

# Implementació i ampliació d'una teoria qualitativa de juxtaposició de formes

S. Trilles, P. Escrig

II-80 Intel·ligència Artificial avançada  
Universitat Jaume I Castelló

Avda. Vicent Sos Baynat s/n, E-12071 Spain  
{al088677, al087700}@alumail.uji.es

## Resum

En aquest article anem a tractar la teoria definida pel grup C4R2 sobre la juxtaposició de formes [Mus09]. L'objectiu d'aquest és la implementació de la teoria de juxtaposició per a polígons regulars o irregulars de manera qualitativa, a més de dotar-ho amb una interfície gràfica. Finalment, s'ampliarà la teoria qualitativa de juxtaposició, per que tinga la capacitat de treballar figures amb forats.

## 1 Introducció

El present treball presenta la implementació d'una teoria qualitativa per a la juxtaposició de formes i la seua aplicació per poder juxtaposar, no sols polígons, sinó polígons amb forats.

Entenem intel·ligència artificial com la disciplina encarregada de dissenyar i implementar processos que al ser executats sobre màquines físiques, obtenen resultats racionals, pareguts a la manera de raonar dels éssers humans. El humans ens basen en el sentit comú, ja siga en situacions quotidianes o en dominis que necessiten alts nivells d'especialitat.

El raonament qualitatiu és una àrea d'Intel·ligència artificial relacionada amb el sentit comú humà. De fet, el raonament qualitatiu no sols representa el nostre sentit comú sobre el món físic, sinó que també representa les abstraccions utilitzades per enginyers i científics.

### 1.1 Juxtaposició de formes en la intel·ligència artificial

El treball que estem realitzant sobre juxtaposició de formes, vindria inclòs dintre de la branca de la intel·ligència artificial del raonament qualitatiu. Aquesta branca es cen-

tra en donada una imatge, capturada amb una càmera, ser capaç de classificar-la de forma elemental, extraient la seva descripció qualitativa de cadascuna de les figures. El nostre treball ha de ser capaç de poder obtenir la descripció qualitativa de la figura resultant, donades les dues descripcions de les figures a juxtaposar.

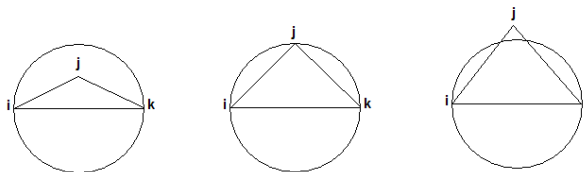
### 1.2 Descripció qualitativa de les figures

Com ja hem comentat en l'apartat anterior, en aquest treball anem a utilitzar la teoria qualitativa de figures, desenvolupades en [Mus07]. La descripció qualitativa consisteix en descriure la forma dels objectes amb la definició (o determinació) de les característiques rellevants dels punts de referència dels objectes. En concret, el tipus d'angle, la seva convexitat, i la llargària de les seves arestes.

Per a realitzar aquests càlculs nomenem el vèrtex a estudiar com  $j$ , l'anterior amb  $i$  i el següent amb  $k$ .

#### 1.2.1 Tipus d'angles

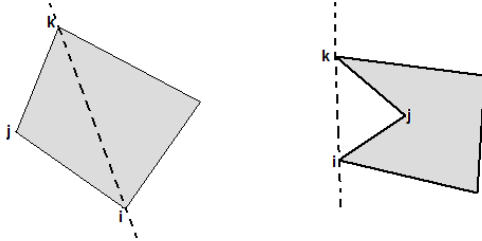
Per classificar l'angle del vèrtex  $j$ , dibuixarem un cercle amb diàmetre  $ik$ , que és la línia d'unió entre els vèrtexs  $i$  (anterior) i  $k$  (següent). Si el vèrtex que estudiem es troba a l'interior del cercle, l'anomenarem obtús (obtuse), si es troba en l'exterior l'anomenarem agut (acute) i si coincideix en la circumferència serà recte (right-angle).



**Imatge 1:** Exemples de l'estudi de la classificació de tres angles, un obtús, un recte i un tercer agut.

### 1.2.2 Convexitat

Per calcular el tipus de convexitat de l'angle del vèrtex  $j$ , realitzem una línia del vèrtex anterior al posterior. Si aquest vèrtex  $j$  es troba a l'esquerra d'aquesta línia, direm que l'angle és convex i si es troba a la dreta, còncav.



**Imatge 2:** Exemple de la convexitat de dos angles, un primer convex i un còncav.

### 1.2.3 Llargària de les arestes

Per calcular la llargària de les arestes del vèrtex  $j$ , comparem la distància euclídea de les línies  $i-j$  i  $j-k$  realitzant els següents càlculs.

$$D(j-k) = ((X_k - X_j)^2 + (Y_k - Y_j)^2)^{1/2}$$

$$D(i-j) = ((X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2)^{1/2}$$

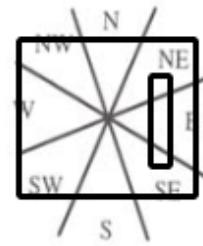
Si  $D(j-k) < D(i-j) \rightarrow$  Menor

Si  $D(j-k) > D(i-j) \rightarrow$  Major

Si  $D(j-k) = D(i-j) \rightarrow$  Igual

### 1.2.4 Descripció dels forats

Com ja hem comentat diverses vegades en aquest article, hem ampliant la teoria de juxtaposició de formes per poder treballar també amb figures amb forats, per això, en aquestes noves figures, a més de la descripció de les arestes, també haurem d'incloure la descripció dels forats o forats inclosos en ella. Aquesta vindrà donada per la descripció de les arestes del forat, incloent un nou paràmetre anomenat orientació, que ens descriurà en quina posició respecte al centroid es troba el forat en la figura. Així, com podem veure en la figura 3, a partir del centroid dibuixarem 8 regions de 45° corresponents als punts cardinals {NW|N|NE|E|SE|S|SW|W}, i definirem la posició del forat, amb el símbol o símbols de la zona on es troba aquest. A més, incloure un nou símbol "C" (centre) que serà utilitzat per descriure l'orientació en cas de que el forat estiga situat en les 8 zones. En el cas de la imatge 3, definiríem l'orientació del forat amb la tupla {NE,N,SE}



**Imatge 3:** Exemple del càlcul de l'orientació d'un forat en el que el centroid està en el centre de masses de la figura.

### 1.2.5 Descripció completa de la figura

Finalment, ja presentat el càlcul de les diferents variables de la descripció, mostrarem la descripció total de la figura com a continuació es mostra:

$$[A1, C1, LI] \dots [An, Cn, Ln], Cli, Orientation, [AH1, CH, LH1] \dots [AHj, CHj, LHj]$$

On:

$Ax, Cx$  i  $Lx \rightarrow$  Tipus d'angle, convexitat i llargària del vèrtex  $x$ .

$n \rightarrow$  Nombre de vèrtex de la figura.

$Cli \rightarrow$  És la relació topològica del forat respecte a la frontera de l'objecte, que significa "Completely inside inverse" ja que un forat està sempre així al contenidor.

$Orientation \rightarrow$  l'orientació de l'angle.

$AHj \rightarrow$  Tipus d'angle, convexitat i llargària del vèrtex  $y$ .

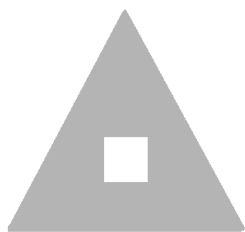
$j \rightarrow$  Nombre de vèrtex del forat de la figura.

L'ordre dels vèrtexs en que es descriu la figura comença sempre en el de més a dalt a l'esquerra, sent el segon el que es troba més a la dreta d'aquest, es a dir, continua amb l'ordre horari.

Pel que fa a la descripció del forat, el primer és el que estiga més pròxim al primer vèrtex de la figura que el conté.

Exemple:

Per a la figura de la imatge 4 obtindríem la següent descripció:  $[[acute, equal, convex], [acute, equal, convex], [acute, equal, convex]], Cli, C, [[right, smaller, convex], [right, bigger, convex], [right, smaller, convex], [right, bigger, convex]]$



Imatge 4: Exemple de figura amb forat.

### 1.3 Juxtaposició de formes

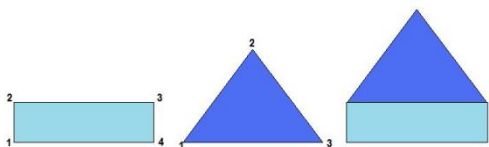
Una vegada presentada la teoria sobre com realitzar la descripció qualitativa d'una figura a partir de l'estudi dels seus vèrtexs, sols ens queda passar a presentar la teoria sobre com calcular la descripció qualitativa d'una nova figura, creada a partir de la juxtaposició de dues figures simples de les que ja coneixem la seva descripció.

#### 1.3.1 Descripció qualitativa de la figura resultant

En primer lloc, a l'hora de realitzar el càlcul de la descripció de la figura resultant, hem de tenir present en quins dels vèrtexs de les figures originals realitzarem la juxtaposició, ja que el seu valor final s'obtindrà de forma diferent (siguin de vèrtexs que s'uniran, com de vèrtex que no ho faran). En el nostre estudi hem inclòs la restricció de que les figures sols es podran juxtaposar per arestes encarades, sense haver de realitzar cap gir en les figures per unir-les en la aresta inferior de la primera figura i en la superior de la segona. A més, sols és possible juxtaposar dues figures que tinguin l'aresta d'unió de la mateixa grandària.

Per a tindre-ho present en successives mencions, definim com a  $Vu1$  i  $Vu2$  els vèrtexs per on juxtaposem la figura 1 i com a  $Vu1'$  i  $Vu2'$  els vèrtexs d'unió de la segona.

En l'exemple de la imatge 5 hem agafat com a vèrtexs d'unió ( $Vu1$  i  $Vu2$ ) de la figura 1 els vèrtexs 2 i 3 i de la figura 2 ( $Vu1'$ ,  $Vu2'$ ) els 3 i 1.



Imatge 5: Exemple de juxtaposició de dues figures sense forat.

Com ja hem comentat, aplicarem una metodologia diferent per calcular la descripció final dels vèrtexs depenent de si són vèrtexs a unir-se o no. Per a aquells que no s'uneixen, copiarem la seva descripció de la figura original, i per als vèrtexs  $Vu1$ ,  $Vu2$  i  $Vu1'$  i  $Vu2'$  calcularem els seus valors deixant sols dos vèrtexs obtinguts a partir de la unió dels vèrtexs  $Vu1$  i  $Vu2'$  i  $Vu2$  i  $Vu1'$  respectivament.

Coneguda ja la seva descripció dels vèrtexs originals que no s'uneixen, presentem els passos a seguir per calcular les noves descripcions dels vèrtexs.

#### 1.3.2 Càlcul del tipus d'angle dels nous vèrtexs

En primer lloc, calculem el nou tipus d'angle que obtindrem en la figura resultant, comparant els valors dels angles originals, utilitzant la taula 1.

	Acute	Right-Angle	Obtuse
Acute	{Acute, Right, Obtuse}	Obtuse	Obtuse
Right-Angle	Obtuse	Obtuse	Obtuse
Obtuse	Obtuse	Obtuse	Obtuse

Taula 1: Tipus d'angle  $i,j$  de la figura resultant a partir d'unir els angles  $i$  i  $j$ .

Com es pot observar en la taula 1, en el cas d'obtenir els dos angles originals aguts es produirà una indeterminació sobre quin angle obtindrem en la figura resultant, per tant, deixarem la indeterminació {Acute, Right, Obtuse} en la descripció d'aquest angle.

#### 1.3.3 Càlcul del tipus de convexitat dels nous vèrtexs

Així com hem fet en el càlcul del tipus de l'angle, obtenim el tipus de convexitat del vèrtex de la figura resultant comparant en la taula 2 el tipus de convexitat i tipus d'angles dels vèrtexs a unir de les figures originals.

	Concave (tots els angles)	Convex + Acute	Convex + Right	Convex + Obtuse
Concave (tots els angles)	No possible	Concave	Concave	Concave
Convex + Acute	Concave	Convex	Convex	{Convex, $\emptyset$ }
Convex + Right	Concave	Convex	$\emptyset$	Concave
Convex + Obtuse	Concave	{Convex, $\emptyset$ }	Concave	Concave

**Taula 2:** Tipus de convexitat de l'angle del vèrtex de la figura resultant a partir d'unir els vèrtexs originals.

Com es pot veure en la taula 2, en alguns casos, el fet d'unir 2 vèrtex ens dóna un de resultant de convexitat nul·la ( $\emptyset$ ). El que significa és que desapareix el vèrtex final.

Quan ens trobem en aquest cas, tant els vèrtexs posteriors com anteriors hauran de ser recalculats els valors de les seves grandàries, com indiquen les següents taules.

D'aquesta manera per a recalcular la grandària del vèrtex anterior al que desapareix, haurem de mirar el valor de la seva llargària i del vèrtex desaparegut.

Vèrtex desaparegut Vèrtex anterior	Smaller	Equal	Bigger
Smaller	{smaller,equal,bigger}	{smaller,equal,Bigger}	{smaller,equal,bigger}
Equal	Bigger	Bigger	Bigger
Bigger	Bigger	Bigger	Bigger

**Taula 3:** Càlcul de la llargària del vèrtex anterior al vèrtex desaparegut.

Anàlogament, per al vèrtex posterior el recalcularem amb la següent taula.

Vèrtex desaparegut Vèrtex posterior	Smaller	Equal	Bigger
Smaller	{smaller,equal,bigger}	{smaller,equal,bigger}	{smaller,equal,Bigger}
Equal	Smaller	Smaller	Smaller
Bigger	Smaller	Smaller	Smaller

**Taula 4:** Càlcul de la llargària del vèrtex posterior al vèrtex desaparegut.

### 1.3.4 Càlcul de la llargària de les arestes dels nous vèrtexs

Continuant la metodologia dels càlculs anteriors, calcularem la llargària de les arestes dels nous vèrtexs comparant en la taula 5 la llargària de les arestes originals.

	Smaller	Equal	Bigger
Smaller	{smaller,equal,bigger}	{smaller,equal,bigger}	{smaller,equal,bigger}
Equal	Bigger	Bigger	bigger
Bigger	Bigger	Bigger	bigger

**Taula 5:** Llargària de les arestes del vèrtex de la figura resultant a partir de les llargàries de les arestes dels vèrtexs originals a unir.

### 1.4 Càlcul de l'orientació dels forats en la figura resultant

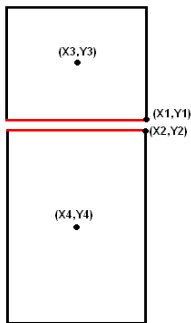
En el cas de la descripció qualitativa dels forats, la descripció dels seus vèrtexs es mantindrà intacta en la figura resultant i sols variarà la seva orientació respecte a la figura en la que es troba.

Per poder calcular en quina orientació es trobarà, hem separat el problema per calcular-lo en dues parts. En una primera, calcularem en quina direcció es trobarà el centroid de la figura resultant respecte al centroid de la figura original; i en la segona, calcularem a partir d'aquesta direcció i de l'orientació inicial del forat, en quina nova o noves possibles orientacions es trobarà el forat en la figura resultant.

A més, hem afegit unes restriccions per fer més abordable el càlcul de l'orientació final del forat. Sols aplicarem la juxtaposició a figures d'àrees similars. I sols serà possible en imatges de la mateixa resolució.

1.4.1 Direcció de desplaçament del centroide

Per calcular la direcció de desplaçament, hem tingut en compte les coordenades dels centroides de les figures originals, ja que el centroide de la figura resultant es trobarà en la recta d'unió d'aquestes. Per calcular la direcció en que estarà el centroide de la figura resultant respecte a la figura original, agafem les coordenades dels vèrtexs Vu1 i Vu2' que hem anomenat com a (X1,Y1) i (X2,Y2). A partir de les coordenades dels seus centroides realitzem els següents càlculs.



Imatge 6: Exemple de dos figures a juxtaposar, marcant els seus centroides i els punts respecte als que calcularem la distància.

$Xa = X3 - X1$   
 $Ya = Y3 - Y1$   
 $Xb = X4 - X2$   
 $Yb = Y4 - Y2$

Amb aquest nous valors, obtenim amb la taula 6 la direcció de desplaçament respecte a l'eix X dels centroides i en la taula 2 el desplaçament respecte a l'Y.

En primer lloc, per obtenir el desplaçament respecte a l'eix x comparem el valor absolut d'Ya i Yb:

- Si tenen un valor semblant: el centroide final quedarà a una distància respecte a x equidistant al centroide de les dues figures originals, és a dir, es

quedarà o sobre l'aresta superior o sobre la inferior de la figura (zones marcades en la imatge 7 com N i S), o en cas de juxtaposar-se pels laterals, a un desplaçament respecte a x pràcticament nul. (zona marcada com a Ø)

- Si Yb és major que dues vegades Ya: el centroide final quedarà, respecte a x, molt més prop del centroide original de la figura sense forat, és a dir, quedarà fora de l'àrea original de la figura amb forat (zones marcades en la imatge 7 com 2N i 2S) .
- Si Yb és major que Ya, però sense arribar a superar el seu doble, el centroide es podrà quedar en diferents zones (les marcades com a 1/2N, 1/2S, N i S)
- I si Ya és major que Yb, el centroide de la nova figura es quedarà a una distància del centroide original menor a la de les arestes superior i inferior (zones marcades en la imatge 7 com 1/2N i 1/2S)

I per finalitzar amb el càlcul del desplaçament del centroide respecte a l'eix X, compararem el signe dels valors Ya i Yb ja que una vegada calculada la grandària d'aquest moviment (½,1 o 2), seran la positivitiat o negativitat d'aquest valors les que ens marcaran si aquest moviment serà cap al nord o cap al sud.

	Ya pos	Ya pos	Ya neg	Ya neg
	Yb pos	Yb neg	Yb pos	Yb neg
Ya < Yb	1/2N	2S	2N	1/2S
2Y < Yb	2N	2S	2N	2S
Ya = Yb	Ø	S	N	Ø
Ya > Yb	1/2S	1/2S	1/2N	1/2N

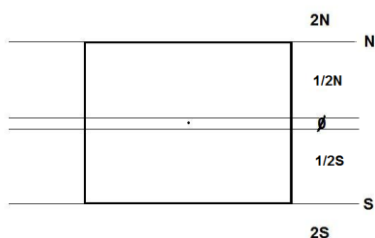
Taula 6: Desplaçament de la posició, respecte a l'eix X, de la posició del centroide de la figura resultant respecte al centroide de la figura original amb forat.

I en segon lloc, i utilitzant un mètode semblant al que s'ha utilitzat per calcular el desplaçament respecte a X, calcularem el desplaçament respecte a Y, comparant per una part la diferència entre els valors absoluts d'Xa i d'Xb i per altra la positivitiat i negativitat dels seus valors.

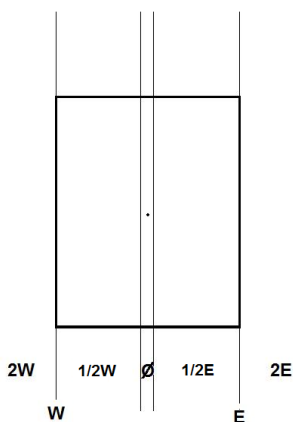
	Xa pos	Xa pos	Xa neg	Xa neg
	Xb pos	Xb neg	Xb pos	Xb neg
$ Xa  <  Xb $	1/2E	2W	2E	1/2W
$ 2X  <  Xb $	2E	2W	2E	2W
$ Xa  =  Xb $	∅	W	E	∅
$ Xa  >  Xb $	1/2W	1/2W	1/2E	1/2E

**Taula7:** Desplaçament de la posició, respecte a l'eix Y, de la posició del centroide de la figura resultant respecte al centroide de la figura original amb forat.

En les imatge 7 i 8 podem veure en quines zones es podria trobar el centroide resultant al aplicar-los els desplaçament calculats.



**Imatge 7:** Desplaçament respecte a l'eix X dels centroides de la figura resultant respecte a la posició del de la figura original.



**Imatge 8:** Desplaçament respecte a l'eix Y dels centroides de la figura resultant respecte a la posició del de la figura original

#### 1.4.2 Càlcul de les possibles orientacions finals del forat

A partir dels valors de desplaçament i l'orientació original P del forat, en primer lloc calcularem amb les taules 8 i 9, de forma separada, en quines possibles posicions es podria encontrar el forat, si sobre aquesta posició P li realitzem el desplaçament calculat respecte a l'eix X i Y. Per finalitzar, es realitza la intersecció d'aquestes zones.

La taula 8 mostra: en les files les diferents posicions inicials del forat, agrupades en (NW, W, SW), (N,C,S) i (NE, E, SE) ja que respecte a l'eix Y tenen un comportament igual, en les columnes els diferents desplaçaments respecte a Y que es poden fer del centroide i en les diferents caselles, unes taules 3x3 on estan ombrejades aquelles orientacions on es podria encontrar el forat en la figura resultant de juxtaposar les dues figures.

	2E	E	1/2E	∅	1/2W	W	2W
NW W SW							
N C S							
NE E SE							

**Taula 8:** Possibles posicions finals dels forats que s'entremen en la posició P si sobre ells se'ls aplica un desplaçament respecte a l'eix Y.

I en la taula 9 les files i caselles tenen el mateix significat, però ara les columnes representen els possibles moviments respecte a l'eix X que es poden fer en els centroides.

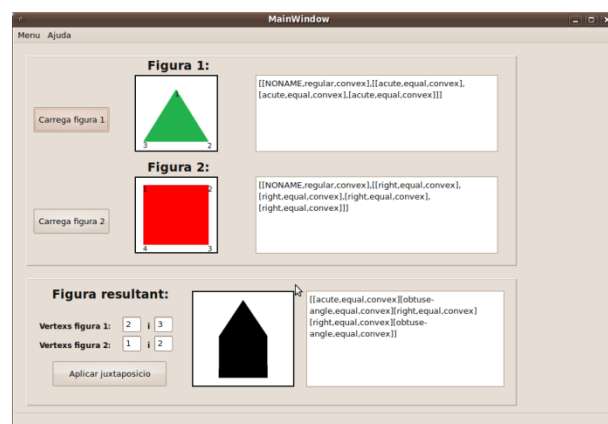
	2N	N	1/2N	∅	1/2S	S	2S
NW							
N							
NE							
E							
C							
W							
SE							
S							
SW							

**Taula 9:** Possibles posicions finals dels forats que s'encontren en la posició P si sobre ells se'ls aplica un desplaçament respecte a l'eix X.

## 2 Disseny i execució de la interfície gràfica

Per poder comprovar-ho gràficament, hem dissenyat i implementat una interfície, que permet carregar dues figures. Després de mostrar-nos les seves descripcions qualitatives i numerar-nos els seus vèrtexs, ens permet escollir dos vèrtexs contigus de cada figura, per realitzar la juxtaposició i mostrar la descripció de la figura resultant.

Tot i que el codi implementat permet treballar amb figures amb o sense forats, la interfície sols està implementada per poder juxtaposar i dibuixar figures sense forats.

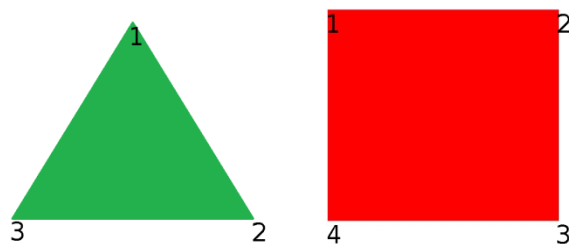


**Imatge 9:** Exemple d'execució en la interfície realitzada en les que s'uneix un quadrat amb un triangle.

## 3 Resultats obtinguts

A continuació mostrem l'exemple d'execució de tres juxtaposicions, una primera on s'uneixen un triangle i un quadrat sense forats; una segona on es juxtaposen un quadrat i un quadrat on s'eliminen els vèrtex d'unió, i una tercera on es juxtaposen un triangle amb forat i un quadrat.

### Exemple 1:



**Imatge 10:** Figures a juxtaposar

Realitzarem la juxtaposició a partir de les figures de la imatge 10, que tenen la següent descripció qualitativa:

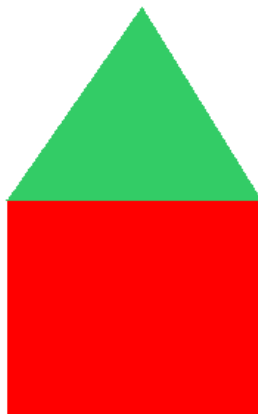
`[[[NONAME, regular, convex], [[right,equal,convex], [right, equal, convex], [right, equal, convex], [right, equal, convex]]]]`

`[[[NONAME, regular, convex], [[acute,equal,convex], [acute, equal, convex], [acute, equal, convex]]]]`

Les juxtaposem a partir dels vèrtexs 2-3 i 3-4.

Obtenim la figura resultant de la imatge 11 amb la següent descripció qualitativa:

*[[acute,equal,convex][obtuse-angle,equal,convex][right,equal,convex] [right,equal,convex][obtuse-angle,equal,convex]]*



**Imatge 11:** Figura resultant

Aquest és l'exemple que hem executat gràficament i el resultat del qual correspon a l'execució de la figura 9.

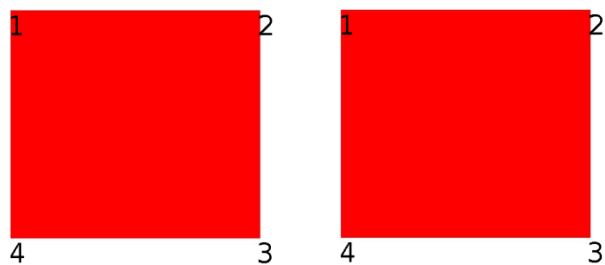
### Exemple 2:

En el segon exemple, juxtaposem les figures de la imatge 12, amb la següent descripció qualitativa:

*[[[NONAME,regular,convex],[right,equal,convex],[right,equal,convex],[right,equal,convex],[right,equal,convex]]]*

*[[[NONAME,regular,convex],[right,equal,convex],[right,equal,convex],[right,equal,convex],[right,equal,convex]]]*

Les juxtaposem a partir dels vèrtexs 3-4 i 1-2.



**Imatge 12:** Figures a juxtaposar

D'aquesta forma obtenim la figura de la imatge 13, amb la següent descripció qualitativa:

*[[right,bigger,convex][right,smaller,convex][right,bigger,convex][right,smaller,convex]]*



**Imatge 13:** Figura resultant

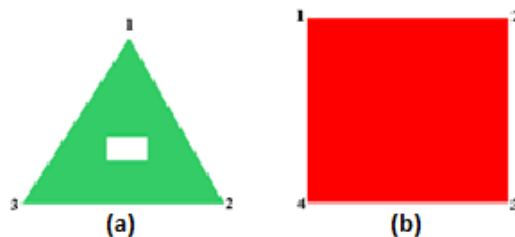
En aquest exemple, veiem que els vèrtex d'unió desapareixem com s'explica en el punt 1.3.3 de l'actual article.

### Exemple 3:

En el tercer exemple juxtaposem les figures de la imatge 14 amb la següent descripció qualitativa:

*[[[NONAME, regular, convex], [[acute,equal,convex], [acute,equal, convex], [acute, equal, convex]], Cli,C,[[right,smaller,convex],[right,bigger,conve],[right,smaller,convex],[right,bigger,convex]]]*

*[[[NONAME, regular, convex], [[right,equal,convex], [right,equal, convex], [right, equal, convex], [right, equal, convex]]]*



**Imatge 14:** Figures a juxtaposar

En juxtaposar-les pels vèrtexs 2-3 i 1-2 ens marca que el centroide de la imatge 14(a) (amb forat) es mourà respecte a l'eix X cap al sud i respecte al Y no es mourà. Per tant,



utilitzant les taules 7 i 8, en aplicar-li a un forat situat inicialment en la posició centre, sols es pot quedar en la posició Nord.

NW	N	NE
W	C	E
SW	S	SE

NW	N	NE
W	C	E
SW	S	SE

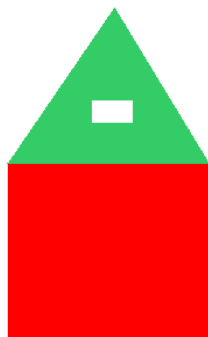
**Imatge 15:** Possibles orientacions finals d'un forat situat en la posició C en aplicar-li de forma separada un desplaçament S i Ø respecte als eixos X i Y respectivament.

NW	N	NE
W	C	E
SW	S	SE

**Imatge 16:** Orientació final del forat situat inicialment en la posició C si el centroide de la figura resultant està en una direcció (S, Ø) respecte al centroide de la figura on estava.

D'aquesta forma obtenim la figura de la imatge 17, amb la següent descripció qualitativa:

*[[acute,equal,convex][obtuse-angle, equal, convex][right, equal, convex][right ,equal, convex][obtuse-angle, equal, convex], Cli, [N], [[right, smaller, convex] [right, bigger, convex] [right, smaller, convex] [right, bigger, convex]]*



**Imatge 17:** Figura resultant

## 4 Treball futur

A partir dels resultats obtinguts es podria seguir treballant, ampliant aquesta teoria, llevant alguna de les restriccions que s'han inclòs. Com ara, es podria ser ampliar per poder juxtaposar les figures per tots els seus costats, o calcular les

possibles orientacions dels forats finals amb figures d'àrees diferents. A més, també es podrien realitzar més operacions, com ara la resta de dues figures.

I respecte a la part de la interfície, es podria completar per que a part de poder treballar amb figures sense forats, també fos capaç de dibuixar i juxtaposar figures amb forats.

## 5 Bibliografia

[Mus07] L. Museros. Qualitative theory on shape representation. application to industrial manufacturing. 2007.

[Mus09] L. Museros, L.González, F.Velasco i Zoe Falomir A pragmatic qualitative approach for juxtaposin shapes, Universitat Jaume I, Castellón i Universitat Sevilla, Sevilla, Spain. 2009.