Centro de Investigación en Matemáticas, A.C.

CIMAT

MODELACIÓN ESTADÍSTICA II

TAREA 3

PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Unidad Aguascalientes

PROFESOR:

HUMBERTO MARTÍNEZ BAUTISTA

ALUMNO:

IVÁN VEGA GUTIÉRREZ

23 de marzo de 2022

Pruebas de Hipótesis

I Pruebas de Hipótesis para la media una población.

a) Sigma conocida

1 Un fabricante de fibras textiles está investigando una nueva fibra para tapicería, la cual actualmente tiene una elongación media de 12 kg, y se sabe por experiencia que tiene una desviación estándar de 0.5 kg. La compañía desea probar la hipótesis Ho: μ=12 contra Ha: μ<12, utilizando para ello una muestra aleatoria de 100 especímenes, en el cual se calculó la elongación promedio muestral de 11.25 kg. Pruebe la hipótesis utilizando α = .05

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : mu =12
  H_a : mu < 12

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .
  $Z_{.05}$ = -1.645

- Estadístico de la prueba $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

$$Z = \frac{(\ 11.25\ ) - (\ 12\ )}{\dfrac{(\ 0.5\ )}{\sqrt{100}}} = \text{-15}$$

- Conclusión.

Observemos que el estadístico de prueba cae en la región de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula, es decir, que la enlogación promedio es 12, se concluye que la enlogación promedio es menor a 12.

2 Un fabricante de aparatos de televisión afirma que se necesitan cuando mucho 250 microamperes (μA) de corriente para alcanzar cierto grado de brillantez con un tipo de televisor en particular.

Una muestra de 20 aparatos produce un promedio muestral de corriente de $\bar{x}$ = 257.3. Denotemos por μ el verdadero promedio de corriente necesaria para alcanzar la brillantez deseada con aparatos de este tipo, y supongamos que μ es la media de una población normal, y que se sabe por experiencia previa que σ = 15. Pruebe al nivel 0.05 la hipótesis nula de que μ es cuando mucho 250 contra la alternativa apropiada.

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : mu = 250
  H_a : mu > 250

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .
  $Z_{0.05}$= 1.645

- Estadístico de la prueba $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

$$Z = \frac{(257.3) - (250)}{\dfrac{(15)}{\sqrt{20}}} = \underline{\quad 2.176 \quad}$$

- Conclusión.

Como z > 1.645, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que se necesitan más de 250 microamperes de corriente para alcanzar la brillantez deseada en el televisor.

b) Sigma desconocida n>30

1. Una muestra de 50 lentes utilizadas en anteojos produce un grosor medio muestral de 3.05 mm y una desviación estándar muestra de .34 mm. El promedio verdadero deseado de grosor de tales lentes es 3.20 mm. ¿Sugiere la información que el verdadero promedio de grosor de tales lentes es un poco diferente de lo que se desea? Pruebe usando α=.05

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : mu = 3.20
  H_a : mu es distinto de 3.20

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .
  $Z_{0.025}$= 1.96 Z_0.025 = -1.96

- Estadístico de la prueba $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

$$Z = \frac{(3.05) - (3.20)}{\frac{(0.34)}{\sqrt{50}}} = -3.119$$

- Conclusión.

Notemos que Z= -3.119 < -1.96, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se concluye que el grosor medio de las lentes es diferente a 3.20.

c) Sigma desconocida n<30

2. Un método para enderezar alambre antes de enrollarlo es hacer un resorte llamado "enderezamiento de rodillo". Supongamos que se selecciona una muestra de 16 alambres y que cada uno se prueba para determinar su resistencia a la tensión (N/mm2). La media muestral resultante y la desviación estándar son 2160 y 30, respectivamente. La media de resistencia a la tensión para resortes hechos usando enderezamiento con husillo es 2150 N/mm2. Pruebe si la media de resistencia a la tensión para el método de rodillo excede de 2150. Utilice α= .05

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : mu = 2150
  H_a : mu > 2150

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .
  $T_{0.05\ ,\ 15}$ = 1.753

- Estadístico de la prueba $t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$

$$t = \frac{(2160) - (2150)}{\frac{(30)}{\sqrt{16}}} = 1.33$$

- Conclusión.

Observemos que el estadístico de prueba t = 1.33 es menor a 1.753, por lo tanto no cae en la región de rechazo , así que la hipótesis nula no puede ser rechazada a un nivel significacion de 0.05. Es decir, los datos no ofrecen un fuerte soporte para concluir que la resistencia promedio de los alambres es distinta a 2150.

II Pruebas de Hipótesis para la media dos poblaciones.

a) Sigma conocida.

Las personas que tienen síndrome de Reynaud están propensas a sufrir un repentino deterioro de circulación sanguínea en los dedos de manos y pies. En un experimento para estudiar la magnitud de este deterioro, cada persona introdujo su dedo índice en agua y se midió la salida resultante de calor (cla/cm2/min). Para n_1=10 personas con el síndrome, el promedio de salida de calor fue $\bar{x}$ =.64 y para n_2=10 que no tienen el padecimiento, el promedio de salida fue 2.05. Denotemos por $\mu 1$ y $\mu 2$ el verdadero promedio de salidas de calor para los dos tipos de personas. Supongamos que las dos distribuciones de salida de calor son normales con $\sigma 1=0.2$ y $\sigma 2= 0.4$. Pruebe H0: $\mu 1-\mu 2= -1.0$ vs. Ha: $\mu 1-\mu 2 < -1.0$ al nivel .01

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : mu_1 - mu_2 = -1
  H_a : mu_1 - mu_2 < -1

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .
  T___ , Z_0.01 = -2.33

- Estadístico de la prueba $z = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta}{\sqrt{\dfrac{\sigma^2{}_1}{n_1} + \dfrac{\sigma^2{}_2}{n_2}}}$

$$z = \frac{(0.64) - (2.05) - (-1)}{\sqrt{\dfrac{(0.04)}{(10)} + \dfrac{(0.16)}{(10)}}} = -2.899$$

- Conclusión.

Se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la diferencia de las medias es menor que -1.

b) Sigma desconocida n>30

Los estudiantes universitarios hombres ¿se aburren más fácilmente que sus compañeras mujeres? Esta pregunta se examinó en el artículo "Boredom in oung Adults Gender and Cultural Comparisons". Los autores aplicaron una escala llamada escala Proneness de Aburrimiento a 97 estudiantes hombres y 148 mujeres de universidades de Estados Unidos. ¿La siguiente información apoya la hipótesis de investigación de que la tasa de aburrimiento Proneness es más alta para hombres que para mujeres? Pruebe las hipótesis apropiadas usando un nivel de significación .05.

Género	Tamaño muestral	Media muestral	Desviación estándar muestral
Hombres	97	10.4	4.83
Mujeres	148	9.26	4.86

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : mu_1 - mu_2 = 0
  H_a : mu_1-mu_2 > 0

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .
  $Z_{0.05}$ = 1.645

- Estadístico de la prueba $z = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta}{\sqrt{\dfrac{\sigma^2_1}{n_1} + \dfrac{\sigma^2_2}{n_2}}}$

$$z = \frac{(10.4) - (9.26) - (0)}{\sqrt{\dfrac{(23.3289)}{(97)} + \dfrac{(23.6196)}{(148)}}} = 1.802$$

- Conclusión.

Se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, los estudiantes unviersitarios hombres se aburren más facil que sus compañeras.

c) Sigma desconocida n<30. Varianzas iguales.

Suponga que μ_1 y μ_2 son las verdaderas distancias medias de parada a 50 mph para automóviles de cierto tipo equipados con dos tipos diferentes de sistemas de frenos. Utilice la prueba t agrupada al nivel de significación 0.01 para probar Ho: $\mu_1 - \mu_2 = -10$ contra Ha: $\mu_1 - \mu_2 < -10$ para los siguientes datos: $n_1 = 6$, $\bar{x}_1 = 115.7$ $s_1 = 5.03$, $n_2 = 6$, $\bar{x}_2 = 129.3$ y $s_2 = 5.38$.

- Planteamiento de las hipótesis

  H_o : mu_1 - mu_2 = -10

  H_a : mu_1 - mu_2 < -10

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .

  Z = t_0.01, 10 = -2.764

- Estadístico de la prueba:

$$s^2{}_p = \frac{(n_1 - 1)s_1{}^2 + (n_2 - 1)s_2{}^2}{n_1 + n_2 - 2} \qquad t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$S_p{}^2 = \frac{(\ 5\ )(\ 25.3\ ) + (\ 5\ )(\ 28.94\ )}{(\ 6\ ) + (\ 6\ ) - 2} = 27.12$$

$$t = \frac{(\ 115.7\ ) - (\ 129.3\ ) - (\ -10\ )}{(\ 5.21\ )\sqrt{\frac{(\ 1\ )}{(\ 6\ )} + \frac{(\ 1\ )}{(\ 6\ )}}} = -1.197$$

- Conclusión.

Notemos que el estadístico de prueba no cae en la región de rechazo, por lo tanto no se puede rechazar la hipótesis nula.

III Pruebas de Hipótesis para la varianza.

a) Una población

Un fabricante de baterías para automóvil afirma que sus baterías durarán, en promedio, tres años con una varianza de un año. Si con cinco de estas baterías se calcula una varianza muestral de 0.815, pruebe si la afirmación del fabricante de que σ^2=1 es válida. Suponga que la población de duraciones de las baterías se distribuye de forma aproximadamente normal. Utilice α=0.02

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : varianza = 1
  H_a : varianza es distinta a 1

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .
  $\chi^2_{0.99,\,4} = 0.297110$ ji_0.01,4 = 13.2767

- Estadístico de la prueba $\chi^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$

$$\chi^2 = \frac{(4)(0.815)}{(1)} = 3.26$$

- Conclusión.

Dado que el estadístico de prueba cae en la región de no recho, se decide no rechazar la hipótesis nula.

Por lo tanto, no se puede asegurar que la variabilidddad de la batería del automóvil sea distinto a 1.

b) Dos poblaciones.

Un contratista general está considerando comprar madera aserrada a uno de dos proveedores diferentes. Se obtiene una muestra de 12 tablas de 2x4 de cierta longitud, de cada uno de los proveedores, y se mide la longitud de cada tabla. Se encuentra que la desviación estándar muestral de longitud para las tablas del primer proveedor es s_1=0.13 plg y s_2=0.17 plg para el segundo proveedor. ¿Indica esta información que las longitudes de las tablas de 2x4 plg de un proveedor están sujetas a más variabilidad que las del otro proveedor? Pruebe usando α=0.02, suponiendo normalidad.

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : varianza_1 = varianza_2
  H_a : varianza_1 es distinta a varianza_2

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .
  $F_{0.01, 11, 11} = 4.47$ F_0.99,11,11 = 0.224

- Estadístico de la prueba $f = \frac{s_1^2}{s_2^2}$

$$f = \frac{(\quad 0.0169 \quad)}{(\quad 0.0289 \quad)} = \frac{0.585}{\quad} = \text{---------}$$

- Conclusión.

Dado que el estadístico de prueba cae en la región de aceptación, se decide no rechazar la hipótesis nula. por lo tanto no podemos asegurar que exista diferencia entre las varianzas.

IV Pruebas de hipótesis para la proporción

a) Muestra pequeña.

Se considera un nuevo sistema de lanzamiento de cohetes para el despliegue de cohetes pequeños de corto alcance. El sistema existente tiene p=0.8 como probabilidad de lanzamiento exitoso. Se realiza una muestra de 40 lanzamientos experimentales con el nuevo sistema y 34 resultan exitosos. ¿Concluiría que el nuevo sistema es mejor? Utilice α=0.05

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : p = 0.8
  H_a : p > 0.8
- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .

Región de rechazo para X > 36

Región de aceptación para X <= 36

- Estadístico de la prueba X= número de aciertos = 34
- Conclusión.

No se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, no se puede concluir que el nuevo sistema es mejor, al menos a un nivel de significacia de 0.05.

Sea X la muestra del autoestima de las mujeres violentadas y Y la muestra del autoestima de las mujeres no violetandas. Observemos lo siguiente

X_barra = 2.893 y_barra = 4.063

b) Muestra grande n>100

Los registros de la Dirección de Vehículos de Motor indican que de todos los vehículos que se sometieron a prueba de verificación de emisiones durante el año anterior, 70% pasaron al primer intento. Una prueba aleatoria de 200 automóviles probados en un condado en particular durante el año actual indica que 156 pasaron en la prueba inicial. ¿Sugiere esto que la verdadera proporción de este condado durante el año actual difiere de la proporción anterior en el ámbito estatal? Pruebe las hipótesis pertinentes usando α=.05

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : p = 0.7
  H_a : p es diferente de 0.7

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .

  Región de rechazo si Z < -1.96 o Z > 1.96

- Estadístico de la prueba $z = \dfrac{x - n\theta_0}{\sqrt{n\theta_0(1-\theta_0)}}$

$$z = \frac{(156) - (200)(0.7)}{\sqrt{(200)(0.7)(0.3)}} =2.469$$

- Conclusión.

Se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, se concluye que la proporción actual difiere de la proporción anterior.

c) Dos poblaciones.

En un artículo se reportan los siguientes datos sobre incidencia de defectos importantes entre recién nacidos de madres fumadoras de marihuana y de madres que no la fumaban.

	Usuaria	**No. Usuaria**
Tamaño muestral	1246	11,178
Número de defectos importantes	42	294
	0.0337	0.0263

- Planteamiento de las hipótesis
  H_o : proporcion de defectos en madres fumadoras = proporcion de defectos en madres no fumadoras (p_1 = p_2)
  H_a : p_1 es diferente de p_2

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .= 0.05

  Se rechaza Ho si Z < -1.96 o Z > 1.96

- Estadístico de la prueba

$$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$\hat{p} = \frac{(\ 42\ ) + (\ 294\ )}{(1246\ ) + (\ 11178\ )} \qquad z = \frac{(\ 0.0337\ ) - (\ 0.0263\ )}{\sqrt{(\ 0.027\ )(1 - 0.027\ )\left(\frac{1}{(\ 1246\ )} + \frac{1}{(\ 11178\ )}\right)}} = 1.529$$

- Conclusión.

Escriba el texto aq

No se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, no se puede segurar que existan defectos en las madres fumadoras y no fumadoras a un nivel de significacion de 0.05.

V PRUEBAS PARA DATOS EN PARES

Considere los siguientes datos sobre carga de ruptura (kg/25mm de ancho) para varios tejidos tanto sin cardar como cardados. Utilice la prueba t por pares, como hicieron los autores del citado articulo para probar Ha: $\mu_D > 0$ al nivel de significancia de 0.01

	1	2	3	4	5	6	7	8
Sin cardar	36.4	55	51.5	38.7	43.2	48.8	25.6	49.8
cardado	28.5	20	46	34.5	36.5	52.5	26.5	46.5
d_i	7.9	35	6.6	4.2	6.7	-3.7	-0.9	3.3

- Planteamiento de las hipótesis

  H_o : mu_D = 0

  H_a : mu_D > 0

- Regla de decisión, basada en la construcción de la región de Rechazo y en la elección de un nivel de significancia α .

  Se rechaza H_0 si t > t_0.01,7 = 2.998

$$t = \frac{\bar{d} - \delta_0}{s_D / \sqrt{n}}$$

- Estadístico de la prueba

$$t = \frac{(7.3875) - (0)}{(11.845) / \sqrt{(8)}} = 1.764$$

- Conclusión.

  No se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, no se puede afirmar que cardar influye en la ruptura de los tejidos.

1. En un estudio sobre Autoestima en parejas de una localidad fronteriza. Un objetivo específico fue conocer si existe alguna relación entre la violencia conyugal y la Autoestima como pareja. Se seleccionaron aleatoriamente 19 mujeres de un grupo de mujeres que han sido víctimas de violencia domestica y otro grupo también de 19 mujeres donde no se detecto violencia domestica. Se les aplicó un test de Autoestima como pareja obteniéndose un calificación de Autoestima, donde las cantidades mayores indican una mayor Autoestima, los datos se presentan en la siguiente tabla:

	Auto estima como pareja	
Mujer	Violencia	Sin Violencia
1	3.10	3.89
2	2.78	5.00
3	2.73	4.89
4	3.15	4.73
5	2.63	4.00
6	2.05	3.63
7	2.90	3.84
8	3.78	4.63
9	3.31	3.57
10	2.94	4.15
11	2.94	4.00
12	3.05	3.42
13	2.52	4.63
14	2.80	2.94
15	2.31	2.89
16	3.15	4.00
17	2.68	4.05
18	2.63	4.52
19	3.73	4.42

a) Realice un análisis estadístico adecuado a través de pruebas de hipótesis (tanto paramétrica, como no paramétrica) para este estudio. Considere un nivel alfa de 0.05.
Describa en forma breve sus conclusiones.

Sea X la muestra del autoestima de las mujeres violentadas y Y la muestra del autoestima de las mujeres no violetandas. Observemos lo siguiente

X_barra = 2.893 y_barra = 4.063

Así

s_x ^2 = 0.1987 s_y^2 = 0.3648

La hipótesis nula: H_0 : mu_x - mu_y = 0 VS H_1 : mu_x - mu_y < 0

Valor del estadístico de prueba

Z = -6.7938

Criterio de rechazo

Se rechaza H_0 si Z < -1.645

Conclusión:
Como Z < -1.645, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que las mujeres que han sido violentadas tienen una menor autoestima que las que no han sufrido violencia.