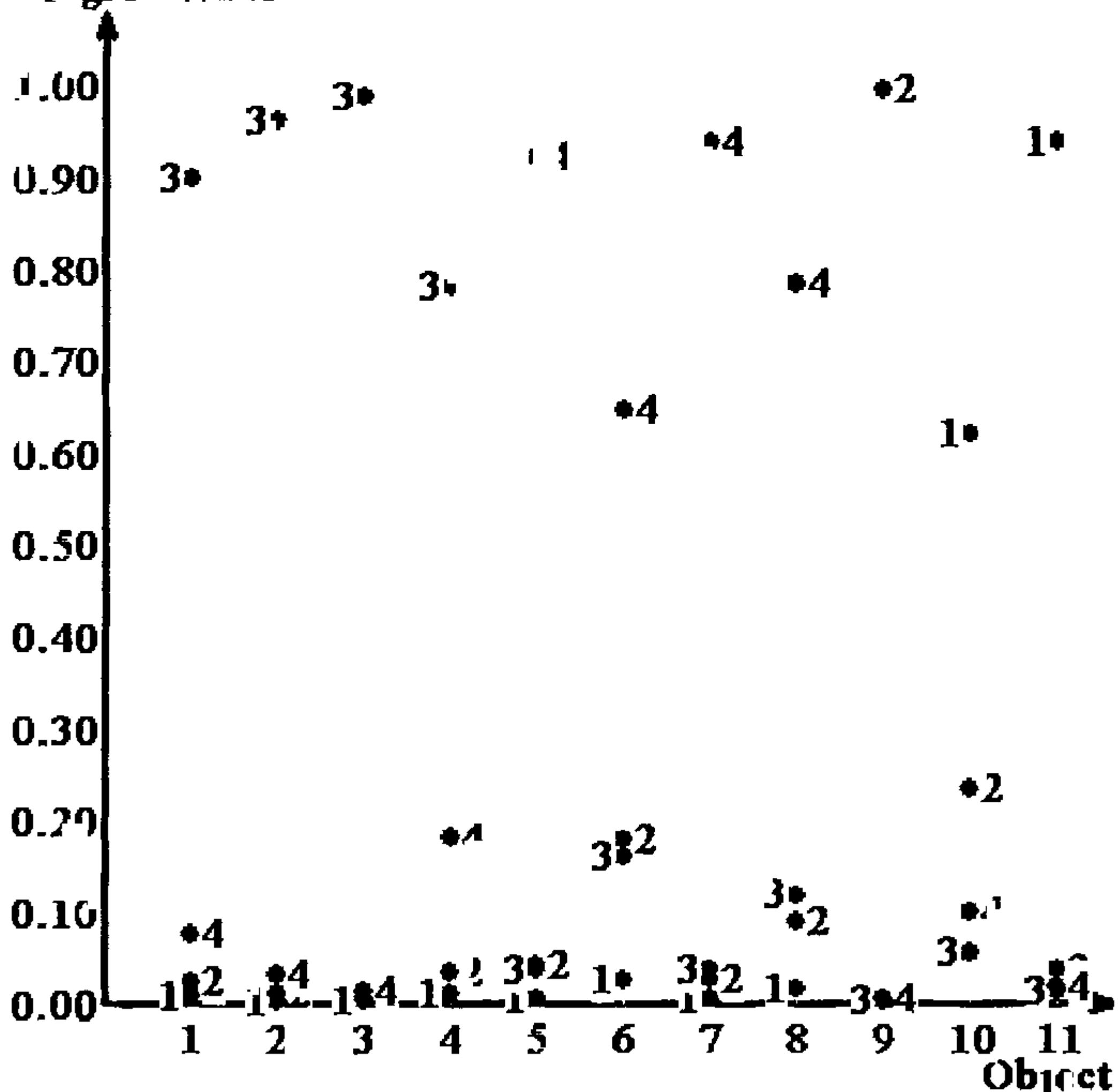


Рисунок 5. Желчая диаграмма нечеткого разбиения исследуемой совокупности по признаку «Ланна на четырех классах предметов Аолидж».

Всего же 11 приведенных выше листы «работы» находятся в совокупности в пакете *Object* из пакета *Classification*. Важнейшим из них является, что рассматривалась объекты с различными признаками, т.е. для каждого из них имеется отдельная линейная диаграмма разбиения, приведенная на рис. 4.6.

Рисунок 4.6

Значения признаков объектов в каждом признаковом классе для каждого объекта в соответствии с первым методом Некрасова для класса

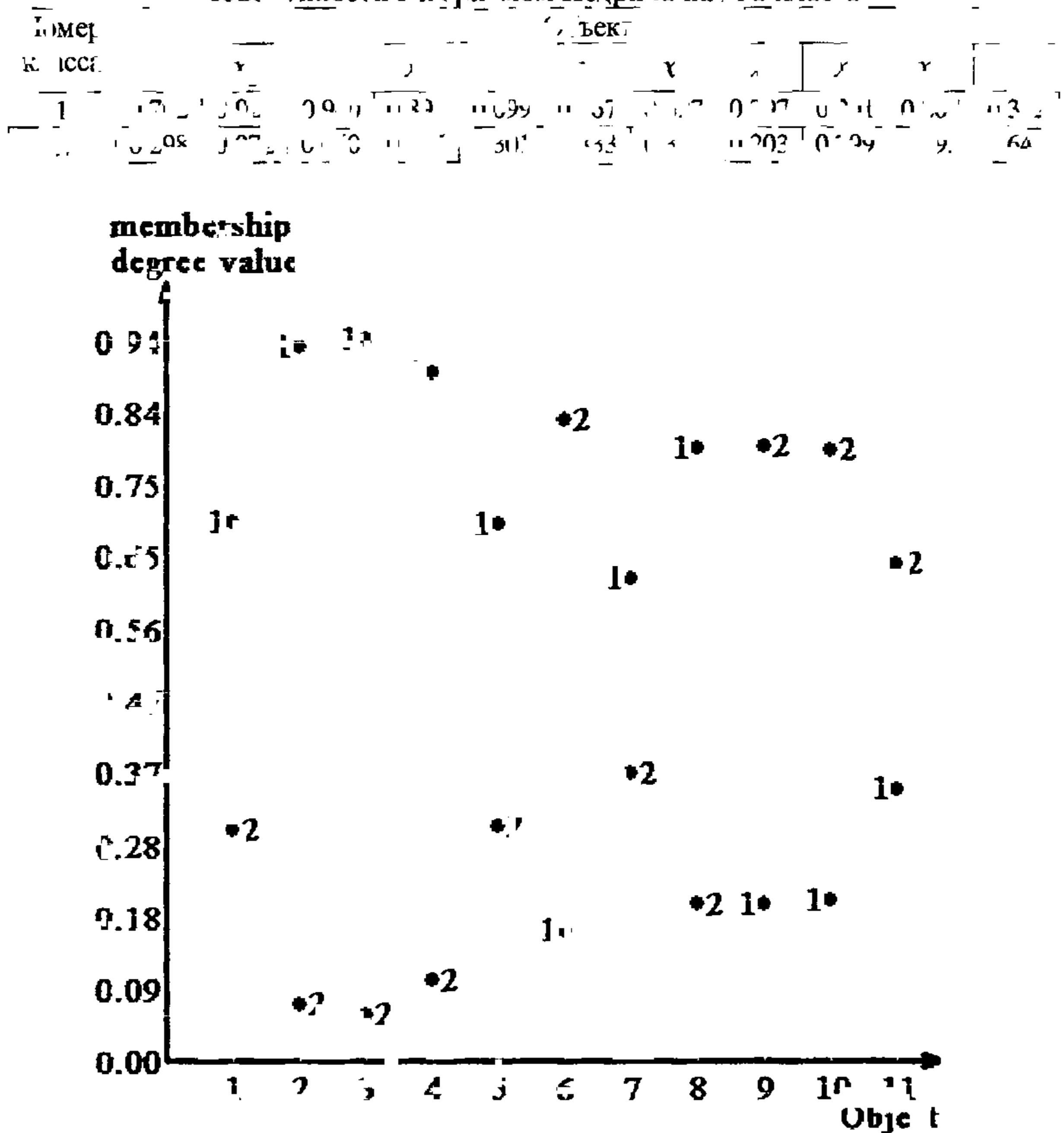


Рис. 4.6. График членства объектов в классе для каждого объекта в соответствии с первым методом Некрасова для класса

Матрица разбиения исследуемой совокупности объектов алгоритмом Педрича на три класса, где в качестве помеченных объектов рассматривались объекты 1, 2 и 3. Функциями принадлежности $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 1$ и $\mu_3 = 1$, представлена таблицей 4.12, а соответствующая линейная диаграмма — на рис. 4.7.

Таблица 4.12

Значения принадлежностей объектов классам при разбиении исследуемой

совокупности алгоритмом Педрича на три класса

Номер класса	x_1			x_2			x_3			x_4			x_5			x_6			x_7			x_8			x_9			x_{10}			x_{11}		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3			
1	0.644	0.943	0.94	0.54	0.136	0.119	0.16	0.478	0.009	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00				
2	0.231	0.048	0.04	0.51	0.697	0.876	0.9	0.422	0.81	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120				
3	0.135	0.010	0.009	0.010	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000					

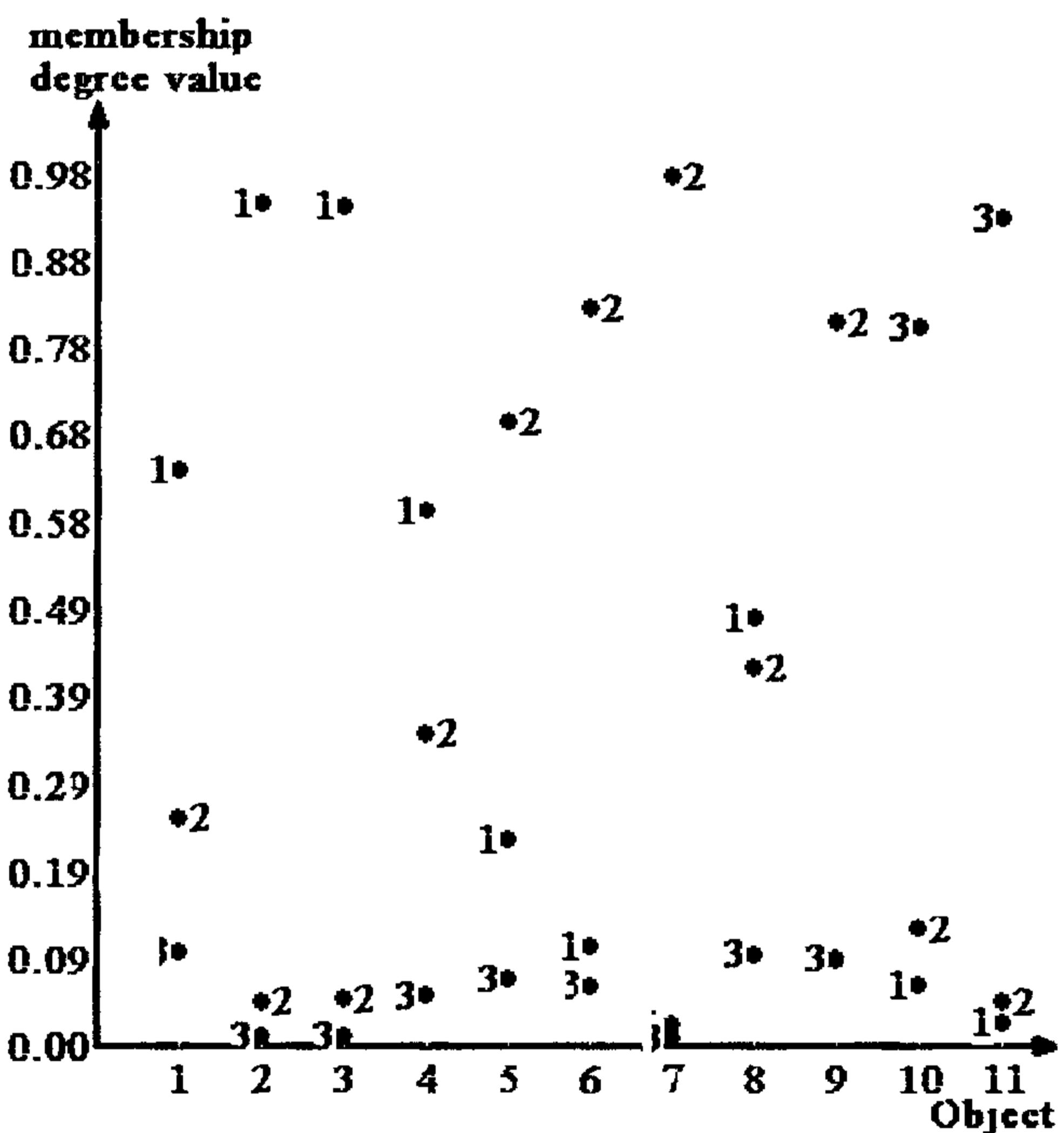


Рис. 4.7. Линейная диаграмма нечеткого разбиения исследуемой совокупности объектов алгоритмом Педрича на три класса

Результаты работы классификатора с использованием алгоритма Неструя и на четыре класса приведены в таблице 4.3, а линейная диаграмма Графика Таблица на рис. 4.8. В качестве примеров показаны 1, 2, 3, 4 и 5 соответствующих (табл. 4.1) признаков.

Таблица 4.3

Значения принадлежности объектов классам при разбиении исходной совокупности методом Неструя на четыре класса

Номер класса	1				2				3				4			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	0.85	0.80	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.27	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

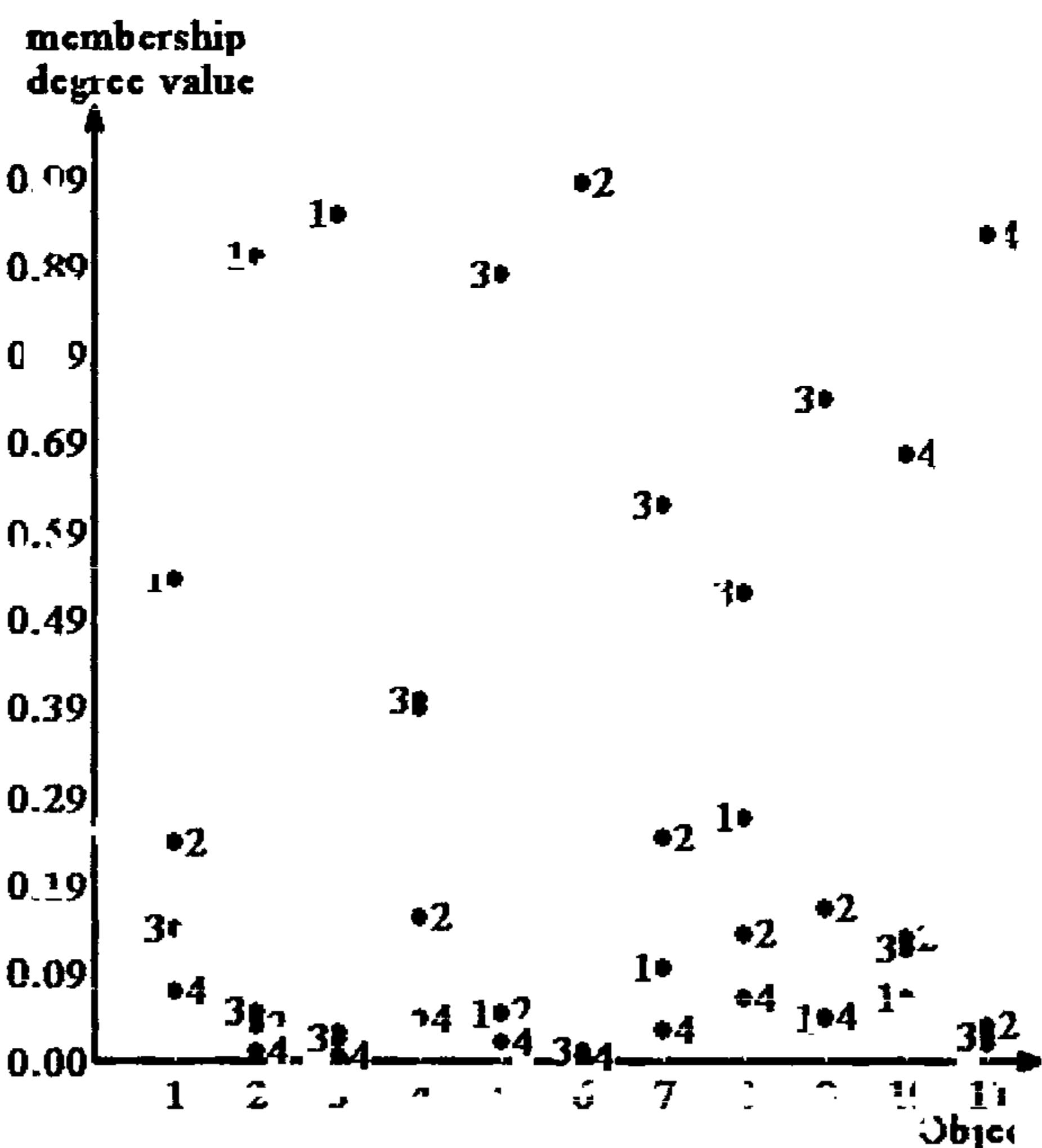


Рис. 4.8. Данные для награфика классификации, полученные с помощью алгоритма Неструя, за на четыре класса

При сбм. блке данных алгоритмов всегда объекты класса объединяются в один класс с одинаковой принадлежностью к группам. При разделении на классы я выбрал группу из четырех объектов, для которых было выделено два класса, а три оставшиеся объекты, имеющие общие признаки, объединены в один класс. Результатом работы алгоритмов является разделение на классы, показанное на рисунке 2.

Результат обработки данных алгоритмом Бэйера отличается от результатов, полученных группами из трех и пять объектов. Алгоритм Бэйера не в состоянии определить, что сам объект имеет признаки из двух классов, но алгоритм Стрема способен это сделать. Алгоритм Стрема при разделении на классы выделяет как $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ и $\{x_5, x_6, x_7\}$. Приведенные на рисунке 2 результаты работы обоих алгоритмов также довольно сущесвенно отличаются друг от друга, что объясняется зависимостью разделения на классы от взаимодействия объектов при использовании алгоритма Бэйера.

На рисунке 3.14 приведены результаты работы алгоритмов с различными начальными классами.

Таблица 3.14

Результаты классификации по личной склонности объектов алгоритмом Бэйера

Объект	Использование двух классов		Использование трех классов	
	Бэйер	Стрема	Бэйер	Стрема
x_1	0.501	0.4682	0.017	0.0914
x_2	0.50	0.191	0.895	0.091
x_3	0.501	0.479	0.025	0.0918
x_4	0.498	0.200	0.11	0.0919
x_5	0.502	0.201	0.105	0.105
x_6	0.501	0.4948	0.117	0.1178
x_7	0.498	0.501	0.04	0.1047
x_8	0.500	0.016	0.052	0.071
x_9	0.501	0.201	0.0430	0.045

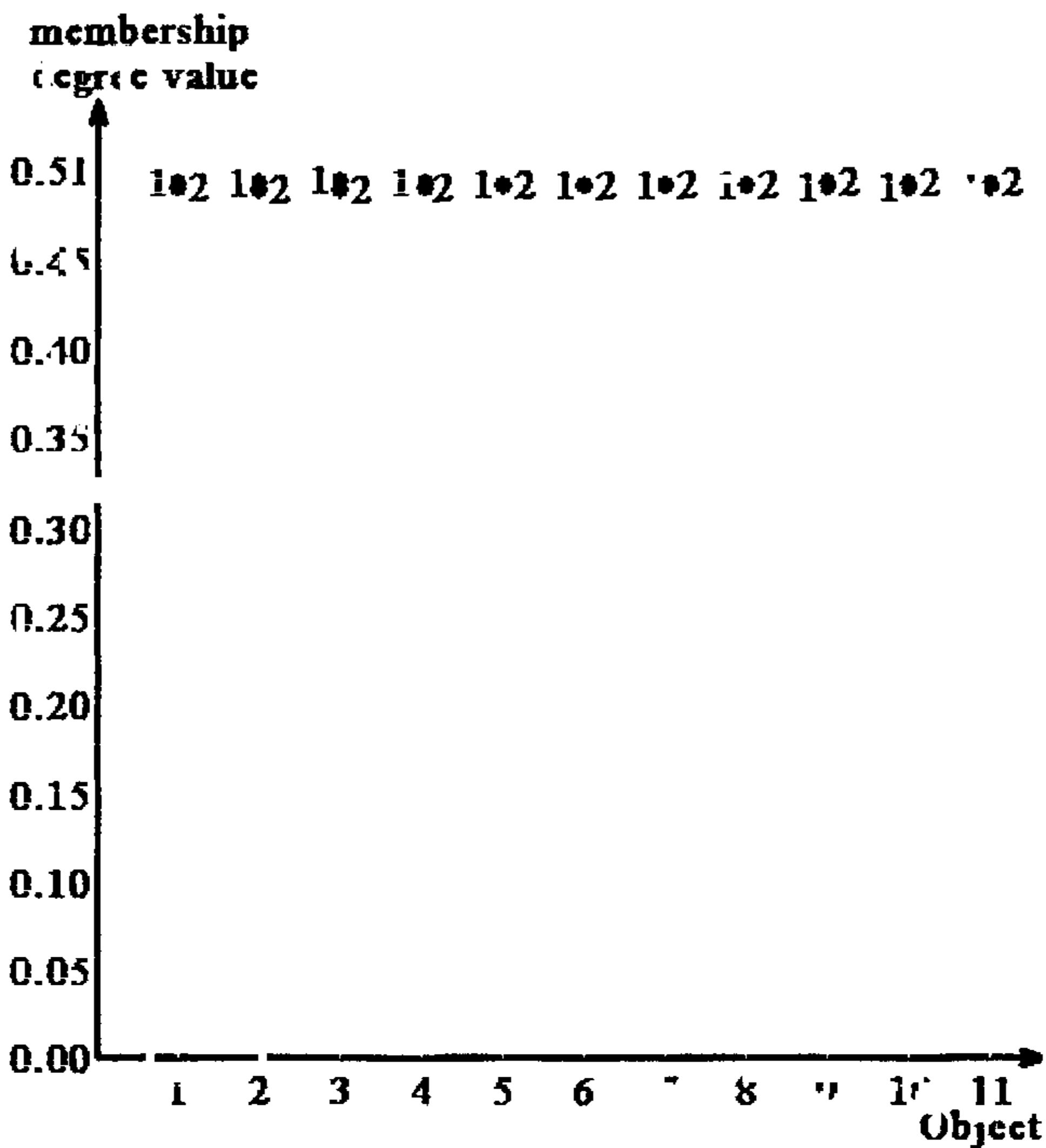


Рис. 4.1. Линейная диаграмма нечеткого задания и членства совокупности объектов, полученная с помощью Fuzzy-PAL, изображена на рис. 4.

Результаты обучения при отработке членства совокупности объектов по программе Fuzzy-PAL показывают достаточно интересные результаты. В первую очередь следует отметить то, что наибольшие отрицательные значения отрицательной принадлежности обеим группам объектов, однако значения матрицы разбиения позволяют выделить группы $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ и $\{x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}$, которые, при этом, во внимание принимают нечеткое задание. Свободно приходящихся различаются между собой, что весьма интересно подтверждается линейной диаграммой. Членство интегральным образом отображается тем, что центральным является объект x_5 , т.к. явлениями, о которых говорится в лингвистической переменной, являются то, что центром является явление объекта x_5 .

и в то же время ведет к сокращению времени вычислений. Следует приложить внимание к тем степеням и приближениям, которые входят в них, почти полностью определяющим результаты. Достаточно высокими приближениями являются минимум Гаусса, который не отличается от исходного, а также методом наименьших квадратов. В это же время для вычисления коэффициентов в уравнении Гаусса требуется гораздо больше времени, чем для метода наименьших квадратов.

Весьма интересны результаты, представленные в табл. 10. В табл. 10 приведены результаты вычислений для различных групп объектов, полученные при помощи алгоритма Бекера. Таблица позволяет видеть целорядие соотносящихся между собой объектов, имеющих одинаковую группу. Каждый из объектов имеет определенное значение коэффициента α , которое определяется выражением

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_i} \right)^2}}$$

где x_i — координаты i -го объекта, \bar{x} — среднее значение координат, σ_i — ошибка измерения i -го объекта.

табл. 10

Таблица 10. Результаты разбиения исследуемой совокупности объектов алгоритмом Бекера

Уникальный класс

Объект	Номер объекта	Координаты		Погрешности	
		Х	Y	Х	Y
1	1	6.344	6.377	0.022	0.011
2	2	6.341	6.322	0.021	0.014
3	3	6.346	6.337	0.022	0.012
4	4	6.345	6.327	0.021	0.013
5	5	6.337	6.322	0.022	0.012
6	6	6.333	6.322	0.022	0.012
7	7	6.335	6.325	0.022	0.012
8	8	6.334	6.324	0.022	0.012
9	9	6.334	6.323	0.022	0.012
10	10	6.334	6.322	0.022	0.012
11	11	6.334	6.321	0.022	0.012
12	12	6.334	6.320	0.022	0.012
13	13	6.334	6.319	0.022	0.012
14	14	6.334	6.318	0.022	0.012
15	15	6.334	6.317	0.022	0.012
16	16	6.334	6.316	0.022	0.012
17	17	6.334	6.315	0.022	0.012
18	18	6.334	6.314	0.022	0.012
19	19	6.334	6.313	0.022	0.012
20	20	6.334	6.312	0.022	0.012
21	21	6.334	6.311	0.022	0.012
22	22	6.334	6.310	0.022	0.012
23	23	6.334	6.309	0.022	0.012
24	24	6.334	6.308	0.022	0.012
25	25	6.334	6.307	0.022	0.012
26	26	6.334	6.306	0.022	0.012
27	27	6.334	6.305	0.022	0.012
28	28	6.334	6.304	0.022	0.012
29	29	6.334	6.303	0.022	0.012
30	30	6.334	6.302	0.022	0.012
31	31	6.334	6.301	0.022	0.012
32	32	6.334	6.300	0.022	0.012
33	33	6.334	6.299	0.022	0.012
34	34	6.334	6.298	0.022	0.012
35	35	6.334	6.297	0.022	0.012
36	36	6.334	6.296	0.022	0.012
37	37	6.334	6.295	0.022	0.012
38	38	6.334	6.294	0.022	0.012
39	39	6.334	6.293	0.022	0.012
40	40	6.334	6.292	0.022	0.012
41	41	6.334	6.291	0.022	0.012
42	42	6.334	6.290	0.022	0.012
43	43	6.334	6.289	0.022	0.012
44	44	6.334	6.288	0.022	0.012
45	45	6.334	6.287	0.022	0.012
46	46	6.334	6.286	0.022	0.012
47	47	6.334	6.285	0.022	0.012
48	48	6.334	6.284	0.022	0.012
49	49	6.334	6.283	0.022	0.012
50	50	6.334	6.282	0.022	0.012
51	51	6.334	6.281	0.022	0.012
52	52	6.334	6.280	0.022	0.012
53	53	6.334	6.279	0.022	0.012
54	54	6.334	6.278	0.022	0.012
55	55	6.334	6.277	0.022	0.012
56	56	6.334	6.276	0.022	0.012
57	57	6.334	6.275	0.022	0.012
58	58	6.334	6.274	0.022	0.012
59	59	6.334	6.273	0.022	0.012
60	60	6.334	6.272	0.022	0.012
61	61	6.334	6.271	0.022	0.012
62	62	6.334	6.270	0.022	0.012
63	63	6.334	6.269	0.022	0.012
64	64	6.334	6.268	0.022	0.012
65	65	6.334	6.267	0.022	0.012
66	66	6.334	6.266	0.022	0.012
67	67	6.334	6.265	0.022	0.012
68	68	6.334	6.264	0.022	0.012
69	69	6.334	6.263	0.022	0.012
70	70	6.334	6.262	0.022	0.012
71	71	6.334	6.261	0.022	0.012
72	72	6.334	6.260	0.022	0.012
73	73	6.334	6.259	0.022	0.012
74	74	6.334	6.258	0.022	0.012
75	75	6.334	6.257	0.022	0.012
76	76	6.334	6.256	0.022	0.012
77	77	6.334	6.255	0.022	0.012
78	78	6.334	6.254	0.022	0.012
79	79	6.334	6.253	0.022	0.012
80	80	6.334	6.252	0.022	0.012
81	81	6.334	6.251	0.022	0.012
82	82	6.334	6.250	0.022	0.012
83	83	6.334	6.249	0.022	0.012
84	84	6.334	6.248	0.022	0.012
85	85	6.334	6.247	0.022	0.012
86	86	6.334	6.246	0.022	0.012
87	87	6.334	6.245	0.022	0.012
88	88	6.334	6.244	0.022	0.012
89	89	6.334	6.243	0.022	0.012
90	90	6.334	6.242	0.022	0.012
91	91	6.334	6.241	0.022	0.012
92	92	6.334	6.240	0.022	0.012
93	93	6.334	6.239	0.022	0.012
94	94	6.334	6.238	0.022	0.012
95	95	6.334	6.237	0.022	0.012
96	96	6.334	6.236	0.022	0.012
97	97	6.334	6.235	0.022	0.012
98	98	6.334	6.234	0.022	0.012
99	99	6.334	6.233	0.022	0.012
100	100	6.334	6.232	0.022	0.012

Линейная диаграмма, иллюстрирующая разбиение исходной совокупности объектов алгоритмом Уиндхема на три класса, изображена на рис. 4.1.

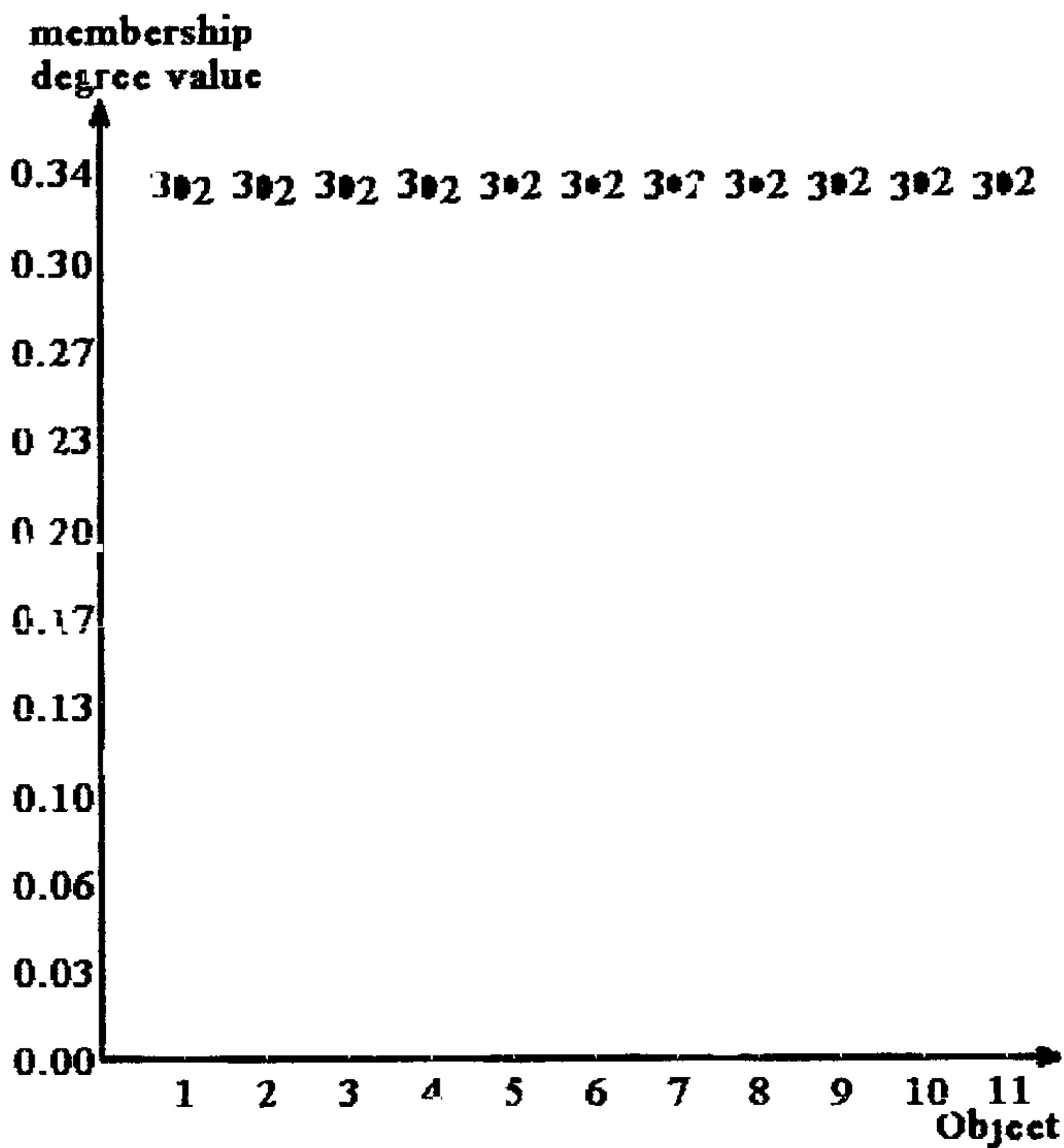


Рис. 4.1. Линейная диаграмма нечеткого разбиения исходной совокупности объектов алгоритмом Уиндхема на три класса

При разбиении исходной совокупности объектов алгоритмом Уиндхема на три класса для всех объектов значения степеней принадлежности также различаются между собой весьма незначительно ($\approx 0.3300, l = 1, 2, \dots, 11$). Однако анализ матрицы разбиения показывает выделить группы $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ и $\{x_5, x_6, x_7\}$. В то же время объекты группы $\{x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}$ распределены по всем трем классам равнозначно (о чём свидетельствует линейной диаграмме). Следует также отметить, что

метить то обстоятельство, что в течение степеней принадлежности объекта к той или иной группе замечалось, что, с одной стороны, группировка их объектов различима, зато в качестве центра первой группы, другого, однако же объекта не было, а если и было, то не было к тому же самому объекту, виновному в своем пребывании перед соблюдением отчетливого следствия в виде пограничного зонального, как правило обработки почвы, как правило Бельбека - Цанна, так и приходившего из Гендершица, будто бы относящегося к другой группе, чем он был.

А. Статистическая интерпретация в данном случае сводится к тому, что для интерпретации полученных результатов, несмотря на очевидно выраженную зависимость между ними, место в таблице занимает не коэффициент корреляции, а коэффициент регрессии.

• 107 • Тысяча может быть отнесена к первой группе в лице Евгения Степанова Трифонова.

Горити и Уніхема при числе класов $n = 10$ че Δ предела зміни Δ від 0.01 до 0.16 .

Результаты разбиения исследуемой совокупности объектов алгоритмом

Индекс на читателски клас

Параметр	Моделирование в единицах				Моделирование в Портах			
	Базовый	Средний	Максимальный	Минимальный	Базовый	Средний	Максимальный	Минимальный
α	0.2515	0.2505	0.2581	0.2426	0.2515	0.2505	0.2581	0.2426
β	0.2517	0.2517	0.2536	0.2494	0.2517	0.2517	0.2536	0.2494
γ	0.2518	0.2501	0.2522	0.2477	0.2518	0.2501	0.2522	0.2477
δ	0.2514	0.2501	0.2535	0.2421	0.2514	0.2501	0.2535	0.2421
ϵ	0.2498	0.2501	0.2510	0.2474	0.2498	0.2501	0.2510	0.2474
ζ	0.2511	0.2501	0.2530	0.2470	0.2511	0.2501	0.2530	0.2470
η	0.2511	0.2501	0.2531	0.2471	0.2511	0.2501	0.2531	0.2471
ϑ	0.2501	0.2501	0.2500	0.2499	0.2501	0.2501	0.2500	0.2499
ρ	0.2501	0.2501	0.2500	0.2499	0.2501	0.2501	0.2500	0.2499
χ	0.2491	0.2499	0.2499	0.2491	0.2491	0.2499	0.2499	0.2491

Быть в Тюмени, при этом я искренне надеялся, что мой вопрос о моем первом Университете на чисто изображена на рис. 1.

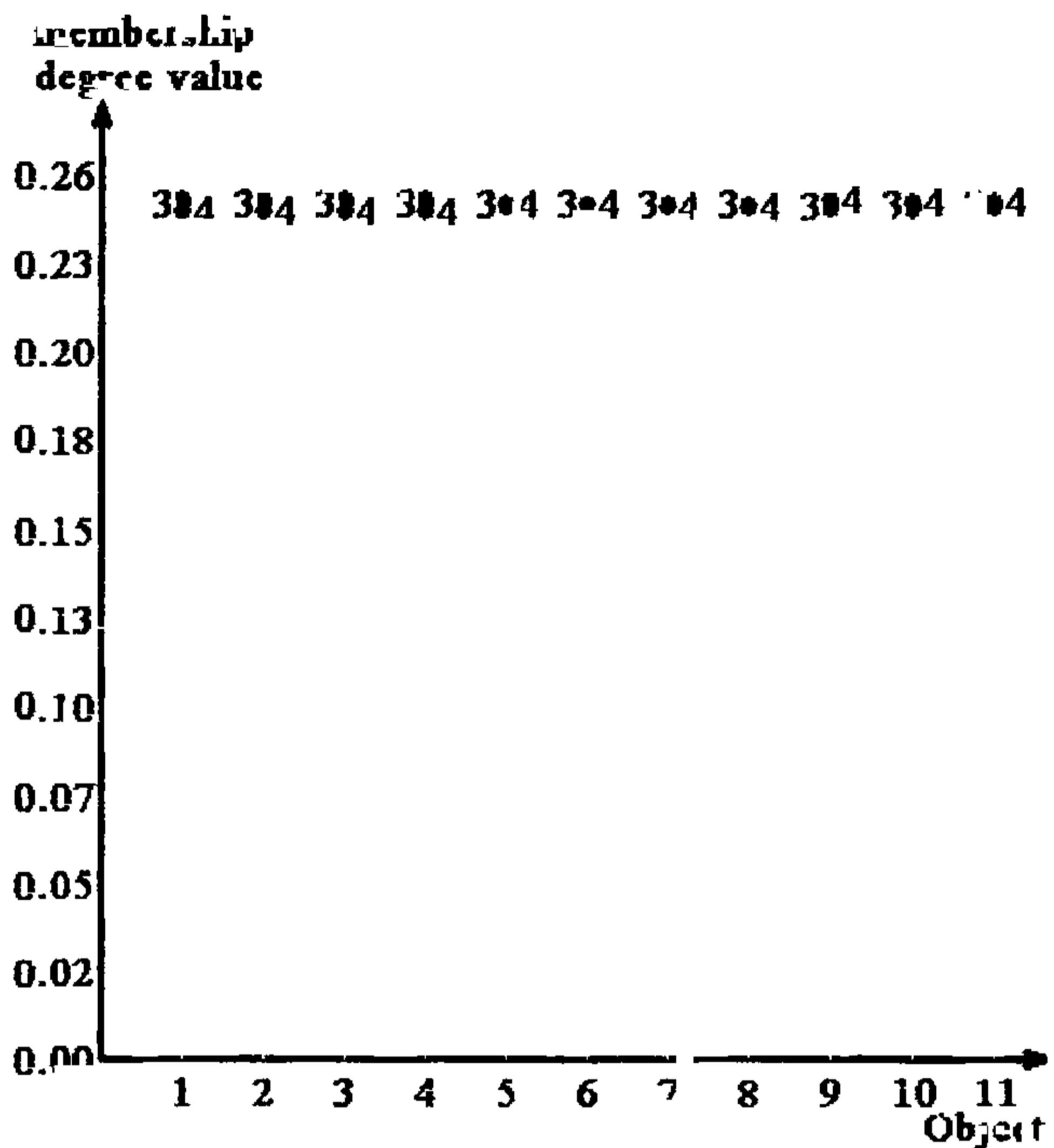


Рис. 4.11 Линейная диаграмма печки с избытием и отсутствием объектов здравоохранения

Результаты решения исследуемой системы линейности объектов алгоритмом V приведены на четыре кла-са схемы с результатами разбиения на части $\mu \approx 0.25001 - 1.11$. Следует отметить возможным выделить группы $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, где λ_i — это ка-кое объекты группы λ_i . Для каждого объекта введем ин-номерно. При этом первому классу объекта назовем объектом четвртого класса. При рассмотрении матрицы в сен-треяниях λ_i и λ_j так же, как и груп-пах разбивших ча-

класса, выделяется газ объектов $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, для которых $P(x_i) > 0.1000$.

Таким образом при обработке рассматриваемых исходных данных алгоритмом Уинделхема наиболее просто интерпретируются результаты разбиения на два класса.

Следует указать, что при обработке данных алгоритмом Уинделхема всегда выделяется класс SETOSI, тогда как классы VERSICOLOR и VIRGINICA «сливаются» [18' 316' 171], это также демонстрировалось Дж. Бежеком при сбрасывании класса Айдерсона классическим методом с-средних методом нечетких средних и методами классификации смешанной [52]. Результаты обработки данных Алдерсона методом нечетких с-средних при различных значениях показателя нечеткости классификации γ тщательно рассмотриваются в работе В. Педрича [144, с. 138-139].

В таблице 4.17 представлены значения коэффициента $F(P)$ и энтропии разбиения $H(P)$ при разбиении исследуемой совокупности объектов нечеткими оптимизационными классификационными процедурами на два, три и четыре класса.

Таблица 4.17
Значения показателей качества разбиения при обработке исследуемой совокупности объектов различными оптимизационными алгоритмами

Алгоритм	Число классов	Значение	
		коэффициента разбиения $F(P)$	энтропии разбиения $H(P)$
Алгоритм	$c = 2$	0.886795	0.211562
Беждека	$c = 3$	0.860439	0.382771
Данин	$c = 4$	0.71432	0.458356
Алгоритм	$c = 2$	0.686370	0.463679
Педрича	$c = 3$	0.697571	0.561724
	$c = 4$	0.627337	0.484277
Алгоритм	$c = 2$	0.500003	0.693144
Уинделхема	$c = 3$	0.33354	1.09610
	$c = 4$	0.250001	1.386290

При рассмотрении значений коэффициента разбиения $F(P)$ для различного числа классов уместно указать, что при обработке данных алгоритмом Педрича значения коэффициента разбиения $F(P)$ для $c = 2$ классов совпадают, тогда как при их обработке методом нечетких с-средних наблюдается существенный «запой», на-

ий (1.2) с давлением на качество значений их поиска. При этом при переходе от двух классов к четырем (и более) вектора, когда с двумя классами может соединяться «одинаковый» числу классов, с 3, является более привлекательнымшим классом в нечетком разбиении, чем с 2, что в свою очередь подтверждается экспериментом.

Оценки продолжительности нечетких оптимизаций для трех и четырех классов приведены в таблице 4.1. Также приведены результаты исследования сходимости алгоритма Беждека — они представлены на рисунке 4.1.

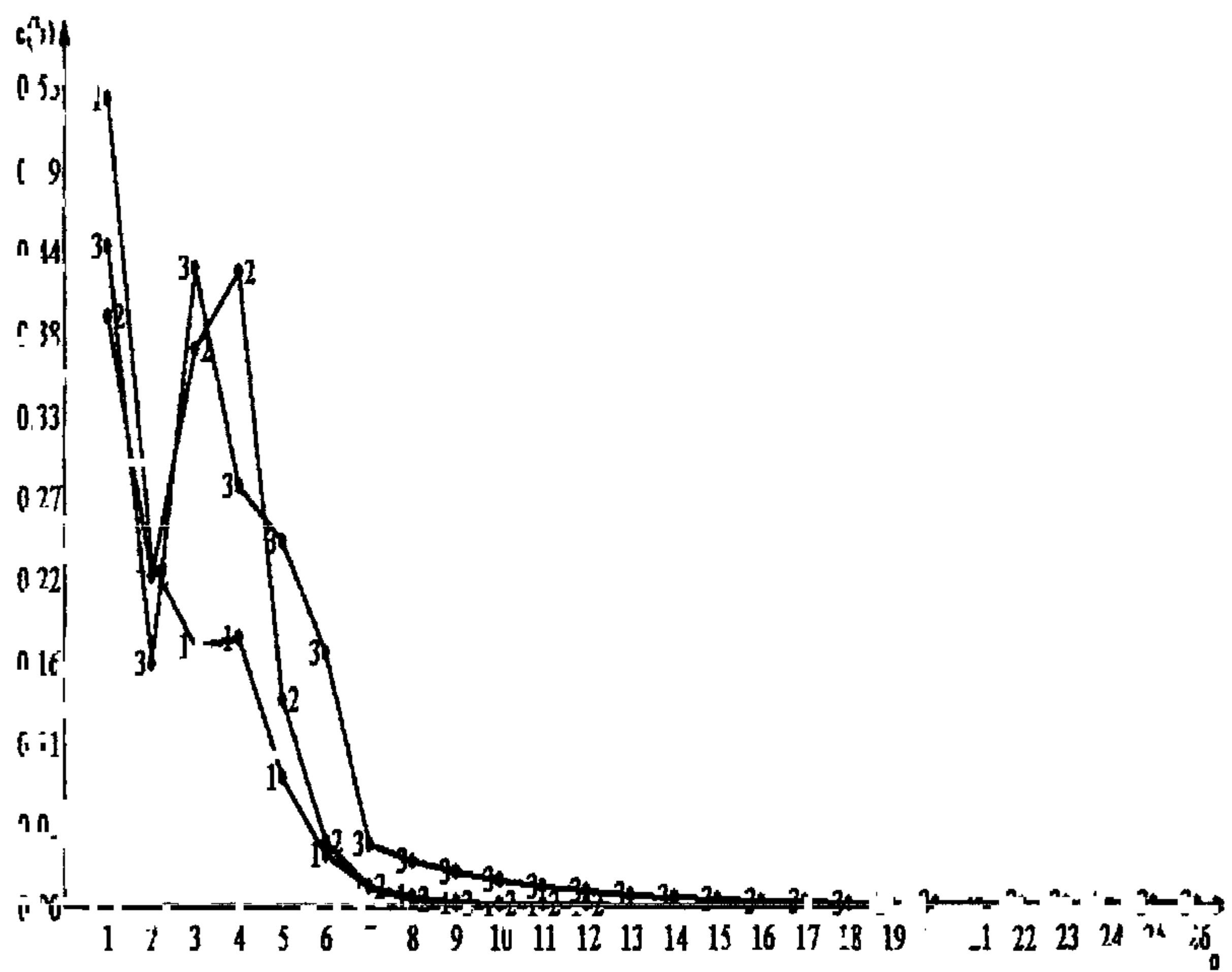
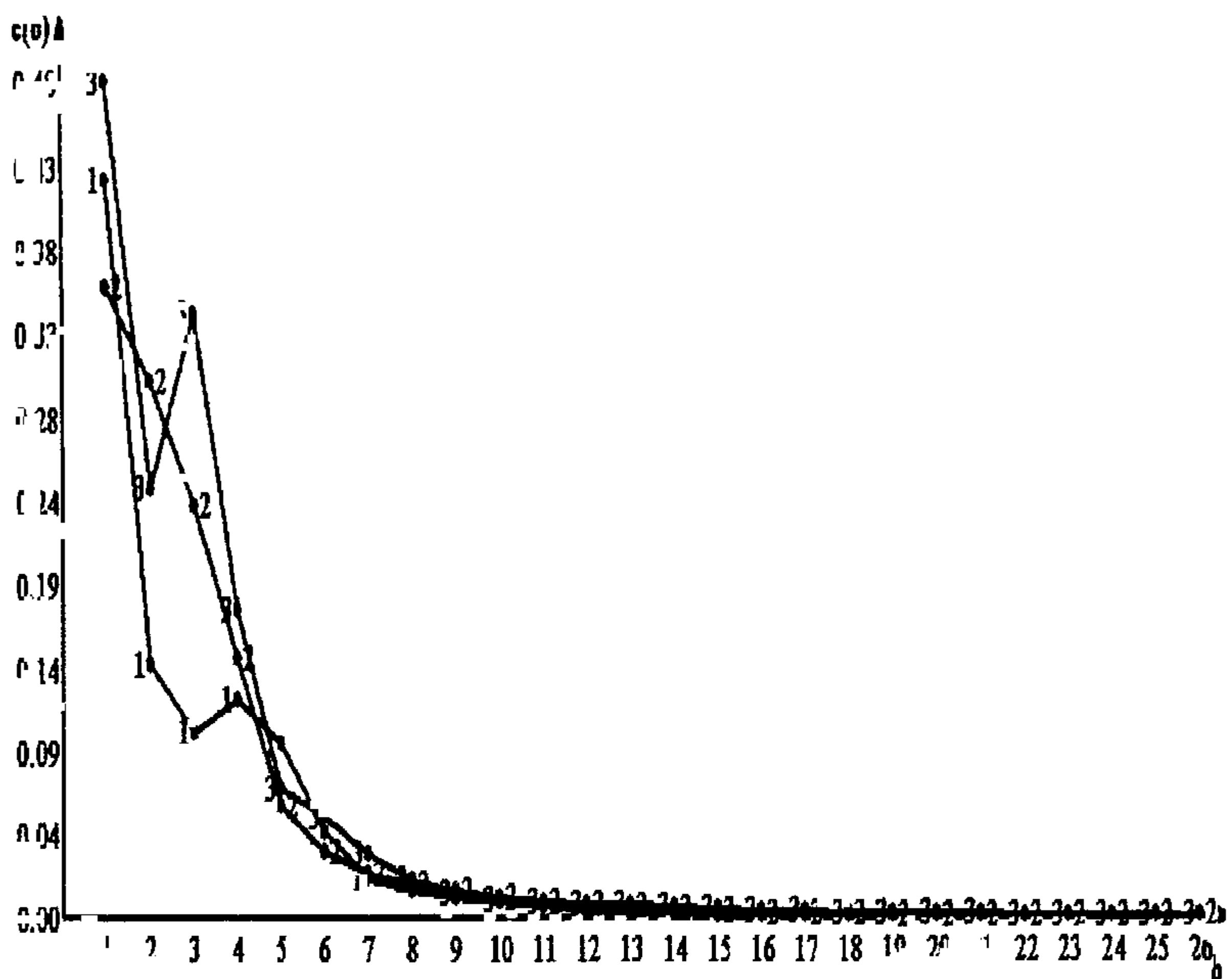


Рис. 4.1. Сходимость алгоритма Беждека для трех и четырех классов.

На рис. 4.1^ представлены результаты оптимизации для задачи 1 из 20 задач



и 4.1 - иллюстрация оптимизации критерия качества, полученного в результате работы процедуры Бедрич

При работе с задачами 1-20 процедура Бедрич показала, что при работе процедуры Бедрич на 10 задачах из 20 она показала лучшие результаты, что также отмечено в В. Г. Фричем [14 с. 17-18], причем при рассмотрении графика сходимости процедуры Бедрич в задаче 1 данна существенные скачки в методе схема графиков изображена на рисунке 2 и при рассмотрении графика сходимости процедуры Бедрич у графика номер 3. Данное отсутствие стабильности позволяет уточнить выше сказанное У. Кеймаком и М. Сетом [15]. На рисунке 2 изображены результаты оптимизации задачи 1 из 20 задач

График же для обеих систем при различии в размерах ячеек и разном количестве классов показан на рис. 4.14.

Рис. 4.14.

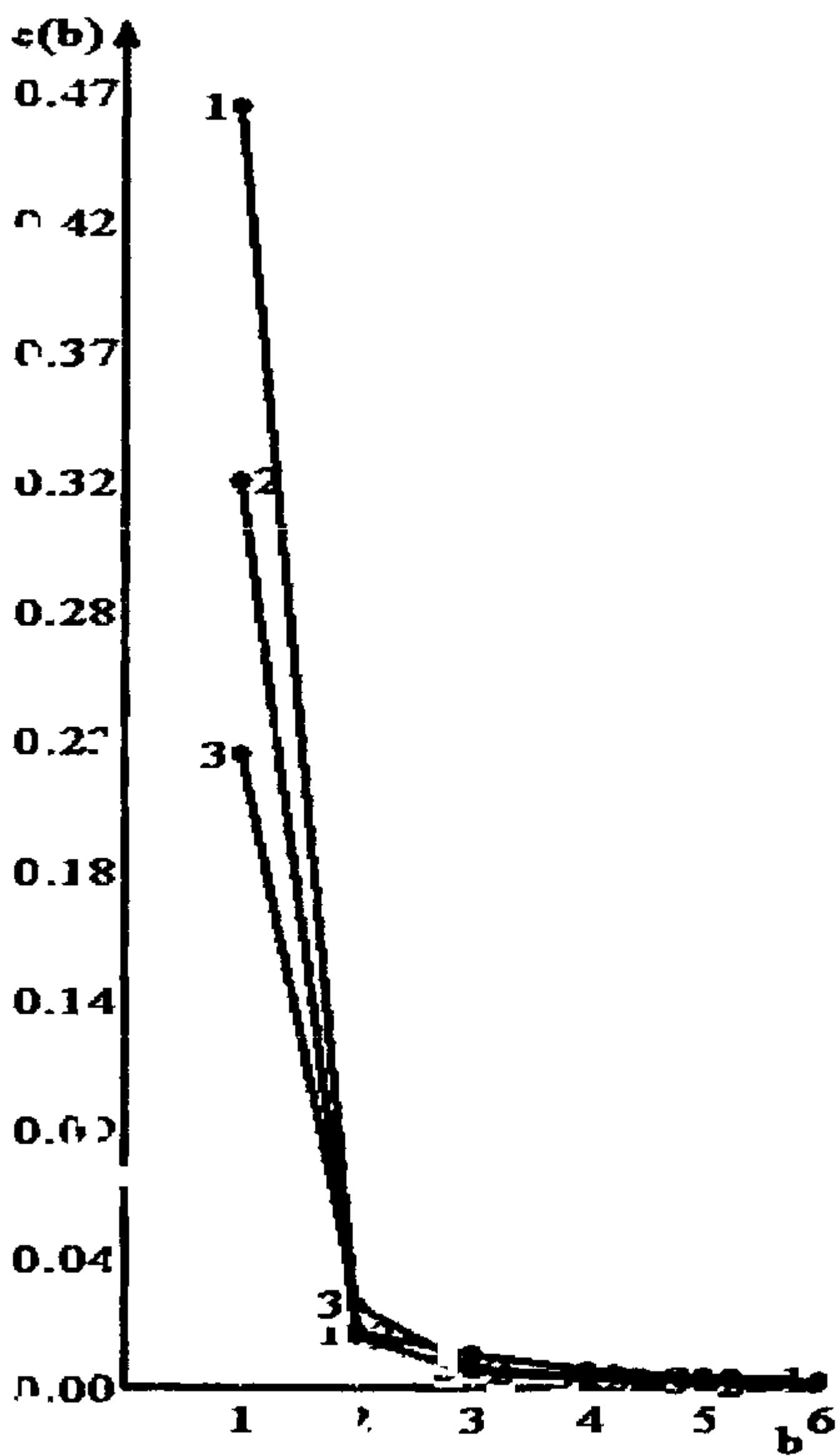


Рис. 4.14. Сходимость алгоритма Лемеша при различии в размерах ячеек и разном количестве классов.

На рис. 4.12 — 4.14 график сходится гораздо быстрее, чем это и не иного метода при различии в размерах ячеек и разном количестве классов. Дифф. 1, дифф. 2, дифф. 3.

Рассмотрение представлений результатов работы нечеткого критерия оптимизации различных методов классификации показывает, что наиболее быстрый и является алгоритм Уинсона. Касательно цепочных процедур следует также отметить, что после итераций в тех случаях, когда решаемая задача не требует какой-то точности вычислений, удовлетворительные результаты могут быть получены при значении порога ε , приблизительно равном 0,5.

На рис. 4.15 представлены результаты работы иерархического алгоритма Тамурь - Чигути - Ганаки.

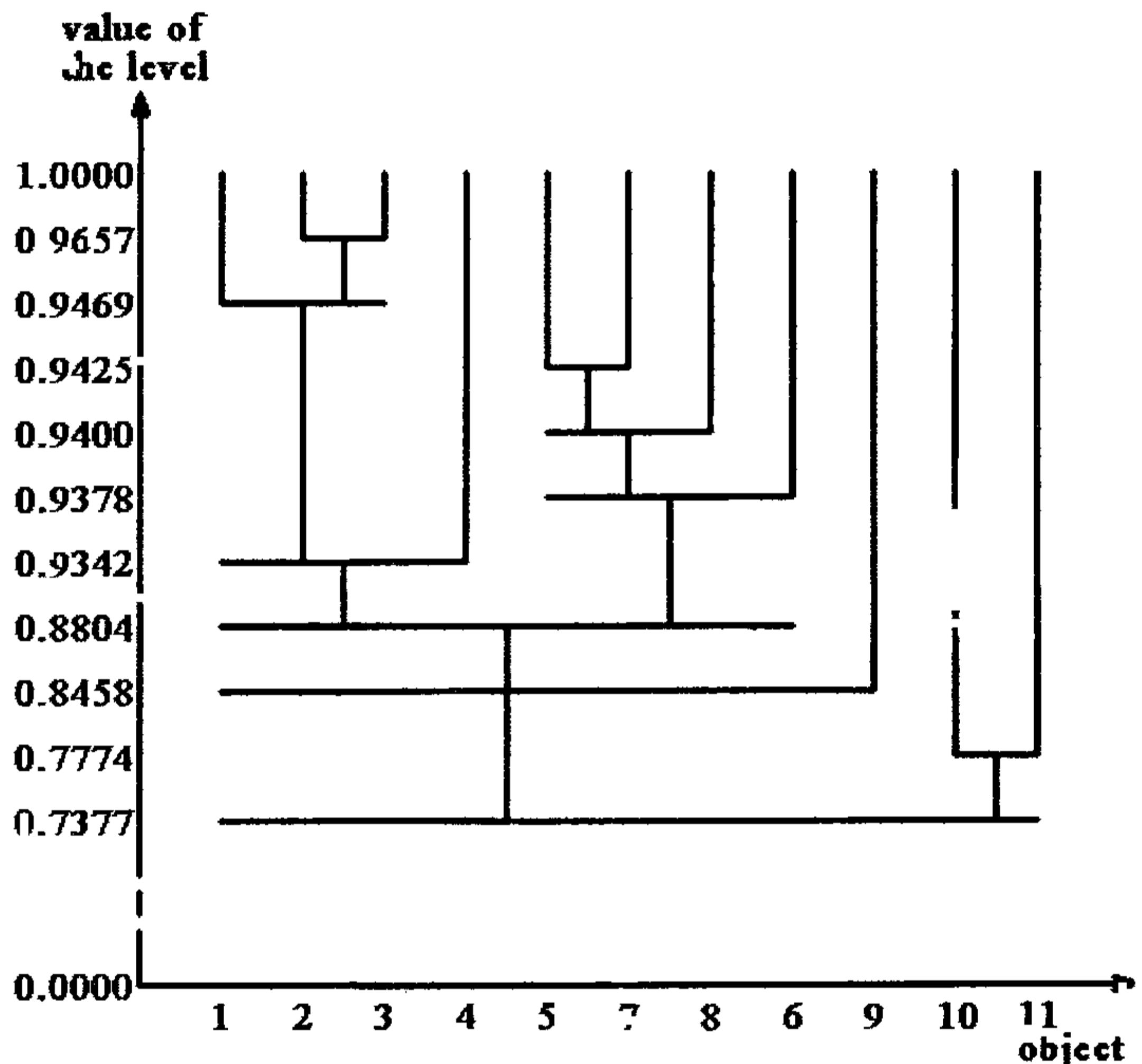


Рис. 4.15. Результаты работы иерархической версии алгоритма Тамурь - Чигути - Ганаки

При рассмотрении иерархии в первую очередь необходимо отметить разделение объектов на классы при $\alpha > 0.7774$ и выделение объекта x_c в отдельный класс при $\alpha = 0.8458$. Решение, в наибольшей степени соответствующее экспертице, получается при

1.886-й класс и 1.887-й класс. Первый класс представляет собой множество объектов $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, второй класс — множество объектов $\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$. Множество $\{x_i, y_j\}$ для каждого $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ и $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ называется парой. Третий класс — множество пар $\{(x_i, y_j) | i \in \{1, 2, \dots, n\}, j \in \{1, 2, \dots, m\}\}$. Четвертый класс — множество пар $\{(x_i, x_j) | i \neq j, i, j \in \{1, 2, \dots, n\}\}$. Пятый класс — множество пар $\{(y_i, y_j) | i \neq j, i, j \in \{1, 2, \dots, m\}\}$. При этом x_i и y_j являются элементами соответствующих классов, а (x_i, y_j) — элементом третьего класса. Каждая пара (x_i, y_j) имеет степень k , которая определяется как количество различных пар (x_i, y_k) для каждого $k \in \{1, 2, \dots, m\}$. Операция замыкания на k -ю степень класса X означает, что для каждого $x \in X$ существует множество $\{y_j | (x, y_j) \in \{(x_i, y_j) | i \in \{1, 2, \dots, n\}, j \in \{1, 2, \dots, m\}\} \text{ и } k \leq \text{степен}(x, y_j)\}$.

На рис. 4.16 изображен исходный граф, иллюстрирующий классификацию объектов по алгоритму Бернхейна — Дюбера. Всего имеется 17 объектов.



Рис. 4.16. Упрощенная схема, иллюстрирующая классификацию объектов.

Результаты работы процедуры классификации на нечетких графах Бергштейна. Дюбы для двух классов представлены на рис. 4.17.

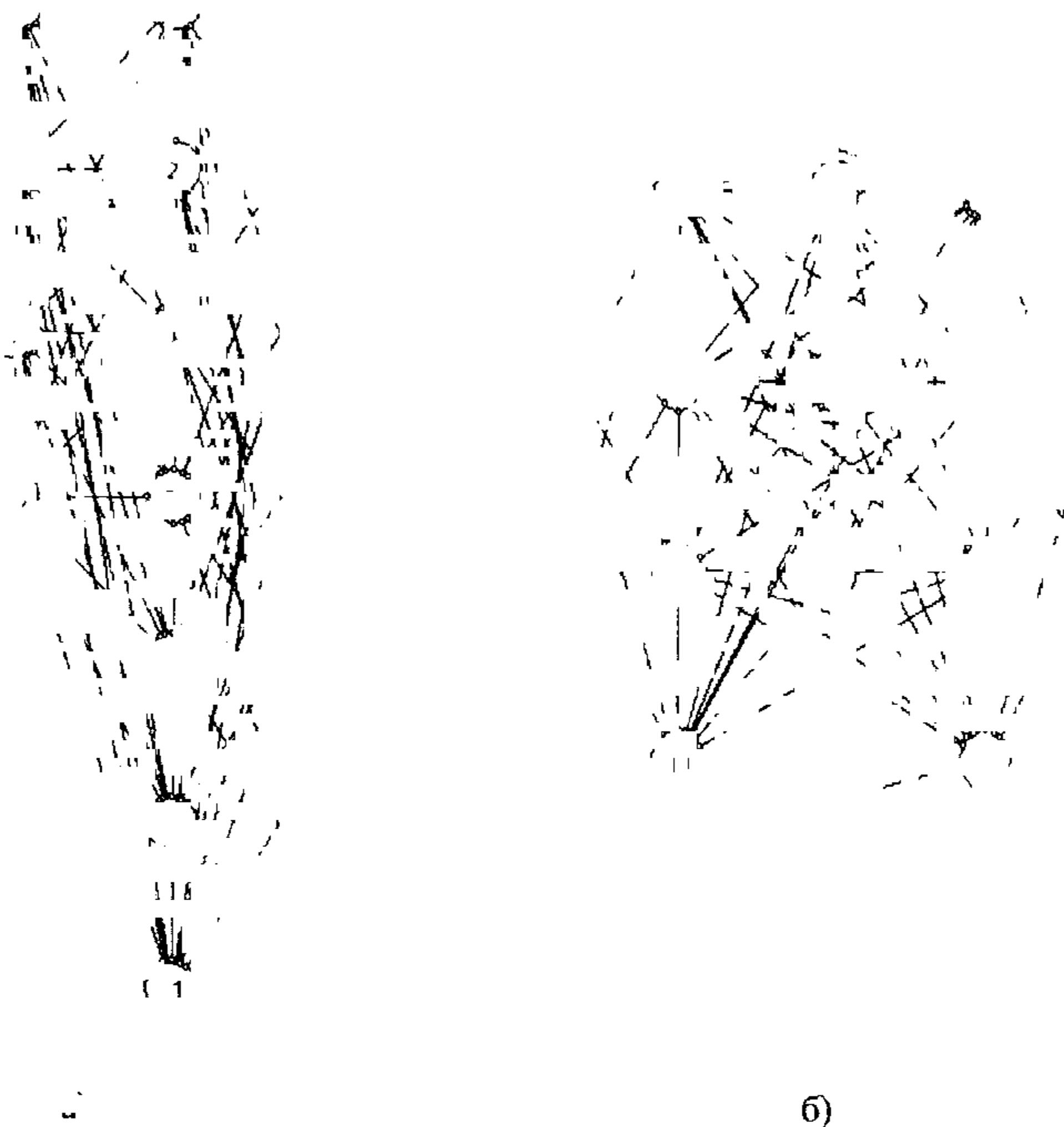


Рис. 4.17(б) — набор откликов приемлемой зоны для объекта в алгоритме Бергштейна для двух классов при числе кла. n_1 равном в m_1 , при числе кла. n_2 равном в m_2 .

Очевидно, что процедура классификации на нечетких графах Бергштейна выделяет дюбы от исходных более похожие объекты к различным классам, а наиболее различающиеся объекты оказываются в одном классе. Данное обстоятельство позволяет рассматривать алгоритм классификации на нечетких графах Бергштейна — Дюбы как метод решения задачи срочной классификации в рамках концепции «волн генности», подразумевая рассмотренной И. Д. Мандегаром [1, с. 12—13].

Представленные результаты работы различных нечетких кластер-процедур имеют иллюстративный характер, и, безусловно, не могут служить основанием для предпочтения каких-либо одних кластер-процедур перед другими.

Резюме

Цель сравнительного анализа обуславливается гибкими теоретическими рассмотрениями, либо конкретным прикладным исследованием. В первом случае сравнительный анализ проводится с целью определения эффективности кластер-процедур для решения некоторого класса задач. Во втором случае, как правило, между собой сравниваются результаты работы нескольких алгоритмов для выявления реальной структуры исследуемой совокупности и последующего уточнения результатов. Эффективность любой кластер-процедуры может оцениваться по уровню устойчивости к возмущениям, оценке трудоемкости, а также оценке сходимости алгоритма. Для оценки результата классификации в случае применения оптимизационных методов могут использоваться различные показатели, в частности, коэффициент разбиения $F(P)$, энтропия разбиения $H(P)$ и пропорциональная экспонент $E(P)$ а также (D, F) -диаграмма, предложенная Е. Траутвейтом. Для представления результатов классификации при использовании оптимизационных и эвристических нечетких кластер-процедур следует рассматривать матрицу некоторого распределения объектов по классам, а при использовании процедуры Кутюрье – Фенлея в распоряжение исследователя должна предоставляться матрица пересечений нечетких классов. В ряде случаев оказывается целесообразным построение графиков для оценки процедуры. В распоряжение исследователя необходимо предоставлять также визуальное представление результатов полученной классификации, а в качестве подтверждения съезда может быть использована линейная диаграмма. При выборе в качестве инструмента исследования алгоритма классификации на нечетких графах Берштейн – Дзюбы результатом работы процедуры будет представление нечетких туманных частей графа, а при использовании иерархических методов нечеткого подхода к решению задачи нечеткой классификации в качестве результатов классификации исследователю должны предоставляться дендрограмма или дерево нечеткой иерархии.

ГЛАВА 5

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ НЕЧЕТКОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КЛАССИФИ- КАЦИИ

5.1 Общая схема применения нечетких методов решения задачи автоматической классификации

5.1.1. Выбор типа метода нечеткого подхода к решению задачи автоматической классификации

В рамках прикладного исследования в случае выбора кластерного анализа в качестве инструмента решения проблем классификации, возникает вопрос о выборе метода решения конкретной задачи. Требуется достаточно большим числом кластер-процедур. Данная проблема детально рассматривается И. Д. Манделем [21, с. 148–155], а также в работе [77] и некоторых других исследованиях. Несмотря на незначительность, но отношению к остальным методам, тип нечетких кластер-процедур, выбор наиболее адекватного метода нечеткой кластеризации в конкретном случае также может представлять собой довольно серьезную проблему. Общая схема выбора нечеткой кластер-процедуры, предложенная в работе [18], предусматривает два этапа обоснование выбора одного из трех рассматриваемых типов методов нечеткого подхода к классификации и выбор конкретной кластер-процедуры. Рекомендации по выбору типа метода нечеткого подхода к решению задачи автоматической классификации можно выработать, исходя из целей классификации и имеющихся содержательных суждений о компактности выделяемых групп. Эти рекомендации могут быть сформулированы следующим образом:

- 1) если у исследователя существуют содержательные представления об условиях объединения объектов в классы, следует выбрать группу синтетических методов нечеткого подхода в кластерном анализе;
- 2) если целью классификации является получение нечеткого представления на заранее известное число классов исследуемой совокупности объектов, то следует выбрать группу оптимальных методов нечеткого подхода в кластерном анализе,

Все эти способы могут быть использованы для решения задачи кластеризации, предполагающей, несмотря на структуру, классификацию совокупности объектов. Сравнительно небольшое объема, то следует выбрать инвариантные методы, а если их объем велик, то кластеризацию при

Большом, при определении типа метода, следует учитывать природу информации, которую можно извлечь из градации кластеров объектов, а также фундаментальные представления о классификации. Таким образом, имеющиеся при этом выборы и применения которых неоднозначны, решением задачи автоматической классификации могут быть представлены в виде схемы изображенной на Рис. 5.1.

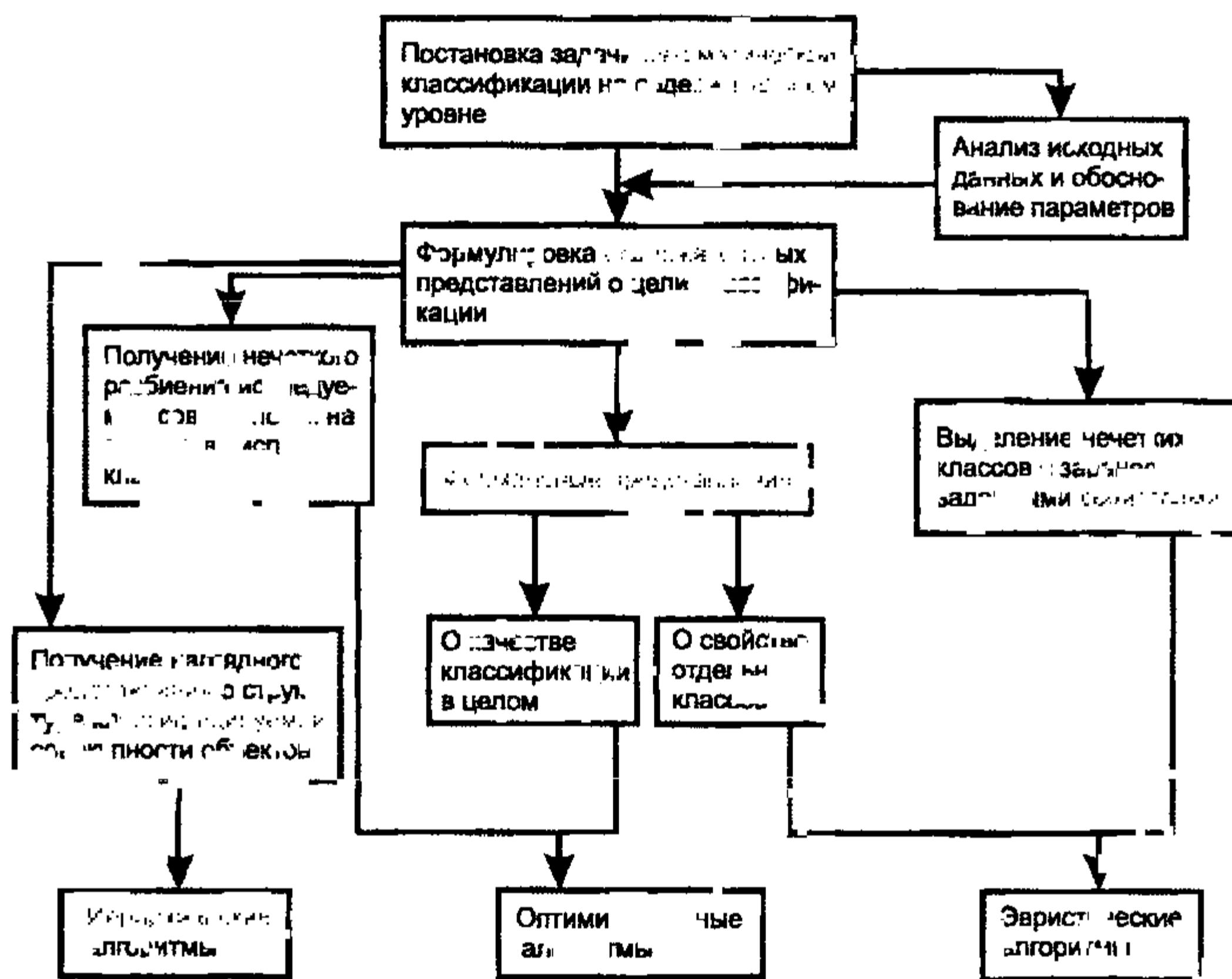


Рис. 5.1. Схема алгоритмов автоматической классификации лизинга.

Следует отметить, что при синтезации типических методов поиска решений задачи автоматической классификации, включая базы данных, целесообразно руководствоваться именно в том порядке, в котором они изображены на схеме.

5.1.2. Выбор алгоритма нечеткого подхода к решению задачи автоматической классификации и обоснование параметров

После того как определен тип метода нечеткого подхода к решению задачи автоматической классификации, исходя из табл. 5.1 матрицы исходных данных и имеющейся априорной информации, следует выбрать или, итм, адекватный условиям конкретной задачи.

Если для решения задачи классификации выбрано эвристическое направление нечеткого подхода, то главным критерием выбора алгоритма является соответствие особенностей того или иного алгоритма содержательной постановке задачи. Специфика нечетких методов автоматической классификации эвристического направления отражена в таблице 5.1.

Таблица 5.1

Характеристики эвристических методов нечеткого подхода в кластерном анализе

Метод	Вид матрицы исходных данных	Параметр алгоритма	Примечания
Метод Гамма-Геннина	$\Gamma = [x_{ij}]$	d	Алгоритм не использует значение функции $\mu_{ij}(x_i)$, так и метрику d .
Метод Гамма-Хигути — Гасимова	$\Gamma = [\mu_{ij}(x_i, x_j)]$		Алгоритм использует гензитическую замену исходные матрицы сходства объектов
Метод Гутура — Фьюллера	$\Gamma = [\mu_{ij}(x_i, x_j)]$	α, β, γ	Алгоритм допускает пересечение нечетких классов
Метод Бернштейна	$\Gamma = [\mu_{ij}(x_i, x_j)]$	отсутствует	Алгоритм выделения минимальной части в нечетких множествах

Как указывалось ранее, алгоритм Гитмана Геннина позволяет быстро обрабатывать достаточно большие массивы данных, а полученные в результате кластеры могут иметь как эллиптическую, так и сферическую форму. Таким образом, эта процедура может рассматриваться как процедура комбинированной прямой классификации в том смысле, в котором этот термин использовался И. Т. Манделем [31, с.37]. Результаты применения процедуры Тамуры — Хигути — Гасими как показали вычислительные эксперименты, могут оказаться не

корректными. В данном случае с применением в качестве инструмента нечеткого агрегатного алгоритма получим нечто иначе, чем иерархическом варианте. Процедура Берштейна Ланди предполагает в том, что кластеры сложной формы, и, как упомянуто выше, принцип все можно выделить, то есть о чём два числа классов, о каком именно процедуре, как и все процедуры классификации на графике позволяют классифицировать объекты исследуемой совокупности сравнительно небольшого объема. Альберт Кутюрье - Фюле предполагает предование весьма гибкий аппарат для анализа данных и при полагает жестких ограничений на размер исследуемой совокупности.

Таким образом, конкретный алгоритм эвристического направления нечеткого подхода к решению задачи автоматической классификации может быть выбран в соответствии со следующими рекомендациями:

- 1) если число объектов исследуемой совокупности достаточно велико и на множестве $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ оказывается возможным отфильтровать нечеткое множество $B = \{x_i^*, \mu_i(x_i)\}_{i=1}^{n'}, n' < n$, то следует обосновать выбор метрики d и порога d и использовать алгоритм Лемана - Левина;
- 2) если целью классификации является предварительный анализ исследуемой совокупности объектов, в процессе которого требуется получить разбиение на четкие классы, следует использовать алгоритм Тамуры - Хигути - Гасаки;
- 3) если допускается пересечение нечетких классов, а также имеются предположения о минимумом количестве объектов в каждом нечетком классе, то следует обосновать выбор порога α и использовать алгоритм Кутюрье - Фюле;
- 4) если число элементов множества $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ сравнительно невелико, а также существуют предположения о сложной форме кластеров и требуется визуальное представление результатов классификации, то следует выбрать алгоритм классификации на нечетких графах Берштейна - Дзюбы.

Если же для решения задачи выбрано оптимизационное направление, главной идейой оказывается обоснование вида функционала. Поскольку в любом функционале определяется, помимо формы матрицы исходных данных, вида школы, в которой измерены признаки и их признакового пространства, также спецификой конкретной задачи при выборе функционала качества разбиения целесообразно

учитывая то, что латентную интерпретацию функции отклика, то предварительно описана выше.

Основные характеристики нечетких методов автоматической классификации оптимизационного направления дается в табл. 5.2.

табл. 5.2

Характеристики оптимизационных методов нечеткой классификации

Метод	Вид матрицы центров классов	Параметры апориграфа	Примечание
Метод с априори (Q, P)	$\mu_{ij}(x, y)$	c, α	одномерный отбор при помощи критерия близости объектов к центру
Метод центров (Q, P)	$d_{ij}(x, y)$	c	одномерное разбиение множества при минимиза- ции суммы квадратных отклонений объектов от центра
Метод 重心 (Q, P)	$d_{ij}(x, y)$	c	одномерное разбиение осуществляется при минимиза- ции взимном отклонении смешанных в каждом нечет- ком классе
Метод 重心 (Q, P)	$\mu_i(x, y)$	c, γ	функция μ представляет собой обобщение критерия подхода
Метод 重心 (Q, P)	$X = [x]$	c, γ	стимулес-респонс достигается при определен- ных условиях отбора
Метод 重心 (Q, P)	$X = [x]$	c	Избирательность использования частичных признаков
Метод 重心 (Q, P)	$\tilde{X}_{m+1} = [x]$	c	Функция отклика имеет свойственную линейной корреляции линейную форму

Бывает так, в случае, когда выявление специфики задачи является особенно трудно, целесообразно использовать как в описанном выше рассмотрении мы сравнили нечеткие классифи-

тольк, есть лико функции π и ρ , из которых выбрать наилучший. Активный критерий акцепт в связи с этим И. Г. Матеев заменил на новый способ обоснования для критерия. «Приданному четко выраженному смыслу, совпадающего с полученным результатом, наименее в данной задаче или максимально близким к нему» [31, с. 152]. В случае, когда глубинный функционал являлся одним из функционалов семейства $Q(P)$, при отсутствии предположений о форме и взаимном расположении кластеров, может возникнуть проблема выбора расстояния. В этом случае целесообразно воспользоваться исходя из использования различных метрик, как это рекомендует С. А. Айвазян [37, с. 328]. Вместе с тем, для выбора определенного направления также могут быть сформулированы правила, подобные рекомендациям для выбора эвристической нечеткой кластер-процедуры.

Касательно процедур иерархического направления следует отметить что, поскольку данные процедуры не предсматривают задания вида параметров, то при выборе процедуры достаточно руководствоваться видом матрицы исходных данных и спецификой решаемой задачи. Собенности рассмотренных иерархических процедур представлены в таблице 5.3.

Таблица 5.3
«характеристики» иерархических методов нечеткого построения кластеров в кластерном анализе

Метод	Вид матрицы исходных данных	Примечания
Метод Ватадзе — Танаки — Танаки	$\mu_i(x_{ij}) = [\mu_i(x_{ij})]$	Возможна симметрическая и несимметричная матрица
Метод Чемпионов	$X_{ij} \in \{0, 1\}$	используются алгоритмы

Правила выбора нечеткой кластер-процедуры «характеристики»

направления также рассмотрим:

- 1) если исходные данные заданы матрицей $X_{ij} = [x_{ij}]$ то следует использовать бинарный дивизионный алгоритм Пумитреску;
- 2) если исходные данные заданы матрицей $\mu_i(x_{ij})$, то следует использовать эвристический алгоритм Ватадзе — Танаки — Танаки — Танаки.

Достоинство этого правила в том, что если исходные данные в виде матрицы обладают свойством, но в силу специфических осо-

Ое детей защищали содержательных сюжетов. Женский гендерный кодимо привнесут к восприятию языка страха и опасения, то есть Серегиша, а также близости обычного земляка. Обыкновенный земляк, охватывающий верхний этаж дома -- Татьяна Асад.

безусловно, предложенная схема «1» оправдываета и алгоритм, который следует на рисунке 1. Вместе с тем, в работе, выполненной мной, я убедился в том, что варьируя различные параметры прецессии моих исследований, я могу с помощью специфической технологии метода автоматической классификации быстро сориентироваться среди различных членов семейства термодинамического анализа с целью выявления наиболее вероятного реше-ния конкретной задачи (рис. 1). Более того, тем национальных институтов могут быть полезны для разработки консультационных спертизаций, требующих конкретного алгоритма.

Ключевые проблемы босоногих параматов следуют из того, что данные вопросы в общем асимметрические [1], Максимум [15-159], так что в данном случае здесь с оправданием можно ограничиться лишь специфические формулы, т.е. исключив привлечение к ИСКИ, используя решения задач комбинаторной классификации методом

Число яснов — требует язвати в качестве реального параметра тригонометрические функции Танаки, а также во всех огтименных классах тер-программках, зачастую может быть определено и основанием для решения задачи. Так же что в классах «рекорд» известны такие логические задачи, как ряд «Напечатанный

наиболее возможное число языков — и, наконец, что гипотеза
ван-Моргильда амурь — Хиггинс — Линни вынуждает найти
приемлемое разбиение, исходя из существенных рассмотрений в
случае использования симметричных методов. Тогда же, а не
виде «чтобы выбрать» основу для дальнейшего разработки каса-
ющейся проблематики, примером функциональной структуры
тройного разбиения $H(P)$. Итаким способом определяется исла-
совский образец новых оптимальных кластер-процессов и
зывает их первоначально «букетами». Несколько позже греческой кла-
стер-процессу, как это и отмечено в работе И. Е. Балеевой и В.
Д. Рукавишникова [22 с. 53], и «нестандартный терарифический кла-
стер-процедурой», что предложил Д. Пулакханов [1] (о нем
подробнее говорят в следующей главе). Ачитеги в Стране Изобилия

и в то же время просить счастья и успеха
мечтателя. Всё это же, как и
всё в речи, — нечто
«услыханное» кому-либо мастером, и
мы должны
то он не захотел бы знать языком на

Что же общего в книге и в импорте К. Г. Е. Фрица определяет спецификой решения задачи? к примеру, при физико-химическом поиске золота требуется, чтобы множество уравнений со сдвигами табличных данных было учтено на уровне физических законов, профессор читалных и спец. лекций, выявляя причины ошибок и совместимости с табличными данными. Следует, пытаясь в сознании каждого сделанного табличного сыть членами человечества, когда же страннички принимают не только материальные объекты в виде отсутствующих целесообразно спасти!

то *расширение* в алгоритме влече-
ние опре-
деляется исключительно из соображений
существенности формируемых групп.

Также в «Музеях» в «Литературе» и в «Изобразительном искусстве» я видел
и получила впечатление, что в «Литературе» и в «Изобразительном искусстве»
я провела гораздо больше времени, чем в «Музеях», и это
и получено в результате моего выбора темы, решившее в сущности формат

Использование генетических алгоритмов в задачах оптимизации и проектирования сложных систем является темой, о которой в последние годы говорят в зависимости от видов функций. Помимо этого, в зависимости от конкретного случая, в частности непосредственно что, при рассмотрении различных алгоритмов Распини его утверждала, что существует прямая связь между ϵ и N .

Из-за того что в гравии и в ювелирном камне, как уж доказано
все исследователи, это предполагается в
таких видах, как Р. Педрич [144 с. 134] рекомендует давать
в интервале 1- до 30. Следует значение употребленного опре-
деляться исследователем исходя из количества и качества зерен
моего ювелирного и результатов привлекательных обработок данных.

5.2. Прикладные аспекты нечеткой классификации

5.2.1. Применение нечетких методов автоматической классификации в обработке изображений

Обзор практик по некоторым приложениям нечетких методов автоматической классификации

Слово в скобках не читается	Чтение
точка <u>и</u> <u>ко</u> <u>тако</u> <u>е</u> <u>ж</u> <u>и</u> <u>д</u> <u>и</u>	[168]
точка <u>и</u> <u>ко</u> <u>тако</u> <u>е</u> <u>ж</u> <u>и</u> <u>д</u> <u>и</u>	[44]
точка <u>и</u> <u>ко</u> <u>тако</u> <u>е</u> <u>ж</u> <u>и</u> <u>д</u> <u>и</u>	[158]
точка <u>и</u> <u>ко</u> <u>тако</u> <u>е</u> <u>ж</u> <u>и</u> <u>д</u> <u>и</u>	[158]

Более прикосновенное применение счетки метода в геометрической классификации гравиля придается за счет обработки изображений по целям разного края и сопоставлению с аналогичными им в той же области. В первом случае считают, что на рисунках $[10^{\circ}, 121^{\circ} 116^{\circ}]$, $[16^{\circ}]$ в которых изображения различны, примерно одна форма должна быть известна для определения и изображений. В результате применения метода неизвестных к анализируемым изображениям определяется, в чисто

аке «БИК» в СССР МИГИ в 1960 г. Помимо примера, приведенного в первом разделе, читатель может познакомиться с описанием работы алгоритма в книге А. Г. Бородина и др. [1]. Позже в работе [1] было показано, что алгоритм распознавания изображений на основе метода телеметрии может быть применен для распознавания изображений на основе изображений, полученных с помощью телевизионной камеры.

В работе [169] рассматривается распознавание изображения, представленного на рис. 5.2, полученного методом телеметрии, с изменением его уровня. На нижнем уровне осуществляется грубая классификация. К примеру, на аэрофотоснимке города распознаются в общих чертах торговые центры, жилые кварталы и другие объекты. После этого проверяется однородность, и если обнаруживается неоднородная область, осуществляется её распознавание на более высоком уровне. Производится детализация на строения, автомобили и другие объекты.

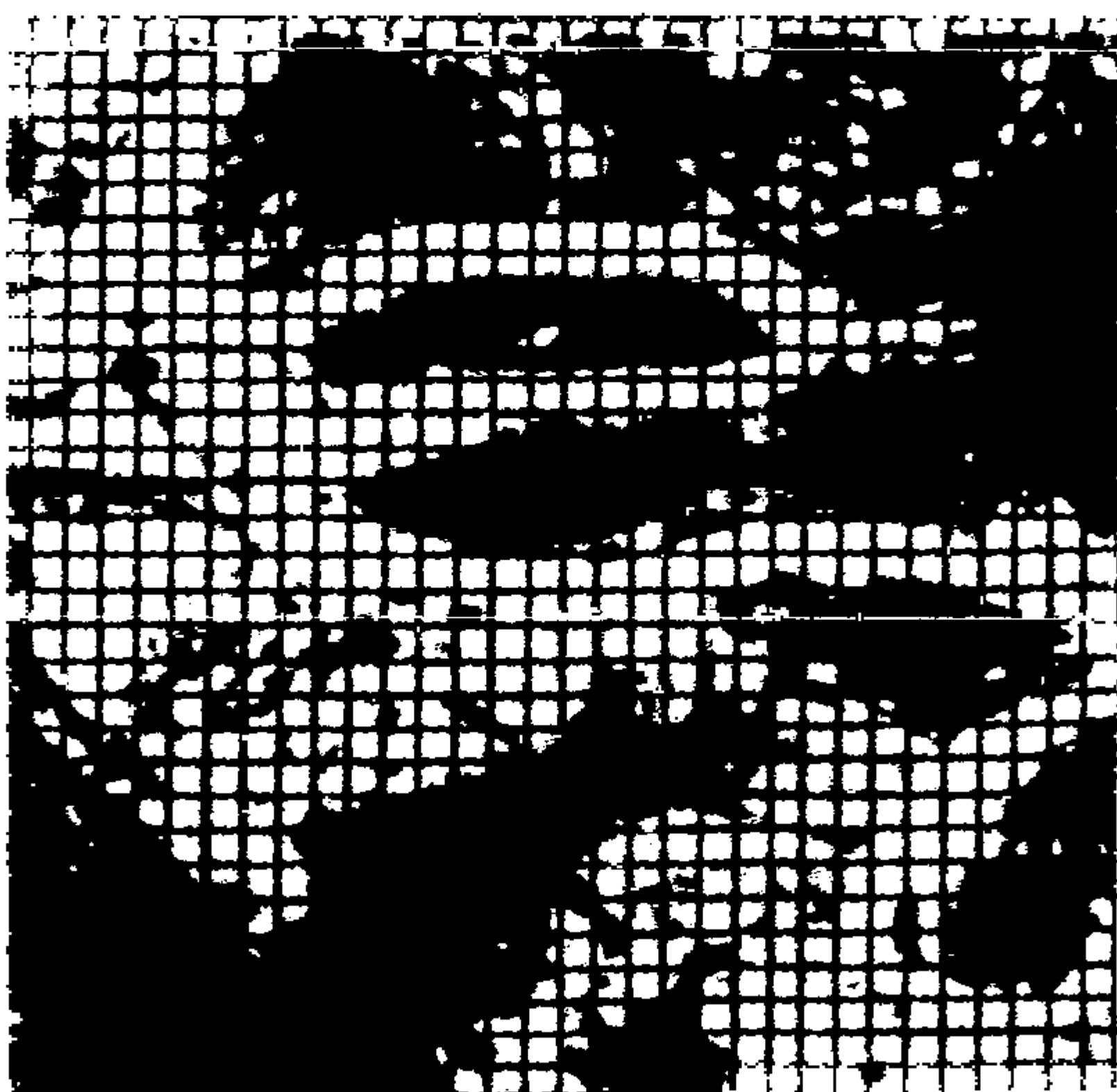


Рис. 5.2 Пример телеметрического изображения для распознавания

В процессе применения алгоритма Беждека [169] изображение делит на участки, которые обводятся с использованием грех тиков с шагом 1. Изображение делится на 32×32 элемента, а каждый элемент, в свою очередь, состоит из 10×10 ячеек. В рассматриваемом случае целесообразно

деление на четыре квадрата рек полученный по методу Беждека прорисовки границ, сделанной экспертом, после чего, при необходимости, алгоритм применялся раздельно с другими значениями входных параметров. При получении удовлетворительного результата осуществляется переход на второй уровень, где первичное применение метода проводится для 16×16 элементов, т.к. каждый элемент состоит из 20×20 ячеек. Таким образом, данные имеют пирамидальную структуру, а сам анализ аэрофотоснимка носит иерархический характер. Окончательные результаты обработки изображения с помощью алгоритма Беждека покали его впечатляющую эффективность.

Вместе с тем, следует указать, что смежные кластеры часто перекрываются, что является причиной некорректной классификации. Вышеописанный подход, предложенный Дж. Беждеком и М. М. Гриди, впрочем, позволяет производить сегментацию только монохромных изображений, а во-вторых, для его успешного применения требуется априорная информация о числе объектов, присутствующих на обрабатываемом снимке и представляющих собой участки, подлежащие сегментации. Этих недостатков лишен подход, предложенный в работе [121] Ю. Е. Лимом и С. В. Чи, позволяющий производить сегментацию цветных изображений с автоматическим обнаружением числа распознаваемых областей. Подход, представляющий собой свойство комбинацию грубой сегментации (coarse segmentation) и сегментации высокого уровня (fine segmentation), состоит в выборе порога и применении метода нечетких средних.

Основой предложенного метода является предположение о том, что гистограмма представляет собой мультиомодальную функцию. На этапе грубоей кластеризации производится обнаружение числа классов и задание порога на основе применения техники фильтрации к гистограммам, так что число «выбухших» гистограмм соответствует числу классов, а задание порогов осуществляется на основании обнаружения расположения «всплесков» гистограммы. Пиксели, которые не расклассифицированы на первом этапе, распределяются по классам на втором этапе. На третьем метод нечетких средних. Процесс сегментации представляется авторами подхода в виде следующих процедур:

COARSE SEGMENTATION

ДО ВЕГИ

Получение гистограмм трех цветов изображения;
Применение к гистограммам техники фильтрации;

Нахождение пороговых значений,
Онружение классов участков изображения
FOR x = 1 TO 255
DO FOR y = 1 TO 256

DO BEGIN

Если пиксель $P(x, y)$ приналежит какому-либо из бинарных "ном" классу
THEN обозначить этот класс как $P(x, y)$
ELSE $P(x, y)$ не классифицирован.

END

END

Вычисление центров C_1, \dots, C_k обнаруженных классов
END

FINE SEGMENTATION

DO BEGIN

FOR x = 1 TO 256

DO FOR y = 1 TO 256

DO BEGIN

Вычисляются значения принадлежности для нерасклассифицированных пикселей.

Выделяются классы, для которых значение принадлежности максимально:

END

END

END

Сравнение предложенного подхода производилось с тремя другими техниками сегментации и выявило его достаточно хорошие характеристики. Использование грубой сегментации, помимо определения числа классов, позволяет также значительно уменьшить число вычислений на этапе сегментации высокого уровня при применении метода нечетких c-средних.

Более полный обзор различных методов обработки изображений с применением элементов нечеткой математики, в том числе нечетких методов автоматической классификации, приводится в работе [4].

5.2.2. Нечеткие методы автоматической классификации и другие нечеткие методы распознавания образов

Кластерный анализ представляет собой методологию распознавания образов, специфика которой заключается в «существовании» членящих кластеров. Вместе с тем, при решении ряда задач могут быть использованы и другие нечеткие подходы к решению задачи распознавания образов. Рассмотрение вопросов, относящихся к нечетким методам кластерного анализа, целесообразно дополнить кратким осмотрением других методов классификации, имеющих основу теорию нечетких множеств. Подобный обзор является полезным с методологической точки зрения и позволяет более полно рассмотреть современное состояние нечеткого подхода к распознаванию образов и характер его применения.

Как уже отмечалось, кластерный анализ применяется не только для классификации объектов, но и для решения задачи выделения признаков из множества данных. Различные аспекты применения нечетких методов автоматической классификации к решению этой задачи рассматриваются в работах [56], [81], [104]. Среди других нечетких подходов к решению задачи выделения признаков особое следует отметить методы, предложенные в работах [78], [94], [95] а также подход, предложенный Г. З. Гесу и М. Маккароне [89] и имеющий основой теорию возможностей. Данный подход также подробно рассматривается в работе [38 с. 133-186]. Кроме того в работе [39 с. 192-195] рассматривается также применение средств нечеткой математики к распознаванию движущихся предметов.

Нечеткие геометрические признаки формы, позволяющие быстро строить нечеткие методы кластеризации при обработке плоских изображений предлагаются в работе [26]. Сущность предлагаемого подхода заключается в построении геометрии плоскости, так что оказывается возможным ввести геометрические объекты, которые могут быть использованы для описания элементов изображений на дискретной плоскости, такие как точки, отрезки линий, а также множества точек, не являющихся отрезками линий.

Помимо нечеткой кластеризации, для решения задачи распознавания образов пользуются также другие подходы, в частности, использующие обучающую выборку. Эти подходы, подробно рассматриваемые Р. Педричем [144, 123-131], условно можно разделить на три группы: основанные на вычислении нечетких отношений [177] [144]

сочетанные с ним в сопоставлении с тяжелым образом и неоднозначными для него типами признаков объектов. Целесообразно также упомянуть о методе, который предложен для распознаванию образов обсуждающейся в работах [170], [171], [172] [173]. Метод часто называется самим распознавающим объектом каким-либо именем, присвоенным ему. Важным [170], [171], [172] является работы М. Сугано [166] [174],

ящеевые представления о решении задач распознавания образов Более того, предложено витальное поле для решения задач распознавания образов [170], [171], [172]. Кромешного же отмеченный выше способ предполагает также предложение к решению задач распознавания изображенные в болах [80], [112], [113] и [114].

Несомненно, что все выявленные выше методы классификации должны находиться в низкочетко-значимых классификациях с методом приближенного знания заслуживая доверия в узловых состояниях, а свой неопределенности неприменимы для чисто числовых аппаратов нечеткой математики, целесообразно отметить работы С. Михайловского [125], [126].

Весьма интересным и многообещающим, по нашему мнению, является аспект аспознавания образов, связанный с дискретно-интегральным анализом. К примеру, Г. Г. Бородиным [3] предложен метод, основанный на лежащей под базой линейной разностной формуле. Который исключает ошибку распознавания, которая в свою очередь, усиливается тем, что за нечеткую классификацию отвечает априорным членам разложения множества X в ряд Фурье.

Кроме классификации объектов также о вызывающих ушибом использовать нечеткие отношения типа 3 [26], так что решение задачи классификации осуществляется в виде классификации признаков.

Для классификации ученых социальных явлений $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, задаваясь нечетким отношением $R = \{(x_i, x_j) | x_i, x_j \in X\}$, функция принадлежности $\mu_{R(x)}$, которой приписывается как сущность принадлежности в том, что объекты x_i и x_j принадлежат одному и тому же классу;

Несомненно, что к типу заработка приходят с различием и дополнительным типом.

На множестве $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ строится иерархия классификации на основе сравнения элементов полученного отношения с разными нечеткими порогами по соответствующим отношениям.

Интерес представляют также решение задачи классификации с использованием так называемых упорядоченных взвешенных усредняющих операторов (so-called weighted averaging operators). К примеру, в исследовании Л. Кунчевой [115] предложена схема классификации, в основе которой лежит соединение нескольких классификаторов и агрегирования их решений. Решения отдельных классификаторов обрабатываются как степени принадлежности, распределенные классификатором по классифицируемым объектам. В общем, весь конгломерат классификаторов выступает в едином качестве – как один наилучший классификатор. В исследовании производится сравнение метода классификации на основе упорядоченных взвешенных усредняющих операторов с экспертными оценками, а также с линейным и логарифмическим методами, на основании которого делается вывод о том, что метод, в основе которого лежит аппарат упорядоченных взвешенных усредняющих операторов, обладает лучшими характеристиками, чем сравниваемые с ним методы. Л. Кунчевой приводятся также иллюстративные примеры применения данного подхода для решения задачи классификации.

Для решения задачи классификации применим также метод нечеткого дерева решений. В работе [20] рассматривается задача определения типовых характеристик клиентов некоторой компании на основе информации, содержащейся в базе данных. Типовые характеристики ориентированы на повышение эффективности обслуживания новых клиентов и выработки целенаправленной маркетинговой политики. Для решения задачи предлагается модифицированный алгоритм построения нечетких деревьев решений на основе частичных информационных эпелей. Исходные данные представляют собой атрибуты, принимающие значения на некоторых множествах, причем для ряда

атрибутов в исходных данных значения отсутствуют. Предлагаемый алгоритм построения нечетких деревьев решений позволяет обрабатывать атрибуты с частично заданными значениями. При построении дерева решений ключевыми задачами являются выбор атрибута, по которому происходит разбиение дерева, определение условий ограничения роста дерева. Сущность предлагаемого подхода состоит в выборе атрибута с минимальным значением частичной условной энтропии; для генерации листьев дерева используется понятие частич-

Если же имеется информация о листьях дерева, то алгоритм построен на основе логики, в соответствии с которой для каждого узла в дереве решений заключается в вычисление для всех узлов узловых значений листьев, а также информации о частичной информаций о дереве, на основе которой происходит выбор текущего узла и определяется наличие листьев строящегося дерева решений, после чего процедура повторяется для остальных атрибутов. Некоторые другие алгоритмы построения нечетких деревьев решений представлены в работах [69], [118], [181], [191].

В работе [137] рассматривается применение метода нечеткой математики для обработки рентгеновских снимков. Метод, предложенный С. К. Галом, Р. А. Кингом и А. А. Хасимом, общая схема которого изображена на рис. 5.3, прост, наложен и эффективен, так что представляемое нами описание не требует его более подробного рассмотрение.

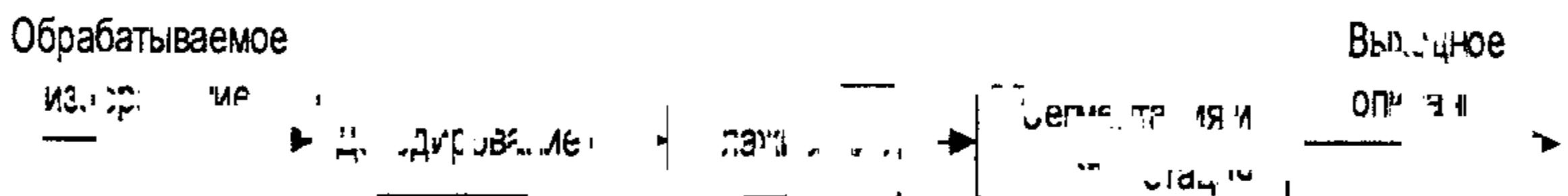


Рис. 5.3. Схема метода Гала — Кинга — Хасима

Сущность подхода, в основе которого лежит алгоритм обнаружения кривых и петель, предложенный Дж. Той [165], с последующим сглаживанием и сегментацией, заключается в преобразовании неясных очертаний контуров образований на снимке в четкие контуры. Неясные очертания состоят преимущественно из вертикальных, горизонтальных и наклонных линий, так что их можно определить как нечеткое множество:

$$\text{«вертикальные»} = \int \mu_v(x)/x,$$

$$\text{«горизонтальные»} = \int \mu_h(x)/x,$$

$$\text{«наклонные»} = \int \mu_d(x)/x.$$

В свою очередь, функции принадлежности соответствующих нечетких множеств также могут быть определены:

- 1) функция принадлежности вертикальных линий выражается отношением

$$\mu_y(x) = \begin{cases} 1 & |tg\theta| \leq 1 \\ \frac{1}{|tg\theta|} & |tg\theta| > 1 \end{cases}; \quad (5.1)$$

0, иначе

2) функция принадлежности горизонтальных линий определяется соотношением

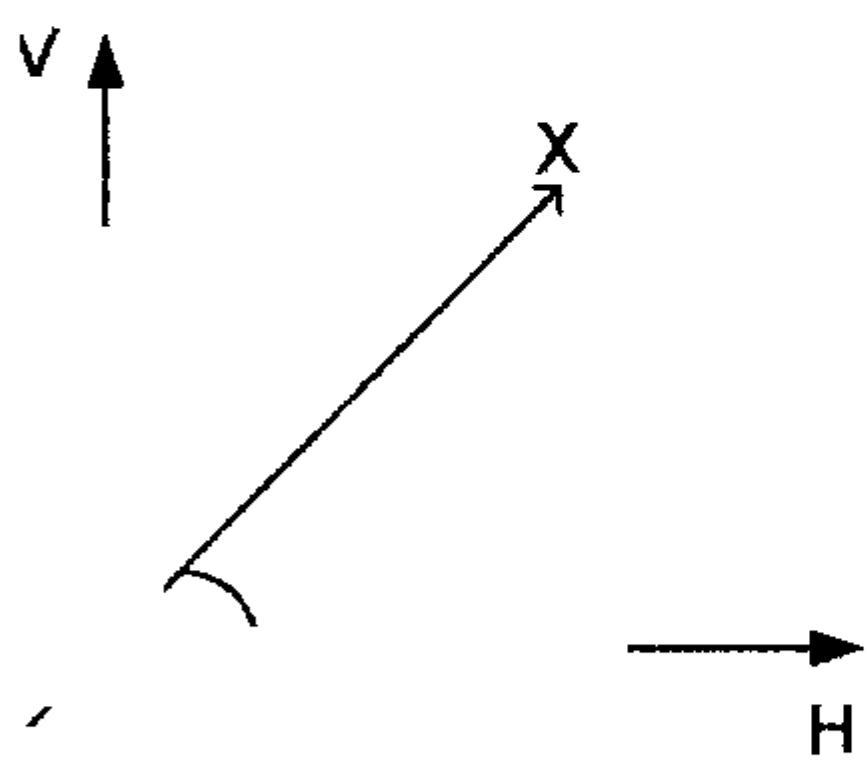
$$\mu_x(x) = \begin{cases} 1 - |tg\theta| & |tg\theta| \leq 1 \\ 0 & |tg\theta| > 1 \end{cases}; \quad (5.2)$$

3) функция принадлежности наклонных линий определяется соотношением с формулой

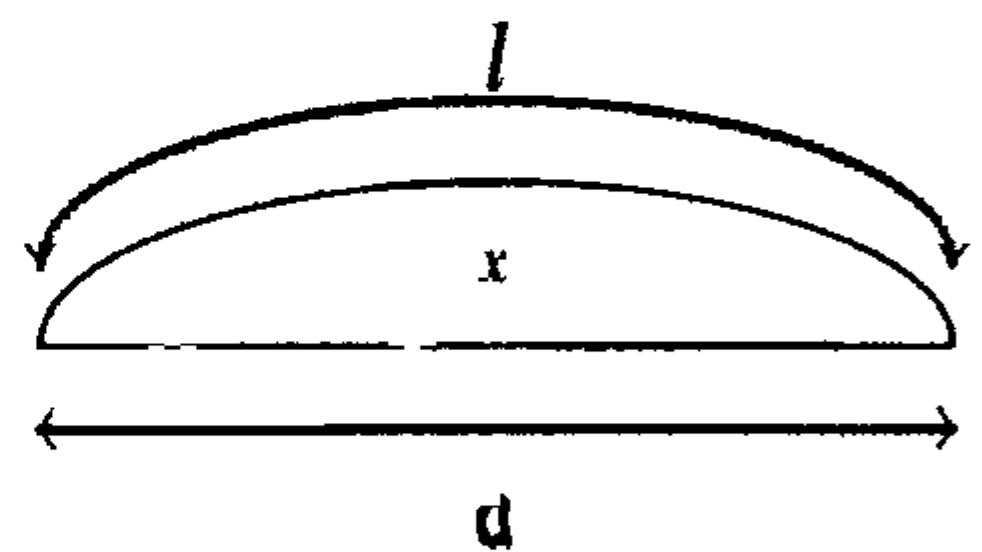
$$\mu_z(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{l_0} & 0 \leq |x| \leq l_0 \\ 0 & |x| > l_0 \end{cases}; \quad (5.3)$$

0, иначе

В соотношениях (5.1) (5.2), (5.3) символ l_0 представляет собой некоторый положительный параметр, мощью которого определяется степень плавкости, а значение величины $tg\theta$ пределяет налон линии z , что представлено на рис. 5.4 а).



а



б

Рис. 5.4 Функции принадлежности линий к прямой

В свою очередь, кривизна линии z , соединяющей концы отрезка x некоторого сегмента r , изображенного на рис. 5.4 б), определяется выражением

$$R_z(r) = \left| \frac{1 - \frac{c}{l}}{\frac{1}{l}} \right| \quad (5.4)$$

Изображение

На изображаемом снимке конуры вынуждены края изображения разделять на две зоны: с левой стороны, напротив конуры, который в свою очередь содержит множество элементов, простирающихся вдоль волнистых линий, изображенных на рис. 5.5 (в направлении)

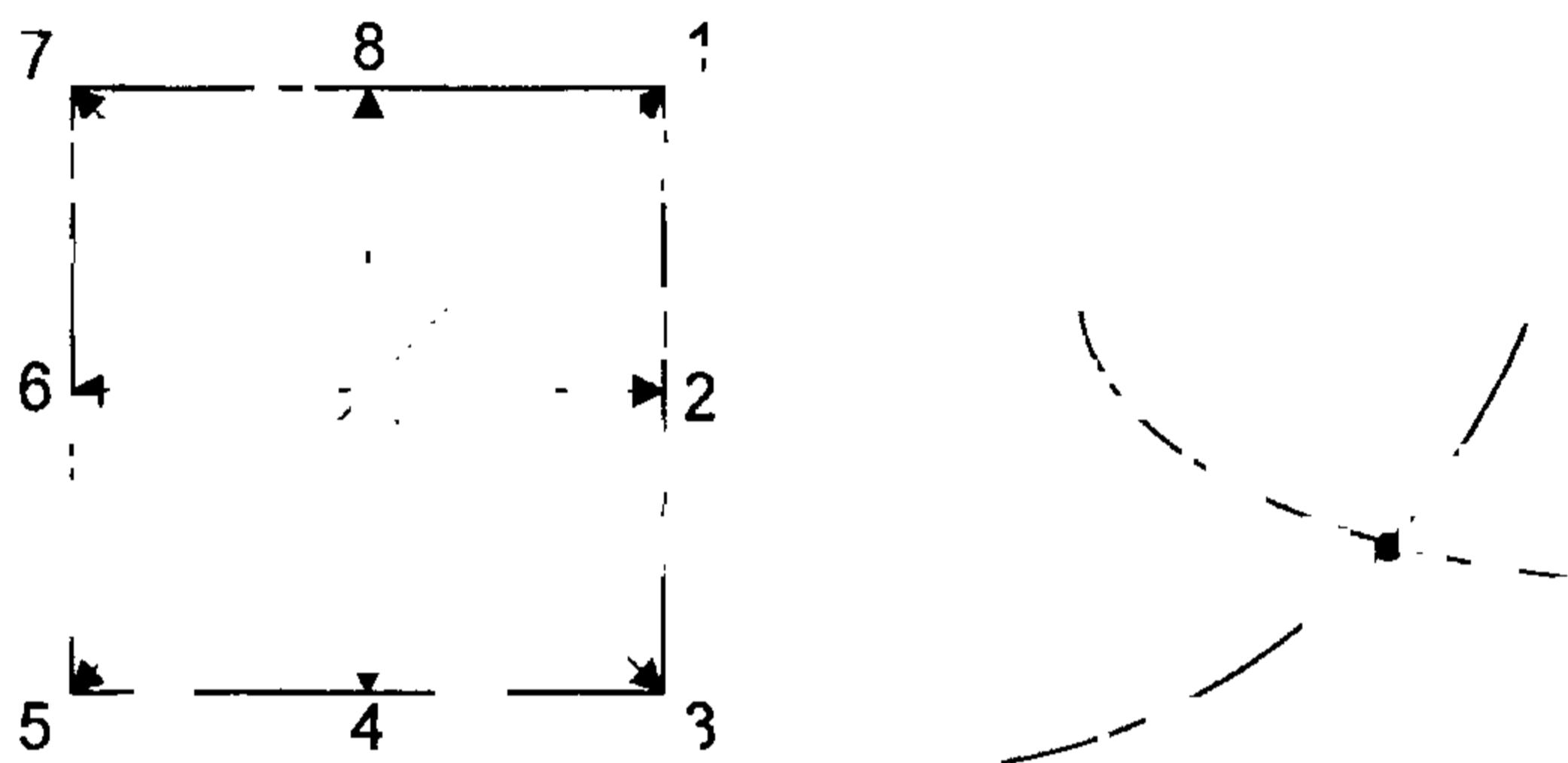


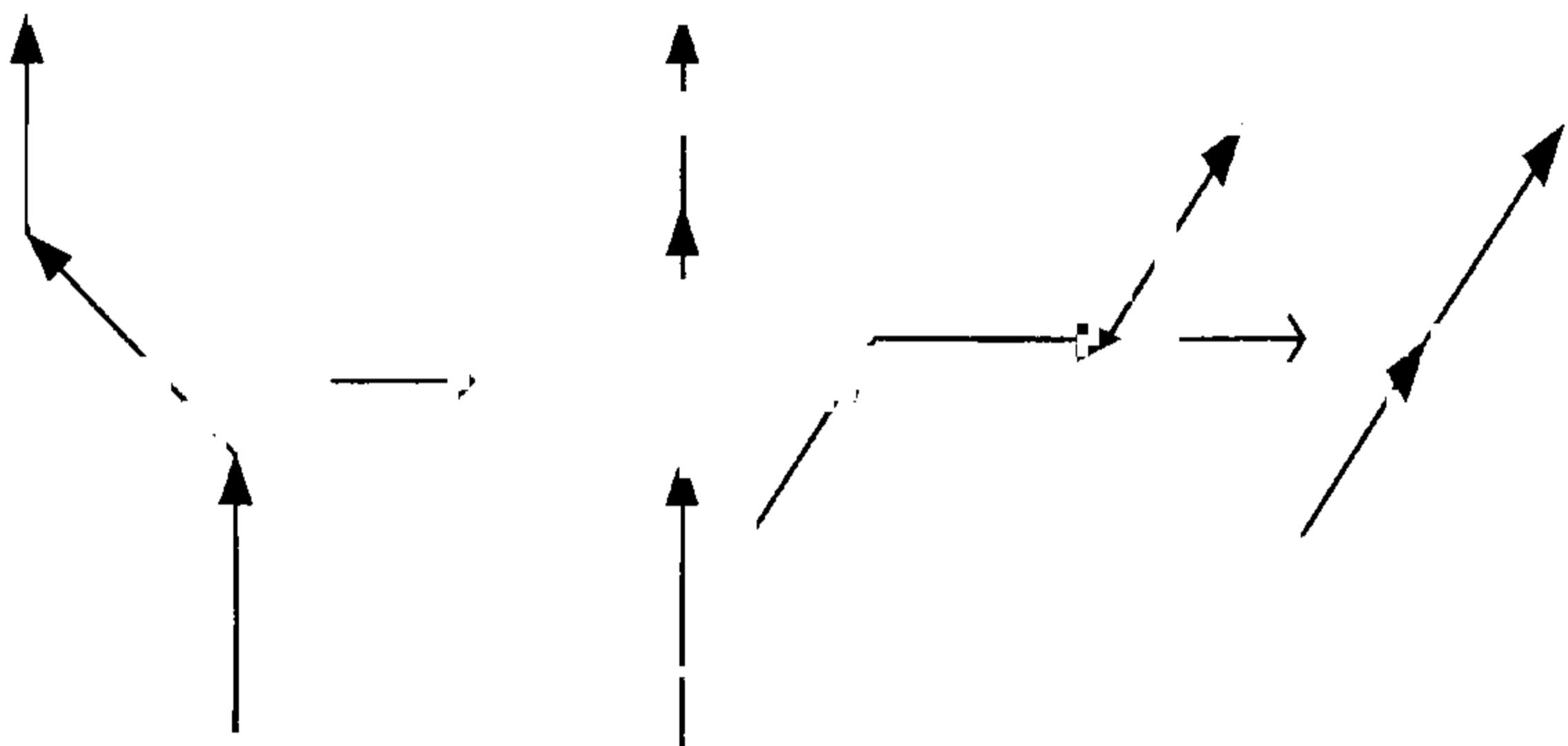
Рис. 5.5 Принципы микро-манипуляции для направления при выделении

Прибором поиска конуры, то есть проводящим изображение, включается в изображении элемент ГСВ-кода,вой контрастность которого пропорциональна в направлении ориентации, к которой соответствует наибольшее значение функции принадлежности. В случае же когда максимальное значение функции принадлежности достигает двух и более направлений, как это изображено на рис. 5.5 б), используется ранее полученная информация и выбирается направление большей связности, а впоследствии такой элемент рассматривается в дальнейшем.

Помимо определения изображения определенной зоны конуры, отражение от конуры определяет, к чему расположена конура в пространстве, и получается возможность определить обе конуры в случае пропуска некоторого участка изображения.

Начало стадии **коэффициентов** определяется на первом этапе.

1. Если вдоль следующего ребра однаково, то между ними находится код другого направления, или вдвоем, что это видно изображение либо предыдущий или на рис. 5, либо исключая члены сферической линии пары ребер.



5

Рис. 5. Примеры а) замещения, б) приведения к д.

- Если одна сторона не имеет четного количества ребер, то это в других, либо эти коды принадлежат к одному и тому же предыдущему отрезку, то для замены этого предыдущего кода, либо исключаются оба соседних отрезка, либо исключаются оба, если два соседних отрезка имеют противоположные направления, то они исключаются.
4. Если второе правило изменения назначается для этого отрезка в процессе том изменения и формируется правильная линия в конечной суммы, то это означает что возможным утверждение не значит, что изменение направления неющим этапом обработки изображения является сегмент для изображения, который представляет собой разграничение линии генерации свойств отрезков. В частности, граница выбирается в том месте, где изменение не является стартом неодинаковым. Крайне важно

метрических и геометрических определяется со ставле- ми метри-
ческими.

В качестве демонстрационного примера применен изображение кисти руки края кости сечения проксимальной фаланги пальца, представленный на рис. 5.7, так что конфигурация кости в общем виде схожа с границами градиентного серого гипса для 145×145 пикселей триумфа.



Рис. 5.7 Исследуемый рентгеновский снимок

Множество особенностей костей выбирается на основании вычисления частей приналежностей линий и их кривизны сегментов. Полченный результат оказывается полезным при формировании правил распознавания неизвестных участков контура. На рис. 5.8 приведен фрагмент исследованного изображения, на котором отмечены особенности костей пальцев. Правильность отображения особенностей костей пальцев

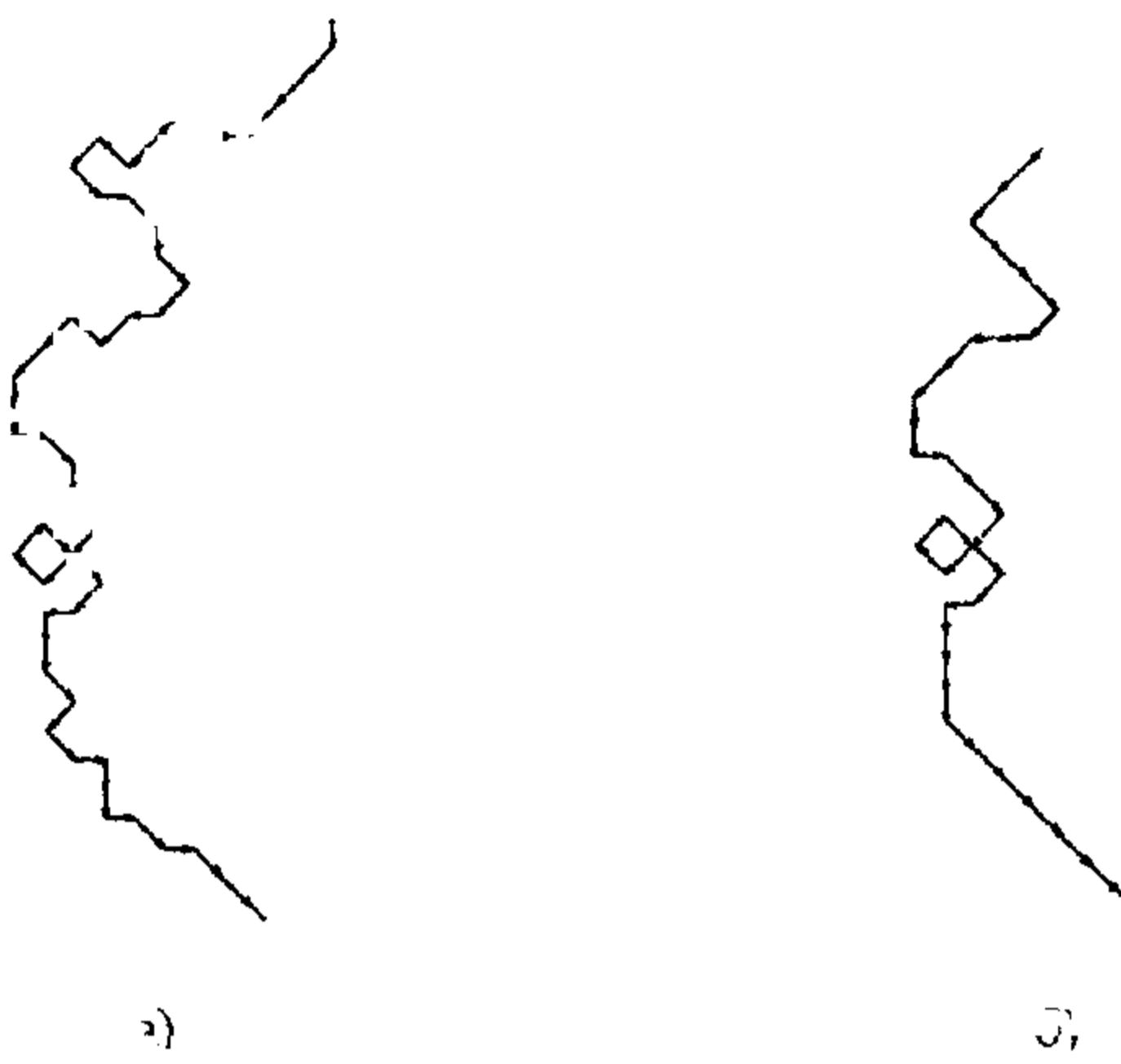


Рис. 8. Изменение изображения полученного спутникового снимка: а) до сглаживания
б) после сглаживания

Различные нечеткие подходы к распознаванию образов предлагаются в процессе решения конкретных задач. Таким образом, их специфика зачастую оказывается обусловленной областью применения того или иного подхода. Обзор сфер применения нечетких методов распознавания образов приводится в таблице 5.5

Таблица

Области применения нечетких методов распознавания образов

Сфера применения нечетких методов распознавания образов	Ссылка на источник
Распознавание речи	[1], [2], [3], [15], [100], [155]
Интеллектуальные работы	[79], [102], [136], [115], [15], [41]
Обработка изображений	[124], [156], [114], [144]
Распознавание символов	[103], [104]
Анализ стенд	[16]
Распознавание природных объектов	[15], [66], [74], [141], [145]
Классификация игральных карт	[89], [114], [152], [199]
Медицинские приложения	[1], [10]
Логистическое моделирование	

Таковы основные подходы к решению задачи распознавания образов в условиях нестационарной неопределенности. В завершение следует указать, что в силу ограниченности времени и зна-

Резюме

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные обозначения

$\lambda = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — исследуемый список объектов

\mathcal{X}) - пространство признаков

Что же касается исследований состояния частиц

ДДД 190 MF 200

• 10 K-100 OB

•1 речи max

Функция min

1. Врез чечеткого мно.

4 есящее множество уровня α

$\mu \cdot \lambda$) Число λ^1 , имеющее нечеткую μ -сессию A

Число принадлежности -го элемента

$c(x)$ — расстояние между точками x и y

T - пыльца и т.д. (или в пропорции нечеткого α -маскировки)

$d(x, i)$ — это расстояние от точки x до i -го прототипа.

$F = \{A_1, \dots, A_n\}$ — личное разбиение на n классов

Математическая размерность ($\epsilon \times l$) неизвестной μ_i определяется

α — коэффициент нечеткого размытия;

(B) проверка — все записи в бюллетене

декартового проекции в виде X_1 и X_2

F — гольное бинарное нечто, отнесение на множество

$\mu(x)$ — функция принадлежности нечеткого множества K .

$R \circ S = \sigma^{-1} \circ (\tau \circ \rho)$ — композиция нечетких отображений R и S

Когда в R удаляется выразить x из уравнения $\varphi(x) = 0$, то получим

R ($R^T = R$) — максимальное транзитивное замыкание нечеткого отношения R

и письмах Тура (печати) в отношении схе [сг. 2] на множестве

Служка ЦК КПСС кончина (в г. Баку, в К. обн.) на множестве

Чечетка отнотеніе множе зе X

X — матриц размером $(m \times n)$ звёздный признак.

$[d \times n]$ - матрица размерности $\times n$) расположение между объектами

и R^1 — это сумма квадратов отклонений между оценками и реальными значениями.

Список литературы

4. Bayrak M. Error of Fuzzy Clustering Analysis and Invariant Cluster Procedures
Evaluating Stability of Clustering Application on Fuzzy System, Proceeding of International Conference IC AFS-94 held by Department of Computer Science, University
of Technology, Eskişehir, 1994, pp. 21-25
- 4c. Bellacic A. Fuzzy Classification, Author, 1976, No. 32, pp. 1-28.
- 4d. Zadeh L.A., Bellacic A. Fuzzy Classification and Partition Clustering, in: Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1965, Vol. 12, pp. 1-14.
5. Ehr D., Eckert R., Mack J. From Fuzzy Pattern Recognition to Automatic Detection of Diseases, Lecture Notes in Fuzzy Systems, 1991, 01.85, pp. 25-286.
51. Bezdek J.C. Top 5 Mathematics in Fuzzy Classification, Ph.D Thesis, Brigham Young University, 1973.
52. Bezdek J. Clustering Validity with Fuzzy, Journal of Computer - 1981, Vol. 5 - pp. 58-73.
53. Bezdek J. Numerical Taxonomy with Fuzzy Sets, Journal of Mathematical Biology, 1971, Vol. 1-11, pp. 51.
54. Bezdek J., Lang J.C. Optimal Fuzzy Partitions, A Heuristic for Extrapolating the Partitions in a Mixture of Normal Distributions, in: IEEE Transactions on Cluster - 1978, Vol C-24, pp. 1-102.
55. Bezdek J. A Physical Interpretation of Fuzzy ISODATA, in: Transaction on System Man and Cybernetics - 1976, Vol. SMC - pp. 37-389.
56. Bezdek J.C., Gallozzi F. Prototype Classification and Feature Selection with Fuzzy Sets, IEEE Transaction on Systems Man and Cybernetics - 1977, Vol. SMC - pp. 81-91.
57. Bezdek J.C., Harris J.D. Fuzzy Patterns, in: Relation An Application Report for Clustering, Fuzzy Sets and Systems - 1978, Vol. 1 - pp. 111-117.
58. Bezdek J., Krishnamoorthy M., Bhattacharjee S. Statistical Parameters of Clusters, Validity Functionals, International Journal of Computer Information Sciences, 1982, Vol. 8, pp. 21-31.
59. Bezdek J.C. Pattern Recognition in Fuzzy Object Recognition, in: New York, Pergamon, 1974, 1998.
60. Bezdek J.C., Gunderson K. Clustering in Pattern and Classification and Cluster Substructure Part I: Univariate and Fuzzy, Part II: Multivariate and Multidimensional, in: Computational Statistics and Data Analysis, SIAM, Ed. 1 of 1, 1981, Vol. 40, pp. 539-352.
61. Bezdek J.C., Krishnamoorthy M., Howard R.E., Wescott C.A. Gridless Decoding and Clustering Control and Performance, 1986 - Vol. 15, pp. 195-214.
62. Bezdek J.C., Tsang F.C.K., Puri N.R. Fuzzy Kohonen Clustering Networks, Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems - 5, Paper 12.2 - pp. 163-164.
63. Bezdek J.C., Parikh H. Fuzzy Models for Pattern Recognition, New York, IEEE, 1990.
64. Bezdek J.C. Prozedural Programming Using Fuzzy Variables in Pattern Recognition, 1990.

5. Bortolan G. Decision Ranking of Fuzzy Alternatives in Linguistic Decision Information Knowledge Representation and Decision Analysis // Ed. E. Sanchez and M.M. Gupta — London: Pergamon Press 1973 — pp. 17-40.
6. Bortolan G., Degani R., Frotta R., Pedrycz W. « An Approach to Fuzzy Logic Pattern Classification or Fuzzy Pattern Matching // Proceedings of International Conference on Fuzzy Systems Application — Iizuka, 1988 — p. 83.
7. Chakrabarty M. K. D. N. On Fuzzy Equivalence. Part 1 // Fuzzy Sets and System — 1983 — Vol. 11 — pp. 15-19.
8. Chakrabarty M. K., Das M. On Fuzzy Equivalence. Part 2 // Fuzzy Sets and System — 1983 — Vol. 11 — pp. 299-308.
9. Chaudhuri R. I. P. Pavlak: A Fuzzy Decision Tree Algorithm // IEEE Transaction on System Man and Cybernetics — 1987 — Vol. SMC-17 — pp. 1-10.
10. Choudhury M. The Fuzzy Decisions and Contextual Support in Text Recognition by Information Theory Point of View // Paper in Recognition and Information Processing Proceedings of Fourth International Conf. (20-22 May 1991) Minsk Republic of Belarus, Vitebsk City: Kinozdat, et al. "Svietsoviy Bytownictw" Ural'skine Politeknika Uzbeckijskij 1991 — pp. 237-241.
11. Cortellessa A., Iorio E. Recognition of Handwritten Text by a Fuzzy Classifier // Fuzzy Electronic Review — 1991 — Vol. II — pp. 1-15.
12. Data Engineering Institute and Thyssen Aachen AG GmbH 1991.
13. Davis P. J., Don S. Robust Fuzzy Clustering of Relations: Data // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. — 2000 — Vol. 8 — pp. 71-77.
14. Degani R., Fortelan G., Jantzen N. Towards Computerized Electrocardiography // Fuzzy Sets and Systems — 1987 — Vol. 21 — pp. 25-36.
15. Di Minin R., Lafosse P. Videocolor, Algoritmus k Prostot. a dlej k detektovaniu kontinuaceho hlasu // IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence — 1980 — Vol. PAMI-2 — pp. 135-148.
16. Du Vienn R. Computerized Model of Speech Using Fuzzy Techniques. New York: Plenum Press, 1993.
17. Dubes R.C., Jain A.K. Clustering Techniques: The Fuzzy Domains // Fuzzy Recognition — 1976 — Vol. 8 — pp. 241-260.
18. Dubes R.C., Jain A.K., M. Gori. Techniques for Extracting Fuzzy Regions // Proceedings of First IFCS Congress (July 1-4 1985 Mallorca, Spain) — Vol. 1 — Part 1 — 1985 — pp. 11-122.
19. Emdal R.O. « Fuzzy Pattern Classification in Medicine and Biology » New York: John Wiley & Sons, 1974.
20. Hull R. J. W. The Use of Colorimetry in Pattern Recognition [Color Opacity in the Recognition Letters] — 1982 — Vol. 1 — pp. 1-20.
21. Dunn J. C. Hierarchical Pattern Classification Using Fuzzy Sets // System — 1988 — Vol. 4 — pp. 1-16.
22. Dunn J. C. A Graph-Theoretic Analysis of Pattern Classification via Fuzzy Rule Induction / Int. J. man-Machine Studies — 1974 — Vol. 6 — pp. 310-319.
23. Dunn J. C. A Fuzzy Relative of the ISODATA Process and Its Use in Detecting Computer Wall-paper Clusters // Journal of Cybernetics — 1974 — Vol. 4 — pp. 32-45.

4. Dunn J.C. "On Separated Clusters and the Optimal Fuzzy Partition." *Journal of Cybernetics*. - 1974. - Vol.4. - pp.95-104
5. Dunn J.C. Some Recent Investigations of a New Fuzzy Clustering Algorithm and its Application to Pattern Classification Problems // *Journal of Cybernetics*. - 1974. - Vol.4. - pp.1-12
6. Dunn J.C. Canonical Forms of Tomura's Fuzzy Relation. A Scheme for Visualizing Cluster Hierarchies // *Proceedings of International Conference on Computer Graphic Pattern Recognition and Data Structure* (May 1975) — Beverly Hills, 1975.
8. Eksa Ch Linguistic Pattern. Jack Minker and Alain G. P. D. The U. Berkeley University of California, 1971.
88. Fu K.S. Syntactic Methods in Pattern Recognition. New York. Academic Press. 1974
89. Guo D.Y., MacCormac M. "Feature Selection and Possibility Theory // Pattern Recognition." — 1981. — Vol.1. — pp.63-73
90. Gitman J., Levine M.J. An Algorithm for Detecting Uninodal Fuzzy Sets and its Application as a Clustering Technique // *IEEE Transactions on Computers*. - 1970. - Vol. C-19. - pp. 52-503
91. Grzymala-Busse J. An Algorithm for Nonsupervised Pattern Classification // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. — 1977. — Vol. SMC-3. — pp. 65-74.
92. Gustafson D.E., Kessel W.C. Fuzzy Clustering With a Fuzzy Covariance Matrix // *Advances in Fuzzy Set Theory and Applications* / Ed. by M.M. Gupta, R.K. Ragade, R.R. Yager. — Amsterdam. North-Holland Publishing Company. 1977. — pp.63-620.
93. Hartigan J.A. Clustering Algorithms. New York John Wiley & Sons. 1975.
94. Hirota K. Concepts of Probabilistic Sets // *Fuzzy Sets and Systems*. — 1981. — Vol. 1. — pp. 31-45.
95. Hirota K. The Standardized Variance Quality and Its Application to Feature Extraction // *Pattern Recognition*. — 1982. — Vol.12. — pp.93-106
96. Hirota K. Ambiguity Based on the Concept of Subjective Entropy // *Fuzzy Information and Decision Processes* / Ed. by M.M. Gupta, L.S. Shacham. — Alsterdam. North-Holland Publishing Company, 1982. — pp. 22-42.
97. Hirota K., Iwasa K., Peidjia W. Characterization of Fuzzy Clustering Algorithm. " Theory of Entropy of Probabilistic Sets " // *Journal of Nonlinear Letters*. — 1981. — Vol. 2. — pp. 215-216
98. Hirota K., Peidjia W. Subjective Entropy of Probabilistic Sets and Fuzzy Cluster Analysis // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. — 1986. — Vol. SMC-16. — pp. 173-179
99. Hirota K., Iwasa K., Peidjia W. FCM AD (Fuzzy Cluster Meas with Additional Data) and its Application to Aerial Images // Proceedings of IFES Congress. Vol. II. — Tokyo. 1987. — pp. 331-332
100. Hirota K. Fuzzy Robot Vision and Fuzzy Controlled Robot. — AUTO ASI '81IM. — Ed. by J.B. Turišen. — Berlin. Springer-Verlag. 1988
101. Höppner F., Klawonn F., Kruse R. *Fuzzy Clusteranalyse. Methoden für die Bilderkennung, Klassifikation und Interpretation*. Wien, Wiesbaden, Braunschweig. Vieweg Verl. t. 1991

- 1 Hwang C. L., S.J. Lee, J. Mullen P. I. *Int. J. Int. Fuzzy Syst.*, 2000, 8, 30-39
- 2 Fuzzy Recognition - 1995 - Vol 18 - p 12 - 15
- 103 Bentsoeng T.L., R. Rajarajan C., Jayalakshmy S.N. *Representation of Under Training Fuzzy Iteration Using Fuzzy Efficient Function Implementations* - 1995 - Vol 6, No. 3 - p 45-150
- 104 Jain K. Application of Fuzzy Set for the Analysis of Color Textures - A Survey of Fuzzy Set Theory and Applications - 2 by M.M. Gupta - 1990 - North-Holland Publishing Company, 1990 - p 107
- 105 Jain, K. A norm based Fuzzy Clustering Fuzzy Sets and Systems - 1993 - Vol 59, p 47-56
- 106 Jain, K. Generalization in Pattern Recognition - Cybernetics - 1995 - Vol 24, p 400-410
- 107 Kand A. *Fuzzy Techniques in Pattern Recognition* New York John Wiley & Sons 1982
- 108 Hartman L., G. Sebe-Palymerigouli *Grouping Data An Introduction to Cluster Analysis* New York John Wiley & Sons 1990
- 109 Karmakar Suresh M. *Fuzz Controller Using模糊控制器* Fuzzy Prototype and Adaptive Clusters - *Journal of Fuzzy Trans. on the Fuzzy Systems* - 1993 - Vol 19 - p 701-712
- 110 Li, J. n Yu, R. Ness R. - 1995 - Pattern Recognition Doctoral Dissertation Kluwer Academic Publishers, 1995
- 111 Kh. G. Zhou T. Ju - *Pattern Recognition and Information* New Prentice Hall, 1998
- 112 Zadeh L.A., Bhajal M. A New Fuzzy Controller and Its Application in Fuzzy Rule Based Modeling and Model Test - 1 Properties and Structure of Fuzzy Rules - Rosin, C. Palusz - Berlin Springer Verlag 1977 - pp 103-118
- 113 Erturk K., M. Uzun, A. A. Ferhatoglu - *Editorial* *The Journal of Fuzzy Sets / Systems & Computer. Control* - 1993 - Vol 1 - 3 - pp 75-8
- 114 Kumar A., R. Rao - *A System For Pattern Recognition of Human Sleep Stages by Fuzzy System* - *Int. J. Man-Mach. Res.* 1977 - Vol 17 - p 21-46
- 115 Kuchiev T. *Fuzzy Application of Fuzzy Operator in the Segmentation of Multiple Assistant Decision Tree and Weighted Average Methodology and Application* Ed by R.R. Yager, Zeynalov - Boston Kluwer Academic Publishers 1997 - p 530-537
- 116 Lee C.T. *Probability Measures Fuzzy Classification* - *Computer Journal* - 1971 - Vol 2 - pp 41-7
- 117 Lee C.T. *Application of Fuzzy Measure to Pattern Recognition* - *Cybernetics* - 1971 - Vol 1 - pp 101-107
- 118 Lee C.T. *Fuzzy Time Automata and Syntactic Pattern Recognition* - *IEEE Transaction of Pattern Analysis and Machine Intelligence* - 1981 - Vol 3, No. 1, Jan. 1981 - p 41-7
- 119 Libenescu, R. and M. Neamtu - *Fuzzy Clustering Algorithms and Fuzzy Class Validation in Approximate Reasoning in Decision Analysis* Ed by J. M. Gutiérrez-Santos - Amsterdam North Holland Publishing Company, 1992 - p 417-425

26. Litfat G. "Impactness and Number of Clusters in Fuzzy Clustering." In: *Advances in Fuzzy Clustering*, Ed by C. Martínez, 1986.—Vol. 17.—pp. 201-212.
27. Lin Y.W., Lee S.C. "On the Color Image Segmentation Algorithm Based on the Thresholding and the Improved c-Means Techniques." // *Pattern Recognition*. — 1990. — Vol. 23. — pp. 945-951.
28. Lopez de Mantaras R., Agustín Martín. Classification Using the Characterization of Non-deterministic Data // *Pattern Recognition Letters*. — 1987. — Vol. 2. — pp. 33-40.
29. Lou S.P., Chen Y.C., Chao I.M. Two New Methods in Fuzzy Clustering // Approximate Reasoning in Decision Analysis / Ed by M.L. Gupta, E. Sanchez. — Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1982.—pp. 427-430.
30. Majumder D.N., Pal S.K. *From Mathematical Approach to Pattern Recognition*. Delhi: Wiley Eastern Ltd.; 1990.
31. Muralikrishna R. "Variable-Valued Logic and Its Applications to Pattern Recognition and Machine Learning." // Computer Science and Multiple-Valued logic. Theory and Application / Ed by D.C. Pines. — Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1985.—pp. 506-534.
32. Michalski R.S. Pattern Recognition as Rule-Guided Inductive Inference. // *IEEE Transactions of Pattern Analysis and Machine Intelligence*. — 1979. — Vol. PAMI-1. — pp. 1-301.
33. Miyakoshi T., Shiojo M. Solutions of Completely Fuzzy Equations with Triangular Norms // *Fuzzy Sets and Systems*. — 1985. — Vol. 16. — pp. 53-63.
34. Miyamoto S. *Fuzzy Sets in Information and Recognition and Cluster Analysis*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1990.
35. Miyamoto S., Agusta J. An Efficient Algorithm for L-Fuzzy c-Means and its Termination // *Control and Cybernetics*. — 1985. — Vol. 14. — pp. 1-436.
36. Nath A.K., Lee J.F. On the Design of a Classifier with Linguistic Variables As Inputs. // *Fuzzy Sets and Systems*. — 1983. — Vol. 11. — pp. 271-286.
37. Nath A.K., Liu S.Y., Lee T.T. On Some Properties of a Linguistic Class of c-Fuzzy Sets and Systems. — 1985. — Vol. 17. — pp. 267-271.
38. Olszynski J.W. On a New Non-negatively Indexed Quick Clustering Method with a Global Conjective Function // *Applications of Stochastic Models in Data Analysis*. — 1990. — Vol. 6. — pp. 157-171.
39. Olszynski J.W., Zadrozny S. Geological Site Classification. An Application of Clustering. Report to a Problem Proposed by H. E. Saether at the Fourth International Symposium on Applied Stochastic Models and Data Analysis Nancy December 1990. // *Applied Stochastic Models and Data Analysis*. — 1991. — Vol. 7. — pp. 275-277.
40. Olszynski J.W. Clustering Modelling, Capacity Limits, Application. // *Control and Cybernetics*. — 1995. — Vol. 24. — pp. 301-307.
41. Pal S.K., Majumder D.D. *Fuzzy Sets and their Application* in Makin Approach in the Speaker Recognition / IEEE Transaction on System, Man, and Cybernetics. — 1991. — Vol. SMC-21. — pp. 615-627.
42. Pal S.K., Kim, K.A. "A Fuzzy Detection of Day Image Using Fuzzy Sets." // *IEEE Transactions of Pattern Analysis and Machine Intelligence*. — 1989. — Vol. PAMI-11. — pp. 57-61.

- 137 Pawlak K. and W. Pedrycz. "On Fuzzy Decision and Pramary Lattice", *Two-Valued Fuzzy Sets and Their Application to Information Systems*, Vol. 1, (ed. A. Skowron and M. Z. Smets), pp. 4-100.
- 138 Pawlak K. and A. Skowron. "Characterization and Generalization by Aggregation of Two Classes", *Pattern Recognition Letters*, Vol. 1, No. 821, 1984, Pattern Recog. Letters 1984, Vol. 5, No. 821.
- 139 Pawlak W. "A Note on Computer Aided Diagnostic System", *Pattern Recognition Letters*, No. 19, Vol. 2, pp. 36-38.
- 140 Pawlak W. "Algorithm of Fuzzy Clustering with Partial Supervision", *Pattern Recognition Letters*, No. 1, Vol. 1, No. 12, 1983.
- 141 Pawlak W. "A New Signal Classification with the Aid of Fuzzy Clustering", *Proceedings of the XV International Conference on Medical and Biomedical Engineering*, No. 11, 6 Act. 1983, Warsaw 1983.
- 142 Pawlak W. "Techniques of Signal Processing Using Fuzzy Logic with the Aid of Fuzzy Sets", in "Pattern Recognition in Practice", Ed by E.S. Gelenbe, L.N. Kanal, Amsterdam, North Holland Publishing Company, May, 1984, pp. 11-14.
- 143 Pawlak W. "Gazelle - Feature Selection and Signal Classification with the Aid of Qualitative and Quantitative Data", *Fuzzy Set of the First International Conference on Medical Engineering*, September 18-20, 1987 - Fuzzy Letter, 1988.
- 144 Pawlak W. "Fuzzy Sets in Pattern Recognition Methodology and Methods of Pattern Recognition", *Pattern Recognition Letters*, Vol. 1, pp. 11-14.
- 145 Pawlak W. "Formation of Mototypes and Their Confidence Relations in Classification and Control of Fuzzy Non-Problems", *Pattern Recognition Letters*, 1981, Vol. 2, pp. 30-35.
- 146 Pienkowski A.E. "Artificial Color Perception and Fuzzy Techniques in Color Processing", *Konferencja TUV Ruhmkorff 1988*.
- 147 Radwin T.L. "A Survey of Fuzzy Clustering Techniques", *Pattern Recognition Letters*, 1984, Vol. 5, pp. 18-19.
- 148 Routier M. "A New Classification Procedure using Fuzzy Sets - Fuzzy Decision System", 1977 - Vol. 1 - pp. 249-252.
- 149 Rusconi E.H. "A New Approach to Computer / Information / Control", 1969 - Vol. 1 - pp. 12-32.
- 150 Rusconi E.H. "Numerical Methods in Fuzzy Clustering", *Information Science* 1970, Vol. 2 - pp. 219-230.
- 151 Rusconi E.H. "Optimization of Single Decision Problems - Data Reduction and Pattern Recognition Using Fuzzy Reasoning", *Theory Transistorized Systems, Materials, Cybernetics*, 1977 - Vol. 3 - pp. 54-61.
- 152 Rusconi E.H. "A New Fuzzy Reasoning for Computing Fuzzy Measures", *Pattern Recognition Letters* - 1973 - Vol. 16 - pp. 273-284.
- 153 Sadao I. "Large Scale Fuzzy Character Recognition Using Fuzzy Database", *Information and Control*, 1971, Vol. 18, pp. 21-25.
- 154 Sanchez E. "Resolution of Complex Fuzzy Relation Equations", *Information and Control* - 1971, Vol. 13, pp. 1-20.

155. Serr A, Aguilar-h, Muñoz J. Multi-Group Classification Using Fuzzy Correlation
Fuzzy Sets and Systems — 1980 — Vol. 1 — pp. 109-122
156. Yamura M. Application of Fuzzy Set Theory to Pattern Recognition. Journal of
AACE — 1975 — Vol. 19 — pp. 242-248.
157. Siy F, Chen C.S. Fuzzy Logic For Handwritten Numerical Character Recognition
// IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics — 1974 — Vol. SMC-4
pp. 570-575
158. Straube F. Some Remarks to Fuzzy Cluster Analysis. Fuzzy Sets Applications
Methodological Approaches and Results. Proceedings of the International Workshop
Co-sponsored by IASA and Convened in Co-operation with IAEA held on the
Wartburg Eisenach (GDR) at March 3-8, 1981 Ed. by St.Bock-Löck et al — Berlin
Academic Verlag — 1981 — pp. 165-171.
159. Straube F. Fuzzy Cluster Analysis By Means of FDA // Fuzzy Sets Applications
Methodological Approaches and Results. Proceedings of the International Workshop
Co-sponsored by IASA and Convened in Co-operation with IAEA held on the
Wartburg Eisenach (GDR) at March 3-8, 1981 Ed. by St.Bock-Löck et al — Berlin
Academie Verlag — 1986 — p. 17-180
160. Sugeno M. Theory of Fuzzy Integrals and Its Applications Ph.D. Thesis. Tokyo
Institute of Technology, 1974.
161. Sugeno M. Constructing Fuzzy Measure and Grading Similarity of Patterns by
Fuzzy Integrals // Transactions of CTAC — 1973 — 7, 19 — pp. 259-265
162. Tamburini G., Termini S. Some Foundational Problems in the Formalization of
Vagueness in Fuzzy Information and Decision Processes. In: M.M. Gupta,
E.Sánchez — Amsterdam. North-Holland Publishing Company, 1982 — pp. 161-
166
163. Ueda S., Higuchi T., Tanaka K. Pattern Classification Based on Fuzzy Relations
// IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics — 1978, 1 — Vol. SMC-1 — pp. 61-66
164. Termini S. Aspects of Vagueness and Some Epistemological Problems Related to
Their Formalization // Aspects of vagueness/Ed. by H.J. Skala, S. Termini, E. Trillas — Dordrecht. D. Reidel Publishing Company, 1981 — pp. 205-30
165. Tsai J.T. An Approach to Understanding Geometrical Configurations by Computer // International Journal of Computer and Information Sciences — 1980 —
Vol. 9, No. 1 — pp. 1-12
166. Vanwaeck E. On the Meaning of Dunn's Partition Coefficient for Fuzzy Clusters
Fuzzy Sets and Systems — 1988 — Vol. 25 — pp. 217-242
167. Vanwaeck E., Kaurnan L., Lousseau P. Fuzzy Clustering Algorithms Based on
the Maximum Likelihood Principle "Fuzzy Sets and Systems" — 1991 — Vol. 42 —
pp. 11-227
168. Arivendi M.M., Bezdek J.C. Interval Segmentation of Areal Images with Fuzzy
Clusters // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics — 1986 — Vol.
SMC-16 — p.500-596
169. Arivendi M.M. Analysis of Areal Image Using Fuzzy Clustering / Analysis of
Fuzzy Information / Ed. by J.C. Bezdek — New York — 1987 — Vol. 3 — pp. 127-151
170. Vaann S. Self-organizing Fuzzy Clusters after Information — 1986 — Vol. 1 —
pp. 406-414

11. Viatchenin D.A. and N. Mironov "Implementation of Fuzzy Logic in Intelligent Information Systems" // New York Work 1996. Vol. 6 — pp. 401-406
12. Viatchenin D.A. The Structure of the Improvement of Consistently fuzzy Clustering // Proceedings of International and Information Processing Conference "Information and Internet". Bialystok 2001. 20-21 May 1998 Minsk, Republic of Belarus. Vol. 1 Ed. by K. Kozłowski, K. Kowalewski - Szczecin Wydawnictwo Politechniki Szczecinek, 1998. pp. 1-9.
13. Viatchenin D.A. Buzzard A. A Theoretical Concept of Clustering of the European Symposium on Intelligent Techniques March 1-12, 1997, Paris, Italy Academic IRI Service Center 1997. pp. 258-260
14. Viatchenin D.A., R. Romenko To Construction of Fuzzy Similarity Relation for Fuzzy Cluster Analysis // Pattern Recognition and Information Processing Proceedings of the Fourth International Conference 20-22 May 1997, Republic of Belarus. Vol. 1 Ed. by V. Rashevskiy et al. Szczecin Wydawnictwo Politechniki Szczecinskiej, 1997. pp. 7-8
175. Viatchenin D.A. On Projection of Fuzzy Similarity Relations. Computer Data Analysis and Processing Proceedings of the Fifth International Conference (June 8-11, 1998 Minsk). v. 1 Minsk Ed. By Prof. D.A. Viatchenin and Dr. Yu S Kharin Minsk, TBU, 1998. pp. 50-55
176. Viatchenin D.A. Application of Fuzzy Similarity Relation Data Representation for Pattern Classification Problems // Advanced Computer Systems Proceedings of Ninth International Conference (Szczecin, Poland, October 1999) Ed. by J. S. Idzik J. P. Gaj-Szczecin. NFC MAC, 1999. 26-28
177. Viatchenin D.A. Theoretical Notes on Fuzzy Problem of Human Recognition and Information Processing Proceedings of Sixth International Conference (15-17 May 2001 Minsk Republic of Belarus. Vol. 1 Ed. by S. Ablameyko et al. Minsk Institute of Engineering Cybernetics of the National Academy of Sciences of Belarus 2001. pp. 142-146
178. Viatchenin D.A. Human Computer Approach to Fuzzy Classification Problem Based on the Concept of Representation Quality of Life Processing Conference and International Conference 'Wroclaw 15-21 September 2001' Ed. by Walentyna Staszczyk Wroclaw University of Economics 2001. p. 18-20.
179. Viatchenin D.A., Delgado M. Problems of Classification in a Fuzzy Environment // Fuzzy Sets and Systems 1983 — Vol. 1 — pp. 1-23
80. W. Szakal "M. I. Luria M. I. Odległocie w klasycznych i nietypowych Wielowymiarowych" Wroclaw Wydawnictwo A. 1992
180. Wang X., Chen R., Hwang C., Yen F. On the Optimization of Fuzzy Clustering // Fuzzy Sets and Systems 1990 — Vol. 112 — pp. 117-115
182. Yamada J., Tanaka H. A note on A Heuristic Method for a Hierarchical clustering of Fuzzy Intensive Relations // Fuzzy Set and Possibility Theory // Ed. by L.R.Yager and Y. Lin. London Press 1987. pp. 1-166
183. Watanabe S. Pattern Recognition Human and Mechanical. New York John Wiley & Sons 1985
4. Zarham M.P. Cluster Validity for Fuzzy Clustering Algorithms // Fuzzy Sets and Systems 1981. Vol. 2 — pp. 1-136

185. Wino M.P. Geometric Fuzzy Clustering Algorithm. *Fuzzy Sets and Systems* — 1985. — Vol. 13. — pp. 271-279
186. Wino M. Numerical Classification of Fuzzy Data with Assignment Measure. *Journal of Classification* — 1985. — Vol. 1. — pp. 172
187. Wong M.A. A Hybrid Clustering Method for Intelligent High-Density Cluster. *Journal of American Statistical Association* — 1982. — Vol. 77. — pp. 241-251.
188. Woodbury J.A., Gove J. Clinical Data Types and Fuzzy Partition. *Journal of Cybernetics* — 1974. — No. 2. — pp. 111-111
189. Wright V. A Formalized Model of Cluster Analysis // Pattern Recognition Letters. — 1973. — № 5. — pp. 73-282
190. Yeh R.T., Bang S.Y. Fuzzy Relations, Fuzzy Graphs and Their Applications in Clustering Analysis // Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes / F. S. J. Lin, Tadeh and al. — New York : Academic Press, 1973. — pp. 125-149
191. Yuan X., Law M.T. Induction of Fuzzy Decision Tree. *Fuzzy Sets and Systems* — 1991. — Vol. 46. — pp. 125-139
192. Zadeh L.A. Fuzzy Sets. // Information and Control. — 1965. — Vol. 8. — pp. 33-253
193. Zadeh L.A. A Similarity Relation and Fuzzy Clustering. // Information Sciences. — 1971. — Vol. 1. — pp. 1-200

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДСЛОВИЕ

ГЛАВА 1

ПРОБЛЕМЫ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ЗАДАЧАХ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

1.1. Понятие однородности и проблемы классификации объектов	7
1.1.1. Виды однородности и их применение при решении задачи определения групп объектов.	7
1.1.2. Применение в задачах автоматической классификации основные правила решения	11

1.2. Подход к решению задачи автоматической классификации с позиций теории нечетких множеств

1.2.1. Основные концепции нечеткости в задачах с этим методом	17
1.2.2. Информационные спектры поиска решений задач классификации с позиций теории нечетких множеств	19

Резюме

ГЛАВА 2

О ПОВНЕМ ПОНЯТИИ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

2.1. Нечеткие множества	40
2.1.1. Понятие нечеткой природы структурных единиц теории нечетких множеств	40
2.1.2. Основные операции над нечеткими множествами	44

2.2. Нечеткие отношения

2.2.1. Примеры нечетких отношений: свойства классификации нечеткого множества	46
2.2.2. Дифференциальный эффект в нечетких отношениях	51

Резюме

ГЛАВА 3

МЕТОДЫ НЕЧЕТКОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

2

7

11

17

19

40

44

46

51

54

55

3.1 Гибридные методы	55
3.1.1 Сочетание гибридных методов решения нечетких задач	56
3.1.1.1 Техника склонности к классификации	56
3.1.1.2 Гибридные алгоритмы	57
3.1.1.2.1 Алгоритм Гмана Левина	57
3.1.1.2.2 Алгоритм Тагири Кигути Танаки	58
3.1.1.2.3 Алгоритм Купера Фьюлса	59
3.1.1.2.4 Алгоритм Берштейна Дзюсса	60
3.1.1.2.5 Другие алгоритмы	61
3.2 Оптимизационные методы	70
3.2.1 Нечеткая модификация экстремальной постановки задачи автоматической классификации и функционально-качественного разбиения	70
3.2.2 Гибридные алгоритмы	74
3.2.2.1 Алгоритм Рубинса	74
3.2.2.2 Алгоритм Уильямса	77
3.2.2.3 Алгоритм Рубинса	79
3.2.2.4 Алгоритм Белесова Д.Э.	80
3.2.2.5 Алгоритм Петрича	81
3.2.2.6 Алгоритм Тагири Сеня	82
3.2.2.7 Другие алгоритмы	83
3.3 Иерархические методы	111
3.3.1 Использование иерархических алгоритмов решения нечетких задач	111
3.3.1.1 Алгоритм классификации	111
3.3.2 Объединение алгоритмов	112
3.3.2.1 Алгоритм Ватальи - Танаки - Асси	112
3.3.2.2 Алгоритм Гамфрику	113
3.3.2.3 Другие алгоритмы	114
Резюме	117

ГЛАВА 4

СТАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕЧЕТКИХ МЕТОДОВ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ	134
4.1. Стандартные методы сравнения нечетких методов автоматической классификации	134
4.1.1 Гели сравнения и оценка надежности качества классификации	134
4.1.2 Виды исходных данных обобщенной схемы сравнения	135
4.1.3 Алгоритмы	136
4.2 Оценка и представление результатов обработки данных нечеткими методами и автоматической классификацией	140
4.2.1 Оценка качества нечеткой классификации	140

4.2.2 Представление и интерпретация результатов нечеткой классификации 149

4.3. Экспериментальное сравнение нечетких методов автоматической классификации 151

4.3.1 Исходные данные и проведение экспериментального сравнения 151

4.3.2 Результаты эксперимента 156

Резюме 176

ЧАСТЬ 5

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ НЕЧЕТКОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ 177

5.1. Общая схема применения нечетких методов решения задачи автоматической классификации 177

5.1.1 Базовый этап нечеткого подхода к решению задачи автоматической классификации 177

5.1.2 Рассмотрение нечеткого подхода к решению задачи автоматической классификации 177

5.2. Примерные аспекты нечеткой классификации 178

5.2.1 Применение нечеткого автоматического классификатора обработки изображений 185

5.2.2 Нечеткие методы автоматической классификации и другие нечеткие методы распознавания образов 189

Резюме 194

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 200

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА 201

СПИСОК СОЧИСТАТЕЛЕЙ

Вятченин Тимофей Аркадьев

**НЕЧЕЛКИЙ МОДЫ
АВТОМАТИЧЕСКОЙ КАССОФИЦАШИ**

Монография

**О.З. и П.Н.П. № 45174
Рисунок № 1
Изобретение**

**Сделано в наборе 15 листов. Подписано в зале № 100 № 04
Бумага офсетная. Формат 60x84/16.
Литография Аймс Перевод французский
Макет Г. С. Уильямс № 123.
Л. Гал. № 100 Зак. № 28**

**Издательство А. С. Орлова Лицензия № 12345678
Отпечатано на Белогорской тип. № 100 № 25
220027, г. Челябинск, ул. Ф. Скоринина, 45, кв. 14, корп. 2
Год 1986-1987**