Correction du Contrôle 15/12/2021

Exercice 1. "Une identité remarquable"

Soient $0 < a < b$ deux réels.

1. Les aires des carrés $KLRS$ et $LMNQ$ et les aires des rectangles $NOPQ$ et $PRST$ notées respectivement A_1, A_2 , A_3 et A_4 sont : **/1.5pts**

— $A_1 = a^2$
— $A_2 = b^2$
— $A_3 = ab$
— $A_4 = ab$

2. Soit A l'aire du carré $KMOT$, voici deux manières d'exprimer A. **/1.5pts**

$$A = (a+b)^2$$

$$A = a^2 + 2ab + b^2$$

3. Voici les trois identitées remarquables : **/1.5pts**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a_b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

4. Développer les expressions littérales suivantes : **/2pts**
☐ $A = (4x+3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$
☐ $B = (7u-3)(3+7u) = 49u^2 - 9$
☐ $C = (5x-6y)^2 = 25x^2 - 60xy + 36y^2$

Exercice 2. "Constructions grâce aux vecteurs"

Soient $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ un repère orthonormé du plan et $K(-1;-3)$, $L(-4;5)$, $M(2;-6)$ trois points du plan.

1. $\overrightarrow{LM}\begin{pmatrix} x_M - x_L \\ y_M - y_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-(-4) \\ -6-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -11 \end{pmatrix}$, **/1.5pts**
La décomposition de ce vecteur dans la base orthonormée est $\overrightarrow{LM} = 6\overrightarrow{i} - 11\overrightarrow{j}$.

2. Nous cherchons les coordonnées du point $N(x_N; y_N)$ tels que $\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{LM}$. **/2.5pts**
Ainsi $\overrightarrow{LM}\begin{pmatrix} 6 \\ -11 \end{pmatrix}$ par la question précédente. On a : $\overrightarrow{KN}\begin{pmatrix} x_N - x_K \\ y_N - y_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_N - (-1) \\ y_N - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_N + 1 \\ y_N + 3 \end{pmatrix}$

Or deux vecteurs sont égaux si ils ont les mêmes coordonnées.

Donc il nous reste à résoudre le système d'équations suivants :

$$\begin{cases} x_N + 1 = 6 \\ y_N + 3 = -11 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x_N = 5 \\ y_N = -14 \end{cases}$$

Conclusion : $N(5;-14)$

3. Soit $O(x_O; y_O)$ le symétrique du point K par rapport au point M. Ainsi les vecteurs $\overrightarrow{KM}$ et $\overrightarrow{MO}$ sont égaux, ils ont donc les mêmes coordonnées. **/2.5pts**

$$\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix} x_M - x_K \\ y_M - y_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-(-1) \\ -6-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{MO}\begin{pmatrix} x_O - x_M \\ y_O - y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_O - 2 \\ y_O + 6 \end{pmatrix}$$

Donc il nous reste à résoudre le système d'équations suivants :

$$\begin{cases} x_O - 2 = 3 \\ y_O + 6 = -3 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x_O = 5 \\ y_O = -9 \end{cases}$$

Conclusion : $O(5;-9)$

Exercice 3. "Relation de Chasles et opérations sur les veteurs"

1. À l'aide de la relation de Chasles on trouve les simplifications suivantes : **/1pts**

◇ $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{NK} + \overrightarrow{LS} = \overrightarrow{NS}$

◇ $\overrightarrow{UT} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PU} + \overrightarrow{EO} = \overrightarrow{ET}$

2. Voir **(Annexe 1)** **/1pts**
3. Voir **(Annexe 1)** **/2pts**
4. Par lecture graphique on trouve les coordonnées des vecteurs suivants : **/3pts**

$$\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3.5 \end{pmatrix} \quad ; \quad \overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} 4 \\ -0.5 \end{pmatrix} \quad ; \quad \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} \quad ; \quad \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4.5 \end{pmatrix}$$

◇ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$

◇ $5\ \overrightarrow{AD} = 5 \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -20 \end{pmatrix}$

◇ $\frac{1}{7}\ \overrightarrow{DC} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -2 \\ 4.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2}{7} \\ \frac{4.5}{7} \end{pmatrix}$

Exercice 4. "Exercice de recherche" **(En Bonus 1.5pts)**

Annexe 1