Correction du Contrôle sur les fonctions affines et les probabilités

Exercice 1. "Pièces équilibrée VS pièces truquée"

1. Voir en **Annexe 1** **/1pts**

2. On modélise cette expérience à l'aide des valeurs $\{0, 1\}$ telles que : $\begin{cases} \text{"}Pile\text{"} \rightarrow 1 \\ \text{"}Face\text{"} \rightarrow 0 \end{cases}$

   Soit X la valeur de la pièce truquée. **/3pts**
   La pièce truquée donne 11 fois plus de "Face" que de "Pile".
   Donc
   $$P(\{X = 0\}) = 11 \times P(\{X = 1\})$$
   Or la somme des probabilités de chaque issue est égale à 1.
   Donc
   $$P(\{X = 0\}) + P(\{X = 1\}) = 1$$
   Ainsi par ce qui précède on peut en déduire que :
   $$11 \times P(\{X = 1\}) + P(\{X = 1\}) = 1$$
   Donc :
   $$12 \times P(\{X = 1\}) = 1$$
   Donc :
   $$\times P(\{X = 1\}) = \frac{1}{12}$$
   Or :
   $$P(\{X = 0\}) = 1 - P(\{X = 1\})$$
   Donc :
   $$P(\{X = 0\}) = \frac{11}{12}$$
   <u>*Conclusion*</u> : la loi de cette expérience aléatoire est donnée par le tableau ci-dessous :

Issue "a"	0	1
$P(\{X = a\})$	$\frac{11}{12}$	$\frac{1}{12}$

3. Voir en **Annexe 2** **/1.5pts**

4. Oui nous pouvons affirmer que la probabilité d'obtenir un "Pile" avec la pièce équilibrée est égale à 6 fois la probabilité d'obtenir un "Pile" avec la pièce truquée de l'expérience précédente car : **/1pts**

$$P(\{\text{"Pile avec la pièce équlibrée"}\}) = \frac{1}{2} = \frac{6}{12} = 6 \times \frac{1}{12} = 6 \times P(\{\text{"Pile avec la pièce truquée"}\})$$

Exercice 2. "Fonctions affines et courbes représentatives"

Soit F une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$, il existe $a, b \in \mathbb{R}$ tel que : $\forall x \in \mathbb{R}$; $F(x) = ax + b$
$U(-9; -3)$ et $V(-1; 5)$.

1. Par la méthode du taux d'accroissement :

$$a = \frac{y_U - y_V}{x_U - x_V} = \frac{-3-5}{-9-(-1)} = \frac{-8}{-8} = 1$$

Donc $F(x) = 1 \times x + b = x + b$. De plus grace au point V on sait que :

$$F(-1) = 5 \iff -1 + b = 5 \iff b = 6$$

<u>*Conclusion*</u> : $\forall x \in \mathbb{R}$; $F(x) = x + 6$ **/2.5pts**

2. **/1pts**

$$\begin{aligned} & F(x) \leq 0 \\ \iff & x + 6 \leq 0 \\ \iff & x \leq -6 \end{aligned}$$

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
signe de : $F(x)$		$-$	0	$+$	

3. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$ et $W(6; \alpha)$, on veut que : **/1.5pts**

$$\frac{y_U - y_W}{x_U - x_W} = -4 \iff \frac{-3-\alpha}{-9-6} = -4 \iff \frac{-3-\alpha}{-15} = -4$$

$$\iff -3 - \alpha = -4 \times (-15) \iff -3 - \alpha = 60 \iff \alpha = -63$$

Exercice 3. "Des activités à l'université"

On choisit au hasard un étudiant de cette université nous sommes donc dans une situation d'équiprobabilité.

1. Voir **Annexe 3** **/2pts**
2. (a) $P(A) = \dfrac{\#A}{\#\Omega} = \dfrac{5500}{12000} = \dfrac{11}{24}$ **/1pts**

   (b) $P(A \cap S) = \dfrac{\#A \cap S}{\#\Omega} = \dfrac{1500}{12000} = \dfrac{1}{8}$ **/1pts**

   (c) $P(A \cup S) = \dfrac{\#A \cup S}{\#\Omega} = \dfrac{10500}{12000} = \dfrac{7}{8}$ **/1pts**

   (d) $P(\overline{A \cup S}) = 1 - P(A \cup S) = 1 - \dfrac{7}{8} = \dfrac{1}{8}$ **/1pts**

   (e) $P(S \backslash A) = \dfrac{\#S \backslash A}{\#\Omega} = \dfrac{5000}{12000} = \dfrac{5}{12}$ **/1pts**
3. (a) $P(S) + P(A) = \dfrac{\#S}{\#\Omega} + \dfrac{\#A}{\#\Omega} = \dfrac{13}{24} + \dfrac{11}{24} = 1.$ **/0.5pts**

   (b) $P(S \cup A) + P(S \cap A) = \dfrac{7}{8} + \dfrac{1}{8} = 1.$ **/0.5pts**

   (c) On remarque que : **/0.5pts**

$$P(S) + P(A) = P(S \cup A) + P(S \cap A)$$

Donc :

$$P(S \cup A) = P(S) + P(A) - P(S \cap A)$$

Annexe 1 : une pièce équilibrée

```python
def piece_equilibree():
   k = rd.randint(0,1)
   return k
```

Annexe 2 : une pièce truquée

```python
def piece_truquee():
   k = rd.randint(1,12)
   if k <= 11:
      return 0
   else:
      return 1
```

Annexe 3 :