Вариант 18 Семке Даниил

25
~~24~~.03.20 КН-102

МЕН 190207

① $r(AB)$-?

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2\\-1&2&3\\0&-4&0\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}1&1&-1&-1\\-2&3&1&0\\-1&4&0&-1\end{pmatrix}$$

1 способ:

$$B=\begin{pmatrix}1&1&-1&-1\\-2&3&1&0\\-1&4&0&-1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&-1&-2\\-2&3&1&2\\-1&4&0&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&-1&0\\-2&3&1&0\\-1&4&0&0\end{pmatrix}\sim\underbrace{\begin{pmatrix}1&1&-1\\-2&3&1\\-1&4&0\end{pmatrix}}_{=B'}$$

A и B' одного порядка } Следствие из теоремы о ранге произв. матриц

$|A|=8+7\neq0$ } $\Rightarrow$ $r(AB')=r(B')$

$$\begin{pmatrix}1&1&-1\\-2&3&1\\-1&4&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&5&-1\\0&5&-1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&5&-1\\0&0&0\end{pmatrix}\quad r(AB')=2$$

2 способ: Пусть $A=(a_{ij})_{m\times n}$ $B=(b_{ij})_{n\times m}$

$|A|\neq0$ A^{-1} - обр. матр. , AB определено (число строк A = числу столбц. B)

1) $r(AB)\leq r(B)$

2) $r(B)=r(A^{-1}\cdot(AB))\leq r(AB)\Rightarrow r(B)\leq r(AB)$

$$r(B)=r(AB)\quad\begin{pmatrix}1&1&-1&-1\\-2&3&1&0\\-1&4&0&-1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&-1&-1\\0&5&-1&-2\\0&0&0&0\end{pmatrix}$$

Ответ: $r(AB)=2$

(2) $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \\ -3 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & -5 & -3 \end{pmatrix}$

$|AB| = |A||B| = (6-18)(-12+6) = 36(1-3)(-2+1) = \boxed{72}$

(3) $A=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -8 & -5 \end{pmatrix}$

$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} = \frac{1}{|B|}\cdot\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ +8 & 5 \end{pmatrix} \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -7 & -2 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -8 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -7 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -41 & -11 \\ 67 & 18 \end{pmatrix}$ Ответ: $\begin{pmatrix} -41 & -11 \\ 67 & 18 \end{pmatrix}$

(4) $a-?$

$A=\begin{pmatrix} -2 & 2 & 4 \\ -2 & a & 3 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$

A^{-1} сущ-ет $\Leftrightarrow |A| \neq 0$

$AB = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 4 \\ -2 & a & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 & -8 \\ -11-2a & -10+3a \end{pmatrix}$

$|AB| \neq 0 \Rightarrow -18(-10+3a)+8(-11-2a) = 180-54a-88-16a \neq 0$

$70a \neq 92 \Rightarrow \boxed{a \neq \frac{46}{35}}$