

Covariance nulle et indépendance

Jean-François Renaud

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Introduction

Si deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes, alors leur covariance est nulle.

On a donc la relation suivante:

$$X \perp Y \implies \text{Cov}(X, Y) = 0.$$

En particulier, on en déduit que si $\text{Cov}(X, Y) \neq 0$ alors X et Y sont dépendantes.

Mais qu'en est-il de l'implication inverse:

$$X \perp Y \stackrel{???}{\Longleftarrow} \text{Cov}(X, Y) = 0.$$

Contre-exemple 1

Considérons une variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée par

$$\mathbb{P}(X = -1) = \mathbb{P}(X = 0) = \mathbb{P}(X = 1) = \frac{1}{3}$$

et définissons

$$Y := \begin{cases} 0 & \text{si } X \neq 0, \\ 1 & \text{si } X = 0. \end{cases}$$

On a

$$\text{Cov}(X, Y) =$$

Contre-exemple 2

Considérons maintenant une variable aléatoire $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ et définissons

$$Y := X^2.$$

On a

$$\mathbb{Cov}(X, Y) =$$

Résumé

- Lien entre une covariance nulle et l'indépendance
- Contre-exemple avec des v.a. discrètes
- Contre-exemple avec des v.a. continues

Conception du contenu

Jean-François Renaud

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

Clarence Simard

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet
Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction
Symon Nestoruk

Musique
Sébastien Belleudy
sebe.bandcamp.com

Conception graphique
Christine Blais

Production des modèles en LaTeX
Nicolas Beauchemin
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca