Математическая модель изменения температуры топлива

Уравнение теплового баланса для температуры топлива имеет вид:

$$C_T V_T \rho_T \frac{\alpha T_T}{dt} = W(t) - \alpha F_T (T_T - \bar{T})$$

Где C_T – теплоемкость топлива, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг град}}$

V_T – объём топлива, м^3

ρ_T – плотность топлива, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

α – коэффициент теплопередачи от топлива к теплоносителю, $\frac{\text{м}^2}{\text{град}}$

T_T – температура топлива, ℃

F_T – поверхность теплопередачи от твэлов к теплоносителю, м^2

W (t) – тепловая мощность реактора в момент времени t, Вт

$\bar{T}$ – средняя температура, определяемая по формуле

$$\bar{T} = \frac{(T_1 + T_2)}{2}$$

где T_1 – температура на вход в активную зону, ℃

T_2 – температура на выход из активной зоны, ℃

Уравнение баланса отображает тот факт, что разность между количеством тепла, выделяемом в топливе W и переданном теплоносителю первого контура $\alpha F_T (T_T - \bar{T})$ обуславливает изменение температуры топлива.

Математическая модель изменения средней температуры теплоносителя первого контура

Уравнение теплового баланса для средней температуры теплоносителя 1-го контура имеет вид:

$$C_\text{ж} \rho_\text{ж} V_\text{ж} \frac{\alpha \bar{T}}{dt} = \alpha F (T_T - \bar{T}) - \frac{C_\text{ж} \rho_\text{ж} V_\text{ж}}{\tau_0} (T_2 - T_1)$$

Где $C_\text{ж}$ – теплоемкость воды при рабочих параметрах, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг град}}$

$\rho_\text{ж}$ – плотность воды при рабочих параметрах, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$V_\text{ж}$ – объём теплоносителя в активной зоне реактора, м^3

α – коэффициент теплопередачи от топлива к теплоносителю, $\frac{\text{м}^2}{\text{град}}$

τ_0 – среднее время прохождения теплоносителя через реактор, с

T_T – температура топлива, ℃

$\bar{T}$ – средняя температура, определяемая по формуле

$$\bar{T} = \frac{(T_1 + T_2)}{2}$$

где T_1 – температура на вход в активную зону, ℃

T_2 – температура на выход из активной зоны, ℃

Динамика температур топлива и теплоносителя

Переименуем константы. Получим, что:

1) $C_1 = C_T V_T \rho_T \alpha$

2) $C_2 = C_ж V_ж \rho_ж \alpha$

3) $C_3 = \frac{C_ж \rho_ж V_ж}{\tau_0}$

Система уравнений будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} C_1 \frac{dT_T}{dt} = W(t) - \alpha F_T(T_T - \bar{T}) \\ C_2 \frac{d\bar{T}}{dt} = \alpha F(T_T - \bar{T}) - C_3(T_2 - T_1) \end{cases} \quad \textbf{\textit{(1)}}$$

Запишем среднюю температуру $\bar{T}$ через T_1 и T_2:

$$\begin{cases} C_1 \frac{dT_T}{dt} = W(t) - \alpha F_T(T_T - \frac{\boldsymbol{T_1+T_2}}{\boldsymbol{2}}) \\ C_2 \frac{d\frac{\boldsymbol{T_1+T_2}}{\boldsymbol{2}}}{dt} = \alpha F_T\left(T_T - \frac{\boldsymbol{T_1+T_2}}{\boldsymbol{2}}\right) - C_3(T_2 - T_1) \end{cases} \quad \textbf{\textit{(2)}}$$

Для дальнейших выводов будем пользоваться такими уравнениями для $W(t)$, $T_T(t)$, $T_2(t)$ и $T_1(t)$:

$$\begin{cases} W(t) = W_0 + \delta W(t) \\ T_T(t) = T_{T0} + \delta T_T(t) \\ T_2(t) = T_{20} + \delta T_2(t) \\ T_1(t) = T_{10} + \delta T_1(t) \end{cases} \quad \textbf{(3)}$$

Рассмотрим стационарное состояние:

$$\begin{cases} 0 = W_0 - \alpha F_T(T_{T0} - \frac{T_{10}+T_{20}}{2}) \\ 0 = \alpha F_T\left(T_{T0} - \frac{T_{10}+T_{20}}{2}\right) - C_3(T_{20} - T_{10}) \end{cases} \quad \textbf{\textit{(4)}}$$

В 1 уравнение системы (2) подставим уравнения (3):

$$C_1 \frac{d}{dt}(\boldsymbol{T_{T0}} + \boldsymbol{\delta T_T}) = \boldsymbol{W_0} + \boldsymbol{\delta W} - \alpha F_T(\boldsymbol{T_{T0}} + \boldsymbol{\delta T_T} - \frac{\boldsymbol{T_{10}} + \boldsymbol{\delta T_1} + \boldsymbol{T_{20}} + \boldsymbol{\delta T_2}}{2})$$

Из 1 уравнения стационарного состояния (4) выделенные переменные равны нулю.

$$C_1 \frac{d}{dt}(T_{T0} + \delta T_{T0}) = \boldsymbol{W_0} + \delta W - \boldsymbol{\alpha F_T}(\boldsymbol{T_{T0}} + \delta T_T - \frac{\boldsymbol{T_{10}} + \delta T_1 + \boldsymbol{T_{20}} + \delta T_2}{\boldsymbol{2}})$$

Примем во внимание, что $\frac{dT_{T0}}{dt} = 0$. Тогда от уравнения останется:

$$C_1 \frac{d\delta T_{T0}}{dt} = \delta W - \alpha F_T(\delta T_T - \frac{\delta T_1 + \delta T_2}{2})$$

Теперь проведем такие же операции с 2 уравнением системы (2). Подставим в него уравнения (3). Учтем, что $T_{10}(t) = 0$:

$$C_2 \frac{d\frac{\delta T_2}{2}}{dt} = \boldsymbol{\alpha F_T}\left(\boldsymbol{T_{T0}} + \delta T_{T0} - \frac{\boldsymbol{T_{10}} + \delta T_1 + \boldsymbol{T_{20}} + \delta T_2}{\boldsymbol{2}}\right) - \boldsymbol{C_3}(\boldsymbol{T_{20}} + \delta T_2 - \boldsymbol{T_{10}} + \delta T_1)$$

Из 2 уравнения стационарного состояния выделенные переменные равны нулю. От уравнения останется:

$$C_2 \frac{d\frac{\delta T_2}{2}}{dt} = \alpha F_T\left(\delta T_{T0} - \frac{\delta T_1 + \delta T_2}{2}\right) - C_3 \delta T_2$$

Итак, получилось 2 уравнения:

$$\begin{cases} C_1 \dfrac{d\delta T_T}{dt} = \delta W - \alpha F_T(\delta T_T - \dfrac{\delta T_1 + \delta T_2}{2}) \\ C_2 \dfrac{d\frac{\delta T_2}{2}}{dt} = \alpha F_T\left(\delta T_{T0} - \dfrac{\delta T_1 + \delta T_2}{2}\right) - C_3 \delta T_2 \end{cases}$$

Данная система решается методом Ронге Кутты 4 порядка.