#### ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА» (СПбГУТ)

# С. С. Владимиров

# ПОМЕХОУСТОЙЧИВОЕ КОДИРОВАНИЕ В ИС

Практикум

СПб ГУТ)))

Санкт-Петербург 2021 УДК XXXXX ББК XXXXX X XX

#### Рецензент —, —, — *X. X. Xxxxxxxxx*

Рекомендован к печати редакционно-издательским советом СПбГУТ

#### Владимиров, С. С.

X XX Помехоустойчивое кодирование в инфокоммуникационных системах : практикум / С. С. Владимиров ; СПбГУТ. — СПб, 2021. — 15 с.

Учебное пособие призвано ознакомить студентов старших курсов с теорией кодирования. Представленный материал служит справочным и методическим пособием при выполнении курса практических работ по дисциплине «Помехоустойчивое кодирование в инфокоммуникационных системах».

Предназначено для студентов, обучающихся по направлениям 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».

УДК ХХХХХ ББК ХХХХХ

- © Владимиров С. С., 2021
- © Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича», 2021

# Содержание

Практическая работа 1. Двоичные поля Галуа $GF(2^m)$	4
1.1. Цель работы	4
1.2. Рекомендуемая литература	4
1.3. Порядок выполнения задания	4
1.4. Порядок защиты практической работы	7
Практическая работа 2. Код Хэмминга	8
2.1. Цель работы	8
2.2. Рекомендуемая литература	8
2.3. Порядок выполнения задания	8
2.4. Порядок защиты практической работы	10
Практическая работа 3. Изучение принципа работы кодера системати-	
	11
3.1. Цель работы	11
3.2. Рекомендуемая литература	11
3.3. Порядок выполнения задания	11
3.4. Порядок защиты практической работы	12
Практическая работа 4. Изучение принципа работы декодера Меггитта	
для систематического циклического кода Хэмминга	13
4.1. Цель работы	13
4.2. Рекомендуемая литература	13
4.3. Порядок выполнения задания	13
4.4. Порядок защиты практической работы	14

# Практическая работа 1 Двоичные поля $\Gamma$ алуа $GF(2^m)$

#### 1.1. Цель работы

Рассмотреть на примере и получить навыки в решении задач по теме «Конечные поля Галуа» в части, относящейся в вопросам помехоустойчивого кодирования.

#### 1.2. Рекомендуемая литература

- 1. Владимиров С.С. Математические основы теории помехоустойчивого кодирования: учебное пособие. СПб.: СПбГУТ, 2016. 96 с. ISBN: 978-5-89160-131-4
- 2. Когновицкий О.С., Охорзин В.М. Теория помехоустойчивого кодирования. Часть 1. Циклические коды: учебное пособие. СПб.: СПбГУТ, 2013. 84 с.
- 3. Когновицкий О.С. Основы циклических кодов. Учебное пособие. Л.: ЛЭИС, 1990. 64 с.
- 4. Ковриженко Г.А. Системы счисления и двоичная арифметика: От счета на пальцах до ЭВМ. К.: Рад. шк., 1984. 79 с.
- 5. Ланкастер П. Теория матриц: Пер. с англ. 2-е изд. М.: Наука, 1982. 272 с.
  - 6. Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. М.: Просвещение, 1980. 176 с.

### 1.3. Порядок выполнения задания

Задание выполняется каждым учащимся индивидуально. Поскольку задания практикума связаны с заданиями лабораторного практикума, для их выполнения рекомендуется либо использовать отдельную тетрадь, либо подшивать листы с решением в папку.

Все расчеты должны быть расписаны максимально подробно.

#### 1.3.1.

Для заданного полинома  $p_1(x)$  показать, что он не является неприводимым. Для этого попытаться построить соответствующее поле Галуа. Полином  $p_1(x)$  выбирается из табл. 1.1 по предпоследней цифре номера зачетной книжки/студ. билета.

Таблица 1.1Полином  $p_1(x)$ . Выбирается по предпоследней цифре номера студ. билета

Цифра номера	Полином	Цифра номера	Полином
1	$x^4 + x^2 + x + 1$	6	$x^4 + x^3 + x + 1$
2	$x^4 + x^3 + x^2 + 1$	7	$x^5 + x + 1$
3	$x^5 + x^2 + x + 1$	8	$x^5 + x^3 + x + 1$
4	$x^5 + x^3 + x^2 + 1$	9	$x^5 + x^4 + x + 1$
5	$x^5 + x^4 + x^2 + 1$	0	$x^5 + x^4 + x^3 + 1$

1.3.2.

Для заданного образующего полинома  $p_2(x)$  получить первые двадцать элементов конечного поля. Полином  $p_2(x)$  выбирается из табл. 1.2 по последней цифре номера зачетной книжки. Полученные элементы записать в табл. 1.3.

Таблица 1.2 Полином  $p_2(x)$ . Выбирается по последней цифре номера студ. билета

Цифра номера	Полином	Цифра номера	Полином
1	$x^7 + x^3 + x^2 + x + 1$	6	$x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$
2	$x^7 + x^5 + x^2 + x + 1$	7	$x^7 + x^5 + x^3 + x + 1$
3	$x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + 1$	8	$x^7 + x^6 + x^3 + x + 1$
4	$x^7 + x^6 + x^4 + x + 1$	9	$x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$
5	$x^7 + x^6 + x^5 + x^2 + 1$	0	$x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + 1$

Таблица для записи элементов поля

Таблица 1.3

Элемент	Полином	Двоичный вид
поля	$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_6 x^6$	$\{a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6\}$

#### *1.3.3.*

Для заданного поля Галуа (см. табл. 1.4) осуществить расчет по заданной формуле. Формула берется из табл. 1.5. Номер формулы соответствует предпоследней цифре зачетной книжки. Значения переменных берутся из табл. 1.6 по последней цифре номера зачетной книжки.

Таблица 1.4

Поле Галуа  $GF(2^4)$ .  $p(x) = x^4 + x + 1$ .

Элемент	Полином	Двоичный вид
поля	$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$	$\{a_0a_1a_2a_3\}$
$\varepsilon^0 = 1$	1	1000
ε	x	0100
$\epsilon^2$	$x^2$	0010
$\epsilon^3$	$x^3$	0001
$arepsilon^4$	1+x	1100
$\epsilon^5$	$x+x^2$	0110
$arepsilon^6$	$x^2 + x^3$	0011
$\epsilon^7$	$1+x+x^3$	1101
$\epsilon^8$	$1 + x^2$	1010
$\epsilon^9$	$x+x^3$	0101
$\epsilon^{10}$	$1+x+x^2$	1110
$\varepsilon^{11}$	$x+x^2+x^3$	0111
$\varepsilon^{12}$	$1 + x + x^2 + x^3$	1111
$\varepsilon^{13}$	$1 + x^2 + x^3$	1011
$\varepsilon^{14}$	$1 + x^3$	1001

Таблица 1.5 Формула для рассчета. По предпоследней цифре номера зачетной книжки

Цифра	Формула	Цифра	Формула
1	$\frac{a+b}{c} + ad^e$	6	$\frac{ab}{a+c}+d^e$
2	$ab + \frac{b+c}{d^e}$	7	$(a+c)b^e + \frac{d}{c}$
3	$\frac{ad}{b+c}+a^e$	8	$(a^e+b)c+\frac{d}{a}$
4	$(a+b)c + \frac{d^e}{a}$	9	$\frac{a}{c} + (b + c^e)d$
5	$\frac{a^e}{b+c}+cd$	0	$\frac{a+d^e}{bc}+c$

Таблица 1.6 Переменные для рассчета. По последней цифре номера зачетной книжки

	Последняя цифра номера										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
a	$\epsilon^{12}$	$\varepsilon^{11}$	$\epsilon^{10}$	$\epsilon^9$	$\epsilon^8$	$\epsilon^7$	$\epsilon^6$	$\epsilon^5$	$\epsilon^4$	$\epsilon^3$	
b	$\epsilon^2$	$\epsilon^3$	$arepsilon^4$	$\epsilon^5$	$\epsilon^7$	$\epsilon^6$	$oldsymbol{arepsilon}^8$	$\epsilon^9$	$arepsilon^{10}$	$\varepsilon^{11}$	
c	$\epsilon^{14}$	$\varepsilon^{12}$	$\varepsilon^{11}$	$\epsilon^8$	$\epsilon^6$	$arepsilon^4$	$\epsilon^2$	$\varepsilon^{13}$	$\varepsilon^{11}$	$\epsilon^9$	
d	$\epsilon^3$	$arepsilon^5$	$\epsilon^7$	$\varepsilon^{11}$	$\epsilon^9$	$\varepsilon^{13}$	$\varepsilon^{12}$	$arepsilon^{10}$	$\epsilon^8$	$\epsilon^6$	
e	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6	

*1.3.4.* 

Для заданного поля Галуа (см. табл. 1.4) и элементов поля a и b найти характеристическую матрицу  $F_b$  и осуществить умножение элемента a на элемент b, используя матрицу  $F_b$ . Значения элементов a и b выбираются из табл. 1.7 по предпоследней и последней цифрам номера зачетной книжки соответственно.

Таблица 1.7 Переменные для умножения по характеристической матрице

	Предпоследняя цифра номера											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		
a	$\epsilon^{12}$	$\varepsilon^{11}$	$arepsilon^{10}$	$\epsilon^9$	$\epsilon^8$	$\epsilon^7$	$\epsilon^6$	$\epsilon^5$	$\epsilon^4$	$\epsilon^3$		
			Пос.	педн	яя ц	ифра	a HON	<b>1ера</b>				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		
1	$\epsilon^2$	$\epsilon^3$	$\epsilon^4$	$\epsilon^5$	$\epsilon^7$	$\epsilon^6$	$\epsilon^8$	$\epsilon^9$	€10	$\epsilon^{11}$		

### 1.4. Порядок защиты практической работы

- 1. Устный ответ по теме работы.
- 2. Тестирование по теме работы
- 3. Задача по теме работы.
- 4. Иные варианты на усмотрение преподавателя.

# Практическая работа 2 Код Хэмминга

#### 2.1. Цель работы

Рассмотреть на примере и получить навыки в исследовании кодов Xэмминга.

#### 2.2. Рекомендуемая литература

- 1. Владимиров С.С. Математические основы теории помехоустойчивого кодирования: учебное пособие. СПб.: СПбГУТ, 2016. 96 с. ISBN: 978-5-89160-131-4
- 2. Когновицкий О.С., Охорзин В.М. Теория помехоустойчивого кодирования. Часть 1. Циклические коды: учебное пособие. СПб.: СПбГУТ, 2013. 84 с.
- 3. Когновицкий О.С. Основы циклических кодов. Учебное пособие. Л.: ЛЭИС, 1990. 64 с.

#### 2.3. Порядок выполнения задания

Задание выполняется каждым учащимся индивидуально. Поскольку задания практикума связаны с заданиями лабораторного практикума, для их выполнения рекомендуется либо использовать отдельную тетрадь, либо подшивать листы с решением в папку.

Все расчеты должны быть расписаны максимально подробно.

#### *2.3.1.*

По заданной для (n,k) кода Хэмминга (15,11) порождающей матрице  $G_{(15,11)}$  получить проверочную матрицу  $H_{(15,11)}$ .

#### *2.3.2.*

Закодировать заданный информационный вектор кода Хэмминга (15,11). Информационный вектор берется из табл. 2.1 по предпоследней цифре зачетной книжки.

Таблица 2.1 Информационный вектор. По предпоследней цифре номера зачетной книжки

Цифра	Вектор	Цифра	Вектор
1	1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0	6	1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 1
2	0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0	7	0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1
3	1 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0	8	1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1
4	1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0	9	0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0
5	1 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0	0	0 1 0 1 0 0 1 1 1 0 0

#### 2.3.3.

Последовательно наложить заданные векторы ошибки на полученный в предыдущем пункте кодовый вектор и декодировать полученные векторы с ошибкой. Векторы ошибки берутся из табл. 2.2 по последней цифре зачетной книжки. Заданы векторы с одной, двумя и тремя ошибками.

Таблица 2.2 Вектор ошибки. По последней цифре номера зачетной книжки

Цифра	Вектор	Цифра	Вектор
	010000000000000		000000100000000
1	010010000000000	6	100000100000000
	010010010000000		100000100010000
	001000000000000		000000010000000
2	001010000000000	7	01000001000000
	001010010000000		010000010010000
	000100000000000		00000001000000
3	000101000000000	8	001000001000000
	000101010000000		001000001010000
	000010000000000		00000000100000
4	000010100000000	9	10000000100000
	000010101000000		100001000100000
	000001000000000		00000000010000
5	000001010000000	0	00010000010000
	000001010100000		000100100010000

На основе имеющейся проверочной матрицы  $H_{(15,11)}$  кода Хэмминга (15,11) построить проверочную матрицу  $H_{(16,11)}$  расширенного кода Хэмминга (16,11). Закодировать заданный в табл. 2.1 информационный вектор согласно коду Хэмминга (16,11). Затем последовательно наложить на него векторы ошибок, заданные в табл. 2.2 (к векторам ошибок слева добавить «0», чтобы их длина стала равна 16), и декодировать полученные векторы с ошибкой.

#### 2.4. Порядок защиты практической работы

- 1. Устный ответ по теме работы.
- 2. Тестирование по теме работы
- 3. Задача по теме работы.
- 4. Иные варианты на усмотрение преподавателя.

# Практическая работа 3

# Изучение принципа работы кодера систематического циклического кода Хэмминга

#### 3.1. Цель работы

Изучить общие принципы работы кодера систематического циклического кода Хэмминга. Научиться строить схемы кодеров разных типов.

#### 3.2. Рекомендуемая литература

- 1. Код Хэмминга [электронный ресурс] // Википедия : [сайт] URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Код\_Хэмминга.
- 2. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М.: Мир, 1986. 576 с.

#### 3.3. Порядок выполнения задания

Задание выполняется каждым учащимся индивидуально. По результатам выполнения работы должен быть написан отчет.

Отчёт формируется в рукописном или печатном виде.

#### 3.3.1. Систематический кодер на n+r тактов

- 1. Построить схему систематического кодера на n+r тактов для кода Хэмминга (15,11), образованного полиномом  $g(x)=1+x+x^4$ .
- 2. Для заданного в табл. 2.1 информационного вектора заполнить таблицу процедуры кодирования (табл. 3.1) и выписать кодовое слово.

Таблица 3.1 Форма записи процедуры работы систематического кодера на n+r тактов

Такт	IN	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$r_0$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	OUT
0										
1										
2										
• • •										
18										
19										

# 3.3.2. Систематический кодер на п тактов

- 1. Построить схему систематического кодера на n тактов для кода Хэмминга (15,11), образованного полиномом  $g(x) = 1 + x + x^4$ .
- 2. Для заданного в табл. 2.1 информационного вектора заполнить таблицу процедуры кодирования (табл. 3.2) и выписать кодовое слово.

Таблица 3.2 Форма записи процедуры работы систематического кодера на п тактов

Такт	IN	$r_0$	$r_1$	$r_2$	<i>r</i> <sub>3</sub>	OUT
0						
1						
2						
14						
15						

## 3.4. Порядок защиты практической работы

- 1. Устный ответ по теме работы.
- 2. Тестирование по теме работы
- 3. Задача по теме работы.
- 4. Иные варианты на усмотрение преподавателя.

# Практическая работа 4

# Изучение принципа работы декодера Меггитта для систематического циклического кода Хэмминга

#### 4.1. Цель работы

Изучить общие принципы работы декодера Меггитта для систематического циклического кода Хэмминга. Научиться строить схемы декодеров Меггитта разных типов.

#### 4.2. Рекомендуемая литература

- 1. Код Хэмминга [электронный ресурс] // Википедия : [сайт] URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Код\_Хэмминга.
- 2. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М.: Мир, 1986. 576 с.

#### 4.3. Порядок выполнения задания

Задание выполняется каждым учащимся индивидуально. По результатам выполнения работы должен быть написан отчет.

Отчёт формируется в рукописном или печатном виде.

#### 4.3.1. Систематический декодер Меггитта

- 1. Построить схему систематического декодера Меггитта для кода Хэмминга (15, 11), образованного полиномом  $g(x) = 1 + x + x^4$ .
- 2. Для полученного в предыдущей работе кодового слова и вектора ошибки веса 1, заданного в табл. 2.2, вычислить комбинацию с ошибкой, провести ее декодирование в построенном декодере Меггитта, заполнив таблицу процедуры декодирования (табл. 4.1), и выписать кодовое слово.

Таблица 4.1 Форма записи процедуры работы систематического декодера Меггитта

Такт	IN	$b_0$	$b_1$	 $ b_{14} $	$s_0$	$s_1$	<i>s</i> <sub>2</sub>	<i>S</i> 3	OUT
0									
1									
2									
29									
30									

## 4.3.2. Систематический декодер Меггитта с обнулением

1. Построить схему систематического декодера Меггитта с обнулением для кода Хэмминга (15,11), образованного полиномом  $g(x) = 1 + x + x^4$ .

2. Для полученного в предыдущей работе кодового слова и вектора ошибки веса 1, заданного в табл. 2.2, вычислить комбинацию с ошибкой, провести ее декодирование в построенном декодере Меггитта, заполнив таблицу процедуры декодирования (табл. 4.1), и выписать кодовое слово.

#### 4.4. Порядок защиты практической работы

- 1. Устный ответ по теме работы.
- 2. Тестирование по теме работы
- 3. Задача по теме работы.
- 4. Иные варианты на усмотрение преподавателя.

## Список литературы

- [1] Владимиров С.С. Математические основы теории помехоустойчивого кодирования: учебное пособие. СПб.: СПбГУТ, 2016. 96 с. ISBN: 978-5-89160-131-4.
- [2] Когновицкий О.С., Охорзин В.М. Теория помехоустойчивого кодирования. Часть 1. Циклические коды: учебное пособие. СПб.: СПбГУТ, 2013. 84 с.
- [3] Когновицкий О.С. Основы циклических кодов. Учебное пособие. Л.: ЛЭИС, 1990. 64 с.
- [4] Ковриженко Г.А. Системы счисления и двоичная арифметика: От счета на пальцах до ЭВМ. К.: Рад. шк., 1984. 79 с.
- [5] Ланкастер П. Теория матриц: Пер. с англ. 2-е изд. М.: Наука, 1982. 272 с.
- [6] Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. М.: Просвещение, 1980. 176 с.