

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Х. Пшихопов, М. Ю. Медведев, Групповое управление движением мобильных роботов в неопределенной среде с использованием неустойчивых режимов, *Тр. СПИИРАН*, 2018, выпуск 60, 39–63

DOI: <https://doi.org/10.15622/sp.60.2>

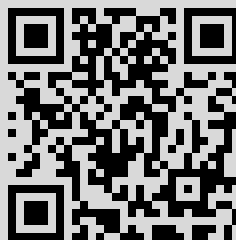
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 95.66.154.31

10 сентября 2021 г., 21:27:45



В.Х. ПШИХОПОВ, М.Ю. МЕДВЕДЕВ  
**ГРУППОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ МОБИЛЬНЫХ  
РОБОТОВ В НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СРЕДЕ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕУСТОЙЧИВЫХ РЕЖИМОВ**

*Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю. Групповое управление движением мобильных роботов в неопределенной среде с использованием неустойчивых режимов.*

**Аннотация.** Рассматриваются алгоритмы управления, обеспечивающие согласованное перемещение группы роботов в неопределенной трехмерной среде с препятствиями. Неопределенность среды заключается в наличии априори неизвестных препятствий, часть которых может быть нестационарными. Мобильные роботы группы должны автоматически распределиться в заданной прямоугольной области на плоскости и двигаться в направлении, перпендикулярном указанной области, по возможности сохраняя заданное взаимное расположение. В данной статье предлагаются новые алгоритмы автоматического распределения роботов на плоскости, не предполагающие предварительного назначения места каждого робота. Эта задача решается с применением триангуляции Делоне и дальнейшей оптимизации положения робота. Для коррекции движения отдельного робота и всей группы при сближении с препятствием предложены алгоритмы, базирующиеся на неустойчивых режимах, позволяющих трансформировать препятствия в репеллеры. Рассмотрено два варианта алгоритмов обхода препятствий. В первом варианте используются только неустойчивые режимы, а во втором варианте — гибридный алгоритм, включающий интеллектуальный анализ текущей ситуации и неустойчивый режим движения. Предложенные алгоритмы могут реализовываться децентрализованно. В статье анализируются два варианта алгоритмов группового управления, а также выполняется численное моделирование группы из 5 гексакоптеров в неопределенной среде с неподвижными и подвижными препятствиями. Также приведены экспериментальные данные, подтверждающие работоспособность предлагаемых алгоритмов на примере полета двух гексакоптеров в среде с неподвижным препятствием. Разработанные алгоритмы могут применяться в системах управления мобильными роботами при их групповом движении в неопределенных 3D средах.

**Ключевые слова:** групповое управление, неопределенная среда, неустойчивые режимы, управление движением.

**1. Введение.** В неопределенных средах с препятствиями система управления мобильного робота, как правило, строится по иерархической структуре, включающей уровни управления исполнительными механизмами, управления движением и планирования движения [1]. В настоящее время большое внимание исследователи уделяют алгоритмам планирования движения мобильных роботов и их групп [2-5]. При планировании движения требуется на основе данных системы технического зрения доопределять среду и выбирать оптимальный маршрут. Решение таких задач делает актуальным использование интеллектуальных подходов и технологий [6-9].

В связи со сложностью проблем планирования и группового управления движением мобильных роботов единого подхода, дающего

эффективное решение в общем случае, не существует. Поэтому в различных условиях применяются разные подходы. Общая проблематика планирования движения мобильных роботов освещена в работах [2, 3]. В [10-14] представлены основные методы группового управления, используемые в мобильной робототехнике.

Анализ работ в области группового управления движением роботов показывает, что в данном направлении исследования нацелены на решение проблем группового планирования траекторий, формирования и поддержания строя.

Среди подходов, используемых для решения указанных задач, можно выделить метод искусственных потенциальных полей, обучающиеся системы на базе искусственных нейронных сетей, методы мультиагентного управления, методы эволюционных вычислений, логического вывода и методы, базирующиеся на использовании природных аналогий.

Метод потенциальных полей [23] является одним из самых распространенных, однако он подразумевает картографирование области функционирования и имеет проблему попадания в локальные минимумы. Кроме того, метод потенциальных полей требует применения дополнительных приемов, позволяющих учитывать переменные скорости и ускорения объектов среды.

Интеллектуальные обучающиеся системы демонстрируют высокий потенциал в задачах управления движением. Последние достижения в этой области связаны с нейронными сетями глубокого обучения [26], которые успешно решают задачи классификации в системах технического зрения и управления. Вместе с тем следует отметить, что нейронные сети глубокого обучения требуют наличия больших объемов обучающих выборок и длительного обучения для достижения необходимой надежности. В связи с недостаточно высокой надежностью в системах управления нейронные сети, как правило, используются в сочетании с традиционными регуляторами.

Мультиагентные технологии [27] также часто применяются для построения систем группового управления мобильными роботами, так как они позволяют организовывать взаимодействие объектов в условиях возможных конфликтов, конкуренции, противодействия. Мультиагентные технологии в том или ином виде применяются при решении задач управления в неопределенных и конфликтных средах.

Эволюционные алгоритмы, хорошо зарекомендовавшие себя при решении задач многомерной оптимизации, в последнее время приобрели актуальность в решении задач группового управления мобильными роботами. Это связано с появлением систем группового управления, включающих в себя сотни и тысячи мобильных роботов.

Так, Министерство обороны США провело в 2015 году «бой» двух групп квадрокоптеров численностью 20 штук в каждой. В ходе эксперимента проведена отработка различных стратегий группового управления. В октябре 2016 года с трех истребителей F/A-18 осуществлен сброс 103 миниатюрных беспилотников Perdix, которые объединились в стаю, реализовали несколько конфигураций и произвели имитацию атаки на объект. В начале 2017 года в Китае состоялась демонстрация группы из тысячи квадрокоптеров Ghostdrone 2.0, которыми управлял один инженер. В больших группах роботов оптимизация движения с помощью эволюционных алгоритмов может демонстрировать высокую эффективность. Вместе с тем следует отметить, что эволюционные алгоритмы наиболее эффективны при наличии карты среды [1].

Для управления группами мобильных роботов большой размерности могут также применяться методы, использующие природные аналогии — стайные принципы управления, муравьиные и пчелиные алгоритмы, метод неустойчивых режимов. Применение таких подходов позволяет не задавать положение каждого робота группы при достижении цели.

Многочисленные результаты проведенных исследований указывают на эффективность гибридизации различных алгоритмов и методов в задачах планирования и управления движением роботов [1, 15–19]. В частности, в работе [1] показано, что гибридизация методов при решении задач планирования пути приводит к увеличению интегрального критерия качества до 50 %. В этой связи в данной статье разрабатываются гибридные алгоритмы управления движением в трехмерной среде в условиях неопределенности. Предлагается система планирования и управления движением, в которой присутствуют как реактивная составляющая [2], так и интеллектуальная. Эти две составляющие дополняют друг друга и позволяют функционировать в среде, априорная карта которой отсутствует.

Структура системы планирования и управления мобильного робота в неопределенной динамической среде представлена на рисунке 1 [1].

Блок планирования движения на основе навигационных данных  $(y, x)$  и данных о положении препятствий  $u_p$  формирует желаемую траекторию движения  $\psi_{tr}$ . Блок управления движением формирует вектор управления  $u$  исполнительными механизмами, которые воздействуют на мобильного робота.

Рассмотрим следующую задачу. Имеется трехмерная прямоугольная область, ограниченная координатами  $(L_1, L_2, L_3)$  (см. рисунок 2), содержащая точечные препятствия  $\Pi_i$ , расположение которых заранее неизвестно. Препятствия  $\Pi_i$  могут перемещаться с кусочно-постоянными скоростями.

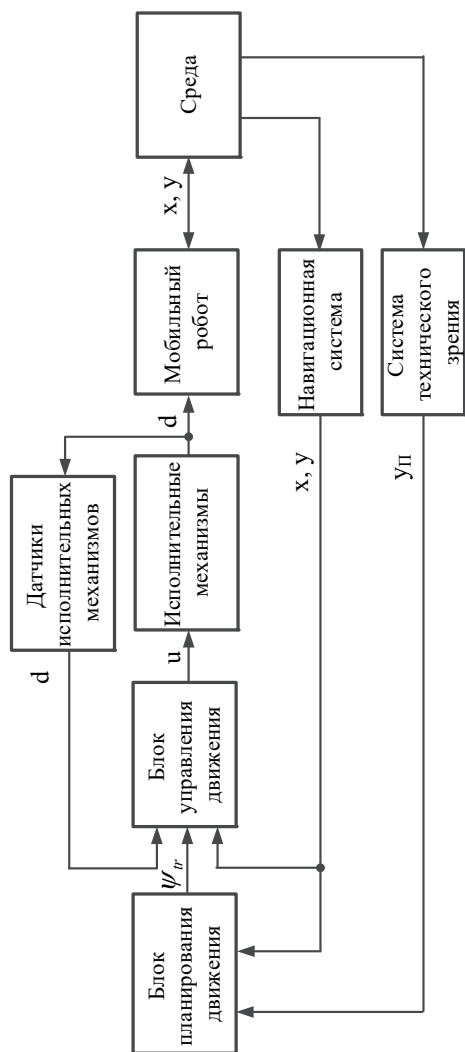


Рис. 1. Структура системы планирования и управления мобильным роботом

Математическая модель мобильного робота представлена уравнениями кинематики и динамики твердого тела [20]:

$$\dot{y}_i = R(y_i) x_i; \quad (1)$$

$$\dot{x}_i = M_i^{-1} (F_{ui} + F_{di}), \quad (2)$$

где  $y_i$  — вектор, определяющий положение  $i$ -го робота в неподвижных декартовых координатах;  $x_i$  — вектор скоростей в связанных с мобильным роботом координатах;  $R(y_i)$  — матрица, описывающая кинематику робота;  $M_i$  — матрица инерционных параметров;  $F_{ui}$  — вектор управления;  $F_{di}$  — вектор прочих сил и моментов, действующих на мобильного робота;  $i = \overline{1, N}$ ;  $N$  — число роботов в группе.

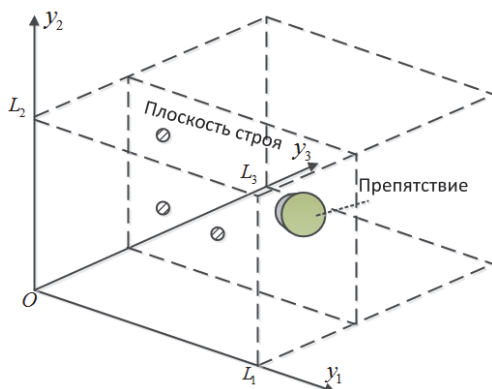


Рис. 2. Задача обследования области группой роботов

Мобильные роботы оснащены навигационной системой, которая определяет их положения в неподвижной системе координат. Роботы группы также оснащены системой технического зрения, которая определяет текущее положение препятствий и других объектов, и системой связи.

Группа из  $N$  мобильных роботов должна распределиться в плоскости строя (см. рисунок 2) таким образом, чтобы оптимизировать функционал, зависящий от расстояний между роботами, границами области и препятствиями  $\Omega(r_{ij})$ . При этом оптимизируемыми параметрами являются координаты  $y_{1i}$  и  $y_{2i}$  каждого робота группы. Кроме того, группа мобильных роботов должна перемещаться вдоль оси  $Oy_3$  с

заданной постоянной скоростью  $\dot{y}_{3i} = V_{II}$ ,  $V_{II} = const$ , одновременно удовлетворяя равенствам  $y_{3i} = y_{3j}$ ,  $i, j = \overline{1, N}$ .

Для решения поставленной задачи в данной статье рассматриваются следующие вопросы:

- предлагаются и исследуются алгоритмы автоматического распределения мобильных роботов в плоскости строя;
- предлагаются и исследуются два децентрализованных алгоритма планирования движения группы мобильных роботов в среде с нестационарными препятствиями.

**2. Распределение роботов в плоскости строя.** Рассматривается совокупность роботов и препятствий, обнаруженных системами технического зрения. Назовем такую совокупность обобщенной группой подвижных объектов.

Решение задачи распределения роботов в плоскости строя можно разделить на три основных этапа.

На первом этапе выделяются объекты (роботы или препятствия), находящиеся на минимальном расстоянии к границам прямоугольной области. В качестве указанных границ могут использоваться либо вершины прямоугольников, либо их ребра. Например, на рисунке 3 представлен вариант формирования дополнительных препятствий на основе координат объектов, находящихся наиболее близко к границам прямоугольной области. Эти объекты отмечены на рисунке 3 крестиками. При этом точки пересечения перпендикуляров от ближайших объектов до границ прямоугольной области также считаются объектами обобщенной группы (препятствиями). Таким образом, обобщенная группа включает в себя мобильные роботы, препятствия внутри прямоугольной области и дополнительные препятствия на границах области.

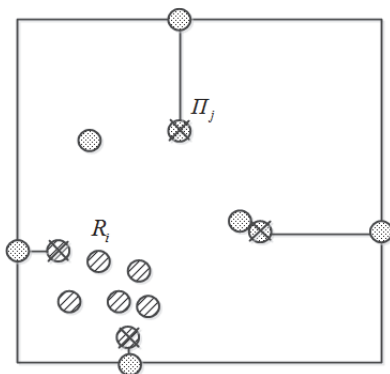


Рис. 3. Формирование препятствий на границах области

При использовании в качестве границ области функционирования вершин прямоугольника, выделение ближайших объектов не производится. В обобщенную группу подвижных объектов включаются четыре препятствия с координатами указанных вершин.

На втором этапе осуществляется кластеризация объектов обобщенной группы, включающей в себя роботов и препятствия. Для осуществления кластеризации используется механизм триангуляции. В частности, может быть использована триангуляция Делоне, обладающая известными преимуществами [21]. При триангуляции учитываются все объекты — и роботы, и препятствия. Результатом триангуляции для каждого робота  $R_i$ ,  $i = \overline{1, N}$  является множество  $\Omega_i$  объектов, с которыми  $i$ -й робот связан ребрами. Таким образом, в результате кластеризации формируется  $N$  подгрупп, включающих в себя роботов и препятствия. Данная операция позволяет выделить понятие «соседние объекты» на плоскости. Возможно использование и других способов кластеризации. Например, в [1] применено разделение на секторы пространства, окружающего мобильного робота. В этом случае для  $i$ -го робота «соседним объектом» в  $j$ -м секторе является объект, входящий в этот сектор и находящийся на минимальном расстоянии от него. Однако такой способ требует обоснованного выбора количества секторов, на которые разделяется окружающее робота пространство.

На рисунке 4 приведена графическая иллюстрация результатов триангуляции Делоне для группы из 5 роботов. Триангуляция осуществлена в среде Matlab. На рисунке 4 в качестве границ области использованы вершины прямоугольника, ограничивающего область функционирования группы роботов.

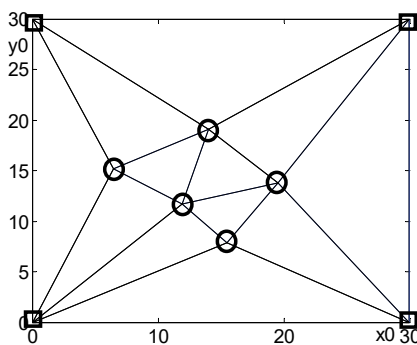


Рис. 4. Результат триангуляции Делоне

В результате кластеризации с использованием триангуляции Делоне формируется массив связей каждого робота с другими робота-



ми и препятствиями. Далее выполняется обработка и сортировка полученного массива связей, в ходе которой удаляются повторяющиеся элементы и все роботы сортируются в порядке возрастания их номеров. Результатом является матрица соседних объектов каждого мобильного робота группы. В ней по одному разу перечислены номера соседних объектов для данного робота в порядке возрастания. Данная матрица описывает  $i$ -й кластер группы роботов.

На основе указанной матрицы формируется функция, являющаяся суммой расстояний от  $i$ -го робота до всех соседних объектов:

$$S_i = \sum_{j=1}^{n_i} r_{ij} = \sum_{j=1}^{n_i} \left[ (y_{1i} - y_{1j})^2 + (y_{2i} - y_{2j})^2 \right], \quad (3)$$

где  $n_i$  — число соседних объектов для  $i$ -го робота, полученных в результате триангуляции Делоне;  $r_{ij}$  — расстояние от  $i$ -го робота до  $j$ -го объекта кластера.

На третьем этапе для нахождения требуемого положения  $i$ -го робота ставится задача оптимизировать полученную функцию (3), используя в качестве независимых переменных координаты  $y_{1i}$ ,  $y_{2i}$ . Так как функция (3) не имеет особенностей, то необходимые условия экстремума имеют вид:

$$\frac{\partial S_i}{\partial y_{1i}} = 2 \sum_{j=1}^{n_i} (y_{1i} - y_{1j}) = 0, \quad \frac{\partial S_i}{\partial y_{2i}} = 2 \sum_{j=1}^{n_i} (y_{2i} - y_{2j}) = 0. \quad (4)$$

Из уравнений (4) находятся оптимальные значения координат  $i$ -го робота в плоскости  $Oy_1y_2$ :

$$y_{1i}^* = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{1j}, \quad y_{2i}^* = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{2j}. \quad (5)$$

Выражения (5) определяют желаемые значения координат  $i$ -го робота в плоскости  $Oy_1y_2$  (см. рисунок 2) в ситуации, когда отсутствуют дополнительные препятствия, кроме границ области.

Выражения (5) дополняются желаемыми значениями углов ориентации  $i$ -го робота, которые зависят от конструктивных особенностей и размещения управляющих элементов [20].

Синтез алгоритмов управления нижнего уровня, обеспечивающих отработку желаемых значений координат и углов ориентации подвижного объекта, осуществляется на основе метода позиционно-

траекторного управления [1, 20], с помощью которого решается обратная задача динамики по определению сил и моментов, требуемых для реализации заданной траектории. Траектория мобильного робота задается в виде вектора, содержащего функции, определяющие требования к линейным и угловым координатам мобильного робота [1]:

$$\psi_{tr}^i = A_{1i}Y_i y_i + A_{2i}y_i + A_{3i} = 0, \quad (6)$$

где  $\psi_{tr}^i$  — вектор функций базовых координат робота, формируемых на основе желаемых траекторий движения;  $A_{ij}$  — матрицы постоянных коэффициентов, определяющие конкретные траектории. Размерность вектора  $\psi_{tr}^i$  равна  $\mu \times 1$ . Матрицы  $A_{1i}$ ,  $A_{2i}$  имеют размерность  $\mu \times 6$ , матрица  $A_{3i}$  имеет размерность  $\mu \times 1$ .

Матрица  $Y_i$  является диагональной, определяемой следующим выражением:

$$Y_i = \text{diag}([y_{1i} \ y_{2i} \ y_{3i} \ y_{4i} \ y_{5i} \ y_{6i}]).$$

Выражение (6) позволяет задавать движение  $i$ -го робота в точку, вдоль прямой линии или вдоль кривой второго порядка.

Выражение (6) дополняется требованиями к скорости движения группы роботов, которые в общем случае задаются в виде:

$$\dot{y}_{3i} = V_{II} - \lambda_V \frac{1}{n_i^*} \sum_{j=1}^{n_i^*} (y_{3i} - y_{3j}), \quad (7)$$

где разница положений  $y_{3i} - y_{3j}$  вычисляется только для мобильных роботов группы без учета препятствий,  $\lambda_V$  — постоянный коэффициент настройки;  $n_i^*$  — число роботов, входящих в кластер, полученный в результате триангуляции Делоне;  $V_{II}$  — заданная постоянная скорость движения плоскости строя.

В соответствии с выражением (7), если текущее положение  $i$ -го робота меньше среднего значения положений всех остальных объектов группы, то задание по скорости увеличивается. Если текущее положение  $i$ -го робота больше среднего значения положений всех остальных объектов группы, то задание по скорости уменьшается. При значении  $\lambda_V = 0$  роботы группы отрабатывают уставку по скорости  $V_{II}$  независимо друг от друга.

Требования (7) могут быть сформулированы в виде:

$$\psi_{ck}^i = A_{4i}x_i + A_{5i} + \lambda_V \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i^*} (y_{3i} - y_{3j}), \quad (8)$$

где матрица  $A_{4i}$  имеет размерность  $v \times 6$ , а матрица  $A_{5i}$  имеет размерность  $v \times 1$ .

**3. Гибридный алгоритм реконфигурации строя при движении.** Обход препятствий группой роботов осуществляется с использованием неустойчивых по расстоянию до препятствий режимов движения, впервые предложенных в [22] и развитых в [1]. Данный метод имеет сходство с методом потенциальных полей. Основное отличие метода неустойчивых режимов от метода искусственных потенциальных полей [23–25] заключается в следующем. Как известно, в методе потенциальных полей притягивающие (отталкивающие) силы являются функциями координат  $y$ :

$$F_{attr} = F_{attr}(y), \quad F_{rep} = F_{rep}(y),$$

где  $F_{attr}(y)$  — результирующая притягивающих сил;  $F_{rep}(y)$  — результирующая отталкивающих сил.

В предложенном в работах [1, 22] методе неустойчивых режимов притягивающие и отталкивающие силы являются функциями координат, скоростей и ускорений подвижного объекта и бифуркационного параметра  $\beta$ . Они формируются как решение дифференциального уравнения вида:

$$F_{ar}(y, \dot{y}, \ddot{y}, \beta) = 0,$$

где  $F_{ar}(y, \dot{y}, \ddot{y}, \beta)$  — функция, которая в зависимости от значения параметра  $\beta$  является притягивающей или отталкивающей силой.

Идея, предложенная в [1, 22], состоит в применении теоремы Ляпунова о неустойчивости для линейного дифференциального уравнения замкнутой системы управления относительно желаемой траектории  $\psi(y)$ :

$$\ddot{\psi} + T_1(\beta)\dot{\psi} + T_2(\beta)\psi = 0, \quad (9)$$

где  $T_1(\beta)$ ,  $T_2(\beta)$  — матрицы коэффициентов.

Если расстояния от мобильного робота до препятствий больше допустимого значения  $r_d$ , то есть:

$$r_{ij} > r_d, j = \overline{1, n_i}, \quad (10)$$

то бифуркационный параметр  $\beta$  принимается равным нулю, а матрицы  $T_1(\beta)$ ,  $T_2(\beta)$  положительно определенные. В этом случае решение  $\psi(y)=0$  уравнения (9) является асимптотически устойчивым.

Если одно из неравенств (10) нарушается, то бифуркационный параметр  $\beta$  отличен от нуля, а матрицы  $T_1(\beta)$ ,  $T_2(\beta)$  становятся отрицательно определенными. В этом случае положение равновесия  $\psi(y)=0$  является неустойчивым.

В работах [1, 22] бифуркационный параметр вычисляется в соответствии с выражением:

$$\beta_i = \sum_{j=1}^{n_i} \left[ |r_{ij} - r_d| - (r_{ij} - r_d) \right]. \quad (11)$$

В данной статье бифуркационный параметр вычисляется в соответствии с (11), однако предлагается комбинированный алгоритм, реализующийся структурой, представленной на рисунке 5.

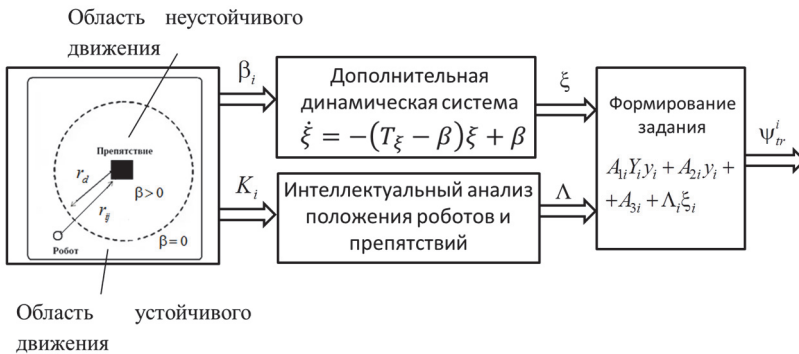


Рис. 5. Формирование траектории с учетом препятствия

Предлагаемый алгоритм состоит в последовательном выполнении следующих шагов.

Шаг 1. На основе данных, поступающих от системы технического зрения  $i$ -го робота, в соответствии с выражением (11) вычисляется бифуркационный параметр  $\beta_i$  и набор векторов  $K_i$ , связывающих

робота с ближайшими до него точками на обнаруженных препятствиях. Бифуркационный параметр  $\beta_i$  поступает на вход дифференциального уравнения вида:

$$\dot{\xi}_i = -(T_{\xi_i} - I\beta_i)\xi_i + \beta_i I, \quad (12)$$

где  $\xi_i$  — вектор дополнительных переменных;  $T_{\xi_i}$  — положительно определенная матрица.

Из (12) следует, что при попадании  $i$ -го робота в область препятствия параметр  $\beta_i$  начинает расти. При выполнении условия  $T_{\xi_i} < \beta_i$  решение уравнения (12) становится неустойчивым, поэтому вектор  $\xi_i$  экспоненциально нарастает.

Шаг 2. Формируется матрица  $\Lambda_i$  алгоритмом, задающим направление обхода препятствия. Данный алгоритм анализирует расположение соседних объектов в кластере и ранжирует координаты роботов и препятствий по оси  $OY_1$  и оси  $OY_2$ . Для  $i$ -го робота рассматриваются расстояния до  $i-1$ -го и  $i+1$ -го объектов. Если расстояние между  $i$ -м и  $i-1$ -м объектами меньше, чем расстояние между  $i$ -м и  $i+1$ -м объектами, то принимается решение обходить препятствие так, чтобы соответствующая координата увеличивалась. Пусть, например, алгоритм верхнего уровня определил, что требуется осуществить облет препятствия в сторону увеличения координаты  $y_{1i}$  и уменьшения координаты  $y_{2i}$ . Тогда  $\Lambda_i(1,1) = 1$ ,  $\Lambda_i(2,2) = -1$ .

Шаг 3. Вычисляется траекторная ошибка системы управления робота на основе выражения:

$$\psi_{tr}^i = A_{1i}Y_i + A_{2i}y_i + A_{3i} + \Lambda_i\xi_i. \quad (13)$$

Шаг 4. Траекторная ошибка (13) передается в систему управления движением мобильного робота.

Отметим, что задающий сигнал (13) обрабатывается системой управления  $i$ -го подвижного объекта в устойчивом режиме. Иными словами, неустойчивый режим реализуется на уровне планирования.

**4. Негибридный алгоритм реконфигурации строя при движении.** Рассмотрим аналитический алгоритм, не требующий эвристического анализа при определении направления обхода препятствий, а базирующийся только на неустойчивых режимах. Данный алгоритм состоит из последовательного выполнения шагов (1)-(4), описанных в пункте 3, однако он отличается способом расчета бифуркационных параметров  $\beta_i$  и дополнительных переменных  $\xi_i$ .

Для каждой линейной координаты, требования к которой определяются вектором (6), вводится два дополнительных бифуркационных параметра, которые вычисляются в соответствии с выражениями:

$$\beta_i^{xa} = |r_i^{xa} - r_d| - (r_i^{xa} - r_d), \quad \beta_i^{xb} = |r_i^{xb} - r_d| - (r_i^{xb} - r_d); \quad (14)$$

$$\beta_i^{ya} = |r_i^{ya} - r_d| - (r_i^{ya} - r_d), \quad \beta_i^{yb} = |r_i^{yb} - r_d| - (r_i^{yb} - r_d); \quad (15)$$

$$\beta_i^{za} = |r_i^{za} - r_d| - (r_i^{za} - r_d), \quad \beta_i^{zb} = |r_i^{zb} - r_d| - (r_i^{zb} - r_d), \quad (16)$$

где  $r_i^{xa}, r_i^{xb}, r_i^{ya}, r_i^{yb}, r_i^{za}, r_i^{zb}$  — показания датчиков расстояния до препятствий по соответствующим координатам.

На основании бифуркационных параметров (14), (15), (16) вычисляются векторы дополнительных переменных как решения следующих дифференциальных уравнений:

$$\dot{\xi}_i^{xa} = -(T_{\xi_i} - I\beta_i^{xa})\xi_i^{xa} + \beta_i^{xa}I, \quad \dot{\xi}_i^{xb} = -(T_{\xi_i} - I\beta_i^{xb})\xi_i^{xb} + \beta_i^{xb}I; \quad (17)$$

$$\dot{\xi}_i^{ya} = -(T_{\xi_i} - I\beta_i^{ya})\xi_i^{ya} + \beta_i^{ya}I, \quad \dot{\xi}_i^{yb} = -(T_{\xi_i} - I\beta_i^{yb})\xi_i^{yb} + \beta_i^{yb}I; \quad (18)$$

$$\dot{\xi}_i^{Vza} = -(T_{\xi_i} - I\beta_i^{za})\xi_i^{Vza} + \beta_i^{za}I, \quad \dot{\xi}_i^{Vzb} = -(T_{\xi_i} - I\beta_i^{zb})\xi_i^{Vzb} + \beta_i^{zb}I. \quad (19)$$

Пусть требования (6), (8) сформированы в виде:

$$\psi_{tr}^i = A_{2i}y_i + A_{3i} + \begin{bmatrix} \xi_i^{xb} - \xi_i^{xa} & \xi_i^{yb} - \xi_i^{ya} & 0_{\mu-2} \end{bmatrix}^T, \quad (20)$$

$$\psi_{ck}^i = A_{4i}x_i + A_{5i} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \xi_i^{Vzb} - \xi_i^{Vza} & 0_{v-3} \end{bmatrix}^T. \quad (21)$$

При этом требования к скоростям дополнительно ограничиваются в соответствии с характеристиками подвижного объекта.

Для нахождения вектора управлений  $F_{ui}$  используется метод обратных задач динамики, в соответствии с которым требуется, чтобы переменные (20), (21) удовлетворяли уравнениям:

$$\ddot{\psi}_{tr}^i + T_2\dot{\psi}_{tr}^i + T_1\psi_{tr}^i = 0; \quad (22)$$

$$\dot{\psi}_{ck}^i + T_3\psi_{ck}^i = 0, \quad (23)$$

находится вектор  $F_{ui}$ .

Анализ устойчивости замкнутой системы проводится с использованием следующей функции Ляпунова:

$$V_i = \frac{1}{2} \psi_{ck}^{iT} \psi_{ck}^i + \psi_{tr}^{iT} T_1 \psi_{tr}^i + \frac{1}{2} \dot{\psi}_{tr}^{iT} \dot{\psi}_{tr}^i + \frac{1}{2} (\dot{\psi}_{tr}^i + T_2 \psi_{tr}^i)^T (\dot{\psi}_{tr}^i + T_2 \psi_{tr}^i). \quad (24)$$

Производная от выражения (24), вычисленная в силу уравнений замкнутой системы (22), (23), равна:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -\psi_{ck}^{iT} T_3 \psi_{ck}^i + 2\psi_{tr}^{iT} T_1 \dot{\psi}_{tr}^i + \dot{\psi}_{tr}^{iT} (-T_1 \psi_{tr}^i - T_2 \dot{\psi}_{tr}^i) + \\ &+ (\dot{\psi}_{tr}^i + T_2 \psi_{tr}^i)^T (-T_1 \psi_{tr}^i - T_2 \dot{\psi}_{tr}^i + T_2 \dot{\psi}_{tr}^i) = \\ &= -\psi_{ck}^{iT} T_3 \psi_{ck}^i - \psi_{tr}^{iT} T_1 T_2 \psi_{tr}^i - \dot{\psi}_{tr}^{iT} T_2 \dot{\psi}_{tr}^i. \end{aligned} \quad (25)$$

Из выражений (24), (25) следует, что:

$$\psi_{ck}^i \rightarrow 0, \quad \psi_{tr}^i \rightarrow 0.$$

Учитывая (20), (21), получаем в установившемся режиме:

$$\begin{aligned} A_{2i} y_i &= -A_{3i} - \begin{bmatrix} \xi_i^{xb} - \xi_i^{xa} & \xi_i^{yb} - \xi_i^{ya} & 0_{\mu-2} \end{bmatrix}^T, \\ A_{4i} x_i &= -A_{5i} - \begin{bmatrix} 00 & \xi_i^{Vzb} - \xi_i^{Vza} & 0_{v-3} \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

Тогда в области, ограниченной неравенствами:

$$r_i^{xa} > r_d, \quad r_i^{xb} > r_d, \quad r_i^{ya} > r_d, \quad r_i^{yb} > r_d, \quad r_i^{za} > r_d, \quad r_i^{zb} > r_d, \quad (26)$$

установившийся режим определяется выражениями:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_i &= -A_{2i}^{-1} A_{3i}, \\ \tilde{x}_i &= -A_{4i}^{-1} A_{5i}. \end{aligned}$$

Вне области, определенной неравенствами (26), установившийся режим достигается при условиях:

$$\xi_i^{xb} = \xi_i^{xa} = \xi_i^x, \quad \xi_i^{yb} = \xi_i^{ya} = \xi_i^y, \quad \xi_i^{Vzb} = \xi_i^{Vza} = \xi_i^{Vz}. \quad (27)$$

Дифференцируя равенства (27), с учетом выражений (17)-(19), получаем:

$$\beta_i^{xa} = \beta_i^{xb}, \quad \beta_i^{ya} = \beta_i^{yb}, \quad \beta_i^{za} = \beta_i^{zb}. \quad (28)$$

Таким образом, в замкнутой системе управления установившийся режим по координатам и скоростям робота группы достигается как при устойчивых решениях дифференциальных уравнений (17)–(19), так и при неустойчивых решениях указанных уравнений. При одинаковых параметрах  $T_{\xi j}$  уравнений (17)–(19) условия (28) приводят к тому, что роботы распределяются равномерно в заданной области. Задавая различные параметры  $T_{\xi j}$  можно изменять установившиеся значения положений роботов группы.

**5. Результаты численных исследований и эксперимента.** В качестве примера рассмотрим систему управления группой роботов, состоящих из пяти однотипных гексакоптеров. Масса гексакоптера составляет 1.08 кг, его диаметр 0,55 м; масса полезной нагрузки до 2.7 кг. При стандартном аккумуляторе гексакоптер позволяет летать до 20 минут с максимальной скоростью до 4 м/с. Количество гексакоптеров выбрано из соображений достаточного их количества для демонстрации алгоритмов, с учетом имеющихся вычислительных мощностей.

Модель гексакоптера (1), (2) описывается следующими матрицами и параметрами (индекс  $i$  для упрощения выражений опущен):

$$A_{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\cos \gamma}{\cos \theta} & -\frac{\sin \gamma}{\cos \theta} \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \\ 1 & -\operatorname{tg} \theta \cos \gamma & \operatorname{tg} \theta \sin \gamma \end{bmatrix};$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \vartheta & -\cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma + \sin \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \gamma & \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma \\ -\sin \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma \end{bmatrix};$$

$$m = 3.2 \text{ kg}, J_x = J_z = 0.032 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_y = 0.062 \text{ kg} \cdot \text{m}^2;$$

$$M = \operatorname{diag} \left( \left[ m, m, m, J_x, J_y, J_z \right] \right);$$



$$F_d = \begin{bmatrix} m(-g \sin \vartheta - \omega_y V_z + \omega_z V_y) \\ m(-g \cos \vartheta \cos \gamma - \omega_z V_x + \omega_x V_z) \\ m(g \cos \vartheta \sin \gamma - \omega_x V_y + \omega_y V_x) \\ -(J_z - J_y) \omega_y \omega_z \\ -(J_x - J_z) \omega_x \omega_z \\ -(J_y - J_x) \omega_y \omega_x \end{bmatrix};$$

$$F_{ui} = \begin{bmatrix} 0000 \\ 1000 \\ 0000 \\ 0100 \\ 0010 \\ 0001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_y \\ N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix},$$

где  $P_y$ ,  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_z$  — тяга и моменты, создаваемые винтами.

На рисунках 6–8 представлены результаты моделирования при движении группы с неподвижным препятствием, расположенным в точке  $y_p = [16; 14; 15; 0; 0; 0]^T$ . На рисунке 6 представлены траектории группы подвижных объектов в трехмерном пространстве со сферическим препятствием, а на рисунке 7 их проекции в плоскости  $Ox_0y_0$ .

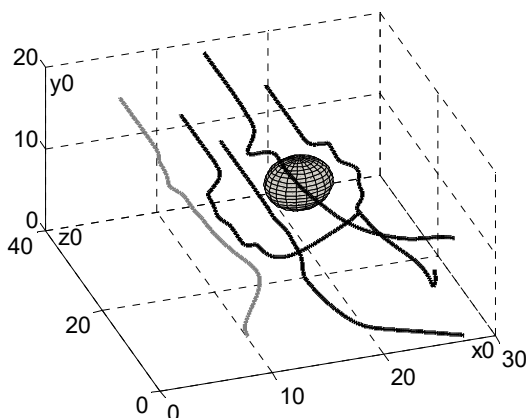


Рис. 6. Траектории движения группы в области с неподвижным препятствием

Моделирование проводилось при следующих параметрах: размер области  $La=30$  м; безопасное расстояние 3 м,  $T_{\xi_i} = 3$ .

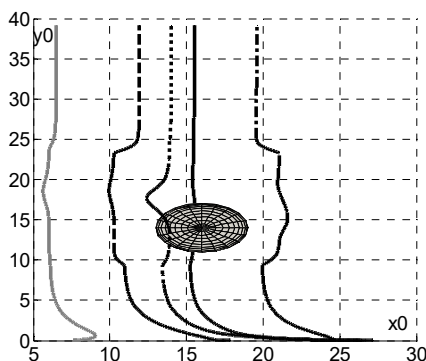


Рис. 7. Проекция траекторий движения группы в области с неподвижным препятствием

На рисунке 8 представлены переменные  $\xi_i$ , обеспечивающие неустойчивый режим движения, и распределение группы подвижных объектов на плоскости  $Oy_1y_2$  в конечный момент времени  $t = 30$  с.

В начальный период времени группа, включающая пять гексакоптеров, и четыре препятствия с координатами  $(0, 0)$ ,  $(La, 0)$ ,  $(La, La)$  и  $(0, La)$ , с помощью триanguляции Делоне осуществляет кластеризацию на подгруппы. Система планирования движения каждого гексакоптера группы определяет свое место на плоскости  $Oy_1y_2$ , одновременно двигаясь с заданной скоростью  $V_n$  вдоль оси  $Oy_3$ .

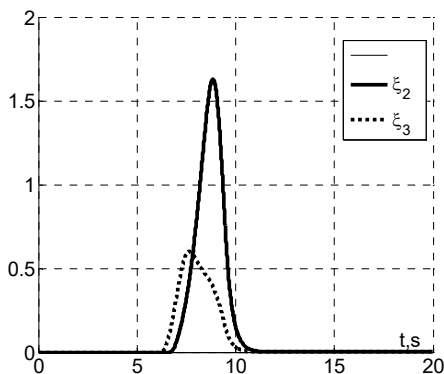


Рис. 8. Дополнительные переменные  $\xi_i$  группы подвижных объектов

Приблизительно в момент времени  $t = 5$  с группа обнаруживает препятствие, в результате чего оно учитывается при распределении на плоскости  $Oy_1y_2$ , и группа начинает перестроение. При перестроении второй подвижный объект приближается к препятствию на расстояние около 3,3 метра, поэтому у него включается неустойчивый режим, корректирующий уставки по положению. В этой связи группа продолжает перестроение. После облета препятствия, приблизительно в момент времени  $t = 11$  с, группа выходит из неустойчивого режима, и в момент времени  $t = 12$  с препятствие уже не учитывается при формировании строя. Группа гексакоптеров снова перестраивается и продолжает прямолинейное движение.

Результаты моделирования группы гексакоптеров в симуляторе при движении в среде с несколькими подвижными препятствиями представлены на рисунках 9 и 10.

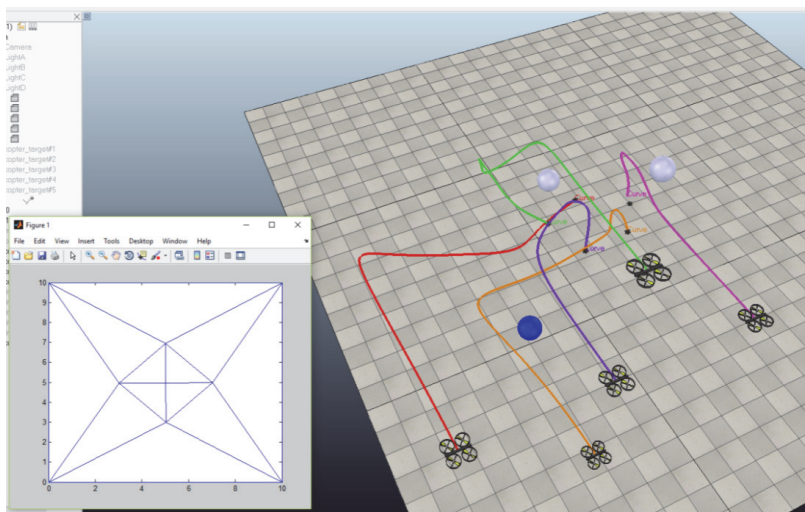


Рис. 9. Полет группы квадрокоптеров в среде с тремя нестационарными препятствиями, вид в плоскости  $OY_1Y_3$

Как видно из рисунка 9, группа успешно осуществляет облет подвижных препятствий, которые отмечены тремя сферами. При этом группа после облета препятствий восстанавливает структуру, сформированную до обнаружения препятствий.

Количественная оценка системы группового управления по результатам численного моделирования осуществляется по минимальному расстоянию до препятствия и СКО отработки скорости при движении группы. Численные оценки указанных параметров представлены в таблице 1.

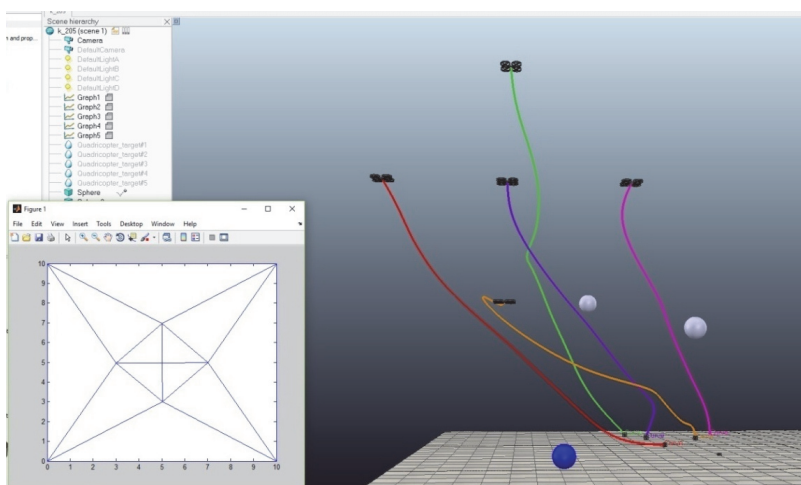


Рис. 10. Полет группы гексакоптеров в среде с тремя нестационарными препятствиями, вид в плоскости  $OY_1Y_2$

Оценка требуемых вычислительных ресурсов осуществлялась путем сравнительного моделирования предлагаемых алгоритмов с методами, базирующимися на виртуальных полях и на использовании нейронных сетей. Результаты представлены в таблице 2. Моделирование проводилось в системе Matlab на ЭВМ с процессором Icore 7. С точки зрения вычислительных затрат, предлагаемые алгоритмы показали высокую эффективность.

Таблица 1. Численные оценки качества системы управления

Параметр	R1	R2	R3	R4	R5
Минимальное расстояние до препятствия, м	8,4	3,3	10,0	5,5	4,5
СКО по скорости, м/с	0.07	0.12	0.15	0.18	0.21

Таблица 2. Время выполнения алгоритмов управления

Метод	Виртуальные поля	Нейронные сети	Неустойчивые режимы
Время выполнения, мс	0,4	1,2	0,4

Экспериментальные исследования проводились с использованием гексакоптера, оснащенного полетным контроллером Pixhawk 2.4.8, спутниковой навигационной системой GPS RadioLink M8N SE100 с компасом, оптическим модулем PX4FLOW, бортовым вычислителем с процессором Intel Atom® x5-Z8350, стереокамерой ELP-960P2CAM-V90 с углом обзора 90 градусов. Заявленное СКО навигационной системы 2,5 м по положе-

нию, 0,1 м/с по скорости. В ходе экспериментов использовано два гексакоптера на полигоне с шириной и высотой 30 м. В целях безопасности неподвижное препятствие симулировалось программно. Результаты экспериментального полета представлены на рисунке 11, на котором построены графики, полученные в результате моделирования (серая линия) и записанные с навигационных систем гексакоптеров (черная линия).

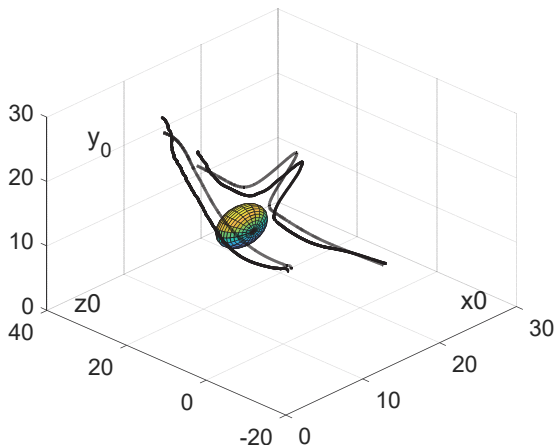


Рис. 11. Экспериментальные и моделируемые траектории

По результатам 8 полетов СКО экспериментальных траекторий от моделируемых составило около 2,0 м. Минимальное расстояние до препятствия составило 4,0 м.

**6. Заключение.** В статье предложены алгоритмы децентрализованного планирования движения группы мобильных роботов в среде с препятствиями. Разработаны алгоритмы распределения роботов на плоскости, не требующие предварительного задания их координат, основанные на триангуляции Делоне. Мобильные роботы вычисляют свое расположение таким образом, чтобы оптимизировать сумму расстояний между объектами в кластере. Скорость каждого мобильного робота формируется на основе заданной скорости движения группы и текущего положения объектов в кластере. Для обхода препятствий предложены децентрализованные алгоритмы планирования движения, включающие в себя три уровня. На верхнем уровне производится учет обнаруженного препятствия при кластеризации группы на основе триангуляции Делоне. На среднем уровне осуществляется анализ текущей обстановки в кластере и определяется наиболее безопасное направление обхода препятствия. На нижнем уровне при попадании мобильного робота в область препятствия формируются неустойчивые компоненты, корректирующие сфор-

мированные ранее уставки. Указанные алгоритмы планирования движения могут применяться как совместно, так и по отдельности. При этом алгоритмы верхнего уровня функционируют на основе информации о координатах мобильных роботов, границах области функционирования и координатах препятствий. Алгоритмы среднего и нижнего уровня требуют информацию только о расстоянии между соседними объектами в кластере и не требуют картографирования. В результате численных и натурных экспериментов получены следующие усредненные оценки: минимальное расстояние до препятствия — 3,3 м (моделирование) и 4,0 м (эксперимент); СКО экспериментальных траекторий от моделируемых составило около 2,0 м. Учитывая, что погрешности навигационной системы составляют 2,5 м, можно сделать вывод о хорошем совпадении экспериментальных данных с результатами численного моделирования.

### Литература

1. *Pshikhopov V.Kh. et al. Path Planning for Vehicles Operating in Uncertain 2D Environments* // Butterworth-Heinemann: Elsevier. 2017. 312 p.
2. *Yang L. et al. Survey of Robot 3D Path Planning Algorithms* // Journal of Control Science and Engineering. 2016. vol. 2016. 22 p.
3. *LaValle S. Planning Algorithms* // Cambridge University Press. 2006. 842 p.
4. *Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов* // М.: ФИЗМАТЛИТ. 2009. 280 с.
5. *Макаров И.М. и др. Модели и алгоритмы планирования действий и распределения заданий в мультиагентных робототехнических системах* // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 5. С. 44–50.
6. *Mac T.T., Copot C., Tran D.T., De Keyser R. Heuristic approaches in robot path planning: a survey* // Robotics and Autonomous Systems. 2016. vol. 86. pp. 13–28.
7. *Jha A.K. Intelligent Control and Path Planning of Multiple Mobile Robots Using Hybrid Ai Techniques* // PhD thesis. 2016. 213 p.
8. *Лохин В.М. и др. Механизмы интеллектуальных обратных связей, обработки знаний и самообучения в системах управления автономными роботами и мультиагентными робототехническими группировками* // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 8. С. 545–555.
9. *Каляев И.А., Капустян С.Г. Проблемы группового управления роботами* // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 6. С. 33–40.
10. *Duan H., Qiao P. Pigeon-inspired optimization: A new swarm intelligence optimizer for air robot path planning* // International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics. 2014. vol. 7(1). pp. 24–37.
11. *Schulman J. et al. Motion planning with sequential convex optimization and convex collision checking* // International Journal of Robotics Research. 2014. vol. 33(9). pp. 1251–1270.
12. *Montiel O., Orozco-Rosas U., Sepúlveda R. Path planning for mobile robots using Bacterial Potential Field for avoiding static and dynamic obstacles* // Expert Systems with Applications. 2015. vol. 42(12). pp. 5177–5191.
13. *Архипкин А.В. и др. Задачи группового управления роботами в робототехническом комплексе пожаротушения* // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 2(45). С. 116–129.
14. *Пицхопов В.Х., Медведев М.Ю. Децентрализованное управление группой однородных подвижных объектов в двумерной среде с препятствиями* // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Том 17. № 5. С. 346–353.

15. *Liu Z. et al.* Distributed sampled-data control of nonholonomic multi-robot systems with proximity networks // *Automatica*. 2017. vol. 77. pp. 170–179.
16. *Chetty R.M.K., Singaperumal M., Nagarajan T., Tetsunari I.* Coordination control of wheeled mobile robots – A hybrid approach // *International Journal of Computer Applications in Technology*. 2011. vol. 41(3-4). pp. 195–204.
17. *Williams R.K., Sukhatme G.S.* Constrained interaction and coordination in proximity-limited multiagent systems // *IEEE Transactions on Robotics*. 2013. vol. 29(4). pp. 930–944.
18. *Макаров И.М. и др.* Смешанные стратегии группового управления в многоагентных робототехнических системах // *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2012. № 3(128). С. 8–13.
19. *Белоглазов Д.А. и др.* Интеллектуальные технологии планирования перемещений подвижных объектов в трехмерных недетерминированных средах / под ред. В.Х. Пшихопова // М.: Наука. 2017. 232 с.
20. *Pshikhovop V. et al.* Mathematical model of robot on base of airship // *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*. 2013. pp. 959–964.
21. *Mulzer W., Rote G.* Minimum-weight triangulation is NP-hard // *Proc. of 22nd Annual Symposium on Computational Geometry*. 2006. pp. 1–10.
22. *Pshikhovop V.Kh., Ali A.S.* Hybrid motion control of a mobile robot in dynamic environments // *Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics*. 2011. pp. 540–545.
23. *Khatib O.* Real-Time Obstacles Avoidance for Manipulators and Mobile Robots // *Int. Journal of Robotics Research*. 1986. vol. 5(1). pp. 90–98.
24. *Bounini F., Gingras D., Pollart H., Gruyer D.* Modified Artificial Potential Field Method for Online Path Planning Applications // *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*. 2017. pp. 1–7.
25. *Платонов А.К., Карпов И.И., Кирильченко А.А.* Метод потенциалов в задаче прокладки трассы // М.: Препринт Института прикладной математики АН СССР. 1974. 27 с.
26. *LeCun Ya., Yoshua B., Geoffrey H.* Deep learning // *Nature*. 2015. vol. 521. pp. 436–444.
27. *Городецкий В.И., Скобелев П.О.* Многоагентные технологии для промышленных приложений: реальность и перспектива // *Труды СПИИРАН*. 2017. Вып. 6(55). С. 11–45.

**Пшихопов Вячеслав Хасанович** — д-р техн. наук, профессор, директор научно-исследовательского института робототехники и процессов управления, Южный федеральный университет (ЮФУ). Область научных интересов: управление подвижными объектами в условиях неопределенности, методы оптимального управления роботами, анализ и синтез систем группового управления роботами, интеллектуальное управление и планирование в робототехнических системах. Число научных публикаций — 250. pshichop@rambler.ru, <https://sfedu.ru/person/vhpshichop>; ул. Шевченко, 2, Таганрог, 347922; р.т.: +7(8634)371-694, Факс: +7(8634)681-894.

**Медведев Михаил Юрьевич** — д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры электротехники и мехатроники, Южный федеральный университет (ЮФУ). Область научных интересов: адаптивное и робастное управление подвижными объектами, оценивание, методы анализа и синтеза систем управления. Число научных публикаций — 210. medvmihal@gmail.com, <https://sfedu.ru/person/medvmihal>; ул. Шевченко, 2, Таганрог, 347922; р.т.: +7(8634)371-694, Факс: +7(8634)681-894.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при поддержке РНФ (грант 16-19-00001). Раздел 4 выполнен при поддержке РФФИ (грант 16-08-00013).

V.KH. PSHIKHOPOV, M.YU. MEDVEDEV  
**GROUP CONTROL OF AUTONOMOUS ROBOTS MOTION IN  
UNCERTAIN ENVIRONMENT VIA UNSTABLE MODES**

*Pshikhopov V.Kh., Medvedev M.Yu. Group Control of Autonomous Robots Motion in Uncertain Environment via Unstable Modes.*

**Abstract.** The paper is devoted to the methods and algorithms of group control, providing a consistent movement of a moving objects group in a partially uncertain three-dimensional environment with obstacles. The uncertainty of the environment is a priori unknown moving obstacles. Mobile robots of the group should create a formation in a given rectangular area in the plane. The robots formation must move in the given direction. The problem solution is carried out by using algorithms based on unstable modes. The unstable modes allow to transform obstacles into repellers. The proposed algorithms can be implemented decentralized. Two algorithms options for group control are analyzed in the paper. Also a numerical simulation of a hexacopters group in an uncertain environment with obstacles is performed. The developed algorithms are used in the control system of mobile robots in their group locomotion in an uncertain 3-d environment. A group of mobile robots should be self-organized into a structure that does not require a preliminary assignment of the place of each robot. The group of robots can adjust the formation at occurrence of obstacles.

**Keywords:** group control, uncertain environment, unstable mode, motion control.

**Pshikhopov Viacheslav Khasanovich** — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of research and development institute of robotics and control systems, Southern Federal University (SFedU). Research interests: control of mobile robots in uncertain environment, optimal control of robots, analysis and synthesis of collective robots control, intelligent control and planning in the robotics. The number of publications — 250. pshichop@rambler.ru, <https://sfedu.ru/person/vhpshichop>; 2, Shevchenko str., Taganrog, 347922, Russia; office phone: +7(8634)371-694, Fax: +7(8634)681-894.

**Medvedev Mikhail Yurievich** — Ph.D., Dr. Sci., associate professor, professor of electrical sciences and mechatronics department, Southern Federal University (SFedU). Research interests: adaptive and robust control of mobile robots, estimation, analysis and synthesis attitudes of control systems. The number of publications — 210. medvmihal@gmail.com, <https://sfedu.ru/person/medvmihal>; 2, Shevchenko str., Taganrog, 347922, Russia; office phone: +7(8634)371-694, Fax: +7(8634)681-894.

**Acknowledgements.** This research is supported by Russian Science Foundation (grant 16-19-00001). Section 4 is supported by Russian Foundation for Basic Research (grant 16-08-00013).

## References

1. Pshikhopov V.Kh. et al. Path Planning for Vehicles Operating in Uncertain 2D Environments. Butterworth-Heinemann: Elsevier. 2017. 312 p.
2. Yang L. et al. Survey of Robot 3D Path Planning Algorithms. *Journal of Control Science and Engineering*. 2016. vol. 2016. 22 p.
3. LaValle S. Planning Algorithms. Cambridge University Press. 2006. 842 p.
4. Kaliaev I.A., Gaiduk A.R., Kapustyan S.G. *Modeli i algoritmy kolektivnogo upravleniya v gruppah robotov* [Models and algorithms of collective control in groups of robots]. M.: FIZMATLIT. 2009. 280 p. (In Russ.).



5. Makarov I.M. et al. [Action Planning and Tasks Distribution Models and Algorithms for Multiagent Robotic Systems]. *Mekatronika, avtomatizacija, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2012. vol. 5. pp. 44–50. (In Russ.).
6. Mac T.T., Copot C., Tran D.T., De Keyser R. Heuristic approaches in robot path planning: a survey. *Robotics and Autonomous Systems*. 2016. vol. 86. pp. 13–28.
7. Jha A.K. Intelligent Control and Path Planning of Multiple Mobile Robots Using Hybrid Ai Techniques. PhD thesis. 2016. 213 p.
8. Lokhin V.M. et al. [Intelligent Feedback, Knowledge Processing and Self Learning in the Control Systems of the Autonomous Robots and Multi-Agent Robotic Groups]. *Mekatronika, avtomatizacija, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2015. Issue 16. vol. 8. pp. 545–555. (In Russ.).
9. Kaliaeov I.A., Kapustjan S.G. [Problems of Group Control by Robots]. *Mekatronika, avtomatizacija, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2009. vol. 6. pp. 33–40. (In Russ.).
10. Duan H., Qiao P. Pigeon-inspired optimization: A new swarm intelligence optimizer for air robot path planning. *International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics*. 2014. vol. 7(1). pp. 24–37.
11. Schulman J. et al. Motion planning with sequential convex optimization and convex collision checking. *International Journal of Robotics Research*. 2014. vol. 33(9). pp. 1251–1270.
12. Montiel O., Orozco-Rosas U., Sepúlveda R. Path planning for mobile robots using Bacterial Potential Field for avoiding static and dynamic obstacles. *Expert Systems with Applications*. 2015. vol. 42(12). pp. 5177–5191.
13. Petrov V.F. et al. [Problems of Group Control of Robots in the Robotic Complex of Fire Extinguishing]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 2(45). pp. 116–129. (In Russ.).
14. Pshikhopov V.Kh., Medvedev M.Yu. [Decentralized Control of a Group of Similar Objects Moving in a Two-Dimensional Environment with Obstacles]. *Mekatronika, avtomatizacija, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2016. Issue 17. vol. 5. pp. 346–353. (In Russ.).
15. Liu Z. et al. Distributed sampled-data control of nonholonomic multi-robot systems with proximity networks. *Automatica*. 2017. vol. 77. pp. 170–179.
16. Chetty R.M.K., Singaperumal M., Nagarajan T., Tetsunari I. Coordination control of wheeled mobile robots – A hybrid approach. *International Journal of Computer Applications in Technology*. 2011. vol. 41(3-4). pp. 195–204.
17. Williams R.K., Sukhatme G.S. Constrained interaction and coordination in proximity-limited multiagent systems. *IEEE Transactions on Robotics*. 2013. vol. 29(4). pp. 930–944.
18. Makarov I.M. et al. [The mixed strategy of group control in multi-robotics systems]. *Izvestija JuFU. Tehnicheskie nauki – Izvestiya SFEDU. Engineering Sciences*. 2012. vol. 3(128). pp. 8–13. (In Russ.).
19. Beloglazov D.A. et al. *Intellektual'nye tehnologii planirovanija peremeshhenij podvizhnykh ob'ektov v trekhmernykh nedeterminirovannykh sredah. Pod red. V.H. Pshihopova* [Intelligent attitudes of mobile objects locomotion planning in 3-D uncertain environment. Edited by pod red. V.H. Pshihopov]. Moscow. Nauka. 2017. 232 p. (In Russ.).
20. Pshikhopov V. et al. Mathematical model of robot on base of airship. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control. 2013. pp. 959–964.
21. Mulzer W., Rote G. Minimum-weight triangulation is NP-hard. Proc. of 22nd Annual Symposium on Computational Geometry. 2006. pp. 1–10.

22. Pshikhopov V.Kh., Ali A.S. Hybrid motion control of a mobile robot in dynamic environments. *Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics*. 2011. pp. 540–545.
23. Khatib O. Real-Time Obstacles Avoidance for Manipulators and Mobile Robots. *Int. Journal of Robotics Research*. 1986. vol. 5(1). pp. 90–98.
24. Bounini F., Gingras D., Pollart H., Gruyer D. Modified Artificial Potential Field Method for Online Path Planning Applications. *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*. 2017. pp. 1–7.
25. Platonov A.K., Karpov I.I., Kiril'chenko A.A. *Metod potencialov v zadache prokladki trassy* [Potential field attitude in the problem of path finding]. Moscow. Institute of Applied Mathematics. Academy of Science USSR. 1974. 27 p. (In Russ.).
26. LeCun Ya., Yoshua B., Geoffrey H. Deep learning. *Nature*. 2015. vol. 521. pp. 436–444.
27. Gorodetsky V.I., Skobelev P.O. [Industrial Applications of Multi-agent Technology: Reality and Perspectives]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2017. vol. 6(55). pp. 11–45. (In Russ.).