1. RAČUNARSKI KOLOKVIJUM

Jednodimenzione numeričke metode

– METODE DIREKTNOG PRETRAŽIVANJA

Fibonačijev metod

1. definisati funkciju i početni interval i toleranciju
2. naći odgovarajući Fib. broj (interval / tolerancija > F_N)
3. odrediti početni podinterval iznova :

$$x_1 = a + \frac{F_{N-2}}{F_N}(b-a) \qquad x_2 = a+b-x_1$$

4. – Iterirati od 2 do N+1 , odnosno N-1 iteracija .

$f(x_1) < f(x_2)$: (> za max)

$b = x_2 \quad x_2 = x_1 \quad x_1 = a+b-x_2$

$f(x_2) < f(x_1)$: (> za max)

$a = x_1 \quad x_1 = x_2 \quad x_2 = a+b-x_1$

5. na kraju iteracija vratiti x_1 ili x_2 , u zavisnosti od toga u kakvom su im odnosu $f(x_2)$ i $f(x_1)$ i šta se tražilo u zadatku.

problem : računanje F_N

↙ rešenje

Metod zlatnog preseka

1. definisati funkciju i početni interval i toleranciju
2. $c = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \approx 0,38...$
3. odrediti početni podinterval :

$$x_1 = a + c(b-a) \qquad x_2 = a+b-x_1$$

4. dok je $(b-a) >$ tolerancije, ponavljati korak 4. kao kod Fibonačije

– kao kod Fibonačijevog metoda

banka MF MIKROFIN MFi MIKROFIN INVEST MF Mikrofin OSIGURANJE

- GRADIJENTNE METODE

Njutn-Rapsonov metod

1. Definisati funkciju, prvi i drugi izvod, početni pokušaj, i toleranciju.
2. Postaviti za početak intervala $+\infty$, a za kraj početni pokušaj. (x_1 i x_2)
3. Sve dok važi $|x_1 - x_2| > tol$:

$$x_1 = x_2 \qquad x_2 = x_1 - \frac{df(x_1)}{ddf(x_1)}$$

4. Vratiti optimum (x_2).

problem : ddf

rješenje

Metod sječice

1. Definisati funkciju, prvi izvod, dva početna pokušaja i toleranciju
2. Postaviti $x_3 = x_{02}$, $x_2 = x_{01}$, $x_1 = +\infty$
3. Sve dok važi $|x_3 - x_2| > tol$:

$$x_1 = x_2 \qquad x_2 = x_3 \qquad x_3 = x_2 - \frac{df(x_2)}{df(x_2) - df(x_1)}(x_2 - x_1)$$

4. Vratiti optimum (x_2)

MIKROFIN MIKROFIN INVEST Mikrofin OSIGURANJE

Višedimenzione gradijentne metode

Metod najbržeg pada

1. Definisati funkciju, ~~po~~ vektor parcijalnih izvoda, početni pokušaj, korak (γ), toleranciju (ε) i maksimalan broj koraka (N). Na početku je $x = x_0$
2. Iterira se N koraka i u svakom koraku x dobija novu vrijednost:

$$x_{k+1} = x_k - \gamma \nabla f(x_k)$$

3. Iteracije se prekidaju u slučaju da je norma vektora $\nabla f(g) < \varepsilon$.
4. Vraća se rješenje x.

↳ u 2. koraku može da se fiksira pomjeraj i tada je

jednak korak (pomjeraj) → $$x_{k+1} = x_k - \gamma \frac{\nabla f(x_k)}{\text{norma}(\nabla f(x_k))}$$ ← u bodu jedinični vektor sa G shapeom!

Modifikacija MNP - Gradijentni metod sa momentom

1. Isti kao kod MNP, samo što se uvodi dodatni parametar brzine (ω)
2. Način iteracije je izmjenjen:

$$v_k = \omega v_{k-1} + \gamma \nabla f(x_k)$$
$$x_{k+1} = x_k - v_k$$

3. Isti kao kod MNP
4. Isti kao kod MNP

banka MF MIKROFIN MFI MIKROFIN INVEST MF Mikrofin OSIGURANJE

Modifikacija MNP - Ubrzani gradijent Nesterova

1. Isti kao kod MNP, samo što se uvodi dodatni parametar brzine (ω)
2. Način iteriranja je izmjenjen:

$$x_k = x_{k-1} + \omega v_{k-1}$$
$$v_k = \omega v_{k-1} + \eta \nabla f(x_k)$$
$$x_{k+1} = x_k - v_k$$

(korak unazad)

prvo ovo pa gradijent!

3. Isti kao kod MNP
4. Isti kao kod MNP

- ADAPTIVNI GRADIJENTNI METODI

Adagrad

1. Isti kao kod MNP, samo što se uvodi parametar $\varepsilon_1 \approx 10^{-8}$
2. Način iteracije je izmjenjen:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{\eta}{\sqrt{G_k + \varepsilon_1}} \cdot g_k$$

gdje je $g_k = \nabla f(x_k)$ i $G_k = \sum_{i=0}^{k} g_i^2$

3. Isti kao kod MNP
4. Isti kao kod MNP

RMSProp

1. Isti kao kod MNP, samo što se uvodi $\varepsilon_1 \approx 10^{-8}$ i brzina (ω)
2. Način iteracije je izmjenjen:

$$G_{k+1} = \omega G_k + (1-\omega) g_k^2 \qquad x_{k+1} = x_k - \frac{\eta}{\sqrt{G_k + \varepsilon_1}} \cdot g_k$$

3. Isti kao MNP
4. Isti kao MNP

banka MIKROFIN MIKROFIN INVEST Mikrofin OSIGURANJE

Adam

1. Isti kao MNP, samo se uvode dodatni parametri ω_1, ω_2 i $\varepsilon_1 = 10^{-8}$.
2. Način iteracija je izmjenjen:

$$m_k = \omega_1 m_{k-1} + (1-\omega_1) g_k$$

$$v_k = \omega_2 v_{k-1} + (1-\omega_2) g_k^2$$

$$\hat{m}_k = \frac{m_k}{1-\omega_1} \qquad \hat{v}_k = \frac{v_k}{1-\omega_2}$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{\eta}{\sqrt{v_k} + \varepsilon_1} m_k$$

3. Isti kao kod MNP
4. Isti kao kod MNP