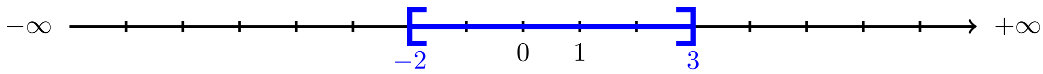
Activité chapitre 1 : à la découverte des intervalles

Dans chacune des questions suivantes, on considère une droite (d) graduée (c'est-à-dire munie d'un repère).

1. Repasser en couleur sur cette droite l'ensemble des points M dont l'abscisse vérifie $-2 \leqslant x \leqslant 3$.



Le nombre -2 doit-il être colorié ? Pourquoi ?

Oui car l'inégalité $-2 \leqslant x$ est large (elle englobe le cas où $x = -2$)

Le nombre 3 doit-il être colorié ? Pourquoi ?

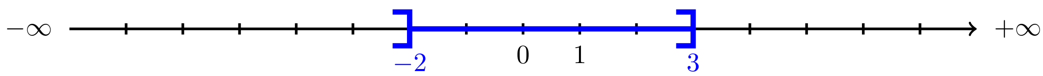
Oui car l'inégalité $x \leqslant 3$ est large (elle englobe le cas où $x = 3$)

Cette « zone coloriée » est appelée un **intervalle**. On le note $[-2; 3]$

Remarque 1. *Pour écrire un intervalle, on utilise toujours des crochets.*

Ici, ils sont tous les deux fermés (ils « attrapent » la zone coloriée), ce qui indique que -2 et 3 appartiennent à l'intervalle.

2. Repasser en couleur sur cette droite l'ensemble des points M dont l'abscisse vérifie $-2 < x \leqslant 3$.



Le nombre -2 doit-il être colorié ? Pourquoi ?

Non car l'inégalité $-2 < x$ est stricte (elle n'englobe pas le cas où $x = -2$)

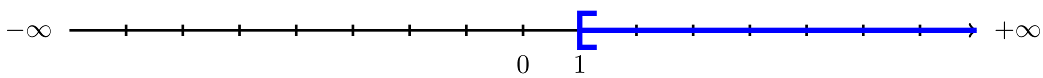
Le nombre 3 doit-il être colorié ? Pourquoi ?

Oui car l'inégalité $x \leqslant 3$ est large (elle englobe le cas où $x = 3$)

On note cet intervalle $]-2; 3]$

Ici, le crochet de droite est fermé tandis que celui de gauche est ouvert (il « tourne le dos à la zone coloriée).

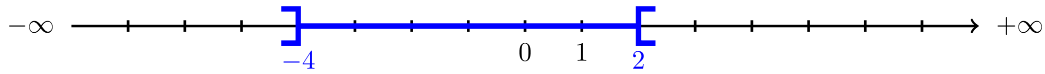
3. Repasser en couleur sur cette droite l'ensemble des points M dont l'abscisse vérifie $x \geqslant 1$.



On note cet intervalle $[1; +\infty[$.

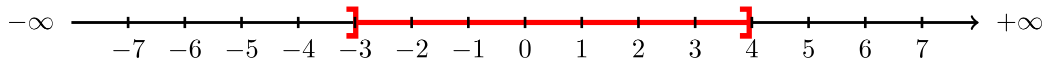
Remarque 2. *Attention, le crochet en $+\infty$ est toujours ouvert car $+\infty$ n'est pas un nombre et ne peut donc pas être atteint.*

4. Repasser en couleur sur cette droite l'ensemble des points M dont l'abscisse vérifie $-4 < x < 2$.



On note cet intervalle $]-4;2[$.

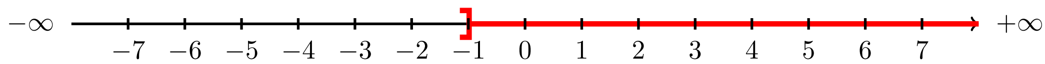
5. Parmi les encadrements suivants, entourer celui qui permet de **caractériser** l'intervalle représenté :



Encadrements proposés :

$$-3 < x < 4 \quad \text{ou} \quad -3 \leqslant x < 4 \quad \text{ou} \quad \boxed{-3 < x \leqslant 4} \quad \text{ou} \quad -3 \leqslant x \leqslant 4$$

6. Parmi les inégalités/encadrements suivants, entourer celle/celui qui permet de **caractériser** l'ensemble des points mis en évidence sur ce dessin :

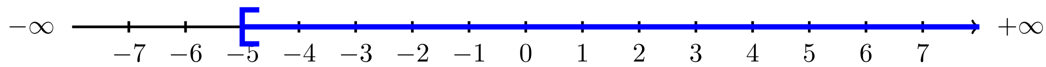


Encadrements proposés :

$$x < -1 \quad \text{ou} \quad x \leqslant -1 \quad \text{ou} \quad \boxed{x > -1} \quad \text{ou} \quad x \geqslant -1$$

Un exemple d'application des intervalles : la résolution d'inéquations de degré 1

Exercice 1. *Résoudre l'inéquation $3x + 4 \geqslant x - 6$ puis représenter ces solutions sur la droite graduée ci-dessous :*

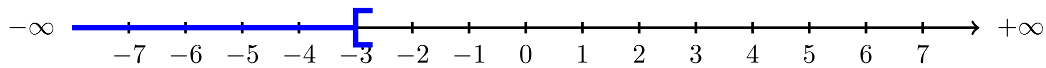


On a les équivalences suivantes :

$$3x + 4 \geqslant x - 6 \Leftrightarrow 3x - x \geqslant -6 - 4 \Leftrightarrow 2x \geqslant -10 \Leftrightarrow x \geqslant -5$$

L'ensemble $\mathcal{S}$ des solutions de cette inéquation est donc $\mathcal{S} = [-5; +\infty[$.

Exercice 2. *Résoudre l'inéquation $-5x + 7 > 22$ puis représenter ces solutions sur la droite graduée ci-dessous :*



On a les équivalences suivantes :

$$-5x + 7 > t22 \Leftrightarrow -5x > 22 - 7 \Leftrightarrow -5x > 15 \Leftrightarrow x < -3$$

L'ensemble $\mathcal{S}$ des solutions de cette inéquation est donc $\mathcal{S} =]-\infty; -3[$.

Faire :

- ◇ **l'exercice résolu 1 p.27 en cachant la correction**
- ◇ **les exercices 41, 42, 43, 44, 46 p.40**
- ◇ **l'exercice 84 p.44. Indication : l'amplitude d'un intervalle est sa longueur. Par exemple, l'intervalle $[1;3]$ a pour amplitude 2.**
- ◇ **l'exercice 12 p.63 (inéquations)**