

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»
(ННГУ)

Институт информационных технологий, математики и механики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

на тему:

**«Постфиксная форма записи арифметических
выражений»**

Выполнил: студент группы 3822Б1ФИ2

_____/Табунов А. И./
Подпись

Проверил: к.т.н, доцент каф. ВВиСП

_____/Кустикова В.Д./
Подпись

Нижний Новгород
2023

Содержание

Введение.....	3
1 Постановка задачи.....	4
2 Руководство пользователя.....	5
2.1 Приложение для демонстрации работы стека.....	5
2.2 Приложение для демонстрации работы перевода арифметического выражения в постфиксную запись.....	6
3 Руководство программиста	7
3.1 Описание алгоритмов	7
3.1.1 Стек.....	7
3.1.2 Арифметическое выражение.....	8
3.2 Описание программной реализации	11
3.2.1 Описание класса TStack.....	11
3.2.2 Описание класса Expression	13
Заключение	16
Литература	17
Приложения	18
Приложение А. Реализация класса TStack	18
Приложение Б. Реализация класса Expression.....	19

Введение

Лабораторная работа направлена на изучение алгоритма преобразования математических выражений из инфиксной записи в постфиксную (обратную польскую) запись. Инфиксная запись — это традиционный способ записи математических выражений, где операторы расположены между операндами. Постфиксная запись, наоборот, предполагает расположение операторов после соответствующих операндов.

В данной лабораторной работе студенты будут изучать основные принципы работы алгоритма преобразования инфиксной записи в постфиксную и реализовывать его на практике. Это позволит им лучше понять принципы работы стека и освоить навыки работы с алгоритмами обработки строк и вычисления математических выражений.

1 Постановка задачи

Цель:

Реализовать шаблонный класс TStack. Используя класс TStack реализовать класс перевода арифметического выражения в постфиксную форму Expression. Научиться использовать стек для преобразования инфиксного (обычного) арифметического выражения в постфиксную (обратную польскую) форму.

Задачи:

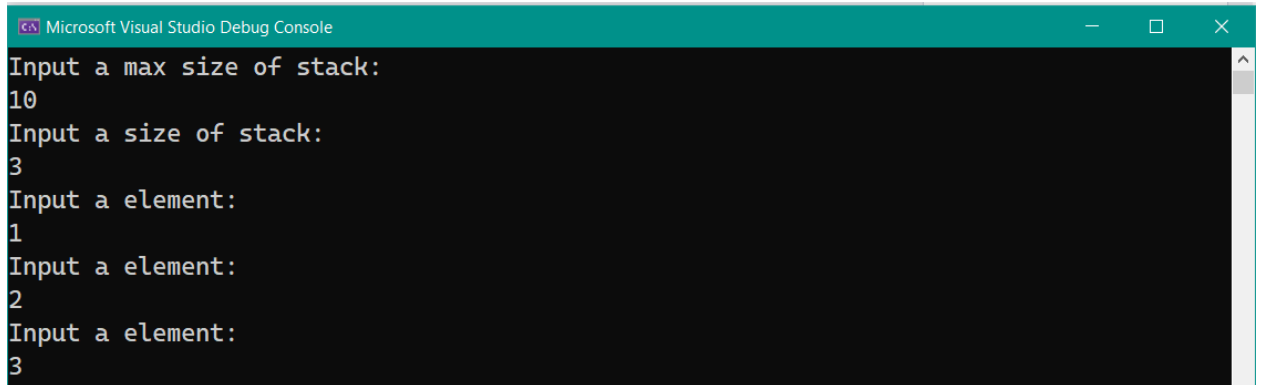
1. Изучение основных принципов работы со стеком.
2. Изучение правил преобразования инфиксного выражения в постфиксное.
3. Написание программы на C++, использующей стек для преобразования арифметического выражения.
4. Анализ времени выполнения программы и оценка эффективности использования стека для данной задачи.
5. Тестирование программы на различных входных данных, включая выражения с разными операциями и скобками.

В результате лабораторной работы студент должен освоить принципы работы со стеком, понять преимущества использования постфиксной формы для вычисления арифметических выражений и научиться применять их на практике.

2 Руководство пользователя

2.1 Приложение для демонстрации работы стека

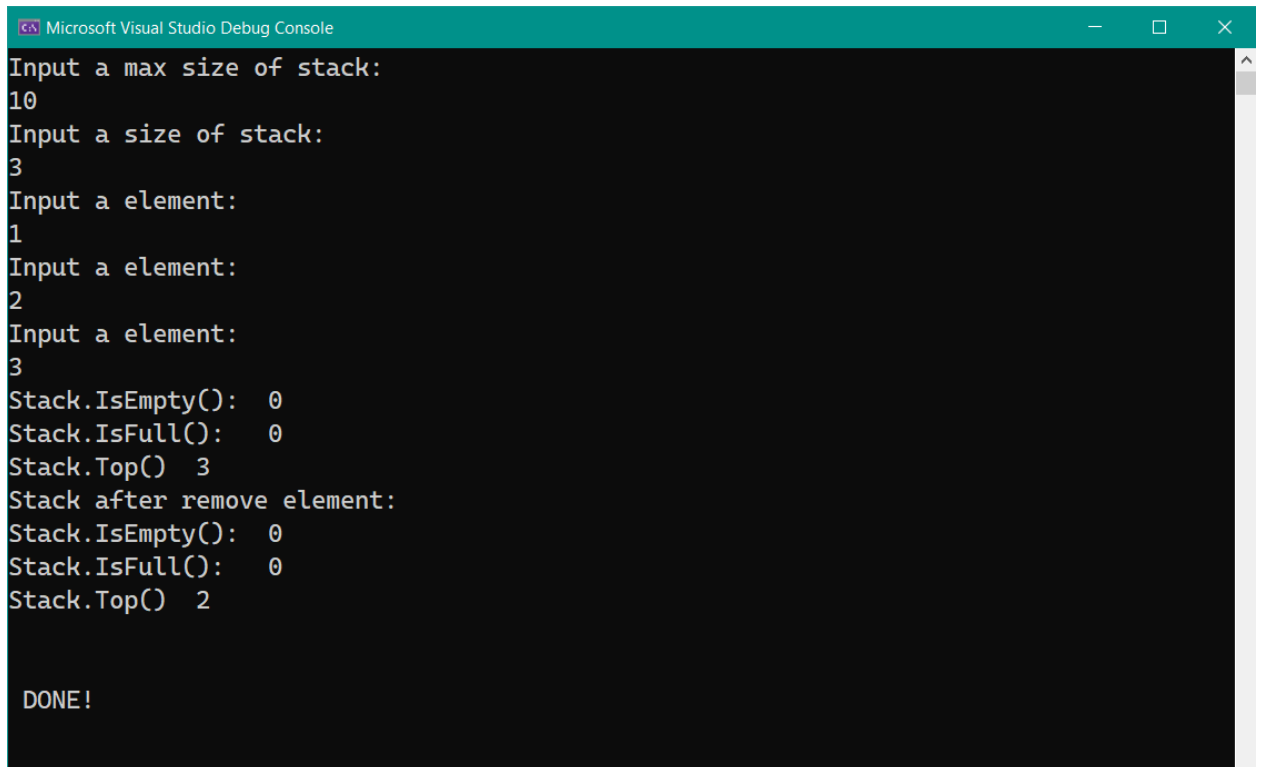
1. Запустите приложение с названием `sample_tstack.exe`. В результате появится окно, показанное ниже и вам будет предложено ввести размер максимальный стека, число элементов в стеке и сами целочисленные элементы. (рис. 1).



```
Microsoft Visual Studio Debug Console
Input a max size of stack:
10
Input a size of stack:
3
Input a element:
1
Input a element:
2
Input a element:
3
```

Рис. 1. Основное окно программы

2. После ввода будут выведены результаты соответствующих операций и функций стека. Если введенный размер равен нулю, то метод `Top()` не вызывается. (рис. 2).



```
Microsoft Visual Studio Debug Console
Input a max size of stack:
10
Input a size of stack:
3
Input a element:
1
Input a element:
2
Input a element:
3
Stack.IsEmpty(): 0
Stack.IsFull(): 0
Stack.Top() 3
Stack after remove element:
Stack.IsEmpty(): 0
Stack.IsFull(): 0
Stack.Top() 2

DONE!
```

Рис. 2. Результат тестирования функций класса `TStack`

2.2 Приложение для демонстрации работы перевода арифметического выражения в постфиксную запись

1. Запустите приложение с названием `sample_expression.exe`. В результате появится окно, показанное ниже, вам будет предложено ввести арифметическое выражение. После ввода арифметического выражения необходимо ввести количество используемых в нем переменных, далее ввести каждый из них (рис. 3).



```
Microsoft Visual Studio Debug Console
Input a expression
A+B-3.5*P
Infix form:  A+B-3.5*P
Postfix form:  AB+3.5P*-
Please, enter A
5
Please, enter B
3
Please, enter P
0
```

Рис. 3. Основное окно программы

2. После ввода арифметического выражения будут выведены результаты соответствующих операций и функций (рис. 4).



```
Microsoft Visual Studio Debug Console
Input a expression
A+B-3.5*P
Infix form:  A+B-3.5*P
Postfix form:  AB+3.5P*-
Please, enter A
5
Please, enter B
3
Please, enter P
0
Result:  8
```

Рис. 4. Результат тестирования функций класса `Expression`

3 Руководство программиста

3.1 Описание алгоритмов

3.1.1 Стек

Стек – это структура хранения, основанная на принципе «Last in, first out». Операции, доступные с данной структурой хранения, следующие: добавление элемента в вершину стека, удаление элемента из вершины стека, взять элемент с вершины стека, проверка на полноту, проверка на пустоту.

Операция добавления элемента в вершину стека

Операция добавления элемента реализуется при помощи флага, указывающий на последний занятый элемент (на вершину стека). Если структура хранения ещё не полна, то мы можем добавить элемент на $top+1$ место.

Пример:

4	2		
---	---	--	--

Операция добавления элемента (1) в вершину:

1	4	2	
---	---	---	--

Операция удаления элемента из вершины стека

Операция удаления элемента реализуется при помощи флага, указывающий на последний занятый элемент (на вершину стека). Если структура хранения ещё не пуста, то мы можем удалить элемент с индексом top .

Пример:

4	2		
---	---	--	--

Операция добавления элемента (1) в вершину:

2			
---	--	--	--

Операция взятия элемента с вершины.

Операция взятия элемента с вершины также реализуется при помощи флага, указывающий на последний занятый элемент (на вершину стека). Если структура хранения не пуста, мы можем взять элемент с вершины.

Пример:

4	2		
---	---	--	--

Операция взятия элемента с вершины стека:

Результат: 4

Операция проверки на полноту.

Операция проверки на полноту проверяет, полон ли стек. Также реализуется при помощи флага, указывающий на вершину стека.

Пример 1:

4	2		
---	---	--	--

Операция проверки на полноту:

Результат: false

Пример 2:

4	2	2	2
---	---	---	---

Операция проверки на полноту:

Результат: true

Операция проверки на пустоту.

Операция проверки на полноту проверяет, есть ли хотя бы один элемент в стеке. Также реализуется при помощи флага, указывающий на вершину стека.

Пример 1:

4	2		
---	---	--	--

Операция проверки на полноту:

Результат: false

Пример 2:

--	--	--	--

Операция проверки на полноту:

Результат: true

3.1.2 Арифметическое выражение

Программа предоставляет возможности для работы с арифметическими выражениями: получение инфиксной записи, получение постфиксной записи, получение результата.

Алгоритм на входе требует строку, которая представляет некоторое арифметическое выражение, и хэш-таблицу, элементы которой представляют операнды в арифметическом выражении. Алгоритм также вводит приоритет арифметических операций согласно математическим правилам: скобки, умножение/деление, сложение/вычитание.

Получение инфиксной записи.

Функция просто выведет исходную строку в инфиксной записи.

Получение постфиксной записи.

Изначально алгоритм подготавливает выражение: убирает лишние пробелы, проверяет на корректность введенных данных, разделяет строку на операции и операнды. Таким образом, до начала перевода в постфиксную форму в программе уже есть разделенный набор операций и операндов.

Алгоритм:

1. Создаем пустой стек операторов.

2. Создаем пустой массив для хранения постфиксной записи.

3. Проходим по каждому символу в инфиксной записи слева на право:

- Если символ является операндом, добавляем его в массив постфиксной записи.
- Если символ является открывающей скобкой, помещаем его в стек операторов.
- Если символ является закрывающей скобкой, извлекаем операторы из стека и добавляем их в массив постфиксной записи до тех пор, пока не встретится открывающая скобка. Удаляем открывающую скобку из стека.

- Если символ является оператором, извлекаем операторы из стека и добавляем их в массив постфиксной записи до тех пор, пока не будет найден оператор с меньшим или равным приоритетом. Затем помещаем текущий оператор в стек.

4. Извлекаем оставшиеся операторы из стека и добавляем их в массив постфиксной записи.

После завершения алгоритма массив постфиксной записи будет содержать инфиксное выражение в постфиксной форме.

Пример:

Выражение: $A + (B - C) * D$

								+
								*
								D
						-	-	-
					C	C	C	C
			B	B	B	B	B	B

A	A	A	A	A	A	A	A	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Стек:

				-	-			
		((((*	
	+	+	+	+	+	+	+	

Вычисление результата.

Алгоритм вычисления значения выражения в постфиксной записи (обратной польской записи) выглядит следующим образом:

1. Создаем пустой стек для хранения операндов.
2. Проходим по каждому символу в постфиксной записи:
 - Если символ является операндом, помещаем его в стек операндов.
 - Если символ является оператором, извлекаем два операнда из стека, применяем оператор к этим операндам и помещаем результат обратно в стек.
3. После завершения прохода по всем символам, результат вычисления будет находиться на вершине стека операндов.

Полученное значение на вершине стека будет являться результатом вычисления постфиксной записи.

Пример:

Выражение: $A + (B - C) * D$

Постфиксная запись: $ABC-D*+$

Значение операндов: $A = B = 3, C = D = 2$

Стек:

		3	3	1	1	2	
3	3	3	3	3	3	2	4

3.2 Описание программной реализации

3.2.1 Описание класса TStack

```
template <class Type>
class TStack {
private:
    int maxSize;
    int top;
    Type* elems;
public:
    TStack(int maxSize1 = 100);
    TStack(const TStack<Type>& s);
    ~TStack();

    Type Top() const;

    bool IsEmpty() const;
    bool IsFull() const;

    void Push(const Type& elem);
    void Pop();
};
```

Назначение: представление стека .

Поля:

maxSize – максимальный размер стека.

***elems** – память для представления элементов стека.

top – индекс вершины стека (-1, если стек пустой).

Методы:

TStack(int maxSize1 = 100);

Назначение: конструктор по умолчанию и конструктор с параметрами.

Входные параметры:

maxSize1 – максимальный размер стека (по умолчанию 100).

Выходные параметры: отсутствуют.

TStack(const TStack<Type>& s);

Назначение: конструктор копирования.

Входные параметры:

s – стек, на основе которого создаем новый стек.

Выходные параметры: отсутствуют.

~TStack() ;

Назначение: деструктор.

Входные параметры: отсутствуют.

Выходные параметры: отсутствуют.

Type Top() const;

Назначение: получение элемента, находящийся в вершине стека.

Входные параметры отсутствуют.

Выходные параметры: элемент с вершины стека, последний добавленный элемент.

bool IsEmpty() const;

Назначение: проверка на пустоту.

Входные параметры: отсутствуют.

Выходные параметры: 1, если стек пуст, 0 иначе.

bool IsFull() const;

Назначение: проверка на полноту.

Входные параметры: отсутствуют.

Выходные параметры: 1, если стек полон, 0 иначе.

void push(const Type& elem) ;

Назначение: добавление элемента в стек.

Входные параметры:

elem – элемент, который добавляем.

Выходные параметры отсутствуют.

void pop() ;

Назначение: удаление элемента из вершины стека.

Входные параметры отсутствуют.

3.2.2 Описание класса Expression

```
class Expression
{
private:
    string infix;
    vector<string> postfix;
    vector<string> lexems;
    map<string, int> priority;
    map<string, double> operands;
    void Parse();
    void ToPostfix();
    bool IsOperator(const string& lecsem) const;
    bool IsConst(const string& lecsem) const;
public:
    TArithmeticExpression(string infix);
    string GetInfix() const { return infix; }
    vector<string> GetPostFix() const { return postfix; }
    void ShowPostfix();
    bool isCorrectInfixExpression();
    vector<string> GetOperands() const;
    void SetValues();
    double Calculate(const map<string, double>& values);
    double Calculate();
};
```

Назначение: представление арифметического выражения.

Поля:

infix- инфиксная форма арифметического выражения.

postfix- постфиксная форма арифметического выражения.

lexems- инфиксная форма арифметического выражения с выделенными лексемами

priority- возможные операции с приоритетами.

operands- список всех операндов арифметического выражения.

Методы:

Expression(string infix)

Назначение: инициализация полей класса **Expression**.

Входные параметры: **infix** – арифметическое выражение в инфиксной форме.

Выходные параметры: нет.

void Parse()

Назначение: разбиение строки инфиксной формы арифметического выражения.

Входные параметры: нет.

Выходные параметры: нет.

void ToPostfix()

Назначение: перевод арифметического выражения в постфиксную форму.

Входные параметры: нет.

Выходные параметры: нет.

bool IsOperator(const string& lecsem) const

Назначение: проверка является ли строка оператором.

Входные параметры: константная ссылка на строку.

Выходные параметры: 1- если строка- оператор, 0- иначе.

bool IsConst(const string& lecsem) const

Назначение: проверка является ли строка числом.

Входные параметры: константная ссылка на строку.

Выходные параметры: 1- если строка- число, 0- иначе.

string GetInfix() const

Назначение: получение инфиксной формы арифметического выражения.

Входные параметры: нет.

Выходные параметры: **infix** – инфиксная запись выражения.

vector<string> GetPostFix()

Назначение: получение постфиксной формы арифметического выражения.

Входные параметры: нет.

Выходные параметры: постфиксная запись выражения.

void ShowPostfix()

Назначение: вывод постфиксной формы арифметического выражения на экран.

Входные параметры: нет.

Выходные параметры: нет.

bool isCorrectInfixExpression()

Назначение: проверка инфиксного выражения на корректность.

Входные параметры: нет.

Выходные параметры: 1 – выражение корректно, иначе 0.

vector<string> GetOperands() const

Назначение: получение всех операндов арифметического выражения.

Входные параметры: нет.

Выходные параметры: вектор операндов арифметического выражения.

void SetValues()

Назначение: присваивание значений операндам.

Входные параметры: нет .

Выходные параметры: нет.

double Calculate(const map<string, double>& values)

Назначение: вычисление результата арифметического выражения.

Входные параметры: **values** – список операндов и их значений .

Выходные параметры: результат вычисления.

double Calculate()

Назначение: вычисление результата арифметического выражения.

Входные параметры: нет .

Выходные параметры: результат вычисления.

Заключение

В ходе выполнения лабораторной работы было изучены основные принципы работы алгоритма преобразования математических выражений из инфиксной записи в постфиксную. Также были получены практические навыки реализации этого алгоритма и работы с постфиксной записью.

Изучение данного алгоритма позволило студентам лучше понять принципы работы стека, освоить навыки работы с алгоритмами обработки строк и вычисления математических выражений. Также они узнали о преимуществах постфиксной записи перед инфиксной и научились применять её в практических задачах.

Таким образом, выполнение лабораторной работы позволило студентам расширить свои знания в области алгоритмов обработки математических выражений и приобрести навыки работы с постфиксной записью. Эти знания и навыки будут полезны им в дальнейшем образовании и профессиональной деятельности.

Литература

1. Польская запись [https://ru.wikipedia.org/wiki/Польская_запись].

Приложения

Приложение А. Реализация класса TStack

```
#ifndef _TSTACK_H
#define _TSTACK_H

using namespace std;

template <class Type>
class TStack {
private:
    int maxSize;
    int top;
    Type* arr;
public:
    TStack(int maxSize = 100);
    TStack(const TStack<Type>& s);
    ~TStack();

    Type Top() const;

    bool IsEmpty() const;
    bool IsFull() const;

    void Push(const Type& elem);
    void Pop();
};

template <class Type>
TStack<Type>::TStack(int maxSize)
{
    if (maxSize < 1)
        throw exception("Size should be > 0");

    this->maxSize = maxSize;
    arr = new Type[maxSize];
    top = -1;
}

template <class Type>
TStack<Type>::TStack(const TStack<Type>& s)
{
    maxSize = s.maxSize;
    top = s.top;

    arr = new Type[maxSize];
    for (int i = 0; i <= top; i++)
    {
        arr[i] = s.arr[i];
    }
}

template <class Type>
TStack<Type>::~~TStack()
{
    delete[] arr;
}

template <class Type>
bool TStack<Type>::IsFull() const
{

```

```

        return top + 1 >= maxSize;
    }

    template <class Type>
    bool TStack<Type>::IsEmpty() const
    {
        return top <= -1;
    }

    template <class Type>
    Type TStack<Type>::Top() const
    {
        if (top <= -1)
            throw exception("Stack is empty");

        return arr[top];
    }

    template <class Type>
    void TStack<Type>::Push(const Type& elem)
    {
        if (top + 1 >= maxSize)
            throw exception("Stack is full");
        arr[++top] = elem;
    }

    template <class Type>
    void TStack<Type>::Pop()
    {
        if (top == -1) {
            throw exception("Stack is empty");
        }
        top--;
    }

#endif // !_TSTACK_H

```

Приложение Б. Реализация класса Expression

```

#include "expression.h"
#include <iostream>
#include <string>
#include <map>

Expression::Expression(const string& infx) : infix(infx)
{
    priority = { {"(",1},{")",1},{"+",2},{ "-",2}, {"*",3},{"/",3} };
    ToPostfix();
    IntoPostfix();
}

void Expression::Parse()
{
    string currentElement;
    for (char c : infix) {
        if (c == '+' || c == '-' || c == '*' || c == '/' || c == '(' || c
== ')') {
            if (!currentElement.empty()) {
                lexems.push_back(currentElement);
                currentElement = "";
            }

```

```

        lexems.push_back(string(1, c));
    }
    else if (isdigit(c) || c == '.') {
        currentElement += c;
    }
    else if (isalpha(c)) {
        currentElement += c;
    }
}
if (!currentElement.empty()) {
    lexems.push_back(currentElement);
}
}

vector<string> Expression::GetOperands() const
{
    vector<string> op;
    for (const auto& item : operands)
        if (!IsConst(item.first))
        {
            op.push_back(item.first);
        }
    return op;
}

bool Expression::IsOperator(const string& lecsem) const
{
    bool flag = false;
    for (const auto& c : priority)
    {
        if (lecsem == c.first)
        {
            flag = true;
            break;
        }
    }
    return flag;
}

void Expression::SetValues()
{
    double value;
    for (auto& op : operands)
    {
        if (!IsConst(op.first))
        {
            cout << "Enter value of " << op.first << ":";
            cin >> value;
            operands[op.first] = value;
        }
    }
}

bool Expression::IsConst(const string& lecsem) const
{
    bool hasDot = false;
    bool flag = true;
    for (char c : lecsem) {
        if (!std::isdigit(c)) {
            if (c == '.' && !hasDot) {
                hasDot = true;
            }
        }
    }
    return flag;
}

```

```

        }
        else {
            flag = false;
            break;
        }
    }
}
return flag;
}

void Expression::ToPostfix() {
    Parse();
    TStack<string> st(lexems.size());
    string stackItem;
    for (string item : lexems) {
        if (item == "(") {
            st.Push(item);
        }
        else if (item == ")") {
            stackItem = st.Top();
            st.Pop();
            while (stackItem != "(") {
                postfix.push_back(stackItem);
                stackItem = st.Top();
                st.Pop();
            }
        }
        else if (item == "+" || item == "-" || item == "*" || item == "/")
        {
            while (!st.IsEmpty()) {
                stackItem = st.Top();
                st.Pop();
                if (priority[item] <= priority[stackItem])
                    postfix.push_back(stackItem);
                else {
                    st.Push(stackItem);
                    break;
                }
            }
            st.Push(item);
        }
        else {
            double value = 0.0;
            if (IsConst(item)) {
                value = stod(item);
                operands.insert({ item, value });
            }
            postfix.push_back(item);
        }
    }
    while (!st.IsEmpty()) {
        stackItem = st.Top();
        st.Pop();
        postfix.push_back(stackItem);
    }
}

double Expression::Calculate(const map<string, double>& values)
{
    for (auto & val : values)
    {
        operands[val.first] = val.second;
    }
}

```

```

    }
    TStack<double> st;
    double leftOperand, rightOperand;
    for (string lexem : postfix) {
        if (lexem == "+") {
            rightOperand = st.Top();
            st.Pop();
            leftOperand = st.Top();
            st.Pop();
            st.Push(leftOperand + rightOperand);
        }
        else if (lexem == "-") {
            rightOperand = st.Top();
            st.Pop();
            leftOperand = st.Top();
            st.Pop();
            st.Push(leftOperand - rightOperand);
        }
        else if (lexem == "*") {
            rightOperand = st.Top();
            st.Pop();
            leftOperand = st.Top();
            st.Pop();
            st.Push(leftOperand * rightOperand);
        }
        else if (lexem == "/") {
            rightOperand = st.Top();
            st.Pop();
            leftOperand = st.Top();
            st.Pop();
            if (rightOperand == 0) {
                throw "Error";
            }
            st.Push(leftOperand / rightOperand);
        }
        else {
            try
            {
                st.Push(operands.at(lexem));
            }
            catch (const std::out_of_range& e)
            {
                std::cout << "Please, enter " << lexem << std::endl;
                double value;
                std::cin >> value;
                operands[lexem] = value;
                st.Push(value);
            }
        }
    }
    return st.Top();
}

double Expression::Calculate()
{
    TStack<double> st;
    double leftOperand, rightOperand;
    for (string lexem : postfix) {
        if (lexem == "+") {
            rightOperand = st.Top();
            st.Pop();
            leftOperand = st.Top();
            st.Pop();

```

```

        st.Push(leftOperand + rightOperand);
    }
    else if (lexem == "-") {
        rightOperand = st.Top();
        st.Pop();
        leftOperand = st.Top();
        st.Pop();
        st.Push(leftOperand - rightOperand);
    }
    else if (lexem == "*") {
        rightOperand = st.Top();
        st.Pop();
        leftOperand = st.Top();
        st.Pop();
        st.Push(leftOperand * rightOperand);
    }
    else if (lexem == "/") {
        rightOperand = st.Top();
        st.Pop();
        leftOperand = st.Top();
        st.Pop();
        if (rightOperand == 0) {
            throw "Error";
        }
        st.Push(leftOperand / rightOperand);
    }
    else {
        try
        {
            st.Push(operands.at(lexem));
        }
        catch (const std::out_of_range& e)
        {
            std::cout << "Please, enter " << lexem << std::endl;
            double value;
            std::cin >> value;
            operands[lexem] = value;
            st.Push(value);
        }
    }
}

return st.Top();
}

bool IsOperandNotScobes(char c) {
    return (c == '+' || c == '-' || c == '*' || c == '/');
}

bool Expression::isCorrectInfixExpression()
{
    int openParentheses = 0;
    int closeParentheses = 0;
    if (infix[0] == '*' || infix[0] == '/' || infix[0] == '+' || infix[0] ==
')')
    {
        return false;
    }
    for (int i = 1; i < infix.size(); i++)
    {
        bool isOperator1 = IsOperandNotScobes(infix[i]);
        bool isOperator2 = IsOperandNotScobes(infix[i-1]);
        if (isOperator1 && isOperator2)

```

```

        return false;
    }
    TStack<char> scobes(infix.size());
    for (char c : infix) {
        if (c == '(')
        {
            scobes.Push('(');
        }
        else if (c == ')') {
            if (scobes.IsEmpty())
            {
                return false;
            }
            if (scobes.Top() == '(')
            {
                scobes.Pop();
            }
        }
        else if (c == ' ')
            return false;
    }
    return scobes.IsEmpty();
}

void Expression::ShowPostfix()
{
    for (int i = 0; i < postfix.size(); i++)
    {
        cout << postfix[i] << " ";
    }
    cout << endl;
}

void Expression::InToPostfix()
{
    for (const auto& elem : postfix) {
        str_postfix += elem;
    }
}

```