Implementació d'una teoria de resta de formes qualitatives

Ivan Barrachina Bellmunt i Josep López Centelles
II-80 Intel·ligència Artificial avançada
Universitat Jaume I Castelló
Avda. Vicent Sos Baynat s/n, 12071 Espanya
al106647@uji.es, al106650@uji.es

Abstract

Aquest article explica el treball realitzat per a implementar la teoria de resta de formes definida pel grup C4R2 [Museros09]. Com a objectiu final s'ha obtingut una interfície gràfica que ens permet elegir dos figures, de les quals es calcula la resta, i es mostra tant el resultat com la seua descripció qualitativa.

1 Introducció

La intel·ligència artificial és considerada una rama de la computació i relaciona un fenomen natural amb una analogia artificial a través de programes de computador. De manera més específica la intel·ligència artificial és la disciplina que s'encarrega de construir processos que al ser executats sobre una arquitectura física produeixen accions o resultats que maximitzen una mesura de rendiment determinada, basant-se en la seqüència de entrades percebudes i el coneixement emmagatzemat en dita arquitectura[Jordan01].

Aquest projecte es centra en la interpretació de les característiques qualitatives per a definir la nova figura. L'anàlisi de característiques qualitatives és una de les facultats que té la ment humana i s'utilitza a diari. Implementant aquest procés es dote al nostre software d'una intel·ligència artificial clara, ja que es simula una forma de pensar molt humana.

Més concretament, el el treball que es planteja a continuació tracta de presentar la teoria de la resta de formes i la integració d'aquesta en una interfície gràfica. Existeixen algunes limitacions que no permeten fer qualsevol resta de formes però s'ha intentat que aquesta versió del software accepte la majoria d'elles.

Específicament, el treball que s'ha desenvolupat tracta sobre l'obtenció d'imatges, anàlisis de les seves característiques i finalment la realització d'una operació en la que s'utilitzen dos figures per obtenir el resultat de la seva resta. Açò pot ser utilitzat posteriorment per a definir mosaics d'una forma intel·ligent i amb la seguretat d'evitar errors. La primera part del projecte que consta de l'obtenció dels vèrtexs d'una figura correspon al camp de la visió, mentre que l'anàlisi i els seus resultats pertanyen al camp del raonament qualitatiu, dins de la intel·ligència artificial.

El Raonament Qualitatiu (RQ) és una subàrea de la Intel·ligència Artificial que cerca entendre i poder explicar l'habilitat innata dels éssers humans per raonar sense tenir informació precisa. L'objectiu principal del RQ és desenvolupar tècniques que permetin operar en condicions d'insuficiència, excés o poca precessió de les dades. El RQ també afronta problemes relacionats amb la preservació de la rellevància, és a dir, en avaluar cada variable amb el nivell de precisió que li correspon[Garcia].

2 Descripció qualitativa de les figures

Com s'ha dit anteriorment, en aquest treball s'utilitzarà la descripció qualitativa de figures, obtinguda mitjançant l'executable desenvolupat en [Museros07]. La descripció qualitativa consisteix en l'assignació de valors de les principals característiques de cada vèrtex de la figura dins de rangs definits qualitativament. En aquests rangs no hi ha valors enters sinó conceptes que determinen en quin rang es troba cadascun dels valors reals. Per exemple, un angle no es determina mitjançant el nombre de graus que conté sinó que es descriurà definint el seu rang: molt agut, agut, recte, obert, molt obert. Les figures que anem a restar son polígons tancats, regulars o irregulars i per tant no tenen segments corbs.

Les característiques que determinen cada vèrtex són el tipus d'angle, la seua convexitat i la llargària de les seues arestes respecte les seues veïnes. Per a poder explicar com es realitzen els càlculs de la descripció qualitativa s'usaran els tres vèrtexs participants en cada càlcul. S'anomenaran aquest punts com i(anterior), j(vèrtex que s'està calculant) i k(següent) per a facilitar l'explicació dels càlculs.

2.1 Tipus d'angle

Per classificar l'angle del vèrtex j, es dibuixarà un cercle amb diàmetre i k, que és la línia d'unió entre els vèrtexs i (anterior) i k (següent). Si el vèrtex que s'estudia es troba a l'interior del cercle, s'anomenarà obtús (obtuse), si es troba en l'exterior s'anomenarà agut (acute) i si coincideix en la circumferència serà recte (right).

A més, si els angles són molt aguts (0-40 graus) o molt obtusos (140-180 graus) es defineixen com very obtuse o very acute. Es pot observar en la Figura 1 com es defineix alguns tipus d'angles.

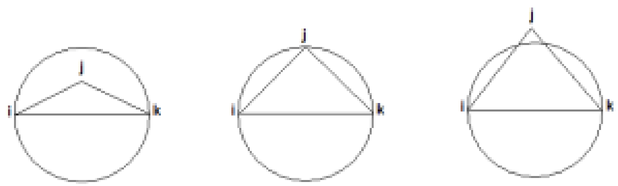

Figura 1: Exemples de l'estudi de la classificació de tres angles, un obtús, un recte i un tercer agut.

2.2 Convexitat

Per calcular el tipus de convexitat de l'angle del vèrtex j, es realitza una línia del vèrtex anterior al posterior. Si aquest vèrtex j es troba a l'esquerra d'aquesta línia, es diu que l'angle és convex i si es troba a la dreta, còncau. En la Figura 2 s'observen els dos possibles exemples de les diferents convexitats.

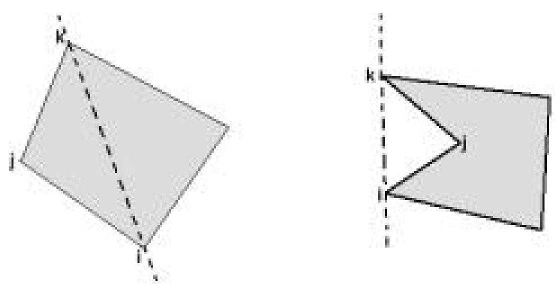

Figura 2: Exemple de la convexitat de dos angles, un primer convex i un còncau.

2.3 Llargària de les arestes

Per calcular la llargària de les arestes del vèrtex j, es compara la distància euclidiana de les línies i-j i j-k.

D(j-k)=)=((Xk-Xj)2+(Yk-Ykj)2)1/2

D(i-j)=)=((Xj-Xi)2+(Yj-Yki)2)1/2

Comparant aquestes dos dades obtenim el valor de la llargària de les arestes:

- Si D(j-k) = [0, 0,4] D(i-k) $\rightarrow$ Molt menor (much-shorter)
- Si D(j-k) = [0.4, 0.6] D(i-k) $\rightarrow$ Mitat (half-lenght)
- Si D(j-k) = [0.6, 0.9] D(i-k) $\rightarrow$ Un poc menor (a-bit-shorter)
- Si D(j-k) = [0.9, 1.1] D(i-k) $\rightarrow$ Igual (similar-lenght)
- Si D(j-k) = [1.1, 1.9] D(i-k) $\rightarrow$ Un poc major (a-bit-longer)
- Si D(j-k) = [1.9, 2.1] D(i-k) $\rightarrow$ Doble (double-lenght)
- Si D(j-k) = [2.1, n] D(i-k) $\rightarrow$ Molt major (much-longer)

2.4 Connexió

És el tipus d'aresta connectada i pot ser: connexió entre dos línies rectes (*line-line*), una línia recta i una corba (*line-curve*), dos línies corba (*curve-curve*), una línia corba i una recta (*curve-line*) o punto de curvatura (*curvature-point*). En el nostre cas al restar figures poligonals sempre serà *line-line*.

2.5 Descripció completa de la figura

Ja explicades totes les característiques de cada vèrtex, sols es necessita definir un estàndard per a mostrar tota la informació. Iniciant des d'el primer vèrtex (el que estiga més amunt i a l'esquerra) es va mostrant tota la informació de tots els vèrtexs com es pot veure en aquest exemple:

[Con1,Cur1,Lon1,Conv1]...[ConN,CurN,LonN,ConvN]

Aquest exemple respon a la descripció dels vèrtexs explicada en la teoria de [Zoe12], segons la qual els vèrtexs d'una figura es descriuen com una tupla $<$ Con; Cur; Lon; Conv $>$ on:

- *Con* és el tipus d'aresta connectada.
- *Cur* és la curvatura, l'angle del vèrtex.
- *Lon* és la longitud comparada de l'aresta anterior respecte a la següent.
- *Conv* és la convexitat del vèrtex.

Els valors de cadascuna de les anteriors característiques s'han definit anteriorment de forma que la descripció de la Figura 3 sería la que es veu a continuació.

[line-line, right, a-bit-longer, convex], [line-line, right, a-bit-shorter, convex], [line-line, right, a-bit-longer, convex], [line-line, right, a-bit-shorter, convex]

2.6 Limitacions de les figures

Quan es realitza una operació de diferència, existeix un minuend al que se li resta un subtrahend per obtenir un resultat, la diferència. En el cas de restar figures, existeix una sèrie de restriccions que aquestes deuen complir per a que els càlculs funcionen correctament. La diferència es realitzarà sempre per el primer vèrtex de la descripció de la figura minuend. Açò vol dir, per el vèrtex amb menor y i menor x (les x del pla van de esquerra a dreta i les y de amunt a avall).

El minuend sempre deu ser major que el subtrahend, en el cas de les figures, per a comprovar que aquesta restricció es compleix, es deuen comprovar que ningun dels punts característics del subtrahend es surt de la frontera del minuend. Si el minuend té diferents amplàries es considerà que la resta no es pot realitzar si el subtrahend supera

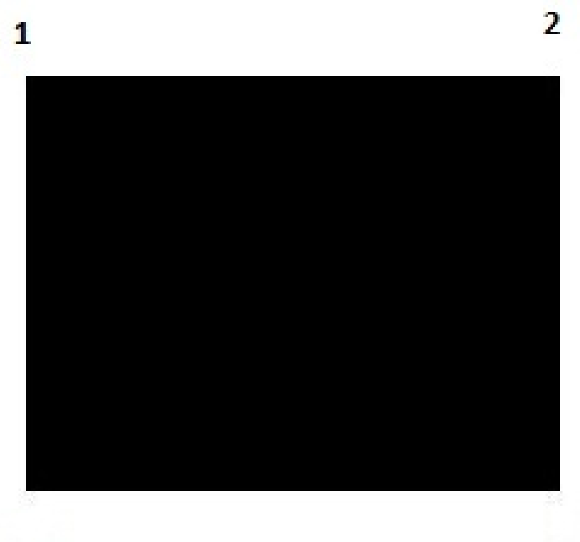

Figura 3: Exemple de figura per a mostrar la seua descripció qualitativa.

l'amplària de la part superior del minuend. Com a cas base si les dos figures són iguals, es a dir, són la mateixa figura el resultat serà una figura sense vèrtexs i un missatge d'error.

Les figures no poden tenir segments que no siguen rectes ja que la existència de línies corbes dificultaria molt els càlculs. A més si la resta produeix més d'una figura en el nostre programa només es tindrà en compte una d'aquestes figures ignorant a les altres. S'intenta sempre elegir la figura més gran de les possibles i es considera que la resta es pot descartar (per exemple en l'aplicació per muntar trencadís es podria emplenar el forat amb massilla).

Les figures han de estar orientades de forma que el seu primer punt (del situat més amunt i més a l'esquerra) es puga col·locar en l'origen de coordenades (0,0). D'aquesta forma sempre es resta per la part de dalt i el màxim a l'esquerra possible. Estratègia que dóna ordre a les restes consecutives de figures sobre una figura inicial.

3 Diferència de formes

Una vegada explicada la teoria de descripció qualitativa de formes a partir de l'estudi dels seus vèrtexs, sols ens queda passar a presentar la teoria sobre com calcular la descripció qualitativa d'una nova figura, creada a partir de la diferència de dues figures simples de les que ja es coneixen la seva descripció. Cadascuna de les característiques dels vèrtexs s'han de calcular de forma independent per a cada vèrtex. En les següents seccions s'explica com s'obté el valor de cadascun d'aquests.

3.1 Càlcul del tipus d'angle dels nous vèrtexs

Els angles dels nous vèrtexs es calcularan depenent de si aquestos fan frontera o no amb el minuend. S'utilitzarà la Taula 4 per calcular l'angle de la nova figura en els dos següents casos:

- En el cas que hi facen frontera, el nou angle serà el suplementari al del subtrahend. Açò vol dir que si el angle del subtrahend era *very-acute*, el nou serà *very-obtuse*; si era *acute*, el nou serà *obtuse*; si era *right*, el nou serà *right*; si era *obtuse* el nou serà *acute*; i si era *very-obtuse* el no serà *very-acute*.
- Els vèrtexs dels subtrahend que no hi facen frontera amb el minuend es convertiran en vèrtexs còncaus de la nova figura, amb el mateix tipus d'angle.

	convex va	*concave va*	*convex a*	*concave a*	*convex r*	*concave r*	*convex o*	*concave o*	*convex vo*	*concave vo*
Frontera	*convex vo*		*convex o*		*convex r*		*convex a*		*convex va*	
No Frontera	*concave va*	*convex va*	*concave a*	*convex a*	*concave r*	*convex r*	*concave o*	*convex o*	*concave vo*	*convex vo*

Figura 4: Angles que forma el subtrahend en la nova figura, depenent del angle original.

Es possible que al realitzar la diferència algun vèrtex del subtrahend diferent al que estem restant ocupe la mateixa posició que un altre vèrtex del minuend. En aquest cas, sols serà possible ficar la peça si l'angle del vèrtex del subtrahend és menor o igual al del minuend. En cas que siguen iguals o complementaris (la resta done 180, açò sols es pot donar si un angle és còncau i l'altre convex), el vèrtex desapareix. En cas que siga menor, en la Taula 5 es poden comprovar l'angle resultant.

	va	a	r	o	vo
va	$\emptyset$				
a	va	$\emptyset$			
r	a	va	$\emptyset$		
o	a r o	a	a	$\emptyset$	
vo	o vo	a r o	a	va va va o	$\emptyset$

Figura 5: En la taula es mostra l'angle resultant de restar-li a un angle tipus fila un angle tipus columna.

Quan són del mateix tipus es considera que es descarta (ja que encara que no siguen idèntics es pot ficar massilla per fer el trencadís). "Algunes indeterminacions també es poden descartar (per exemple es considera que es posarà massilla). Per a simplificar en els casos en els que hi ha diverses solucions possibles es considera la més provable d'elles. D'esta forma la taula quedarà com es mostra en la Taula 6.

	va	a	r	o	vo
va	0				
a	va	0			
r	a	va	0		
o	r	a	va	0	
vo	o	r	a	va	0

Figura 6: Càlculs simplificats de la resta d'angles.

3.2 Càlcul del tipus de convexitat dels nous vèrtexs

El càlcul de la convexitat està molt relacionat en el càlcul del tipus d'angle de la nova figura. Es pot observar com es modifiquen els valors de la convexitat en la Taula 4. Depenent de si el vertex pertany a la frontera del minuend o no es modificarà el seu valor o es mantindrà l'antic.

3.3 Càlcul de la llargària de les arestes de la nova figura

En cas que desaparega un vèrtex per restar dos angles complementaris, s'haurà de calcular la longitud de la nova aresta amb l'angle anterior i el següent. La longitud de les arestes afectades en la resta deurà calcular-se qualitativament, restant-li a la longitud de les arestes del minuend, la longitud de les del subtrahend. Una volta calculades les noves longituds, es calcula la longitud comparada per afegir-la a la nova descripció.

3.4 Càlcul del tipus connexió dels nous vèrtexs

Al existir la limitació de que totes les figures han de ser polígons amb tots els seus costats rectes aquest càlcul serà molt simple. En tots els vèrtexs el valor del tipus de connexió serà *line-line*.

4 Formació de la nova figura

Per realitzar la resta de dos figures un dels passos més difícils consisteix en la definició dels vèrtexs de la nova figura. S'han de considerar tots els vèrtexs com a possibles integrants de la nova figura. Però mitjançant diverses comprovacions s'arriba a la llista final del vèrtexs de la figura final. Aquestes comprovacions s'expliquen en més detall als següents apartats.

Abans de treballar amb els vèrtexs s'han d'igualar les posicions de les dos figures. Considerant com a punt principal el situat més amunt i a l'esquerra, es modifiquen tots els valors de tots els punts de forma que aquest punt estigui en l'eix de coordenades. Ocorre un problema si la figura té una forma que produeix que alguns dels seus punts es situen a la zona negativa dels eixos x o y. Per solucionar açò disposem d'un altra funció que mou la figura per a que torne a una posició correcta.

El procés consisteix en descartar els punts coincidents tant per davant com per darrere. Posteriorment es recorren els vèrtexs restants de forma ordenada. Aquest procés s'explica en molt més de detall en els següents apartats.

4.1 Descartar punts

Tenint en compte que el primer vèrtex en la llista de punts de cada figura s'encontrarà en la posició (0,0) s'inicia el recorregut dels següents punts. Aquest primer vèrtex es descarta directament per formar part de la nova figura. Si el segon punt de les dos figures també coincideixen significa que tampoc formaran part de la nova figura. Es segueix recorrent els punt fins trobar un parell que no siguen iguals. Aquests seran els dos primers punts de la nova figura.

Tots els punts que han coincidit en les dos figures es marquen com a visitats i no es consideraran per formar la nova figura. Aquest procés es repeteix recorrent els vèrtexs des dels últims, per a descartar també els que coincideixen

4.2 Primer punt del subtrahend

Per a iniciar la formació de la figura resultant s'agafa el primer punt no visitat del subtrahend com a primer punt d'aquesta figura nova. Esta regla sempre es compleix ja que sempre és un punt del subtrahend el que inicia la nova forma.

Es realitzen diverses comprovacions per a estar segurs que aquest punt es el compleix millor la regla de estar més a l'esquerra i a la part de dalt de la figura. Si açò no ocorre es busca quin es el punt no visitat que millor compleix aquesta regla.

4.3 Punts del minuend

Posteriorment s'insereixen en la figura resultant tots els vèrtexs del minuend que no han sigut visitats. Açò farà que es forme gran part de la nova figura fins arribar de nou als punts del subtrahend. Aquests punts s'ordenen de la mateixa que en el minuend ja que els dos ordres es corresponen en el sentit horari que volem que totes les figures complisquen.

4.4 Punts del subtrahend

Per últim s'han d'inserir tots els punts que queden del subtrahend. Aquest pas es realitzarà en un ordre invers de forma que l'últim vèrtex no visitat serà el primer en inserir en la figura resultant. Açò ocorre perquè al restar els punts del subtrahend segueixen formant part de la nova figura però fent el paper dels seus complementaris. Com s'ha explicat anteriorment el tipus de convexitat es modificarà en aquests punts de forma que els còncaus passaran a ser convexos i a la inversa.

4.5 Eliminació de possibles figures

Com s'ha dit en l'apartat de les limitacions el nostre algoritme només pot obtenir com a solució una figura. Per a garantir açò s'han de fer comprovacions que eliminen possibles forats que formarien figures no desitjades.

Per a realitzar aquesta gestió es conten el nombre de punts del subtrahend que estan situats a la frontera del minuend. Sempre que la quantitat d'aquest punts supere els dos s'hauran de descartar vèrtexs que formarien noves figures. Quant açò ocorre es marquen com a visitats els vèrtexs que formarien la nova figura i així s'ignora la seua presencia.

5 Disseny i execució de la interfície gràfica

Per a poder provar gràficament que els nostres càlculs han sigut correctes, s'ha implementat una interfícies gràfica. Aquesta interfície permet seleccionar i carregar dues figures. Una volta carregades es mostra la descripció qualitativa de cadascuna d'elles.

Finalment hi ha un botó que serveix per a calcular la figura resultant a la diferència de formes. Al costat d'aquesta figura també apareix una descripció qualitativa del resultat final. Es pot veure un exemple d'aquesta interfície en la Imatge 7.

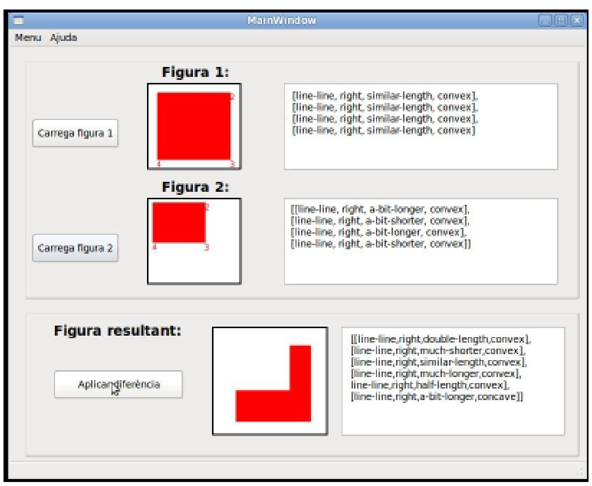

Figura 7: Interfície que mostra els resultats de la resta.

6 Resultats obtinguts

Per últim es mostraran diversos exemples de restes entre dos figures. Les figures estaran acompanyades per la seua descripció qualitativa.

El primer exemple consisteix en la resta d'un quadrat menys un altre quadrat. El minuend, evidentment, serà de major mida que el subtrahend. El resultat es pot observar en la Figura 10 i com es pot veure es descriu mitjançant un conjunt de vèrtexs de les dues figures inicials.

Minuend:

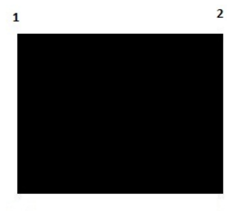

Figura 8: Minuend del primer exemple.

La descripció del minuend serà: *[line-line, right, similar-length, convex], [line-line, right, similar-length, convex], [line-line, right, similar-length, convex], [line-line, right, similar-length, convex]*

Subtrahend:

Figura 9: Subtrahend del primer exemple.

La descripció del subtrahend serà: *[line-line, right, a-bit-longer, convex], [line-line, right, a-bit-shorter, convex], [line-line, right, a-bit-longer, convex], [line-line, right, a-bit-shorter, convex]*

Resultat:

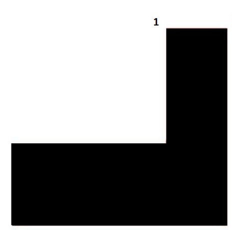

Figura 10: Resultat del primer exemple.

[line-line,right,double-length,convex], [line-

line,right,much-shorter,convex], [line-line,right,similar-length,convex], [line-line,right,much-longer,convex], line-line,right,half-length,convex], [line-line,right,a-bit-longer,concave]

El segon exemple consisteix en la resta d'un quadrat menys una figura irregular en forma d'escala. Aquest exemple mostra una major complexitat en nombre i gestió de vèrtexs- El resultat es pot observar en la Figura 13 i descriu una figura en un nombre elevat de vèrtexs.

Minuend:

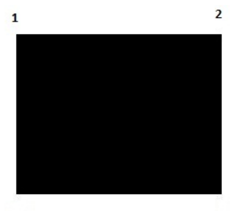

Figura 11: Minuend del segon exemple.

La descripció del minuend serà:
[line-line, right, similar-length, convex], [line-line, right, similar-length, convex], [line-line, right, similar-length, convex], [line-line, right, similar-length, convex]

Subtrahend:

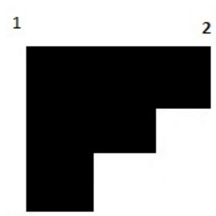

Figura 12: subtrahend del segon exemple.

La descripció del subtrahend serà:
[line-line,right,similar-length,convex],[line-line,right,much-longer,convex], [line-line,right,a-bit-longer,convex], [line-line,obtuse,similar-length,concave], [line-line,obtuse,similar-length,convex], [line-line,obtuse,similar-length,concave], [line-line,right,similar-length,convex], [line-line,right,much-shorter,convex]

Resultat:

Finalment, la descripció de la diferència de formes quedarà:
[line-line,right,a-bit-longer,convex], [line-line,right,much-shorter,convex], [line-line,right,a-bit-longer,convex],

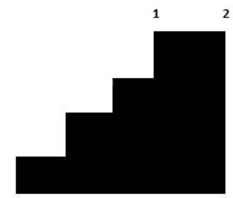

Figura 13: Resultat del segon exemple.

[line-line,right,much-longer,convex], [line-line,right,a-bit-longer,convex], [line-line,obtuse,a-bit-longer,concave], [line-line,right,similar-length,convex], [line-line,obtuse,a-bit-shorter,concave], [line-line,right,similar-length,convex], [line-line,obtuse,similar-length,concave]

El tercer exemple consisteix en la resta d'un quadrat menys una figura que té la mateixa amplària que el minuend. Aquest exemple mostra un exemple dels casos en els que s'ha de descartar més d'un punt per estar repetits. El resultat es pot observar en la Figura 16 i descriu una figura molt més estreta que l'original.

Minuend:

Figura 14: Minuend del tercer exemple.

La descripció del minuend serà:
[line-line, right, similar-length, convex], [line-line, right, similar-length, convex], [line-line, right, similar-length, convex], [line-line, right, similar-length, convex]

subtrahend:

Figura 15: subtrahend del tercer exemple.

La descripció del subtrahend serà:
[line-line,right,much-shorter,convex], [line-line,right,much-longer,convex], [line-line,right,similar-length,convex], [line-line,obtuse,a-bit-longer,concave], [line-line,right,similar-

length,convex], [line-line,obtuse,a-bit-longer,convex], [line-line,obtuse,half-length,concave], [line-line,right,similar-length,convex]

Resultat:

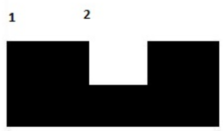

Figura 16: Resultat del tercer exemple.

Finalment, la descripció de la diferència de formes quedarà:
[line-line,right,much-longer,convex], [line-line,obtuse,similar-length,convex], [line-line,right,a-bit-longer,concave], [line-line,obtuse,a-bit-shorter,concave], [line-line,right,similar-length,convex], [line-line,right,half-length,convex], [line-line,right,a-bit-shorter,convex], [line-line,right,a-bit-longer,convex]

El tercer exemple consisteix en la resta d'un quadrat al que ja se li ha restat una figura menys un quadrat menut. Aquest exemple mostra un exemple de la resta sobre una figura ja modificada. La resta s'inicia en el punt més alt i a l'esquerra del minuend. El resultat es pot observar en la Figura 19.

Minuend:

Figura 17: Minuend del quart exemple.

La descripció del minuend serà:
[line-line,right,similar-length,convex], [line-line,right,much-shorter,convex], [line-line,right,a-bit-shorter,convex], [line-line,right,a-bit-shorter,convex], [line-line,right,a-bit-shorter,convex], [line-line,obtuse,similar-length,concave]

subtrahend:
La descripció del subtrahend serà:
[line-line, right, a-bit-longer, convex], [line-line, right, a-bit-shorter, convex], [line-line, right, a-bit-longer, convex], [line-line, right, a-bit-shorter, convex]

Resultat:

Figura 18: subtrahend del quart exemple.

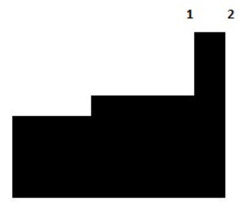

Figura 19: Resultat del quart exemple.

Finalment, la descripció de la diferència de formes quedarà:
[line-line,obtuse,much-longer,convex], [line-line,right,much-shorter,convex], [line-line,right,a-bit-shorter,convex], [line-line,right,much-longer,convex], [line-line,right,similar-length,convex], [line-line,obtuse,much-longer,concave], [line-line,obtuse,much-shorter,convex], [line-line,obtuse,a-bit-shorter,concave]

7 Conclusions i treball futur

En aquest treball s'ha implementat l'operació de la resta, amb la seua corresponent interfície gràfica. La part més complexa ha sigut obtindre els punts de la nova figura, recorrent els vèrtexs de les dos figures per a obtindre els que necessitem. En quant a la interficie gràfica la representació de les figures resultants ha produit molt problemes. Amb dades qualitatives simulen la forma de raonar de la ment humana, però els resultats perden molta fiabilitat. Les dades qualitatives ens donen una idea de com serà la nova figura però no es suficient per a representarla.

Aquest projecte es podria continuar en diverses direccions per a completar la seua aplicació. La més important seria poder gestionar la resta quan el resultat són dos figures independents. La informació de les dos figures no seria molt difícil d'obtenir, el vertader problema resideix en la gestió de tota la implementació per a que l'algoritme poguera ser capaç de tornar dos figures (o més) en lloc d'una única, com ara.

Altres millores serien la possibilitat de restar figures que no puguen ser mogudes a l'eix de coordenades. O que aquest moviment fora opcional, per a poder restar en qualsevol zona del minuend.

Per últim es podria fer la integració de figures amb corbes, que és un pas complex per implementar-lo. Principalment per a definir els vèrtexs de la nova figura.

8 Bibliografia

-[Jordan01] Jordan M. I. and Russel S., Computational Intelligence. In: Wilson R. A. and Keil, F. C. (Eds.), The MIT Encyclopedia of the Cognitive Sciences, The MIT Press, Cambridge, Massachussets, USA, 2001.

-[Museros07] L. Museros. Qualitative theory on shape representation. application to industrial manufacturing, 2007.

-[Gonzalez11] L. Museros, L.González, F.Velasco i Zoe Falomir. A Qualitative Shape Description Scheme for Generating New Manufactured Shapes, Universitat Jaume I, Castellón i Universitat Sevilla, Sevilla, Spain. 2011.

-[Zoe11] Zoe Falomir Llansola. Qualitative Distances and Qualitative Description of Images for Indoor Scene Description and Recognition in Robotics, Figueroles (Spain), May 13, 2011

-[Museros09] L. Museros, C4R2 No Institute Given Informe tecnico. Diferencia de formas Espanya, Universitat Jaume I 2009.

-[Garcia] Títol: Sistema Recomanador amb Ordres de Magnitud Volum: 1/1 Alumne: David Garcia Vidal Facultat d'Informàtica de Barcelona