Exercice 1 - Déterminant tridiagonal

Soit $x \in \mathbb{R}$. Calculer

$$\begin{vmatrix} 1+x^2 & -x & 0 & \dots & 0 \\ -x & 1+x^2 & -x & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & -x & 1+x^2 & -x \\ 0 & \dots & 0 & -x & 1+x^2 \end{vmatrix}.$$

Exercice 2 - Déterminant circulant

Soient $a_1, \dots, a_n$ des nombres complexes, $\omega = e^{2i\pi/n}$, et A et M les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_n & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_2 & a_3 & \dots & \dots & a_1 \end{pmatrix},$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 & \dots & \omega^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ 1 & \omega^{n-1} & \omega^{2(n-1)} & \dots & \omega^{(n-1)(n-1)} \end{pmatrix}.$$

Calculer $\det(AM)$ et en déduire $\det(A)$.

Cette feuille d'exercices a été conçue à l'aide du site https://www.bibmath.net