

Вариант 2.

25.03.2020.

Синке

Образ и ядро лев. оператора.

Даншны

Базис $\ker A$ - ?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

x_3, x_4 - свободные

x_1, x_2 - базисные

$$\begin{cases} x_3 = a \\ x_4 = b \\ x_2 = 3a \\ x_1 = -a - b \end{cases}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4
r_1	-1	0	0	1
r_2	-1	3	1	0

Ответ: $\left\langle \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

(2) Алгоритм Гаусса: $(E | A^T)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\ker A = (1, 1, -3, 0, 0)$

$\text{Im } A = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$