

# Tasa de riesgo acumulada

Iván Vega Gutiérrez

2 de septiembre de 2021

**Proposición:**

$$F(x) = 1 - e^{-H(t)}.$$

**Demostración:**

Primero, recordemos los siguientes conceptos .

**Función de densidad (pdf)**

$$f(t) = \frac{d}{dt}F(t)$$

Frecuencia relativa de los tiempos de falla en función del tiempo.

**Función de supervivencia (sf)**

$$S(t) = 1 - F(t). \tag{1}$$

Probabilidad de sobrevivir más allá del tiempo t.

**Función de riesgo (hf)**

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)}$$

Tasa instantánea de falla.

**Tasa de riesgo acumulada**

$$H(t) = \int_0^t h(x)dx$$

Notemos que

$$\begin{aligned}
 H(t) &= \int_0^t h(x) dx \\
 &= \int_0^t \frac{f(x)}{S(x)} \\
 &= \int_0^t \frac{1}{S(x)} \frac{d}{dx} F(x) dx \\
 &= \int_0^t \frac{1}{S(x)} \frac{d}{dx} (1 - S(x)) dx \\
 &= - \int_0^t \frac{1}{S(x)} \frac{d}{dx} S(x) dx \\
 &= - \int_0^t \frac{d}{dx} \ln(S(x)) dx \\
 &= - \ln(S(t))
 \end{aligned} \tag{2}$$

De (2) se tiene que

$$e^{-H(t)} = S(t)$$

Y por (1) se concluye que

$$F(t) = 1 - e^{-H(t)}$$