

1. EX0 20

Soit  $E$  espace vectoriel muni d'un produit scalaire  $(\cdot | \cdot)$ .  
Pour  $a \in E$  non nul et  $\lambda \in \mathbb{R}$ , résoudre l'équation

$$(a | x) = \lambda$$

d'inconnue  $x \in E$ .

2. EX0 36

Soit  $A = (a_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ . Calculer

$$\inf_{M \in \mathcal{S}_n(\mathbb{R})} \left( \sum_{1 \leq i,j \leq n} (a_{i,j} - m_{i,j})^2 \right).$$

3. EX0 9

Soit  $f$  un endomorphisme d'un espace vectoriel euclidien  $E$  tel que

$$\forall x, y \in E, (f(x) | y) = (x | f(y)).$$

Montrer

$$\text{Im } f = (\text{Ker } f)^\perp.$$