距离公式

1. 两点间的距离

   设$P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，则两点间的距离公式为：

$$|P_1P_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \tag{1}$$

2. 点到直线的距离

   已知点$P_0(x_0,y_0)$，那么点P_0到直线$Ax+By+C=0$的距离公式为：

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} \tag{2}$$

若要证明公式(2)，

证：

已知直线$Ax+By+C=0$，可得$y=\frac{-A}{B}x+\frac{-C}{B}$，即斜率为$\frac{-A}{B}$, 并当x=0时，$y_1=\frac{-C}{B}$， 同样的，可设过点$P_0(x_0,y_0)$的同斜率直线为$y=\frac{-A}{B}x+b$,

可知$y_0=\frac{-A}{B}x_0+b$，$b=y_0+\frac{A}{B}x_0$， 即$y=\frac{-A}{B}x+y_0+\frac{A}{B}x_0$， 并当x=0时，$y_2=y_0+\frac{A}{B}x_0$， 假设交叉角为a，$\sin a=\frac{d}{l}$， $d=l\times\sin a$， 且斜率为k的直线交叉角a，$\sin a=\sqrt{\frac{1}{1+k^2}}$,

可得：

$$\begin{aligned}
d&=|y_1-y_2|\times\sin a\\
&=|\frac{-C}{B}-(y_0+\frac{A}{B}x_0)|\times\sin a\\
&=|\frac{-C}{B}-(y_0+\frac{A}{B}x_0)|\times\sqrt{\frac{1}{1+(\frac{-A}{B})^2}}\\
&=|\frac{1}{B}|\times|-C-By_0-Ax_0|\times\frac{|B|}{\sqrt{A^2+B^2}}\\
&=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}
\end{aligned}$$