

NEUREĐENI IZBORI

1. Koliko ima prirodnih brojeva manjih od 1000000 čiji je zbir cifara 7?
2. Domina je pločica za igru na koju su nalepljene dve sličice (ne obavezno različite). Ako na raspolaganju imamo 7 vrsta sličica, koliko je različitih domina moguće napraviti pomoću njih?
3. Koliko ima binarnih nizova od n nula i $2n + 2$ jedinica takvih da se između svake dve nule nalaze bar dve jedinice?
4. Iz kompleta koji sadrži 32 različite karte bira se 8 karata SA/BEZ vraćanja, tako da njihov redosled JESTE/NIJE bitan. Koliko različitih izbora ima?
5. Koliko celobrojnih rešenja ima jednačina

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 23$$

pod uslovom da važi $x_1 > 1$, $x_2 > 2$, $x_3 > 3$, $x_4 > 4$ i $x_5 > 5$?

6. Broj studenata koji izlaze na usmeni ispit iz Algebre je 60. Usmeni se može polagati kod jednog od tri profesora. Prva dva profesora moraju ispitati bar 10 studenata, a treći bar 15. Na koliko načina profesori mogu da izvrše podelu posla, ukoliko nam nije bitno koji će student kod koga odgovarati, nego samo broj ispitanih studenata po profesoru? (domaći)
7. Koliko rešenja u skupu nenegativnih celih brojeva ima nejednačina

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m \leq n?$$

8. Odrediti broj uređenih petorki $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ sa osobinom

$$3 \geq a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq a_5 \geq 1.$$

9. Napisati JAVA kod koji generiše sve monotono neopadajuće uređene šestorke elemenata iz skupa $\{1, 2, 3, 4\}$.
10. Dati kombinatornu interpretaciju izračunavanja vrednosti promenljive s na kraju izvršavanja koda napisanog u programskom jeziku JAVA:

```
public class IzracunajS{

    public static void main(String[] args) {
        int s=0;
        for (int i=1; i<=20; i++){
            for (int j=1; j<=20; j++){
                for (int k=j; k<=20; k++){
                    for (int l=k; l<=20; l++){
                        if (i != j){
                            s += 1;
                        }
                    }
                }
            }
        }

        System.out.println("S= "+s);
    }
}
```

BINOMNI I POLINOMNI KOEFICIJENTI

1. Dokazati da je $\sum_{i=0}^r \binom{n+i}{i} = \binom{n+r+1}{r}$.
2. Dokazati da je $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = n 2^{n-1}$.
3. Dokazati da je $\sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$.
4. Dokazati da je $\binom{m}{n} \binom{n}{k} = \binom{m}{k} \binom{m-k}{n-k}$.
5. Dokazati Vandermondov identitet

$$\binom{m}{0} \binom{n}{k} + \binom{m}{1} \binom{n}{k-1} + \dots + \binom{m}{k} \binom{n}{0} = \binom{m+n}{k}.$$
6. Dokazati da je $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$.
- 7.* Dokazati da je $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{2k} + \dots = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{2k+1} + \dots = 2^{n-1}$.
8. Naći koeficijent uz a^3b^2 u razvoju izraza $(3a - 2b)^5$.
9. Naći koeficijent uz x^5 u razvoju izraza $(3\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[3]{x}})^{20}$.
10. Zbir binomnih koeficijenata pri razvoju $(1+x)^n + (1+x)^{n+1}$ jednak je 1536. Odrediti koeficijent uz x^6 .
11. Naći koeficijent uz $x^2y^3z^2$ u razvoju izraza $(x+y+z)^7$.
12. Naći koeficijent uz x^{10} u razvoju izraza $(1-x^2+x^3)^{11}$.