# Informe técnico. Diferencia de formas

C4R2

No Institute Given

**Abstract.** En este informe técnico se presentan las características propias de la diferencia entre figuras. Para ello, se realiza una análisis de las restricciones que deben cumplir las figuras para poder realizar la diferencia entre ambas, así como el cálculo del resultado de dicha diferencia.

## 1 Introducción

El grupo tiene definidas dos teorias cualitativas de descripción de formas. Recientemente, se ha definido la operación de yuxtaposición de formas, la cual resulta útil para conocer la forma resultante cuando se colocan dos pizas de azulejo juntas.

Con miras a la automatización del *trencadís*, se pretende definir la operación de diferencia de formas. Esta operación puede ser útil para el montaje del *trencadís*, dado que se trata de rellenar una forma grande con formas más pequeñas.

Para definir la operación de diferencia, primero es necesario describir las restricciónes que ambas piezas deben cumplir, para posteriormente definir como calcular el resultado de la operación.

Para describir la operación de diferencia, nos basaremos en la teoría de Zoe, según la cual los vértices de una figura se describen con una tupla $< KEC, A/TC, CL, C >$, donde:

- $KEC$ es el tipo de aristas conectadas y puede ser: line-line($ll$), line-curve ($lc$), curve-curve($cc$), curve-line ($cl$) o curvature-point ($cp$).
- $A$ es el ángulo del vértice y puede ser: very-acute ($va$ [0-40]), acute ($a$ (40-85]), right ($r$ (85-95]), obtuse ($o$ (95-140]) o very-obtuse (($vo$ (140-180]).
- $CT$ es el tipo de curvatura y puede ser: very-acute ($va$), acute ($a$), semicircular ($sc$), plane ($p$) o very-plane ($vp$).
- $CL$ es la longitud comparada de la arista anterior respecto a la siguiente y puede ser: much-shorter ($msh$), half-lenght ($hl$), a-bit-shorter ($absh$), similar-lenght ($sl$), a-bit-longer ($abl$), double-lenght ($dl$) o much-longer ($ml$).
- $C$ es la convexidad del vértice y puede ser *concave* o *convex*. Cuando los ángulos con cóncavos se miden por la parte de fuera, la convexa.

## 2 Elección de la pieza a sustraer

Cuando se realiza una operación de diferencia, existe un minuendo al que se le resta un sustraendo para obtener un resultado, la diferencia. Por ejemplo, si tenemos la operación de diferencia $5-3=2$, tenemos que el minuendo es 5, el sustraendo es 3 y la diferencia es 2.

En el caso de restar figuras, existen una serie de restricciones que estas deben cumplir.

- La diferencia se realizará siempre por el primer vértice de la descripción de la figura minuendo. Esto es, por el vértice con menor $y$ y menor $x$ (las $x$ del plano van de izquierda a derecha y las $y$ de arriba a abajo).
- El minuendo siempre debe ser mayor que el sustraendo. En el caso de las figuras, para comprobar que esta restricción se cumple, se debe comprobar que ninguno de los puntos característicos del sustraendo se sale de la frontera del minuendo.

En el caso de tener varias piezas como posible sustraendo, habrá que elegir una, siguiendo los siguientes criterios.

- Que tenga un ángulo que sea lo más similar posible al ángulo por el que se realiza la diferencia. Esto es:
  1. Que sea el mismo tipo de ángulo
  2. Que la longitud de las dos aristas sea lo más similar posible a las del minuendo
- En caso se que no exista ninguna pieza con el mismo tipo de ángulo, se escogerá una con un ángulo en el siguiente rango más pequeo, pero lo más similar posible. Esto es, si el ángulo del minuendo es $r$ y no hay sustraendos con ángulo $r$, elegir una pieza con un ángulo $a$.
- Si existen varias figuras que cumplen las características, se escoge la que tenga mayor área, de forma que quede menos zona a rellenar.

## 3 Cálculo de la nueva figura

Dadas las restricciones que deben cumplir el minuendo y el sustraendo, pasamos a definir cómo calcular la nueva figura.

A continuación, se describen las consideraciones a tener en cuenta al generar la descripción de la nueva figura.

- Los vértices del sustraendo (excepto por el que se efectúa la diferencia) formarán vértices de la nueva figura.
- Las posiciones de los nuevos vértices de la nueva figura se calcularán tal como se explica en un ejemplo en la sección 3.1.
- El ángulo de los nuevos vértices se calculará dependiendo de si estos hacen frontera o no con el minuendo. Se utilizará la tabla 1 para calcular el ángulo de la nueva figura.
  1. En caso de que hagan frontera, el nuevo ángulo será el suplementario al del sustraendo. Esto es, si el ángulo del sustraendo era $va$, el nuevo será $vo$; si era $a$, el nuevo será $o$; si era $r$, el nuevo será $r$; si era $o$ el nuevo será $a$; y si era $vo$ el nuevo será $va$.
  2. Los vértices del sustraendo que no hacen frontera con el minuendo se convertirán en vértices cóncavos de la nueva figura, con el mismo tipo de ángulo.
- Es posible que al realizar la diferencia algún vértice del sustraendo diferente al que estamos restando ocupe la misma posición que otro vértice del minuendo. En ese caso, sólo será posible colocar la pieza si el ángulo del vértice del sustraendo es menor o igual al del minuendo. En caso de que sean iguales o complementarios (la resta da 180, esto sólo se puede dar si un ángulo es cóncavo y el otro convexo), el vértice desaparece. En caso de que sea menor, en la tabla 2 se puede comprobar el ángulo resultante.
- En caso de que desaparezca un vértice por restar dos ángulos complementarios, habrá que calcular la longitud de la nueva arista. en base a los vértices anterior y siguiente.

– La longitud de las aristas afectadas en la resta deberá calcularse cualitativamente, restándole a la longitud de las aristas del minuendo, la longitud de las del sustraendo. Una vez calculadas las nuevas longitudes, se calcula la longitud comparada para añadirla a la nueva descripción.

| | *convex va* | *concave va* | *convex a* | *concave a* | *convex r* | *concave r* | *convex o* | *concave o* | *convex vo* | *concave vo* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Frontera** | *convex vo* | | *convex o* | | *convex r* | | *convex a* | | *convex va* | |
| **No Frontera** | *concave va* | *convex va* | *concave a* | *convex a* | *concave r* | *convex r* | *concave o* | *convex o* | *concave vo* | *convex vo* |

**Table 1.** Ángulos que forma el sustraendo en la nueva figura, dependiendo del ángulo original

| | *va* | *a* | *r* | *o* | *vo* |
|---|---|---|---|---|---|
| *va* | $\emptyset$ | | | | |
| *a* | *va* | $\emptyset$ | | | |
| *r* | *a* | *va* | $\emptyset$ | | |
| *o* | *a*<br>*r*<br>*o* | *a* | *a* | $\emptyset$ | |
| *vo* | *o*<br>*vo* | *a*<br>*r*<br>*o* | *a* | *va*<br>*va*<br>*va*<br>*o* | $\emptyset$ |

**Table 2.** Resultado de la resta de ángulos. En la tabla se muestra el ángulo resultante de restarle a un ángulo tipo fila un ángulo tipo columna. Cuando son del mismo rango se considera que se anula (ya que aunque no sean identicos se puede poner masilla al hacer el *trencaís*. Algunas indeterminaciones se tambin se pueden eliminar considerando que se pone masilla).

Teniendo en cuenta estas consideraciones, se realiza la descripción de la figura diferencia. La descripción de la nueva figura empezará por un vértice del sustraendo, el siguiente al que se realiza la operación.

El vértice se describe basandonos en las tablas 1 y 2. El siguiente vértice a describir, será el siguiente vértice en el sentido de las agujas del reloj, y se describirá de la misma forma. Este proceso continúa hasta llegar al ángulo por el que se realizó la diferencia.

En caso de que un ángulo del minuendo y uno del sustraendo coincidan en el plano y sean iguales, ese vértice desaparece de la nueva descripción. Esto puede ocurrir tanto con el vértice por el que se realiza la diferencia (debe ocurrir a menudo, ya que se busca el vértice más similar) o cuando otro vértice del sustraendo queda en la misma posición que uno del minuendo.

Es posible que, al colocar el sustraendo, en lugar de una única zona sin rellenar nos queden dos (en la figura 1 se pueden ver algunos casos en los que puede ocurrir esto). Por tanto, es necesario asegurarnos de si el resultado es una sola zona o varias.

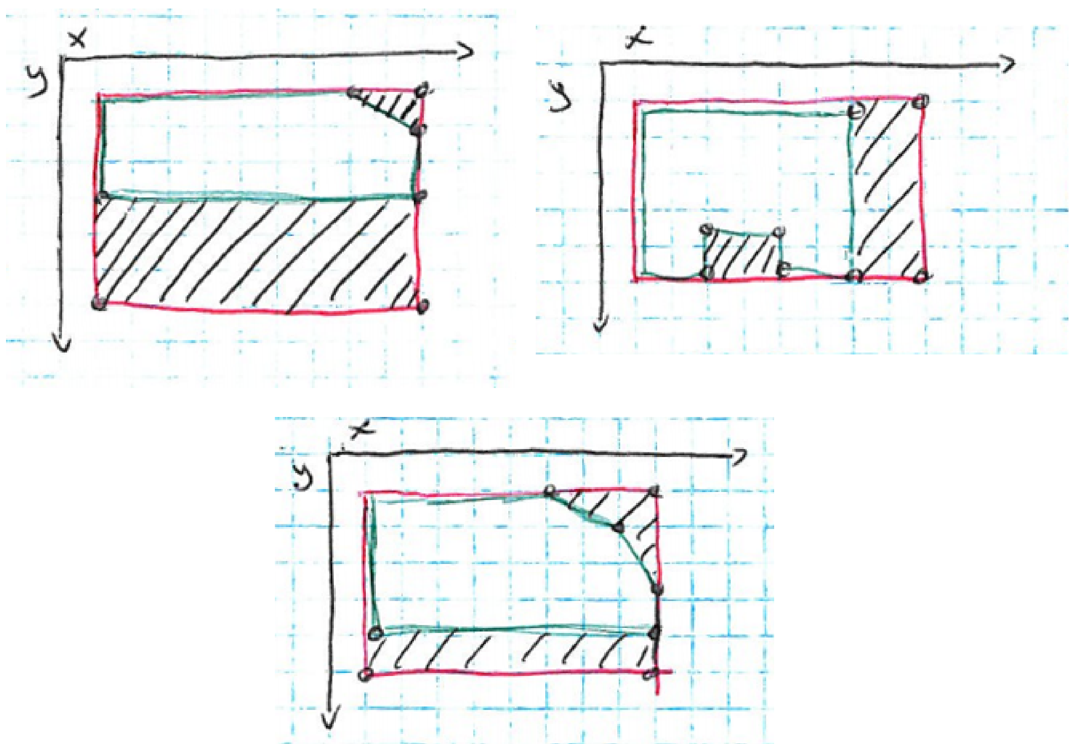


**Fig. 1.** En esta imagen se pueden observar diferentes casos en los que al realizar la diferencia aparecen dos nuevas figuras (sombreadas en negro).

Para ello, deberemos marcar si los vértices de la nueva figura pertenecen al minuendo o al sustraendo, y en los del sustraendo marcar los que tocan frontera con el minuendo. Si encontramos dos vértices del sustraendo que tocan frontera con el minuendo y entre ellos existen otros vértices (bien del minuendo o del sustraendo), esos vértices formarán una figura y se deben marcar como tales. Para conocer la frontera de esa figura se ordenan los vértices en el orden de las agujas del reloj, se calcula la longitud de las aristas y se aade a la descripción de cada vértice la longitud comparada. Mientras no se haya llegado al vértice de partida, la descripción de una nueva figura comenzará en el siguiente vértice al último descrito.

En la sección 3.2 se describe el proceso de diferencia entre dos figuras sencillas, que no tienen ángulos cóncavos y por tanto no pueden formar secciones separadas.

Por otra parte, en la sección 3.3 se describe el proceso para dos figuras más complejas, que al realizar la diferencia dan como resultado dos nuevas figuras en lugar de una.

### 3.1 Cálculo de los nuevos vértices

Supongamos que tenemos dos figuras, de las cuales queremos calcular su diferencia, las cuales se pueden ver en las Figuras 2 y 3.

La figura 2, el minuendo, es un rectángulo cuyos vértices se encuentran en las posiciones $r_1$=(2,2), $r_2$=(10,2), $r_3$=(10,6), $r_4$=(2,6) de su plano.

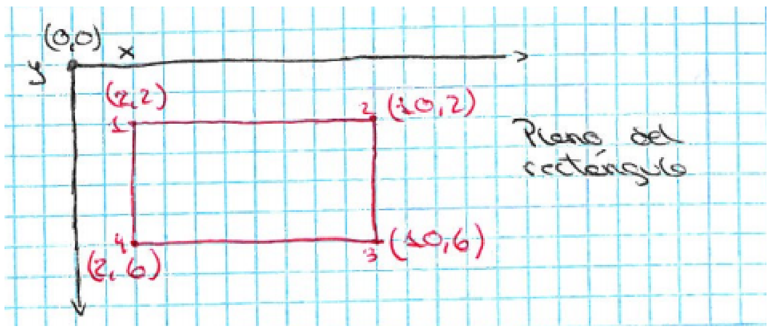


**Fig. 2.** En esta figura se observa el rectángulo que será el minuendo de la operación. Tal como se aprecia en la imagen, los vértices del rectánculo se encuentran en las posiciones $r_1$=(2,2), $r_2$=(10,2), $r_3$=(10,6), $r_4$=(2,6).

La figura 3, el sustraendo, es un cuadrado en otro plano cuyos vértices se encuentran en las posiciones $c_1$=(3,2), $c_2$=(6,2),$c_3$=(6,5),$c_4$=(3,5) de su plano.

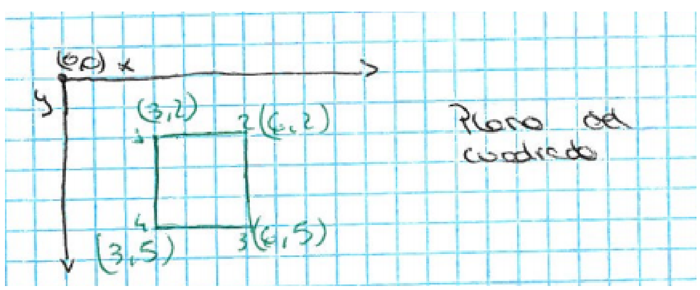


**Fig. 3.** En esta figura se observa el rectángulo que será el minuendo de la operación. Tal como se aprecia en la imagen, los vértices del rectánculo se encuentran en las posiciones $c_1$=(3,2), $c_2$=(6,2),$c_3$=(6,5),$c_4$=(3,5).

Tal como se expone en las restricciones, la resta se realiza por el pimer vértice del minuendo, esto es el vértice que ocupa la posición (2,2). Como cualquier vértice del cuadraro cumple las retricciones para realizar la diferencia, elegimos el vértice $c_1$. Para calcular la posición de los vértices de la figura diferencia, debemos calcular la posición de los vértices del cuadrado, respecto del resctángulo.

Primer se calcula la distancia de las coordenadas $x$ e $y$ entre los vértices $c_2$, $c_3$ y $c_4$ y el vértice $c_1$.

$X(c_2) - X(c_1) = 6 - 3 = 3$
$Y(c_2) - Y(c_1) = 2 - 2 = 0$
$X(c_3) - X(c_1) = 6 - 3 = 3$
$Y(c_3) - Y(c_1) = 5 - 2 = 3$
$X(c_4) - X(c_1) = 3 - 3 = 0$
$Y(c_4) - Y(c_1) = 5 - 2 = 3$

Ahora, para calcular la posición de los vértices $c_2$, $c_3$ y $c_4$ en el plano del resctángulo respecto a $r_1$ se suman las distancias calculadas a las coordenadas de $r_1$.

Nuevo $c_2 = (X(r_1) + 3, Y(r_1) + 0) = (5, 2)$
Nuevo $c_3 = (X(r_1) + 3, Y(r_1) + 3) = (5, 5)$
Nuevo $c_4 = (X(r_1) + 0, Y(r_1) + 3) = (2, 5)$

En la Figura 4 podemos observar la figura diferencia entre las figuras 2 y 3 sombreada en negro.

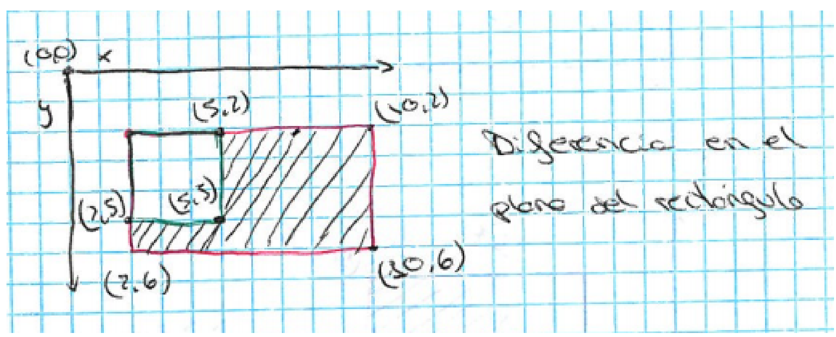


**Fig. 4.** En esta imagen se puede observar con un sombreado negro el resultado de la diferencia entre el rectángulo de la figura2 y el cuadrado de la figura 3, así como la posición de sus vértices.

### 3.2 Ejemplo sencillo

Tomemos como primer ejemplo un ejemplo sencillo, el mismo utilizado en la sección 3.1.

La descripción de la figura 2 sería {*ll*,*r*,*msh*,*convex*}{*ll*,*r*,*ml*,*convex*{{*ll*,*r*,*msh*,*convex*}{*ll*,*r*,*ml*,*convex*}.

La descripción de la figura 3 sería {*ll*,*r*,*sl*,*convex*}{*ll*,*r*,*sl*,*convex*}{*ll*,*r*,*sl*,*convex*}{*ll*,*r*,*sl*,*convex*}].

La descripción de la diferencia, sombreada en negro en la figura 4, se calculará de la siguiente formacomo de momento sólo utilizaremos figuras geométricas, el $KEC$ siempre será *ll*).

Empezamos por el vértice siguiente del sustraendo al que se realiza la diferencia, por tanto, el vértice que ocupa la posición (5,2) cuya descripción es {*ll*,*r*,*convex*} (la longitud comparada se calcula a posteriori, calculando primero la longitud de las aristas conectadas según la posición de los vértices).

El siguiente vértice con mayor $x$ pertenece al minuendo y se encuentra en la posición (10,2). Su descripción es {*ll*,*r*,*convex*}.

Como ya no quedan más vértices con mayor $x$, avanzamos en las $y$. El siguiente vértice con mayor $y$ es el que se encuentra en la posición (10,6), cuya descripción es {*ll*,*r*,*convex*}.

Ahora, como no podemos seguir avanzando en el eje de las $y$, tampoco hay vértices con mayor $x$, luego el siguiente vértice será el siguiente con una $x$ menor al actual. Esto es, el vértice (2,6), cuya descripción es $\{ll,r,convex\}$.

El siguiente vértice será el siguiente con menor $y$, ya que no quedan vértices con menor $x$. El vértice ocupa la posición (2,5) y su descripción es $\{ll,r,convex\}$.

A partir de este vértice si se puede avanzar en las $x$. El vértice es el (5,5) y su descripción es $\{ll,r,convex\}$.

Como el siguiente vértice es el origen, hemos llegado al final de la descripción.

Ahora será necesario calcular las longitudes comparadas de las aristas.

La distancia entre el último vértice y el primero es 3 (5-2), y entre el primero y el segundo es 5 (10-5). Por tanto, la longitud comparada del primer vértice es $absh$.

La distancia entre el segundo y el primero es 5 (10-5), y entre el segundo y el tercero es 4 (6-2). Por tanto, la longitud comparada del primer vértice es $abl$.

La distancia entre el tercer vértice y el segundo es 4 (6-2), y entre el tercero y el cuarto es 8 (10-2). Por tanto, la longitud comparada del primer vértice es $hl$.

La distancia entre el cuarto y el tercero es 8 (10-2), y entre el cuarto y el quinto es 1 (6-5). Por tanto, la longitud comparada del primer vértice es $ml$.

La distancia entre el quinto y el cuarto es 1 (6-5), y entre el quinto y el sexto es 3 (5-2). Por tanto, la longitud comparada del primer vértice es $msh$.

Por último, la distancia entre el sexto y último vértice y el quinto es 3 (5-1), y entre el sexto y el primero es 3 (5-2). Por tanto, la longitud comparada es $sl$.

Finalmente, la descripción de la diferencia de formas quedaría como sigue:

$\{ll,r,absh,convex\}\{ll,r,abl,convex\}\{ll,r,hl,convex\}\{ll,r,ml,convex\}\{ll,r,msh,convex\}\{ll,r,sl,convex\}$.

### 3.3 Ejemplo complejo

Para ver un ejemplo en el que la diferencia crea dos figuras inconexas utilizaremos las figuras 5 y 6. graficamente, el resultado de la diferencia de puede ver en la figura 7. Tal como se observa, al colocar la figura 6, el resultado son dos figuras sombreadas en negro.

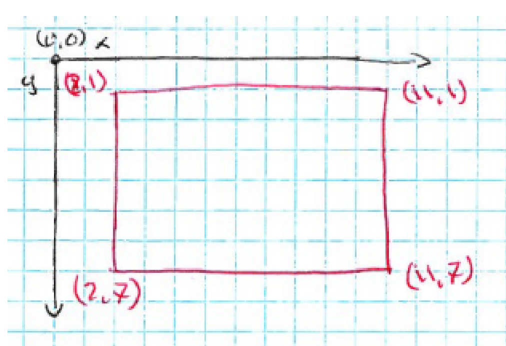


**Fig. 5.** En esta figura se observa el rectángulo que será el minuendo de la operación.

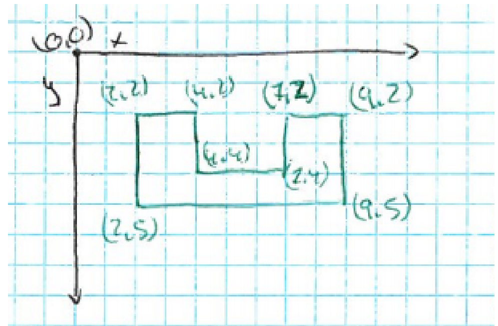

**Fig. 6.** En esta figura se observa el sustraendo de la operación.

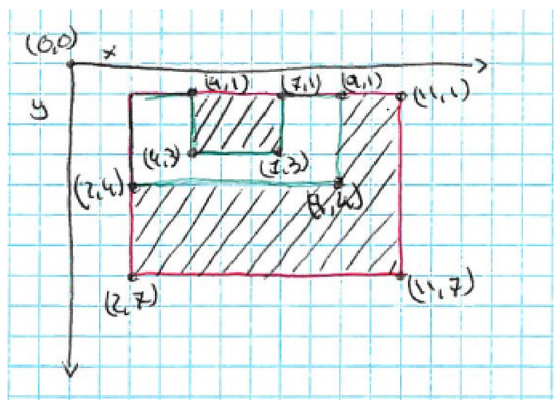

**Fig. 7.** En esta figura se observa el resultado de la operación.

Para hacer la descripción de las mismas empezamos por el siguiente vértice al origen de la diferencia, esto es, por el segundo vértice del sustraendo, que ocupa la posición (4,1), cuya descripción es $\{ll,r,convex\}$. Este vértice se marca como perteneciente al sustraendo y que toca frontera con el minuendo.

El siguiente en la posición (7,1), cuya descripción es $\{ll,r,convex\}$. Este también pertenece al sustraendo y toca frontea con el minuendo, por tanto, hay que mirar si existen vértices entre ambos. En este caso hay dos vértices del sustraendo entre ellos, el de la posición (4,3) y el de la (7,3). Estos vértices se describen (la descripción de ambos es $\{ll,r,convex\}$), se ordenan junto con los otros dos en el sentido de las agujas del reloj ((4,1),(7,1),(7,3),(4,3))y se marcan como ya visitados.

La descripción de la figura que forma estos vértice es:

$\{ll,r,absh,convex\}\{ll,r,abl,convex\}\{ll,r,absh,convex\}\{ll,r,abl,convex\}$.

Donde las as longitudes comparadas se han calculado del mismo modo que en la sección anterior, por la distancia entre los vértices.

Ahora volvemos al ltimo vértice visitado, el (7,1). A partir del siguente vértice a este, empezamos una nueva figura. Esto es, a partir del vértice (9,1), cuya descripción es $\{ll,r,convex\}$.

El siguiente vértice en el sentido de las agujas del reloj es el (11,1), cuya descripción es $\{ll,r,convex\}$. El siguiente vértice en el sentido de las agujas del reloj es el (11,7), cuya descripción es $\{ll,r,convex\}$.

El siguiente vértice en el sentido de las agujas del reloj es el (2,7), cuya descripción es $\{ll,r,convex\}$.
El siguiente vértice en el sentido de las agujas del reloj es el (2,4), cuya descripción es $\{ll,r,convex\}$.

Como el (9,1) y el (2,1) pertenecen al sustraendo pero tocan frontera con el minuendo, formarán una figura con todos los vértices que se encuentran entre ellos. Esto es el (11,1), (11,7),(2,7), (2,4) y el (9,4), cuya descripción es $\{ll,r,convex\}$. Estos vértices se ordenan en el sentido de las agujas del reloj ((2,4),(9,4),(11,1),(11,7),(2,7))y dan una figura con la siguiente descripción.

$\{ll,r,msh,convex\}\{ll,r,ml,convex\}\{ll,r,msh,convex\}\{ll,r,absh,convex\}\{ll,r,,l,convex\}\{ll,r,msh,convex\}$.

Como el único vértice que queda por visitar es por el que se realiza la diferencia y el del minuendo y sustraendo son iguales, ya hemos acabado las nuevas descripciones.