Modelación Estadística II
Segundo examen:
Modelos de prueba de vida acelerada

Iván Vega Gutiérrez

Centro de Investigación en Matemáticas A.C.
Unidad Aguascalientes
E-mail: ivan.vega@cimat.mx

I. Planteamiento del problema

Usted es el encargado de investigar el desgaste del aislante empleado para los motores eléctricos. Los motores normalmente funcionan entre los 80 a 100 grados Celsius. Se decide aplicar una prueba de vida acelerada. El diseño para esta prueba plantea registrar los tiempos de fallo (en minutos) del aislante para temperaturas muy por arriba del límite indicado por el constructor, esto es, analizar muestras a 110, 130, 150 y 170 grados Celsius para acelerar el desgaste. A partir de estos datos se pretende predecir el comportamiento del aislante a valores de temperatura de 80 y 100 grados Celsius.

II. Dispersión de los datos

Para tener una mejor visualización sobre nuestros datos en la figura (1) se muestra las fallas que se presentan con respecto a la temperatura. Podemos observar que a mayor temperatura se presentan fallas en menor tiempo. Cabe resaltar que se tienen 66 datos no censurados y 14 censurados.

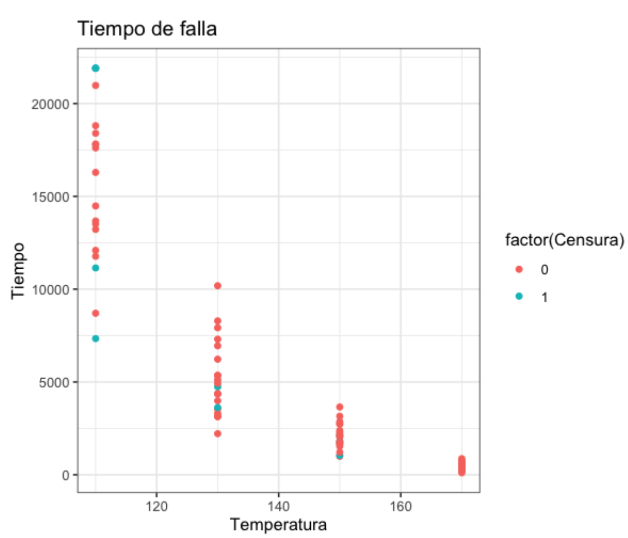

Figura 1: Gráfico de dispersión

III. Ajuste paramétrico de los datos

Para hacer un ajuste paramétrico de los datos se proponen las distribuciones: Expoencial, Normal, Lognormal y Weibull. Para elegir la distribución que mejor se ajusta a los datos se utilizan las métricas de criterio de información de Akaike (AIC) y el criterio de información Bayesiano (BIC), ambas métricas toman en cuenta la log-verosimilitud, la diferencia entre ambas es la forma en la que toman la penalziación del número de parámetros. Mientras más bajo sea el valor de los estimadores AIC Y BIC mejor se ajustará a la distribución propuesta En la tabla (1) se muestran los resultados, de la cual se puede observar que para la temperatura de 170 y 110 la distribución que mejor se ajusta es la distribución de Weibull, mientras que para las temperaturas de 150 y 130 la que presenta un mejor ajuste es la distribución lognormal.

Temperatura	Criterio	Exponencial	Normal	Lognormal	Weibull
170	AIC	287.9644	268.2971	268.2971	268.062
170	BIC	288.9601	270.2885	274.2626	270.0535
150	AIC	347.7182	321.4687	320.9704	321.25
150	BIC	348.714	323.4602	322.9619	323.2415
130	AIC	384.265	364.7358	361.182	363.647
130	BIC	385.2607	366.7272	363.1735	365.6385
110	AIC	429.3646	396.6529	399.2491	395.904
110	BIC	430.3603	398.6444	401.2406	397.8955

Tabla 1: Comparación de modelos paramétricos

IV. Comparación de ajuste paramétrico vs no paramétrico

A partir del ajuste parámétrico sabemos que las distribuciones que mejor se ajustan son la distribución lognormal y Weibull, teniendo esto en cuenta hacemos la comparación con un ajuste no paramétrico (distribución acumulada) esta comparación se muestra en la figura (2).

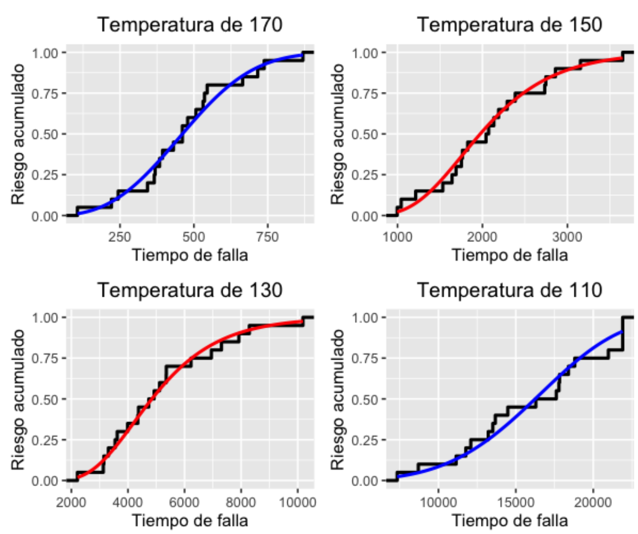

Figura 2: Comparación de ajuste paramétrico vs no paramétrico

V. Kaplan Meier

Otro enfoque de estimación no paramétrica es utilizar los estimadores de Kaplan-Meier, el cual toma en cuenta los datos censurados. En la figura (3) se puede observar que la tasa de aislantes tiene mayor probabilidad de supervivencia cuando la temperatura es baja, conforme la temperatura va incrementado se puede observar que hay un mayor número de fallas en menos tiempo, por lo tanto la probabilidad de que existan fallas cuando la temperatura es de 170 grados es superior a las demás temperaturas. Asimismo, es interesante ver que al incrementar de los 110 grados a 130, la probabilidad de que el aislante falle se duplica, más aún, cuando pasa de 130 a 150 esta se triplica y por último cuando pasa de 150 a 170 la probabilidad de que el aislante falle es casi 4 veces mayor. En la figura(4) se muestran los resultados obtenidos de los estimadores de Kaplan Meier.

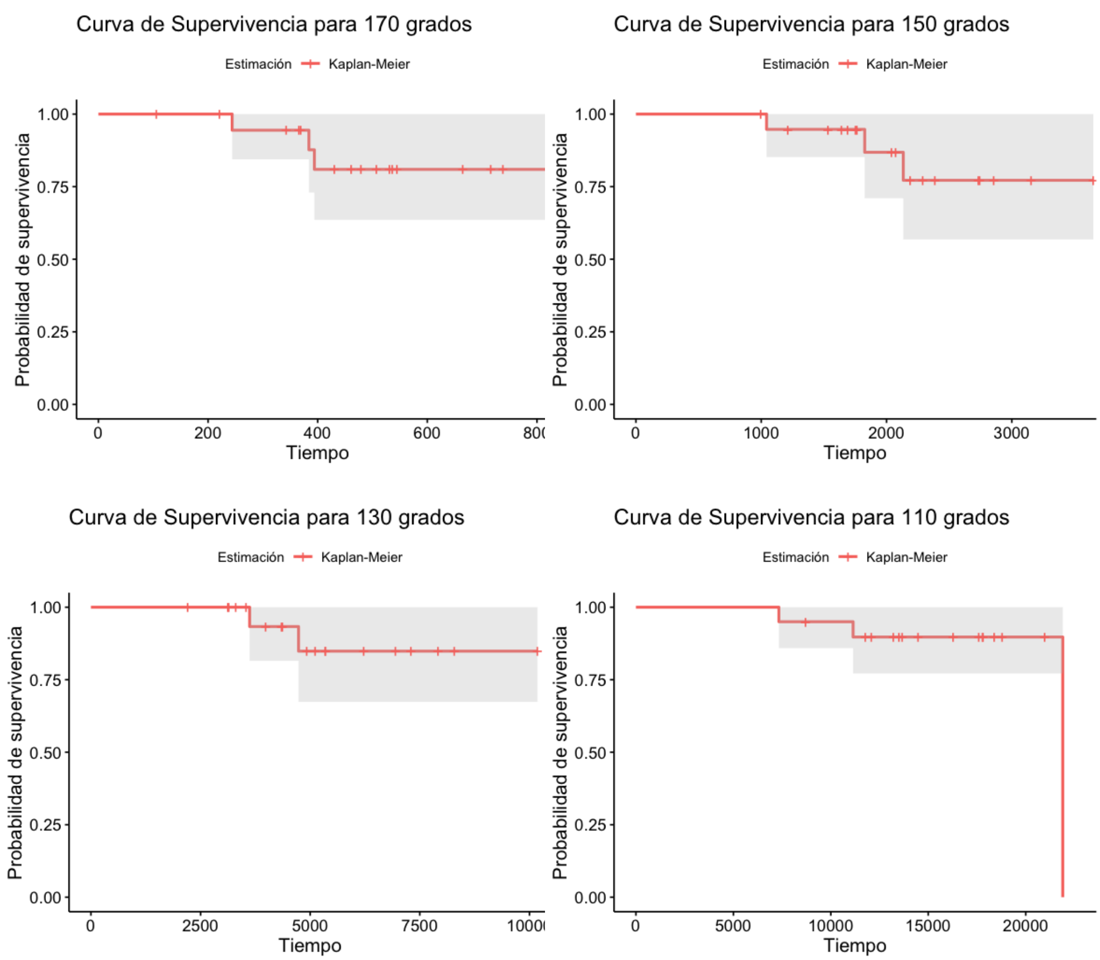

Figura 3: Curvas de supervivencia Kaplan-Meier

```
                Temperatura=110
 time n.risk n.event survival std.err lower 95% CI upper 95% CI
 7336     20       1    0.950  0.0487        0.859            1
11143     18       1    0.897  0.0689        0.772            1
21900      4       4    0.000     NaN           NA           NA

                Temperatura=130
time n.risk n.event survival std.err lower 95% CI upper 95% CI
3620     15       1    0.933  0.0644        0.815            1
4735     11       1    0.848  0.0999        0.674            1

                Temperatura=150
time n.risk n.event survival std.err lower 95% CI upper 95% CI
1043     19       1    0.947  0.0512        0.852            1
1826     12       1    0.868  0.0890        0.710            1
2134      9       1    0.772  0.1206        0.568            1

                Temperatura=170
time n.risk n.event survival std.err lower 95% CI upper 95% CI
 244     18       1    0.944  0.0540        0.844            1
 384     14       1    0.877  0.0821        0.730            1
 394     13       1    0.810  0.0997        0.636            1
```

Figura 4: Tabla de Kaplan-Meier

VI. Modelo de prueba de vida acelerada Arrhenius

Debido a que una de las distribuciones que mejor se ajusta a los datos es la distribución lognormal y que dentro de la literatura se sabe que la vida de algunos materiales se describen adecuadamente con esta distribución en esta sección se utilizará el modelo de Arrhenius lognormal. Debido a las bondades de Minitab, se utilizó este software para obtener un modelo de Arrhenius lognormal. En la figura(5) se muestra la gráfica de ajuste del modelo para cada temperatura.

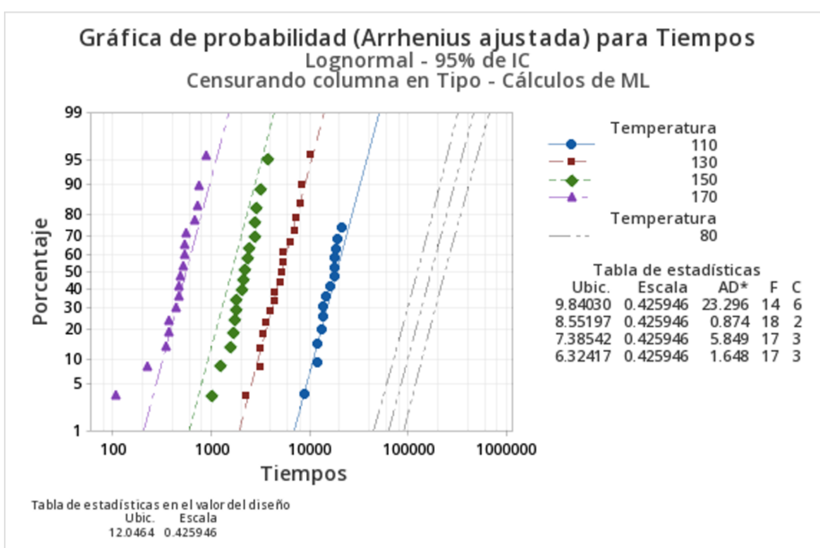

Figura 5: Modelo Arrhenius lognormal

Por otro lado, en la figura (6) se muestran los parámetros del modelo obtenido, junto con los errores y un nivel de confianza al 95 %.

Teniendo ya el modelo, nos interesa saber ¿Cuál es el tiempo esperado para que el 20 % de los aislantes falle cuando se tiene una temperatura de 80 grados Celsius? ¿y a una temperatura de 95

Tabla de regresión

Predictor	Coef	Error estándar	Z	P	IC normal de 95.0% Inferior	Superior
Intersección	-16.1298	0.933854	-17.27	0.000	-17.9601	-14.2995
Temperatura	0.857463	0.0331324	25.88	0.000	0.792525	0.922401
Escala	0.425946	0.0369068			0.359419	0.504787

Figura 6: Tabla de regresión

grados Celsius? A partir de la figura(7) se observa que que el tiempo esperado para que el 20 % de los aislantes falle cuando se tiene una temperatura de 80 grados Celsius es de 119122 minutos, mientras que a una temperatura de 95 grados Celsisus se espera que a los 37794.4 minutos el 20 por ciento de los aislantes falle.

Tabla de percentiles

Porcentaje	Temperatura	Percentil	Error estándar	IC normal de 95.0% Inferior	Superior
20	80	119122	19680.3	86171.7	164672
20	95	37794.4	4703.13	29614.5	48233.8
20	100	26311.6	2950.69	21119.8	32779.6

Figura 7: Tabla de percentiles

VII. Conclusiones

Con todo lo anterior, podemos observar que el modelo de Arrhenius lognormal representa un buena estimación de los datos. Sin embargo, sería interesante proponer el modelo pero para cada categoría, aunque al aplicar este enfoque se puede correr el riesgo que al disminuir la cantidad de datos el modelo no se ajuste adecuadamente. Asimismo, sería interesante obtener nuevas aproximaciones utilizando la distribución Weibull ya que para dos tipos de temperatura presentaba un mejor ajuste.

VIII. Referencias

- https://www.cienciadedatos.net/documentos/55_ajuste_distribuciones_con_r.htmlIntroducci %C3 %B3n12
- Arribalzaga, E. B. (2007). Interpretación de las curvas de supervivencia. Revista chilena de cirugía, 59(1), 75-83.
- https://iagolast.github.io/blog/2019/01/13/kaplan-meier.html