**ПОМЕХОУСТОЙЧИВОЕ КОДИРОВАНИЕ В ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ**

Дисциплина для групп ИКТУ – 87, 88; 3 курс, 6 семестр. Экзамен.

4 зач. ед. 144 час. = (52,25 – ауд. час. + 58 час. СРС) + 33,65 час. ( экзамен).

Аудиторные часы: **Лекций – 20 час.; Упражнений – 16 час,; Лаб. работ – 14 час.**

**Самостоятельная работа студентов – 58 час.**

Преподаватели:

* *лекции – проф. Когновицкий Олег Станиславович;*
* *упражнения – к.т.н. Березкин А. А.*
* *лабораторные работы – доц. Владимиров Сергей* *Сергеевич.*

Дисциплина **«Помехоустойчивое кодирование в инфокоммуникационных системах»** является одной из вариативных дисциплин Блока 1 и входит в рабочий учебный план подготовки бакалавров по направлению 11.03.02– «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»;

Профиль: Интернет и гетерогенные сети.

**Компетенции выпускника, формируемые в результате освоения профиля**

В результате изучения дисциплины выпускник должен обладать всеми видами общекультурных и профессиональных компетенций в соответствии с ООП 11.03.02 –«Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также компетенциями, представленными в таблице:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Код компе- тенции** | **знать** | **уметь** | **владеть** |
| ОПК-1 | критерии эффективности помехоустойчивого кодирования | использовать методы помехоустойчивого кодирования для защиты информации от помех | математическим аппаратом теории помехоустойчивого кодирования |
| ОПК-3 | методы декодирования основных помехоустойчивых кодов | оценивать исправляющую способность основных видов помехоустойчивых кодов | программным обеспечением для проведения исследования помехоустойчивых кодов |
| ПК-19 | принципы реализации кодирующих и декодирующих устройств основных помехоустойчивых кодов | создавать аппаратные схемы кодеров и декодеров помехоустойчивых кодов | методами выбора помехоустойчивого кода по заданным требованиям к достоверности  принимаемых сообщений |

Изучение бакалаврами дисциплины **«Помехоустойчивое кодирование в инфокоммуникационных системах»** позволит выпускникам в своей будущей профессиональной деятельности РЕШАТЬ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ПО ВЫБОРУ, ПРОЕКТИРОВАНИЮ И ЭКСПЛУАТАЦИИ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО КОДА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТРЕБОВАНИЙ К СИСТЕМЕ ПЕРЕДАЧИ ЦИФРОВЫХ ДАННЫХ ПО КАНАЛАМ СВЯЗИ С ПОМЕХАМИ.

Выбор помехоустойчивого кода зависит от требуемой его эффективности, критериями которой являются: скорость передачи данных, достоверность принятой информации и сложность реализации кодирования.

Такая задача является комплексной, так как на эффективность помехоустойчивого кода влияют:

• *Тип канала связи и виды помех (ошибок) в нем;*

*• Конструктивные особенности кода;*

*• Вид сигналов в канале связи – вид модуляции;*

*• Допустимая полоса частот;*

*• Ограничения на энергетику сигналов в канале связи;*

*• Назначение помехоустойчивого кода:*

*1). Обнаружение ошибок (EDC – Error Detection Code),*

*2). Коды с прямой коррекцией (с исправлением) ошибок (ECC - Error Correction Code; FEC – Forward Error Correction)*

Из представленного выше перечня вопросов следует, что дисциплина «Помехоустойчивое кодирование в инфокоммуникационных системах» базируется, прежде всего, на дисциплине «Основы теории передачи данных», изученной на 5 семестре. Дисциплина «Помехоустойчивое кодирование в инфокоммуникационных системах» имеет своей целью более полное изучение теории помехоустойчивого кодирования и его применения в реальных инфокоммуникационных системах, базируется на таких уже изученных дисциплинах учебного плана как: «Информатика и основы алгоритмизации», «Дискретная математика», «Общая теория связи» и «Теория вероятностей и математическая статистика». Кроме того, дисциплина «Помехоустойчивое кодирование в инфокоммуникационных системах» базируются на математическом аппарате Теории чисел и на специальных разделах Высшей алгебры − теории групп и теории полей Галуа и др.

Особое внимание при изучении дисциплины «Помехоустойчивое кодирование в инфокоммуникационных системах» будет уделено применению помехоустойчивых кодов в реальных цифровых системах передачи информации, в частности в системах реального времени, цифрового аудио- и телевещания, в сети Интернет. В связи с продолжением лекционных занятий из-за пандемии в дистанционном формате значительное внимание будет уделено самостоятельной работе студентов. При этом будет усилен контроль за самостоятельной работой студентов со стороны преподавателей.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Наименование раздела (темы) лекционного цикла дисциплины** | **Содержание раздела** | **№ семе-стра**  Число  час |
| 1 | Раздел 1. (4час).  Введение. Основы современных помехоустойчивых кодов  (Лекции 1 и 2) | Общая структура системы ПД. Дискретный источник и его инфрмационные характеристики. Канал и его пропускная способность. Вторая теорема Шеннона. Основные определения помехоустойчивого кодирования. Параметры кодов. Ошибки и причины их порождающие. Вероятность ошибки в канале АБГШ. Критерии эффективности помехоустойчивого кодирования. | 6 сем  Всего  Лекц.  4 час |
| 2 | Раздел 2. (6час).  Современные классы блочных помехоустойчивых кодов  (Лекции 3,4 и 5) | Классификация помехоустойчивых кодов. Линейные блочные коды. КодЫ с проверкой на четность и их применение в инфокоммуникационных системах. Код Хемминга. Циклические коды. Математическая теория циклических кодов. Поля Галуа и их свойства. Инфокоммуникационные системы с обнаружением ошибок на основе CRC/ Коды Боуза-Чоудхури-Хоквингема, Рида- Соломона. Принципы реализации кодирующих и декодирующих устройств. Методы декодирования циклических  кодов БЧХ и Рида-Соломона. | 6 сем    Всего  Лекц  6 час |
| 3 | Раздел 3. (2час).  Непрерывные помехоустойчивые коды  (Лекция 6 ) | Непрерывные цепные (рекуррентные) и сверточные коды. Параметры и характеристики сверточных кодов. Кодовая решетка сверточного кода. Корректирующая способность сверточных кодов. Весовой спектр и его оценка. Алгоритм декодирования Витерби. Принцип "мягких" решений. | 6 сем  Всего  Лекц  2 час |
| 4 | Раздел 4. (2час). Коды с низкой плотностью проверок на четность  (Лекция 7) | Характеристика кодов. Основные принципы построения кодов с низкой плотностью проверок на четность. Алгоритмы декодирования. | 6 сем  Всего  Лекц  2 час |
| 5 | Раздел 5. (4час).  Каскадные помехоустойчивые коды и их применение в реальных системах  (Лекции 8 и 9) | Каскадные коды. Достоинства каскадных кодов. Принципы построения кодирующих и декодирующих устройств каскадных кодов. Методы перемежения. Процедура декодирования. Оценка корректирующих свойств каскадных кодов. Примеры реальных инфокоммуникационных систем с применением каскадных кодов. | 6 сем  Всего  Лекц  4 час |
| 6 | Раздел 6. (2 час)  Методика выбора помехоустойчивого кода БЧХ, удовлетворяющего заданным требованиям.  (Лекция 10) | Выбор наиболее оптимального циклического кода БЧХ в зависимости от требований на ту или иную характеристику при заданных исходных данных на систему. | 6 сем  Всего  Лекц  2 час |

**Лекция 1**. (Раздел 1 рабочей программы).

**Содержание**:

**Введение. Цели и задачи дисциплины. Содержание и общая характеристика дисциплины, ее связь с другими дисциплинами.**

**Структурная схема современной цифровой инфокоммуникационной системы и место в ней помехоустойчивого кодирования.**

**Дискретный источник сообщений. Двоичный источник. Единица измерения количества информации. Информационная емкость дискретного источника (энтропия). Скорость передачи информации на выходе источника. Основание кода. Первичное кодирование. Назначение.. Первая теорема Шеннона (определение).**

**Передача сообщений по каналам с помехами. Понятие термина «ошибки при передаче» по таким каналам. Помехоустойчивое кодирование и его целевое предназначение. Расширенная структурная схема современной цифровой инфокоммуникационной системы.**

**Модель дискретного канала с ошибками, канал без памяти. Пропускная способность дискретного канала связи без помех. Пропускная способность двоичного дискретного и непрерывного канала связи с помехами. Общая классификация, параметры и характеристики помехоустойчивых кодов.**

**Контрольные вопросы по разделу 1.**

**Лекция 1.**

**Введение.**

Повышение надёжности передачи сообщений по каналам связи является одной из важнейших задач, решаемых специалистами в области телекоммуникаций. Этим вопросам уделяется большое внимание при проектировании и создании современных систем передачи информации по каналам связи с помехами.

Как известно, одним из наиболее эффективных средств борьбы с ошибками при передаче дискретных сообщений по каналам связи с помехами является применение избыточных помехоустойчивых кодов, посредством которых большинство таких ошибок могут быть обнаружены и исправлены.

Теория помехоустойячивого кодирования зародилась и стала быстро развиваться с 50-ых годов прошлого века, после опубликования в 1948 году работы Клода Шеннона [*Л.1 Shannon C. E. A mathematical theory of communication. Bell System Technical Journal, 27(1): 379-423, 1948* ] и опубликованной в переводе в Советском Союзе в 1963 году [*Л.2 Шэннон К. Математическая теория связи.// Работы по теории информации и кибернетике; пер. с англ. Под ред. Р. Л. Добрушина – М.: Иностр. Лит., 1963*]. Из всех известных помехоустойчивых кодов наиболее широкое применение нашли различные классы циклических кодов. Однако, в последнее время помехоустойчивое кодирование находит широкое применение практически во всех современных цифровых системах передачи информации: цифровых системах радиовещания и телевидения, в системах цифровой записи информации и хранения данных, в спутниковых и беспроводных системах связи.

Таким образом, при разработке современных цифровых систем передачи, хранения и обработки данных невозможно обойтись без знания основ теории и практики применения помехоустойчивого кодирования.

В дисциплине «Теория и практика помехоустойчивого кодирования» в лекционном курсе подробно изучаются основы теории и практики применения помехоустойчивых кодов для обеспечения надёжной передачи информации по каналам связи с помехами. На практических и лабораторных занятиях рассматриваются общие принципы обнаружения и исправления ошибок, а также вопросы построения кодирующих и декодирующих устройств для наиболее широко применяемых циклических кодов..

**1.1. Сообщения и информация. Обобщённая блок-схема СПД.**

При рассмотрении положений в теории передачи дискретных сообщений широко используют понятия: сообщение, сигнал, канал, информация.

Под **сообщением** понимают любые сведения, подлежащие передаче, но заранее неизвестные получателю.

**Информация** – это достоверные сведения, содержащиеся в сообщении, получаемые и правильно расшифрованные адресатом.

Сообщение – это категория, принадлежащая передающему концу, в то время как информация является принадлежностью приемного конца.

**Сигнал** представляет собой некоторую физическую величину, отображающую сообщение, т.е. это материальный носитель сообщения. Сигналами могут быть звук, ток, электромагнитные волны. Изменение параметра сигнала несет информацию. Всякое сообщение для передачи его должно быть предварительно преобразовано в сигнал. Прежде всего, сообщение надо закодировать. Под кодированием понимается операция перевода сообщений в последовательность чисел или каких-либо условных символов, построенную по определенному закону. Для этого необходимо выбрать соответствующую систему счисления, основание которой будет равно основанию кода. Под **основанием кода** понимают количество символов, используемых для кодирования. Система символов условная: для кодирования сообщений при основании кода равном 2 можно взять «0» и «1», можно «*а*» и «*б*» и т.д.

Преобразование сообщения в комбинацию символов выполняется с помощью операции кодирования. Необходимым условием для передачи данных (ПД) является выбор единого кода на приемной и передающей стороне.

Обобщенная блок-схема системы передачи дискретных сообщений (СПДС) представлена на рис. 1.1.

Источники сообщений могут быть дискретными и непрерывными. **Дискретный источник** характеризуется конечным множеством состояний и вероятностью их появления на выходе, т.е.: {N}={A1, A2, A3,…AN},

P1, P2, P3,… PN

где: N – множество состояний на выходе источника;

Ai – сообщение на выходе источника;

Pi – вероятность появления на выходе источника сообщения Ai.

Это справедливо при независимом появлении каждого сообщения; при зависимых событиях этого недостаточно, необходимо знание условных вероятностей.

Пусть Ai –сообщение с выхода источника; Bi – соответствующая ему кодовая комбинация с выхода обобщённого кодирующего устройства (КУ). Необходимо, чтобы выполнялось взаимооднозначное соответствие Источник сообщений может иметь на выходе множество состояний {N}, следовательно, кодовых комбинаций также должно быть {N}. **Множество всех возможных кодовых комбинаций образует код**.

Операция изменения параметров сигнала в соответствии с символами кодовой комбинации называется **модуляцией**. Для дискретных сообщений использует понятие **манипуляция**. При операции модуляции в **модуляторе** каждой комбинации символов сопоставляется определенная комбинация сигналов .

Параметрами сигнала могут быть частота, фаза, амплитуда, значения которых меняется в процессе модуляции.

Последовательность операций при передаче сообщений следующая:

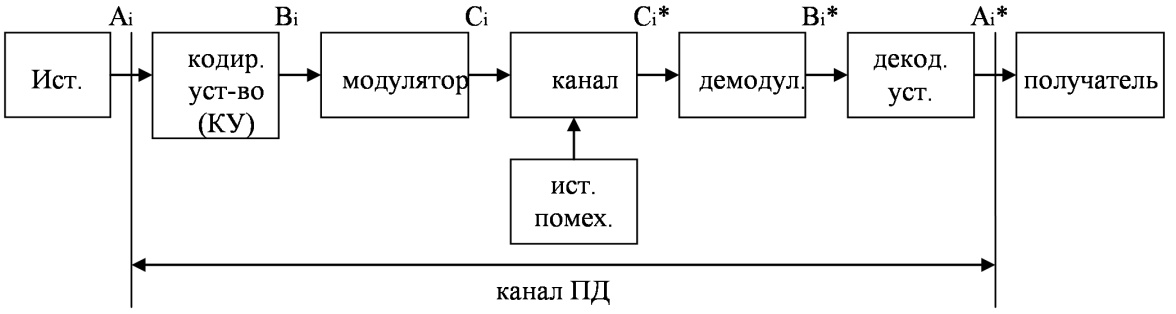
{сообщение}→{кодирование}→{модуляция} или в обозначениях: Ai→Bi→Ci.

На приеме осуществляются обратные операции:

**демодуляция** – преобразование принятой, в общем случае искажённой, комбинации сигналов в комбинацию символов *Bi\** в демодуляторе и **декодирование** – преобразование декодирующим устройством комбинации символов *Bi\** в сообщение *Ai\** .

Элементом СПД является канал.

**Каналом ПД** называют совокупность технических средств, обеспечивающих ПД от источника к получателю. В канал ПД входят КУ, ДКУ, модулятор, демодулятор и непосредственно физическая линия с источниками помех.



*Рис. 1.1.* Обобщенная блок-схема системы передачи данных (СПД)

*На выходе источника – сообщение (Ai);*

*на выходе КУ – комбинация символов (Bi);*

*на выходе модулятора – комбинация сигналов (Ci);*

*на выходе канала – комбинация сигналов (Ci\*);*

*на выходе демодулятора – комбинация символов (Bi\*);*

*на выходе ДКУ – информация (Ai\*).*

При ПД комбинация состоит из элементарных сигналов. Каждый элементарный сигнал может характеризоваться частотой, амплитудой или фазой. Исходный элементарный сигнал не учитывает помех.

На практике элементарный сигнал вследствие помех может быть искажен. При этом принятое сообщение может отличаться от переданного, т.е. в принятом сообщении возникают ошибки. С целью восстановления сообщения применяют различные методы исправления ошибок. К числу таких методов относится использование специальных корректирующих кодов.

В реальных СПД, как правило, применяют два вида кодирования: 1) **первичное**, первоначально преобразующее сообщение в кодовые комбинации, код не предназначен для борьбы с ошибками; в литературе такое первичное кодирование часто называют *кодированием источника*; 2) **вторичное** помехоустойчивое кодирование, предназначенное для борьбы ошибками, которое в литературе называют также *канальным кодированием..*

**1.2. Основы теории информации.**

Пусть имеется некоторый **дискретный источник** с конечным множеством сообщений N: {N}={A1, A2,…AN};

P1, P2,…PN.

характеристики которого известны потребителю. Но потребитель не знает, какое сообщение появится на выходе в данный момент. Потребитель находится в состоянии неопределенности по отношению к источнику. Потребитель может находиться в разной степени неопределенности. На степень неопределенности влияет число сообщений и вероятность их появления. Чем больше N, тем больше неопределенность. Если вероятность появления на выходе источника некоторого сообщения Ai стремится к 1 (Pi→1), то неопределенность получателя по отношению к такому источнику стремится к 0. Если источник имеет равновероятные сообщения, т. е. P1=P2= …=PN=1/N, то неопределенность имеет максимальную величину. Единицы меры неопределенности – это единицы информации, так как **неопределенность** – это количество недостающей потребителю информации. **Степень неопределённости** о появлении на выходе дискретного источника того или иного сообщения Ai оценивается величиной, называемой **энтропиейисточника,** которая чаще всего обозначается латинской буквойH. **Количественно энтропия источника (неопределённость)** **определяется как среднее количество информации, содержащееся в одном сообщении. Единицей измерения энтропии является бит**/**сообщение.**

Остановимся теперь на термине *количество информации в сообщении*. Впервые ещё в 1928 году (по некоторым публикациям – в 1929г.) американский инженер–связист Р. Хартли предложил для определения количества информации формулу: I=log2N. Но эта формула справедлива только для равновероятных и независимых событий. В 1949 году К. Шеннон предложил для дискретного источника с независимыми сообщениями определять количество информации в сообщении Ai , имеющего вероятность Pi, как Ii=log1/Pi. Количество информации может быть измерено в любых единицах, но обычно используют двоичную единицу – бит. Тогда:

Ii= –log2Pi  (бит) (1.1).

**1 двоичная единица информации (1 бит)** это информация, появляющаяся на выходе дискретного источника с двумя равновероятными исходами, т. е. P1=P2=0,5.

Широкое использование *бита* связано с тем, что большинство устройств имеет два состояния. Но можно брать любое основание логарифма. Например, Ii=-log10Pi. За 1 десятичную единицу (1дит) информации принимается информация, появляющаяся на выходе источника с 10 равновероятными исходами. Логарифм с одним основанием может быть переведен в логарифм с другим основанием.

**Энтропия дискретного источника.**

Так как энтропия дискретного источника с независимыми вероятностями – это среднее количество информации, содержащейся в одном сообщении, то её можно записать как

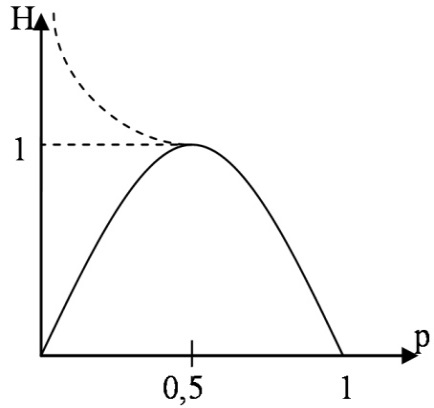
() (1.2)

Энтропия зависит от характеристик источника: количества сообщений *N* и их вероятностей.

На рис. 1.2 сплошной кривой показана зависимость энтропии двоичного источника с двумя сообщениями *a* и *b* от вероятности *p*, где *p* – вероятность появления, например, сообщения *a*. Очевидно, что вероятность второго сообщения *b* будет равна (1–*p*). Максимальная энтропия двоичного источника с независимыми сообщениями будет при двух (N=2) равновероятных сообщениях, в соответствии с (1.2), равна 1, т. е.

Таким образом, максимальная энтропия дискретного источника с N равновероятными сообщениями будет равна

(1.3)



*Рис. 1.2. График зависимости H двоичного источника от p*

Из (1.3) следует, что при увеличении числа N>2 равновероятных сообщений, точка максимума Hmax будет смещаться влево и возрастать (на графике это показано штрихпунктирной кривой).

Представляет интерес поведение энтропии дискретного источника при учете зависимости между сообщениями.

Рассмотрим это на примере избыточности языка (Таблица 1.1). Предположим, что дискретным источником будет алфавит русского языка. Число состояний источника N=32. Надо рассмотреть:

H0 – энтропию без учета вероятности появления отдельных букв (как если бы все буквы были равновероятны);

H1 – энтропию источника с учетом вероятности появления отдельных букв, при условии независимого их появления.

H2, H3… – энтропию, учитывающую вероятность появления на выходе источника буквосочетаний по две, по три и т.д. буквы

Максимальная из всех энтропий H0=Hmax, т.к. здесь рассматриваются равновероятные сообщения.

Вероятность появления сочетаний из нескольких букв меньше, чем появление отдельных букв, поэтому Hi<H1 (i>1).

Минимальной будет энтропия: Hmin=H∞, т.е. энтропия, учитывающая все вероятностные связи.

Таким образом, получили: H0>H1>H2>…>H∞. H0 и H∞ определяют избыточность языка. Различают абсолютную и относительную избыточность языка.

**Абсолютная избыточность** равна разности H0–H∞ или Hmax–Hmin.

**Относительная избыточность**: отношение η= (Hmax–Hmin)/ Hmax , 0<η<1

Если представить себе язык, у которого η=0, то это был бы такой язык, у которого появление каждой буквы независимо и равновероятно. Примером такого языка может служить цифровой язык, где появление цифр в последовательности равновероятно.

Язык с η=1 условно можно себе представить как некоторый гипотетический язык, у которого наблюдается полная зависимость, т.е. это некоторая заведомо определенная языковая последовательность большой длины. Для такого языка H∞→0.

*Таблица* 1.1. *Значения энтропий для разных языков*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вероятностные связи | Энтропия на 1 букву [бит] | | |
| Русский текст | английский | немецкий |
| 1. Вероятностные связи не учитываются (все буквы считаем равновероятными) | Hmax=H0=5 | 4,7 | 4,7 |
| 1. Учитываем вероятность появления отдельных букв | H1=4,34 | 4,4 | 4,1 |
| 1. Учитываем вероятность появления двухбуквенных сочетаний | H2=3,52 | 3,56 | 3,0 |
| 1. Учитываем вероятность появления трехбуквенных сочетаний | H3=3 | 3,3 | 2,6 |
| 1. Учитываем все связи | H∞=1 | 1 | 1,6 |

Для русского языка усреднённая абсолютная избыточность равна H0–H∞ = 5–1=4 бита на букву. Эта избыточность позволяет исправлять ошибки, например, в смысловых текстах и др.

**1.3. Пропускная способность дискретного канала связи**

**Определение**: ***Пропускная способность канала связи*** *это то количество информации, которое может быть успешно передано по данному каналу связи за заданный промежуток времени.*

Пропускная способность канала связи является критерием, который характеризует потенциальные возможности канала и определяется максимальной **скоростью** передачи информации.

**Скорость передачи информации** определяется количеством информации, переданным за единицу времени (бит/сек).

**Скорость передачи дискретных сигналов** определяется количеством элементарных сигналов передаваемых в единицу времени – секунду. Единицей измерения такой скорости является Бод. **1 Бод** – это скорость, при которой один сигнал передаётся за временя, равное одной секунде.

**1.3.1. Скорость передачи информации по дискретному каналу связи без помех (идеальный канал связи)**

Пусть имеется дискретный источник, энтропия которого равна H дв. единиц (бит) на сообщение, время передачи которого по каналу связи равна τ для всех сообщений. Тогда пропускная способность такого канала будет равна скорости передачи в общем виде

*.*

Для простейшего случая дискретного источника с N **равновероятными** и взаимонезависимыми сообщениями пропускная способность равна

В случае **не равновероятных** сообщений с длительностью τ каждого из них пропускная способность будет равна

(1.4)

Т.е., пропускная способность канала связи без помех пропорциональна энтропии источника и обратно пропорциональна длительности элементарного сообщения τ.

При не равновероятных сообщениях с различными длительностями сообщений

получаем общее выражение для пропускной способности канала без помех:

Из приведенных выражений следует, что увеличение пропускной способности (скорости передачи) по каналу связи без помех может быть достигнуто благодаря уменьшению длительности сообщений, т. е, за счет увеличения скорости передачи сигналов (расширения полосы частот), а также за счёт увеличения энтропии дискретного источника..

**Вывод**: *пропускная способность канала передачи информации при отсутствии помех определяется шириной полосы частот канала и быстродействием оборудования приемо-передающего тракта.*

**1.3.2. Пропускная способность непрерывного канала с помехами**

При анализе пропускной способности реальной системы обычно рассматривают два вида канала связи с помехами – непрерывный и дискретный.

**Непрерывный канал** характеризуется тем, что поступающие на вход канала, дискретные в общем виде, сигналы подвергаются воздействию помех, вызывающих ошибки. Рассмотрим непрерывный канал с аддитивным белым гауссовым шумом (АБГШ), имеющим равномерный спектр во всём диапазоне частот . Известный ученый К. Шеннон доказал, что пропускная способность такого канала определяется следующим выражением:

*,* (1.5)

где:

W – ширина полосы частот канала в Гц;

в формуле (1.5) это отношение сигнал/шум, значение которого равно мощности сигнала S делённой на мощность шума N.

В литературе отношение сигнал/шум часто представляется в *децибелах* (дБ). Обе эти величины взаимосвязаны в соответствии с формулой:

**Пример 1.** Пусть S/N = 100, т.е. мощность сигнала S в 100 раз превышает мощность шума N. Тогда отношение сигнал/шум в децибелах составит

В общем виде, если отношение сигнал/шум равно А дБ, то

Действительно получаем:

так как

При анализе пропускной способности непрерывного канала связи с помехами следует иметь в виду, что искомую пропускную способность такого канала связи часто определяют следующей формулой Шеннона:

*,* (1.6)

где No – спектральная плотность мощности аддитивного гауссова шума, т. е. мощность на один Гц полосы частот.

**Пример 2**. Рассмотрим ещё один пример реальной передачи сигналов по телефонной линии в полосе частот от 300 Гц до 3400 Гц с отношением сигнал/шум равным 30 дБ. В этом случае пропускная способность линии будет равна:

Из анализа выражения (1.6) следует, что расширение полосы частот W приводит к увеличению потенциальной пропускной способности за счёт возможности уменьшения длительности передаваемого сигнала. Это, в свою очередь, приводит к увеличению количества бит информации, передаваемых в единицу времени. Устремив полосу пропускания в пределе до бесконечности (W→∞) и раскрыв неопределенность формулы (1.6) по правилу Лопиталя, получим так называемый предел Шеннона:

(1.7)

Приведем вывод формулы (1.7).

Устремив в (1.6) W→∞, в пределе получим

Для нахождения предельного значения преобразуем выражение (1.6) к виду:

. (1.8)

Устремив теперь в (1.8) W→∞, в пределе получим Раскроем эту неопределённость по правилу Лопиталя, поделив производную числителя на производную знаменателя по переменной W.

Производная числителя:

Производная знаменателя:

= −

Поделив производную числителя на производную знаменателя, получим

Наконец, устремив W→∞, получим формулу (1.7) – предельное значение пропускной способности :

.

Формула (1.7) устанавливает тот предел, к которому стремится пропускная способность непрерывного канала с АБГШ при расширении полосы пропускания до ∞,

т. е. пропускная способность стремится к постоянной величине, определяемой отношением мощности S сигнала к ( спектральной плотности мощности шума на один Гц полосы).

**При передаче дискретных сигналов по непрерывному каналу связи с АБГШ пропускную способность канала оценивают** **по отношению битовой энергии сигнала Eb к спектральной плотности мощности белого шума No, т.е. по отношению Eb/No.**

Пусть информация передаётся дискретными сигналами длительностью *τ* каждый со скоростью R бит/сек, Тогда за время τ будет затрачено энергии S∙τ на передачу R∙τ бит информации. Следовательно, энергия Eb, затраченная на передачу одного бита информации, будет равна:

Eb = . (1.9)

Как показал Шеннон, *передача информации со сколь угодно высокой достоверностью возможна при условии, что скорость передачи R не превышает пропускную способность канала связи C\** (Это, так называемая, **вторая теорема Шеннона** для канала связи с помехами, о которой подробнее будет сказано ниже). Тогда, учитывая формулы (1.8) и (1.9), запишем условие теоремы Шеннона как

C\*=

Из последнего выражения видно, что

Вывод. *Надёжная передача информации по каналу связи с АБГШ возможна только тогда, когда отношение сигнал/шум на бит не меньше величины*

**1.3.3. Пропускная способность двоичного симметричного канала с помехами.**

Вследствие существования помех в канале связи сигналы на входе канала и на выходе связаны между собой не жесткой функциональной связью, а лишь статистической связью. При помехах случайный процесс **α** на входе канала и случайный процесс **β** на выходе канала связаны зависимостью β = α+n, где n – помехи в канале связи.

Из теории информации известно, что количество информации J(α, β) которое можно получить о процессе α, наблюдая связанный с ним процесс β, определяется как разность энтропий.

J(α, β)=H(α) – Hβ(α),

где H(α)- априорная энтропия процесса α;

Hβ(α)- условная энтропия процесса α, т.е. энтропия процесса α после регистрации (наблюдения) процесса β (апостериорная энтропия). Энтропию Hβ(α) называют мерой оставшегося незнания (неопределённости) после опыта или ненадежность связи.

Напомним, что под пропускной способностью канала связи понимается максимальное количество информации, которое может перенести один кодовый элемент (сигнал), переданный по данному каналу связи. Возможно определение пропускной способности как максимального количества информации, которое можно передать по данному каналу в единицу времени. Эти определения равносильны. В данном и следующем параграфе будет использоваться первое определение.

По определению пропускная способность С канала с шумами определяется выражением:

(бит/элемент) (1.10)

Если канал без помех, то ненадежность канала Hβ(α)=0 и, следовательно, пропускная способность равна максимальной энтропии источника

Найдем пропускную способность **двоичного симметричного канала (ДСК)** с помехами. Под двоичным симметричным каналом понимается канал, по которому возможна передача только двух различных сигналов, причем вероятность искажения этих сигналов одинакова.

Пусть под **процессом α** понимается передача двух взаимно независимых сигналов, сигнала А и сигнала Б. Сигнал А появляется на передающей стороне с вероятностью Р(А), а сигнал Б – с вероятностью Р(Б). Необходимо определить такое соотношение между Р(А) и Р(Б), чтобы количество информации передаваемой по каналу связи было максимальным..

Будем иметь ввиду, что сообщения, поступающие от источника информации, прежде всего, кодируются первичным двоичным кодом, т.е. преобразуются в последовательность нулей и единиц. Например, «нулевой» элемент данной последовательности соответствует сигналу А, посылаемого в канал, а «единичный» элемент – сигналу Б. Таким образом, нахождение пропускной способности двоичного симметричного канала связано с нахождением оптимальной структуры первичного кода, обеспечивающего максимальную скорость передачи информации.

Под **процессом β** будем понимать воспроизведение *а* и *б* на приемной стороне.

Положим, что сигналу А источника на приемной стороне соответствует воспроизведение *а*, а сигналу Б – воспроизведение *б*. Из-за наличия помех в канале могут возникать ошибки, например, сигнал А может перейти на приемной стороне в сигнал *б* с вероятностью P*б*(А) и наоборот – сигнал Б может перейти в *а* с вероятностью P*а*(Б). Вероятности таких ошибок для ДСК одинаковы и равны *p*: Р*а*(Б)=Р*б*(А)=*p*.

Вероятности правильного приема сигналов Р*а*(А) и Р*б*(Б) также одинаковы и равны q, где q=1–p.

Схематическое изображение двоичного симметричного канала (ДСК) дано на рисунке 1.3..

«*А*»

«*Б*»

«*б*»

«*а*»

Передача

Прием

*q* = 1– *p*

*q* = 1– *p*

*p*

*p*

Рис.1.3. Модель двоичного симметричного канала (ДСК).

Найдем количество информации о процессе α, наблюдая процесс β, как:

J(α,n)=H(α) – Hβ(α) (1.11)

Определим энтропии H(α) и Hβ(α). Безусловная энтропия процесса α равна

Условную энтропию Hβ(α) определим как

Hβ(α)=Р(*а*) Н*а*(α)+Р(*б*) Н*б*(α), (1.12)

где Р(*а*) – это вероятность правильного или ошибочного воспроизведения на приемной стороне сигнала *a*, а Р(*б*) – соответственно сигнала *б*. Далее, условные энтропии Н*а*(α), Нб(α) – это энтропии процесса α при получении на приемной стороне соответственно сигналов *а* и *б*.

(Б)

Так как и, то

.

Аналогично можно получить, что

Таким образом, согласно (1,12), находим:

Поскольку события, состоящие в воспроизведении на приемной стороне сигнала *а* или сигнала *б*, составляют полную группу событий и, следовательно, Р(*а*)+Р(*б*)=1, то

Подставляя Н(α), Нβ(α) в выражение (1.11) для количества информации получим:

. (1,13)

Так как p и q есть величины постоянные для данного канала, то максимум J(α, β) ищется как функция от Р(А) и Р(Б). Максимум J(α, β) достигается при Р(А)=Р(Б)=0,5.

Вероятности Р(А) и Р(Б) представляют собой вероятности символов кода (в ДСК это будут вероятность нуля (0) и вероятность единицы (1) в данном коде). Следовательно, для двоичного симметричного канала наиболее оптимальный код характеризуется равновероятными значениями символов кода. Тогда пропускная способность ДСК определяется выражением:

(бит/элемент кода) (1,14)

График зависимости пропускной способности двоичного симметричного канала от вероятности ошибки *p* приведен на рисунке 1.4.

Рис.1.4. График зависимости пропускной способности ДСК от вероятности ошибки.

1

1

0,5

0

p

CС

Как следует из рис. 1.4, в двоичном симметричном канала без помех p=0, поэтому С=1, т.е. каждый двоичный элемент переносит одну двоичную единицу информации. С ростом помех пропускная способность канала уменьшается. Когда p=0.5, то принятый сигнал не содержит никакой информации, т.е. Нβ(α)=Н(α) и, следовательно С=0.

При увеличении p от 0,5 до 1 пропускная способность канала растет. Это связано с тем, что при соответствующем декодировании принятый сигнал будет инвертироваться и с большей вероятностью содержать правильную информацию. В этом случае на приемной стороне при получении сигнала *а* необходимо принимать решение в пользу *б* и наоборот, при приеме сигнала *б* – в пользу *а*.

**1.4. Расширенная структурная схема системы передачи дискретных сообщений (передачи данных)**

В последнее время в структурной схеме цифровой системы передачи информации появились новые функциональные блоки (рис. 1.5). Так, объединённое кодирование (рис. 1.1) разделено на первичное кодирование (кодирование источника) и помехоустойчивое кодирование. Между этими процессами на передающем конце появился **скремблер**, а на приемной – **дескремблер**.

Модем

Первичное

кодирование

Непрерывный

канал связи

+ помехи

Непрерывный

канал связи

+ помехи

Непрерывный

канал связи

+ помехи

Непрерывный

канал связи

+ помехи

Непрерывный

канал связи

+ помехи

Непрерывный

канал связи

+ помехи

**Непрерывный**

**канал связи**

**+ помехи**

Скремблирование

(рандом)

Кодер источн.

(сжатие)

Скремблирование

(рандом)

Кодер источн.

(сжатие)

Скремблирование

(рандом)

Кодер источн.

(сжатие)

Скремблирование

(рандом)

Кодер источн.

(сжатие)

Скремблирование

(рандом)

Кодер источн.

(сжатие)

Скремблирование

(рандом)

Кодер источн.

(сжатие)

Модулятор

Переме-житель

Помехоустойчив.

кодер

Скремб-

лер

(рандом)

Дискр. источник

Кодер источн.

(сжатие)

Получатель диск

сообщ.

Декодер

источн.

Дескремблер

Помехоустойчив.

декодер

Деперемежитель

Демоду

лятор

Вторичное

кодирование (канальное)

Канал передачи данных

Дискретный канал

Рис. 1.5. Расширенная структурная схема системы передачи дискретных сообщений (передачи данных)

Введенную операцию **скремблирования** в литературе называют также операцией рандомизации ( от англ. *random* – случайный). Скремблирование это обратимое преобразование структуры цифрового потока сигналов с целью придания ему характеристик случайной последовательности. В случае двоичных последовательностей это означает практически равновероятное в среднем появление «1» и «0» в такой последовательности. Благодаря этому достигается повышение точности работы системы тактовой синхронизации в синхронных системах.

На передающей стороне скремблирование осуществляется путём поэлементного суммирования по модулю 2 исходной информационной и специальной скремблирующей последовательностей. На приемной стороне осуществляется обратное преобразование в дескремблере, который восстанавливает из принятой последовательности исходную информационную последовательность.

Ещё одной, дополнительно введенной в цифровую систему передачи информации, обратимой операцией является **перемежение** (интерливер). Суть этой операции состоит в том, что на *передающей стороне* цифровые символы исходной последовательности данных переставляются между собой, не меняя скорость передачи сигналов, по некоторому заранее определенному правилу. На приемной стороне по обратному правилу символы в принятой последовательности возвращаются на свои прежние места. В результате применения такой искусственной операции происходит декорреляция ошибок, т. е. групповые (зависимые) ошибки в канале связи становятся после, обратной процедуры перемежения в приемнике, редкими независимыми ошибками, которые могут быть исправлены более простыми помехоустойчивыми кодами.

**1.5. Классификация помехоустойчивых кодов** **(ПК):**

1) *по корректирующим возможностям:*

• обнаруживающие ошибки;

• исправляющие ошибки;

• исправляющие стирания;

• исправляющие ошибки и стирания;

• комбинированные ПК.

2) *по структурным особенностям*:

• блочные (блоковые) – каждая комбинация представляет собой блок из n элементов;

• непрерывные – кодовая комбинация – это непрерывная последовательность кодовых элементов;

• каскадные – объединение двух или более кодов;

* Систематические и несистематические

**Контрольные вопросы по лекции 1 для самопроверки.**

1. Сформулировать цели и задачи дисциплины «Теория и практика помехоустойчивого кодирования».
2. Сформулировать понятие Дикретный источник информации и его характеристики.
3. Чем отличается двоичный дискретный источник от десятичного?
4. От чего зависит количество информации в одном сообщении, появляющемся на выходе дискретного источника?
5. В каких единицах принято оценивать количество информации и что принято за одну единицу информации?
6. Приведите формулу К. Шеннона для определения количества информации в отдельном сообщении.
7. Дайте определение энтропии дискретного источника. В каких единицах она измеряется?
8. Охарактеризуйте ситуацию, когда энтропия дискретного источника будет максимальной. Какое математическое выражение определяет этот максимум?
9. Охарактеризуйте ситуацию, когда энтропия дискретного источника будет близка к нулю.
10. Что собой представляет скорость передачи информации на выходе работающего дискретного источника? Какое математическое выражение определяет количественно такую скорость?
11. В чем отличие первичного кодирования и помехоустойчивого кодирования по их назначению?
12. Охарактеризуйте понятие – *основание кода*. Приведите примеры различных часто используемых оснований кодов.
13. На какую характеристику кода будет влиять непосредственно увеличение основания кода?
14. Охарактеризуйте, что означает – двоичный симметричный канал передачи информации.
15. Пропускная способность дискретного двоичного симметричного канала (ДСК) с помехами: от каких характеристик ДСК она зависит; какое математическое выражение позволяет количественно оценить пропускную способность; в каких единицах она измеряется?
16. Пропускная способность непрерывного канала с помехами: от каких характеристик канала она зависит; какое математическое выражение позволяет количественно оценить пропускную способность; в каких единицах она измеряется?
17. Охарактеризуйте операцию скремблирования в современной цифровой системе передачи информации.
18. Охарактеризуйте операцию перемежения в современной цифровой системе передачи информации.
19. Общая классификация помехоустойчивых кодов.