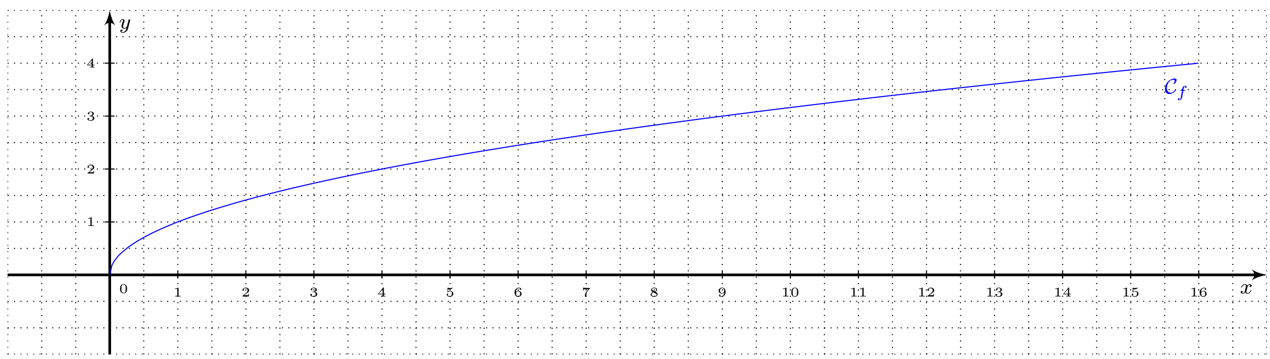
La fonction racine carrée

La fonction racine carrée est donnée par la relation algébrique suivante $\quad f : x \longmapsto \sqrt{x}$

1. Pour tout nombre réel positif $x \in [0; +\infty[$ il existe une racine carrée du nombre x que l'on note $\sqrt{x}$. Le domaine de définition de la fonction racine carrée est $\mathbb{R}^+ = [0; +\infty[$. **1**/

2. Ci-dessous un tableau de valeurs pour la fonction racine carré sur l'intervalle $[0\ ;\ 16]$, tel que les images sont arrondies à 10^{-1} près. **3**/

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\sqrt{x}$	0	1	1,4	1,7	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,1	3,3	3,4	3,6	3,7	3,9	4



3. Le tableau de signes de la fonction racine carrée sur l'intervalle $[0\ ;\ 16]$. **1**/

x	0		16
$f(x)$	0	+	

4. Le tableau de variations de la fonction racine carrée sur l'intervalle $[0\ ;\ 16]$. **1**/

x	0	16
$f(x)$	0 $\nearrow$	4

5. (a) Soit a et b deux réels positifs. **1**/

$$f(a) - f(b) \;=\; \sqrt{a} - \sqrt{b} \;=\; \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \;=\; \frac{\sqrt{a}^2 - \sqrt{b}^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \;=\; \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

   (b) Si $a \leq b$ alors $a - b \leq 0$. De plus $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ est une somme de nombre positifs donc c'est un nombre positif. Donc $f(a) - f(b)$ est négatif. **0.5**/

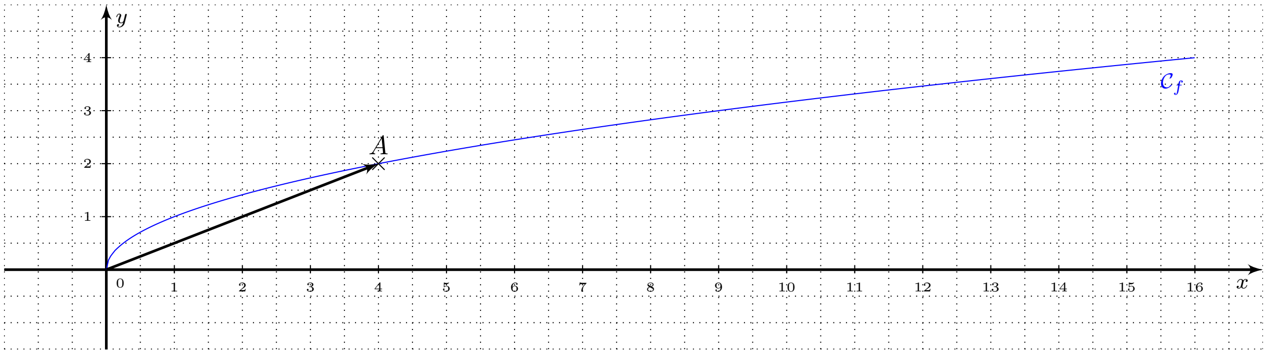
$$f(a) - f(b) \leq 0 \iff f(a) \leq f(b)$$

   La fonction racine carrée respecte l'ordre entre les abscisses et les ordonnées sur $[0\ ;\ +\infty[$.

   (c) La fonction racine carrée est croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$. $[0\ ;\ +\infty[$. **0.5**/

6. Dans cette question on considère un point A qui se déplace sur la courbe représentative de la fonction racine carrée dans un repère orthonormé. Nous noterons x l'abscisse du point A et O l'origine du repère orthonormé.

(a) **2/**



(b) L'ordonnée du point A est $\sqrt{x}$ et les coordonnées du point O sont $(0;0)$.

(c) Les coordonnées du vecteur :

$$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} x \\ \sqrt{x} \end{pmatrix}$$

(d) $\|\overrightarrow{OA}\| = \sqrt{x^2 + \sqrt{x}^2} = \sqrt{x^2 + x}$

(e) $OA = \|\overrightarrow{OA}\| = \sqrt{x^2 + x} = = \sqrt{x(x+1)} = \sqrt{x} \times \sqrt{x+1} = f(x) \times f(x+1)$