Modelación Estadística I

Iván Vega Gutiérrez

9 de agosto de 2021

1 Contesta correctamente las siguientes preguntas.

1. Una persona lanza una moneda al aire. ¿Águila y sol son eventos mutuamente excluyentes? Si, no, porqué.

   Solución. Son mutuamente excluyentes ya que el resultado de uno no depende del otro.

2. ¿Cómo se le llama al valor promedio de un conjunto de datos?

   Solución. Esperanza.

3. Es la desviación estándar al cuadrado

   Solución. Varianza

4. Menciona cinco tipos de distribuciones estadísticas.

   Solución.

   - Distribución normal.
   - Distribución geométrica.
   - Distribución hipergeométrica.
   - Distribución binomial.
   - Distribución de Poisson.

5. La ciencia que nos ayuda a analizar e interpretar datos para luego tomar decisiones es:

   (a) Probabilidad
   (b) Estadística
   (c) Computación
   (d) Informática

   Solución. Estadística.

2 Resuelve correctamente el siguiente ejercicio

$$\int_0^\infty x[\lambda e^{-\lambda x}]dx \text{ para } \lambda > 0.$$

Solución.

Sea $u = \lambda x$, luego,

$$\begin{aligned} \int_0^\infty x[\lambda e^{-\lambda x}]dx &= \lim_{n\to\infty} \int_0^n x[\lambda e^{-\lambda x}]dx \\ &= \frac{1}{\lambda} \lim_{n\to\infty} \int_0^n u e^{-u} du. \end{aligned} \tag{1}$$

Por el teorema de integración por partes se tiene que

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} \lim_{n\to\infty} \int_0^n u e^{-u} du &= \frac{1}{\lambda} \lim_{n\to\infty} \Big(u e^{-u} \Big|_0^n + \int_0^n e^{-u} du \Big) \\ &= \frac{1}{\lambda} \lim_{n\to\infty} \frac{n}{e^n} + \frac{1}{\lambda} \lim_{n\to\infty} -e^{-u} \Big|_0^n \\ &= -\frac{1}{\lambda} \lim_{n\to\infty} \big(\frac{1}{e^n} - 1 \big) \\ &= \frac{1}{\lambda}. \end{aligned} \tag{2}$$

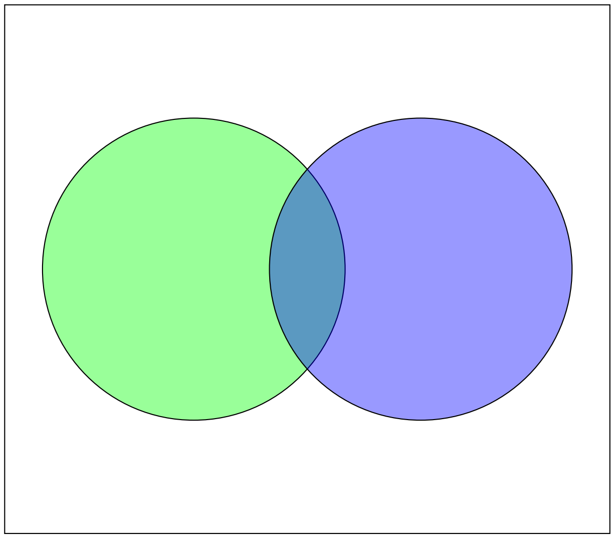
Por (1) y (2) se concluye que

$$\int_0^\infty x[\lambda e^{-\lambda x}]dx = \frac{1}{\lambda}.$$

3 Demuestre o proporcione un contraejemplo para las siguientes proposiciones. En cada caso dibuje un diagrama de Venn para ilustrar cada situación.

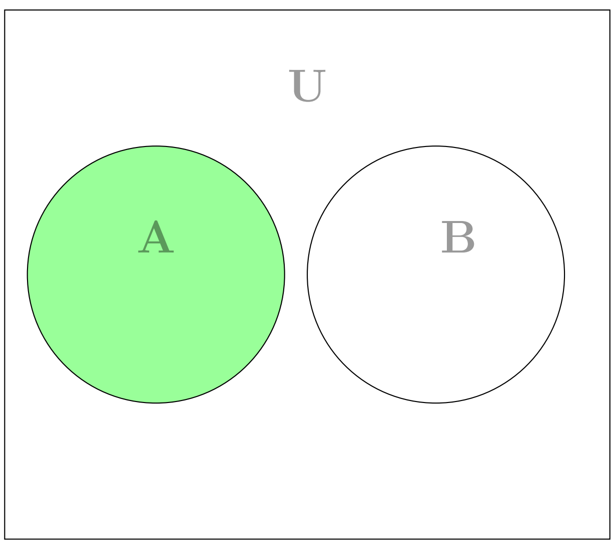
1. $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$.

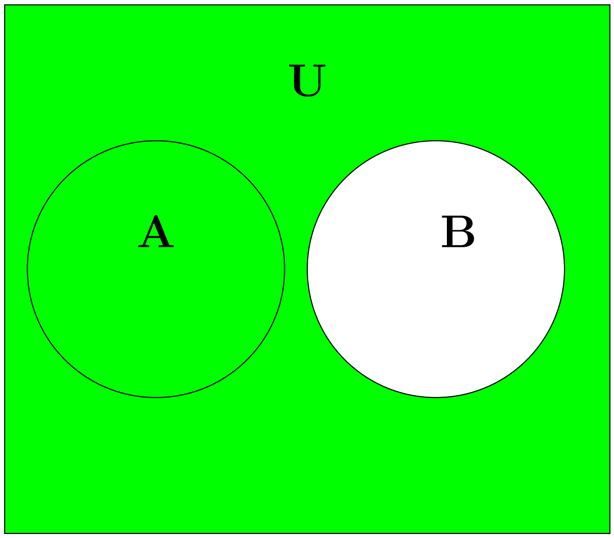
   Demostración:
   Sea $x \in A \cap B$, luego $x \in A$ y $x \in B$. Por lo tanto $x \in A$. Más aún $x \in A \cup B$.



2. Si $A \cap B = \emptyset$ entonces $A \subseteq B^c$.

   Demostración:
   Supongamos que $A \cap B = \emptyset$. Sea $x \in A$, luego $x \notin B$, por tanto $x \in B^c$.





3. Si $A \subseteq B$ entonces $B^c \subseteq A^c$.

   Demostración:
   Supongamos que $x \in B^c$ y $x \notin A^c$, en consecuencia $x \in A$ y $x \notin B$, pero por hipótesis tenemos que si $x \in A$ entonces $x \in B$, con lo cual llegamos a una contradicción, esto por suponer que $x \in A$, por lo tanto $x \in A^c$.

4. Si $A \cap B = \emptyset$ entonces $A \cup B^c = B^c$.

   Demostración:

   Supongamos que $A \cap B = \emptyset$.

   Sea $x \in A \cup B^c$, por el inciso 2. se tiene que $A \subseteq B^c$, por tanto $A \cup B^c \subset B^c$.
   Por el inciso 1. se tiene que $B^c \subset A \cup B^c$.
   Con lo anterior se tiene que $A \cup B^c = B^c$.

5. Si $A \subseteq B$ entonces $A \cup (B - A) = B$.

   Demostración:
   Supongamos que $A \subseteq B$.

$$\begin{aligned} A \cup (B - A) &= A \cup (B \cap A^c) \\ &= (A \cup B) \cap (A \cup A^c) \\ &= A \cup B \\ &= B. \end{aligned}$$