Optimización Clásica

Pasos para Encontrar Puntos Estacionarios

- 1. Derivar la función.
- 2. Igualar la derivada a 0 y resolver la ecuación para encontrar los valores de x.
- 3. Sustituir los valores de x en la ecuación original para encontrar los valores de y.

Clasificación de Puntos Estacionarios

Se utiliza la segunda derivada.

- Si la segunda derivada es **positiva**, el punto estacionario es un **mínimo**.
- Si la segunda derivada es **negativa**, el punto estacionario es un **máximo**.
- Si es cero es un punto de inflexión.

1)
$$y = x^3 - 4x^2 + x + 6$$

1.
$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 8x + 1$$

2. $3x^2 - 8x + 1 = 0$

Obtener raíces:

$$egin{array}{ll} ullet & x_1 = rac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \ ullet & x_1 = rac{8 + \sqrt{8^2 - 4(3)(1)}}{2(3)} \end{array}$$

•
$$x_1 = \frac{}{2(3)}$$

•
$$x_1 = 2.5351$$

•
$$x_1 = 2.5351$$
• $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

•
$$x_2 = 0.1314$$

3.
$$y_1 = 2.5351^3 - 4(2.5351)^2 + 2.5351 + 6 = -0.8794$$

 $y_2 = 0.1314^3 - 4(0.1314)^2 + 0.1314 + 6 = 6.0646$

Por lo tanto, hay puntos estacionarios en (2.5351, -0.8794) y (0.1314, 6.0646).

Clasificación de Puntos Estacionarios

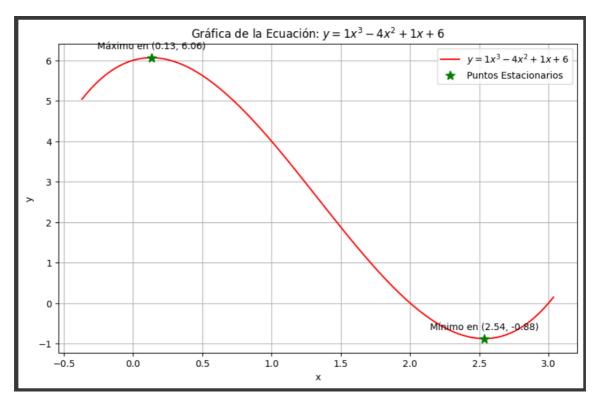
Para la ecuación:
$$x^3-4x^2+x+6$$
 $rac{d^2y}{dx^2}=6x-8$

para x_1 :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6(2.5351) - 8 = 7.2105$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6(0.1314) - 8 = -7.2116$$

Por lo tanto hay un mínimo en (2.5351, -0.8794) y un máximo en (0.1314, 6.0646).



2)
$$y = 6x^3 - 12x^2 + 5x - 2$$

1.
$$\frac{dy}{dx} = 18x^2 - 24x + 5$$

$$2.18x^2 - 24x + 5 = 0$$

Obtener raíces:

$$ullet \ x_1 = rac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$egin{array}{ll} ullet & x_1 = rac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \ ullet & x_1 = rac{-(-24) + \sqrt{(-24)^2 - 4(18)(5)}}{2(18)} \end{array}$$

•
$$x_1 = 1.07491$$

•
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

$$egin{array}{ll} ullet & x_2 = rac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \ ullet & x_2 = rac{-(-24) - \sqrt{(-24)^2 - 4(18)(5)}}{2(18)} \end{array}$$

•
$$x_2 = 0.258418$$

3.
$$y_1=6(1.07491)^3-12(1.07491)^2+5(1.07491)-2\approx -3.03872$$
 $y_2=6(0.258418)^3-12(0.258418)^2+5(0.258418)-2\approx -1.42394$

Por lo tanto, hay puntos estacionarios en (1.07491, -3.03872) y (0.258418, -1.42394).

Clasificación de Puntos Estacionarios

Para la ecuación:
$$18x^2 - 24x + 5$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 36x - 24$$

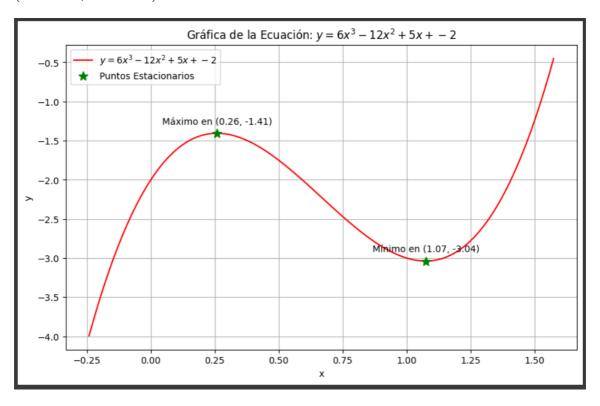
para x_1 :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 36(1.07491) - 24 = 14.69676$$

para x_2 :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 36(0.258418) - 24 = -14.696952$$

Por lo tanto hay un mínimo en (1.07491, -3.03872) y un máximo en (0.258418, -1.42394).



3)
$$y = (1/3)x^3 + 8x^2 + 63x + 7$$

1.
$$\frac{dy}{dx} = x^2 + 16x + 63$$

2. $x^2 + 16x + 63 = 0$

$$2 \ x^2 + 16x + 63 = 0$$

Obtener raíces:

$$egin{aligned} ullet & x_1 = rac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \ ullet & x_1 = rac{-16 - \sqrt{16^2 - 4(1)(63)}}{2(1)} \end{aligned}$$

$$ullet x_1 = rac{-16 - \sqrt{16^2 - 4(1)(63)}}{2(1)}$$

•
$$x_1 = -9$$

•
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$egin{array}{ll} ullet & x_1 = -9 \ ullet & x_2 = rac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \ ullet & x_2 = rac{-16 + \sqrt{16^2 - 4(1)(63)}}{2(1)} \end{array}$$

•
$$x_2=-7$$
3. $y_1=rac{1}{3}(-9)^3+8(-9)^2+63(-9)+7pprox-155$
 $y_2=rac{1}{3}(-7)^3+8(-7)^2+63(-7)+7pprox-156.33$

Por lo tanto, hay puntos estacionarios en (-9, -155) y (-7, -156.33).

Clasificación de Puntos Estacionarios

Para la ecuación:
$$y_1=rac{1}{3}x^3+8x^2+63x+7$$
 $rac{d^2y}{dx^2}=2x+16$

para x_1 :

$$rac{d^2y}{dx^2} = 2(-9) + 16 = -2$$

para x_2 :

$$rac{d^2y}{dx^2} = 2(-7) + 16 = 2$$

Por lo tanto hay un máximo en (-9, -155) y un mínimo en (-7, -156.33).

