
CHAPITRE 3 : SOMME ET PRODUITS

Exercice 3. (**)

1. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ avec $b \neq 0$. Calculer

$$C = \sum_{k=0}^n \cosh(a + kb) \text{ et } S = \sum_{k=0}^n \sinh(a + kb)$$

Coefficients binomiaux, binôme de Newton

Exercice 3. (**) Calculer $\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}$

Exercice 3. (**) Déterminer l'abscisse du premier maximum local sur \mathbb{R}_+^* de $f_n : x \mapsto \sum_{k=1}^n \frac{\sin(kx)}{k}$

Changement d'indice, interversion de sommes

Exercice 3. (*) Soit $n \in \mathbb{N}^*$ Calculer $\sum_{k=0}^n \sin^3(kx)$

Exercice 3. (**) Calculer de deux manières différentes la somme

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i 2^i$$

En déduire la valeur de $\sum_{i=1}^n i 2^i$

Exercice 3. (**) Calculer

$$\sum_{1 \leq i, j \leq n} \max(i, j)$$

Exercice 3. (***) Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que $x \neq 0[2\pi]$ et $n \in \mathbb{N}^*$

1. Calculer et simplifier $D_n(x) = \sum_{k=-n}^n e^{ikx}$

2. Calculer et simplifier $F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} D_k(x)$

Exercice 3. (**)

1. Calculer

$$\sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^n 2^{2k-l}$$

Exercice 3. (****) Soit $n \in \mathbb{N}^*$, $\omega = e^{\frac{2i\pi}{n}}$, on pose $Z = \sum_{k=0}^n \omega^{k^2}$.

Calculer $|Z|^2$