Chapitre 1 - Feuille d'exercices n°3 : opérations sur les vecteurs

Exercice 1 :

Dans chacun des cas suivants, donner le résultat de la somme des vecteurs sous la forme d'un seul vecteur :

- ⋄ $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EG}$;
- ⋄ $-\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RT}$;
- ⋄ $\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CN}$;
- ⋄ $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{AB}$;
- ⋄ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$;
- ⋄ $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PL}$.

Exercice 2 :

Les segments $[KL]$ et $[RJ]$ ont le même milieu I.
Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse ou si on ne peut pas savoir.

- ⋄ $RL = KJ$;
- ⋄ $\overrightarrow{RL} = \overrightarrow{KJ}$;
- ⋄ $RJ = KL$;
- ⋄ $\overrightarrow{LJ} = \overrightarrow{KR}$;
- ⋄ R est l'image de L par la translation de vecteur $\overrightarrow{KJ}$;
- ⋄ $\overrightarrow{RK} + \overrightarrow{JI} = \overrightarrow{IK}$;
- ⋄ $\overrightarrow{RI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{KL}$;
- ⋄ $\overrightarrow{LK} = -2\overrightarrow{KI}$.

Exercice 3 :

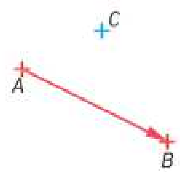
$ABCD$ est un parallélogramme. Calculer :

$$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$$

Quelle remarque peut-on faire ?

Exercice 4 :

On donne la figure ci-dessous :



1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.
2. Justifier que $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$.
3. Construire le point E tel que $ABCE$ soit un parallélogramme.
4. Que dire des points C, D et E. Justifier.
5. F est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$. Justifier que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{FB}$.

Exercice 5 : Vrai ou faux ?

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse.

1. Si $QFKG$ est un parallélogramme, alors G est l'image de Q par la translation de vecteur $\overrightarrow{KF}$.
2. Si $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{RA}$, alors le quadrilatère $CHRA$ est un parallélogramme.
3. Si S est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{NG}$, alors $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{GS}$.
4. Si $\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{MD}$, alors M est le milieu du segment $[KD]$.
5. Si P a pour image T par la translation de vecteur $\overrightarrow{XW}$, alors $WPTX$ est un parallélogramme.
6. Si C a pour image D par la translation qui transforme A en B, alors $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu.

Exercice 6 :

$ABCD$ est un rectangle. I est le milieu de $[AB]$ et E est le symétrique de I par rapport à B.

1. Placer le point F tel que $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$.
2. Que peut-on dire des points C, E et F ? Le démontrer.

Exercice 7 :

$ABCD$ est un parallélogramme. Les points K et L sont tels que $\overrightarrow{BK} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AL} = 3\overrightarrow{AD}$.

1. Réaliser une figure.
2. Que dire des points K, C et L ? Le démontrer.

Exercice 8 :

ABC est un triangle quelconque.

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{AC}$.
2. Démontrer que $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CA}$.
3. Que peut-on en déduire ?

Exercice 9 :

Soit $ABCD$ un quadrilatère et M et N les points définis par $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$.

1. Démontrer que :
   a. $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$;
   b. $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$.
2. En déduire que si $ABCD$ est un parallélogramme, alors les points C, M et N sont alignés.

Exercice 10 :

Soient MNP et MPC deux triangles équilatéraux.

1. Démontrer que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CP}$.
2. Construire les points D, E et F symétriques respectifs de N, P et C par rapport à M.
3. Démontrer que $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{EF}$.
4. Compléter les égalités suivantes en n'utilisant que des noms de points présents sur la figure :
   a. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = ...$;
   b. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MC} = ...$;
   c. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ME} = ...$;
   d. $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{EM} = ...$.
5. Exprimer $\overrightarrow{ED}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$.