



KIWITEC.
HIGH QUALITY TECH COURSES

Curso:

SPSS STATISTICS

Módulo II:

**ESTADISTICA INFERENCIAL
CON SPSS STATISTICS**



I. Introducción a la estadística inferencial para la estimación de parámetros

La estadística inferencial es una parte de la estadística desarrollada a raíz de aplicar a la estadística toda la teoría de cálculo de probabilidades. Ofrece métodos para realizar infinidad de análisis. Este capítulo se centrará en la parte correspondiente a estimación de parámetros.

1. Estimador de un parámetro

Para determinar el verdadero valor de un parámetro se parte de un valor medido para una muestra concreta, esto es, de un estadístico que guarde una estrecha relación con el parámetro a estimar. Este estadístico recibirá el nombre de estimador.

Parámetro $\rightarrow \theta$

Estimador $\rightarrow \hat{\theta}$

El problema radica en encontrar el mejor estimador posible para un parámetro, ya que en muchos casos son varios los estadísticos que guardan relación con el parámetro. Por ejemplo como estimador de una media poblacional μ pueden utilizarse:

- Una media de una muestra \bar{X}
- La mediana de una muestra
- La moda de una muestra



2. Características de un buen estimador

Un buen estimador debe cumplir una serie de características para ser elegido:

Carencia de Sesgo

Se dice que un estimador es insesgado cuando la esperanza matemática de su distribución es el valor del parámetro; es decir, cuando la media de las estimaciones obtenidas en las diferentes muestras que se pueden extraer de la población es el propio valor del parámetro: $E(\hat{\theta}) = \theta$

Ejemplos de estadísticos insesgados serían:

$$E(\bar{X}) = \mu$$

$$E(S_{n-1}^2) = \sigma^2$$

$$E(P) = \pi$$

Ejemplos de estadísticos sesgados serían:

$$E(S_n^2) = \frac{n-1}{n} \sigma^2$$

$$E(r_{xy}) = \rho_{xy}$$

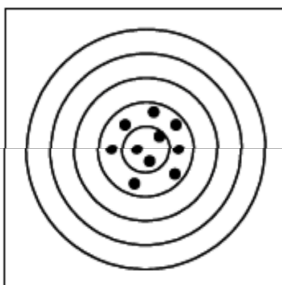
Eficiencia

Se dice que un estimador es eficiente cuando la varianza de su distribución muestral es pequeña.

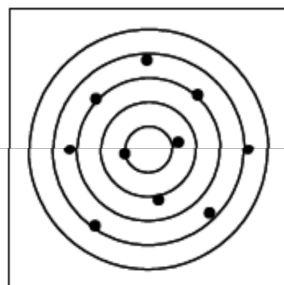
Se dice que un estimador es más eficiente que otro si la varianza de su distribución muestral es menor que la del otro; es decir, si los valores que se obtiene en las diferentes muestras varían menos entre sí.

$$\hat{\theta}_1 \text{ es más eficiente que } \hat{\theta}_2 \text{ si } \sigma_{S_n^2}^2 < \sigma_{S_{n-1}^2}^2$$

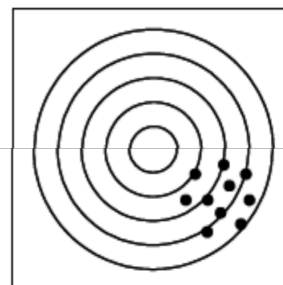
Insensado Eficiente



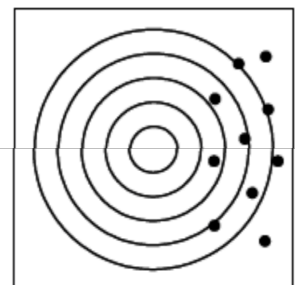
Insensado Ineficiente



Sesgado Eficiente



Sesgado Ineficiente



Robustez

Un estimador es robusto si no se ve muy afectado cuando no se cumplen las condiciones que se requieren desde el modelo teórico.



Consistencia

Un estimador es consistente si al aumentar el tamaño de la muestra aumenta la probabilidad de que el estimador coincida con el parámetro. Ejemplos de estimadores consistentes serían: \bar{X} , \tilde{S}_X^2 , S_X^2 Y P

Un estimador es más consistente si $\lim_{n \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}) = \theta \quad \text{y} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(\hat{\theta}) = 0$
--

Suficiencia

Un estimador es suficiente si para estimar el parámetro utiliza toda la información de la muestra relacionada con el parámetro.

- Ejemplos de estimadores suficientes serían: \bar{X} , \tilde{S}_X^2 , S_X^2 Y P
- Ejemplos de estimadores insuficientes serían: la moda, la mediana y el rango intercuartílico.

PRACTICA – ESTIMADOR DE UN PARAMETRO Y DISTRIBUCION MUESTRAL

El error típico de un estimador es:

- A) la varianza de la distribución muestral de dicho estadístico.
- B) la desviación típica de la distribución muestral de dicho estadístico.
- C) la desviación típica de la distribución de la variable en la población.

Si para estimar un parámetro, la varianza del estimador E1 es doble que la varianza de otro E2, entonces:

- A) E1 es más eficiente que E2.
- B) E1 es menos eficiente que E2.
- C) ambos estimadores son igualmente eficientes.

Todo estimador es:

- A) es una constante.
- B) una variable aleatoria.
- C) un parámetro.

La distribución muestral hace referencia a la función de probabilidad o de densidad de probabilidad de:

- A) una población normal.
- B) un parámetro.
- C) un estimador.

En la distribución muestral de un estadístico insesgado, los valores más probables:

- A) son aquellos más próximos al verdadero valor del parámetro en la población.
- B) dependen de las muestras sobre las que se ha calculado.
- C) son aquellos que se alejan más de ± 1 desviación típica de la media.



3. Contrastes de hipótesis

La estadística inferencial se basa en el concepto de contraste de hipótesis. Se realiza un contraste de hipótesis para dar una respuesta a un problema del que no se conoce su respuesta, pero se especula entre dos opciones mutuamente excluyentes entre sí: las 2 hipótesis, que se denominan hipótesis nula e hipótesis alternativa.

Llegados a este punto se trata de tomar una decisión, si mantener la hipótesis nula o si desestimarla a favor de la hipótesis alternativa. Cuando se hacen este tipo de toma de decisiones, existe un riesgo de equivocarse, ya que no se dispone de toda la información necesaria para poder responder a la pregunta con total exactitud. Este problema es inherente al campo de estudio que se tiene entre manos, la estadística, cuyas variables no son deterministas. Se trabaja con sistemas estocásticos, en los que una o más variables se comportan de forma aleatoria.

El nivel de error que se acepta de antemano que puede ocurrir se denomina nivel de significación, y representa la probabilidad de equivocarse al tomar la decisión de desestimar la hipótesis nula a favor de la alternativa cuando la nula era la verdadera. Este error se denomina Error de tipo I. Su complemento a 1 se denomina nivel de significación, y representa el porcentaje de casos en los que es previsible que acertemos al tomar la decisión de desestimar la hipótesis nula.

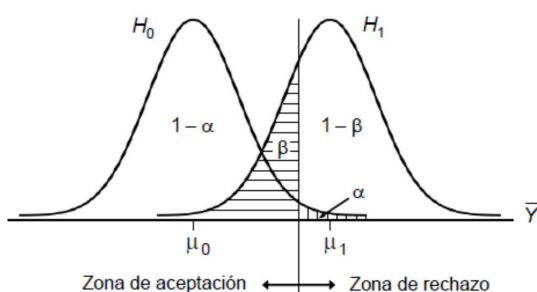
En función del tipo de conjeturas que se planteen en la hipótesis alternativa, un contraste puede ser unilateral o bilateral. Conjeturas que incluyan en símbolo distinto en su hipótesis alternativa, serán de tipo bilateral, mientras aquellas hipótesis alternativas que incluyan los signos mayor que o menor que darán lugar a contrastes unilaterales (izquierdos o derechos dependiendo del signo de la hipótesis alternativa).



4. Error de tipo II y Potencia de un contraste

Además del error de tipo I (α) explicado anteriormente, existe también otro error que puede presentarse al realizar un contraste de hipótesis. Este es el error que ocurriría al equivocarse al aceptar una hipótesis nula que no era verdadera.

Este error, denominado Error de tipo II, en ocasiones puede ser tan importante o más que el error de tipo I. La probabilidad de cometer un error de este tipo no puede calcularse hasta acabado el análisis y se suele denotar con la letra griega beta. Su complemento a 1 recibe el nombre de potencia del contraste, y es un dato de obligatorio cálculo cuando se rechaza una hipótesis nula.



		Realidad sobre H_0	
		Es verdadera	Es falsa
Decisión sobre H_0	Aceptarla	Acierto Probabilidad: $1-\alpha$ (Nivel de confianza)	Error tipo II: <i>Falso positivo</i> Probabilidad: β
	Rechazarla	Error tipo I: <i>Falso negativo</i> Probabilidad: α (Nivel de significación)	Acierto Probabilidad: $1-\beta$ (Potencia del contraste)



5. Factores que afectan a la potencia de un contraste

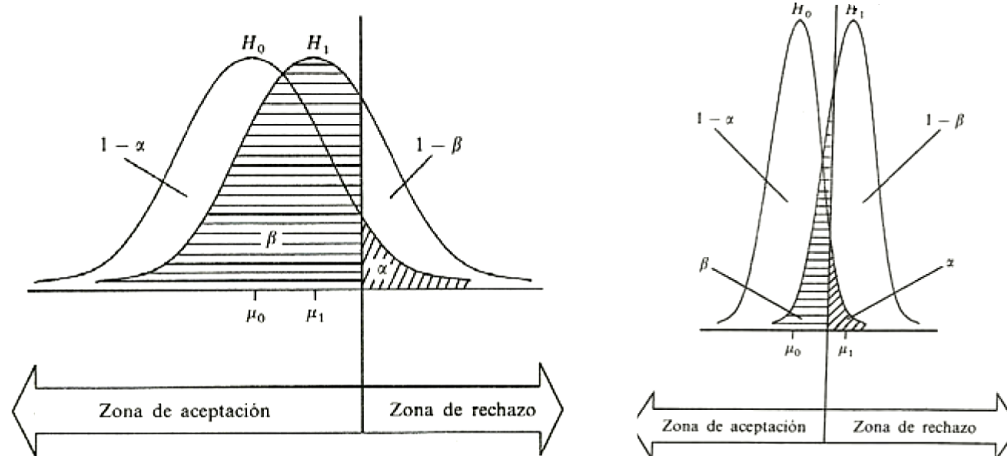
El nivel de significación elegido

El error de tipo I y el error de tipo II son inversos:

- Cuanto mayor es el nivel de significación elegido, menor es el error de tipo II que se puede llegar a cometer y por ende, mayor la potencia del contraste.
- Cuanto menor es el nivel de significación mayor se hace el error de tipo II y por tanto menor la potencia del contraste.

El error típico de la distribución muestral del estadístico

El error típico de la distribución muestral del estadístico ejerce influencia en el ancho de su curva de frecuencias, de forma que cuanto mayor es el error típico, más ancha es la distribución. En paralelo, puede observarse que cuanto mayor es el solapamiento entre las dos curvas, mayor es el tamaño del área β .



Puede observarse en la figura que cuando las curvas tienen mayor error típico, y por tanto son más anchas, mayor es el solapamiento que se produce, y por tanto mayor es el error de tipo II que se puede llegar a cometer

Como se ha visto anteriormente, el error típico es inversamente proporcional al tamaño de la muestra. Esto implica que si se aumenta el tamaño de la muestra se reduce el error típico de la distribución, y en consecuencia la probabilidad de cometer errores de tipo II, lo que conlleva un aumento de la potencia.

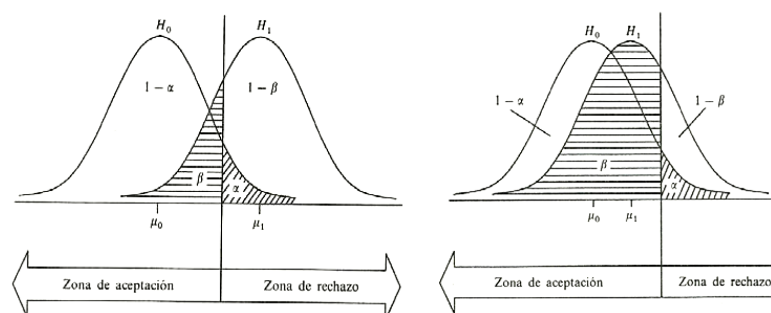


El verdadero valor de H_1

La probabilidad de cometer un error de tipo II depende también de la distancia existente entre los valores μ_0 y μ_1 .

Como puede observarse en la figura siguiente, cuanto más se aleja el valor μ_1 del valor μ_0 , más hacia la derecha se desplaza la curva H_1 , y más pequeña se hace el área β , aumentando la potencia del contraste..

Por el contrario, cuanto más se aproxima el valor de μ_1 al de μ_0 , más hacia la izquierda se desplaza la curva H_1 y más grande se hace el área β , reduciendo la potencia del contraste.



6. Tamaño del efecto

La significación estadística indica un efecto encontrado en una muestra de individuos puede ser o no extrapolable a la población de la que es representativa.

Es un concepto muy diferente de la relevancia científica:

- Cuando los tamaños muestrales son muy grandes, puede llegarse a rechazar H_0 incluso cuando el efecto observado en las muestras sea reducido.
- Por el contrario, cuando los tamaños muestrales son muy reducidos, puede ocurrir que no pueda rechazarse la H_0 aun cuando el efecto detectado en la muestra sea considerable.

El tamaño del efecto es una medida sobre el grado en que el efecto estudiado está presente en la población; es una medida de hasta qué punto la diferencia encontrada es relevante desde un punto de vista científico. Cada análisis estadístico ofrece una forma de calcular el tamaño del efecto:

- Diferencia de medias estandarizada (d de Cohen) para las pruebas T
- Coeficiente de determinación para las regresiones
- Eta cuadrado para los test ANOVA



PRACTICA – CONTR. DE HIPOTESIS, ERRORES Y POTENCIA DE UN CONTRASTE

Supuestos fijos el nivel de significación y el tamaño de la muestra, entonces, al aumentar el tamaño del efecto:

- A) aumenta la probabilidad de error tipo II.
- B) aumenta la probabilidad de error tipo I.
- C) disminuye la probabilidad de error tipo II.

En un contraste bilateral el valor del error máximo siempre es:

- A) negativo.
- B) positivo o negativo.
- C) positivo.

Si la probabilidad de error tipo II es igual a 0,20, entonces necesariamente:

- A) el error tipo I tendrá asociada una probabilidad de 0,80.
- B) la potencia valdrá 0,80.
- C) el nivel de confianza valdrá 0,80.

Supuestos fijos el nivel de significación y el tamaño de la muestra, entonces, al disminuir el tamaño del efecto:

- A) aumenta la probabilidad de error tipo II.
- B) aumenta la probabilidad de error tipo I.
- C) disminuye la probabilidad de error tipo II.

En un contraste de hipótesis, el nivel de confianza es la probabilidad de:

- A) mantener incorrectamente la hipótesis nula.
- B) mantener correctamente la hipótesis nula.
- C) rechazar incorrectamente la hipótesis nula.

Si la probabilidad del error tipo I es igual a 0,15, entonces:

- A) el error tipo II tendrá asociada una probabilidad de 0,85.
- B) el nivel de confianza valdrá 0,85.
- C) la potencia valdrá 0,85.

El estadístico de contraste es:

- A) un resultado poblacional y, por tanto, con distribución muestral desconocida.
- B) un resultado muestral con información empírica relevante sobre lo que se afirma en H_0 y con una distribución muestral conocida.
- C) Igual que la anterior pero con información sobre H_1 .

En un contraste de hipótesis, si el intervalo de confianza para un parámetro contiene el valor propuesto en la hipótesis nula:

- A) rechazaremos necesariamente la hipótesis nula.
- B) mantendremos necesariamente la hipótesis nula.
- C) podremos rechazar o aceptar la hipótesis nula en función del nivel crítico



II. Análisis inferencial con SPSS

SPSS permite realizar infinidad de análisis de carácter inferencial que en última instancia se basan en un contraste de hipótesis. Las hipótesis del contraste no se muestran por SPSS, por lo que es necesario conocer en detalle cuales son las hipótesis asociadas a cada prueba que se vaya a realizar, así como conocer los supuestos que deben cumplirse para poder garantizar que los resultados ofrecidos por SPSS son válidos.

Al realizar cualquier prueba en SPSS que implique un contraste de hipótesis, SPSS mostrará en sus resultados el valor del estadístico de contraste utilizado, así como su significación (bilateral o unilateral según la prueba realizada).

Si el valor de la significación asociada al estadístico de contraste calculado se inferior al nivel de significación del estudio, podrá desestimarse la hipótesis nula H_0 a favor de la alternativa H_1 . De lo contrario, la hipótesis H_0 es la que se deberá mantener.

Cabe recordar nuevamente que cada vez que una hipótesis nula es desestimada, es preciso ofrecer una medida del tamaño del efecto detectado, así como de la potencia del contraste.



1. Prueba T para 1 muestra

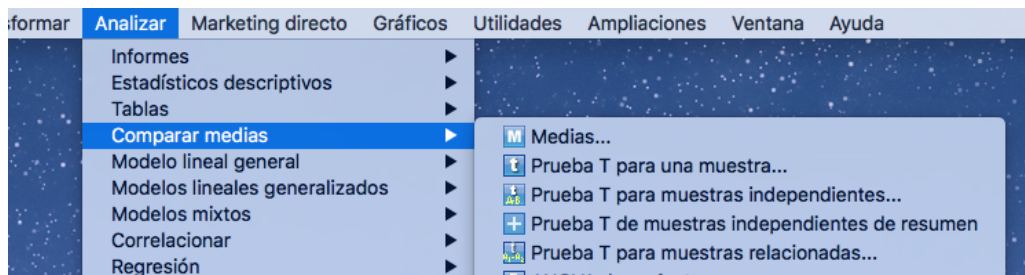
La prueba T para una muestra permite determinar si una muestra, para la que se han medido los valores de una determinada variable, puede proceder de una población que siga una distribución cuya media para la variable medida posea una determinada media k .

Las hipótesis para la prueba de T de una muestra son:

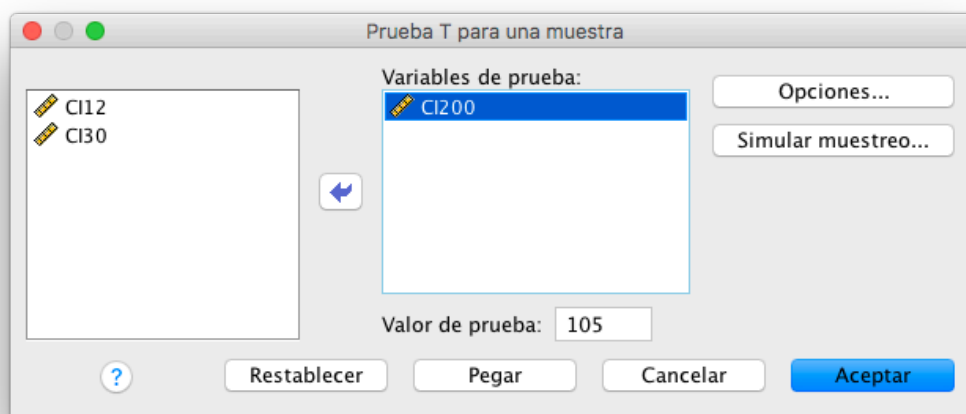
$$H_0 = \mu_A = k$$

$$H_1 = \mu_A \neq k$$

SPSS permite realizar esta prueba seleccionando en la opción de menú **Analizar > Comparar medias > Prueba T para una muestra...**



Al pulsar sobre esta opción, aparece una pantalla donde se pueden elegir las variables sobre las que se desea ejecutar la prueba, así como el valor k elegido para el análisis.



El botón Opciones permite seleccionar el nivel de significación que se desea utilizar para el estudio.

Pulsando sobre el botón Aceptar, se mostrarán los resultados del análisis. SPSS mostrará entonces en su visor de resultados 2 tablas. En la primera se pueden consultar los estadísticos Media y Desviación estándar encontrados para la variable en la muestra analizada.



Estadísticas de muestra única

	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
CI200	200	103,0365	13,69644	,96848

La segunda tabla muestra el resultado del análisis realizado, en la que pueden consultarse los siguientes datos:

- T: Valor del estadístico de contraste T obtenido en el análisis
- Gl: Grados de libertad del estadístico de contraste
- Sig (bilateral): Probabilidad de encontrar un valor mayor en valor absoluto que el estadístico de contraste obtenido
- Diferencia encontrada entre la media de la muestra y el valor de comparación k
- Límites del intervalo de confianza: Intervalo de confianza donde se espera encontrar la media con el nivel de significación establecido.

Prueba de muestra única

Valor de prueba = 105

	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
					Inferior	Superior
CI200	-2,027	199	,044	-1,96354	-3,8733	-,0537

Bastará con comprobar si el nivel de significación obtenido en la tabla es mayor que el nivel de significación del estudio para decidir mantener la hipótesis nula H_0 y concluir que la muestra puede haberse obtenido de una población no media k.

Supuestos de la prueba T para 1 muestra:

Para poder aplicar la prueba T de forma exitosa, es necesario que la variable analizada se distribuya según una normal, o de lo contrario, disponer de una muestra con al menos 30 casos.



2. Prueba T para 2 muestras

La prueba T para dos muestras permite determinar si dos muestras, para la que se han medido los valores de una determinada variable, muestran una diferencia de medias a nivel poblacional estadísticamente significativa.

Las hipótesis para la prueba de T de una muestra son:

$$H_0 = \mu_A - \mu_B = 0$$

$$H_1 = \mu_A \neq \mu_B = 0$$

Dependiendo del tipo de muestras con el que se trabaje, se hablará de prueba T para muestras independientes o para muestras relacionadas.

i. Prueba de igualdad de varianzas de Levene

Muchos análisis estadísticos, como algunas pruebas T, funcionan bajo el supuesto de que muestras de poblaciones con diferentes medias tienen la misma varianza. La prueba de igualdad de varianzas de Levene permite comprobar la igualdad de las varianzas entre distintas poblaciones o niveles de factores.

Las hipótesis para la prueba de Levene son:

H_0 : Todas las varianzas son iguales

H_1 : Todas las varianzas NO son iguales

En los análisis donde sea necesario realizar una prueba de igualdad de varianzas, SPSS mostrará el resultado de la prueba de Levene, mediante una tabla como la siguiente:

Prueba de Levene de igualdad de varianzas

F	Sig.
7,187	,009

En ella debe observarse el valor de la significación obtenido. Si la significación es mayor a la establecida en el estudio (habitualmente 0.05) se puede asumir la igualdad de varianzas de las poblaciones de estudio.



ii. Prueba T para 2 muestras independientes

Cuando las muestras representan a dos grupos o poblaciones diferentes entre sí, se aplica en procedimiento de muestras independientes. La forma de determinar el resultado del análisis dependerá de si puede asumirse que las varianzas de las poblaciones estudiadas son homogéneas o no.

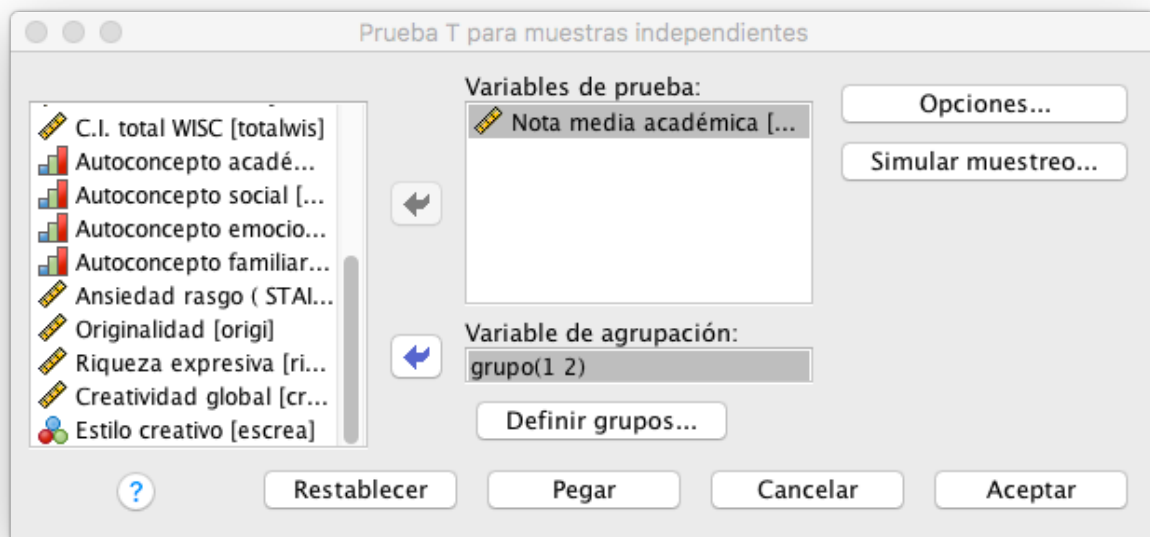
Supuestos:

Para poder aplicar este método de forma satisfactoria se requiere que la variable estudiada siga una distribución normal en los dos grupos o poblaciones. De no ser así, se requiere que las muestras sean al menos de 20 ó 25 sujetos y que las distribuciones sean simétricas.

Prueba T para 2 muestras asumiendo varianzas iguales

SPSS permite realizar esta prueba seleccionando en la opción de menú **Analizar > Comparar medias > Prueba T para muestras independientes...**

Al pulsar sobre esta opción, aparece una pantalla donde se pueden elegir las variables sobre las que se desea ejecutar la prueba, así como la variable que contiene la información para clasificar los casos en 2 grupos.



El botón Definir grupos permite definir los valores de la variable de agrupación que definirán los grupos de estudio. Por su parte, el botón Opciones permite seleccionar el nivel de significación que se desea utilizar para el estudio.



Pulsando sobre el botón Aceptar, se mostrarán los resultados del análisis. SPSS mostrará entonces en su visor de resultados 2 tablas. En la primera se pueden consultar los estadísticos Media y Desviación estándar encontrados para la variable en las muestras analizadas.

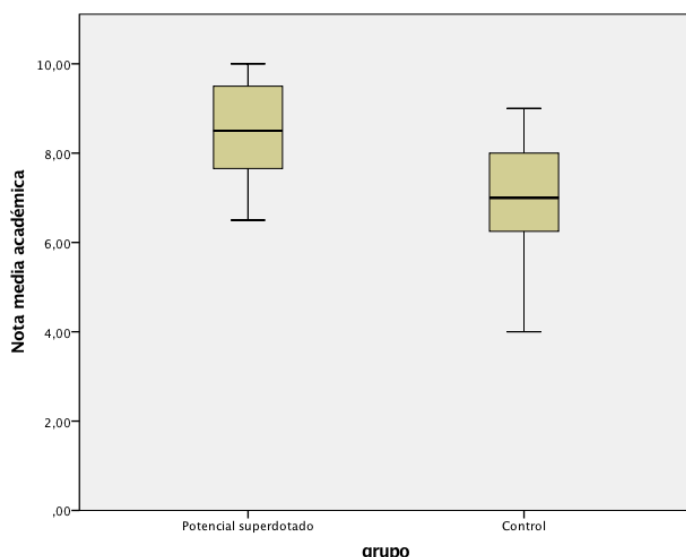
Estadísticas de grupo

	grupo	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Nota media académica	Potencial superdotado	53	8,5455	1,07227	,14729
	Control	47	6,9309	1,33789	,19515

La segunda tabla muestra el resultado del análisis realizado, en la que pueden consultarse los siguientes datos:

- Prueba de igualdad de Variazas de Levene: que permite comprobar la hipótesis nula de igualdad de varianzas
- T: Valor del estadístico de contraste T obtenido en el análisis
- Gl: Grados de libertad del estadístico de contraste
- Sig (bilateral): Probabilidad de encontrar un valor mayor en valor absoluto que el estadístico de contraste obtenido
- Diferencia encontrada entre las medias de ambos grupos
- Límites del intervalo de confianza: Intervalo de confianza donde se espera que se encontrar la diferencia de ambas medias, con el nivel de significación establecido.

En función del resultado de la prueba de Levene, bastará con comprobar si el nivel de significación obtenido en la tabla es mayor que el nivel de significación del estudio para decidir mantener la hipótesis nula H_0 y concluir que no puede afirmarse que las muestras presenten diferencias estadísticamente significativas en sus medias a nivel poblacional.



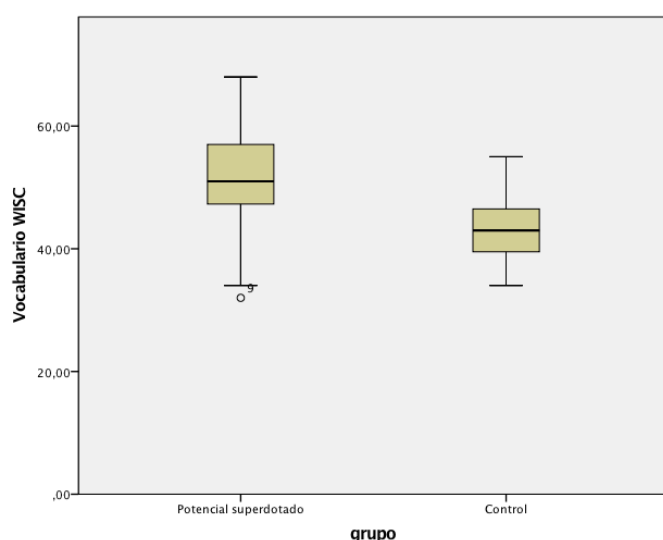
En el ejemplo mostrado, se muestra una variable medida para dos grupos. En el gráfico de caja y bigote puede comprobarse que las medias son diferentes en las muestras. Para determinar si esa diferencia es estadísticamente significativa a nivel poblacional se analizan los resultados de la prueba T para muestras independientes.



En este caso puede comprobarse que el nivel de significación de la prueba de Levene es mayor que el nivel de significación del estudio (0.05), por lo que se puede asumir que las varianzas son iguales. Por tanto, se trabajará con la primera fila de la tabla, la que muestra el resultado del análisis asumiendo varianzas iguales. Como se puede comprobar, el nivel de significación para la prueba T en este caso es de 0.000, pudiendo rechazarse la hipótesis nula y concluir que ambos grupos presentan diferencias estadísticamente significativas en sus medias a nivel poblacional.

Prueba de muestras independientes										
		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
Nota media académica	Se asumen varianzas iguales	1,162	,284	6,692	98	,000	1,61466	,24129	1,13583	2,09349
	No se asumen varianzas iguales			6,604	88,056	,000	1,61466	,24449	1,12879	2,10054

Prueba T para 2 muestras NO asumiendo varianzas iguales



En este otro ejemplo, se muestra otra variable medida para dos grupos. En la primera tabla que muestra SPSS así como en el gráfico de caja y bigote puede comprobarse que las medias son diferentes en las muestras. Para determinar si esa diferencia es estadísticamente significativa a nivel poblacional se analizan los resultados de la prueba T para muestras independientes.

Estadísticas de grupo

grupo		N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Vocabulario WISC	Potencial superdotado	45	51,0476	7,24585	1,08015
	Control	55	43,3818	4,78226	,64484

En este caso puede comprobarse que el nivel de significación de la prueba de Levene es inferior al nivel de significación del estudio (0.05), por lo que NO se puede asumir que las varianzas son iguales. Por tanto, se trabajará con la segunda fila de la tabla, la que muestra el resultado del análisis NO asumiendo varianzas iguales. Como se puede comprobar, el nivel de significación para la prueba T en este caso es de 0.000, pudiendo rechazarse la hipótesis nula y concluir que ambos grupos presentan diferencias estadísticamente significativas en sus medias a nivel poblacional.



Prueba de muestras independientes									
		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias					
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia
									Inferior Superior
Vocabulario WISC	Se asumen varianzas iguales	6,464	,013	6,341	98	,000	7,66574	1,20896	5,26659 10,06488
	No se asumen varianzas iguales			6,094	73,360	,000	7,66574	1,25799	5,15877 10,17270

PRACTICA – PRUEBA T PARA 2 MUESTRAS INDEPENDIENTES

Si al comprobar la diferencia de medias en la población el coeficiente de correlación entre las puntuaciones es nulo, entonces:

- A) tiene sentido aplicar un estadístico de diferencia de medias con muestras dependientes.
- B) tiene sentido aplicar un estadístico de diferencia de medias con muestras independientes.
- C) no se puede aplicar ningún estadístico de diferencia de medias.

Si el intervalo de confianza bilateral construido para estimar la diferencia de medias, con muestras independientes es $(-1,86; 20,137)$, entonces en la prueba de significación:

- A) mantendríamos la hipótesis nula.
- B) rechazaríamos la hipótesis nula.
- C) no disponemos de suficiente información para decidir sobre la hipótesis nula.

Para estimar el tamaño del efecto, d , en el contraste sobre diferencia de medias, muestras independientes, se:

- A) tipifica o estandariza la diferencia de las medias poblacionales.
- B) tipifica o estandariza la diferencia de las medias de las muestras.
- C) tipifica o estandariza la diferencia de las varianzas de las muestras.

En el contraste de diferencias de medias con muestras independientes se impone como condición:

- A) que las varianzas sean desiguales.
- B) que las dos poblaciones sean normales.
- C) no se impone condición alguna.

Si el intervalo de confianza bilateral de la diferencia de medias con muestras independientes es $(-1,5; -0,5)$, entonces al hacer la prueba de significación acerca de la diferencia de las medias:

- A) mantendremos la hipótesis nula.
- B) no mantendremos la hipótesis nula.
- C) no disponemos de información suficiente para decidir sobre la hipótesis nula.



En un contraste sobre diferencia de medias, la probabilidad de encontrar una diferencia que existe en la población es:

- A) el nivel de significación.
- B) la potencia.
- C) el nivel de confianza.

En un contraste de hipótesis sobre diferencia de medias, al disminuir el tamaño del efecto (manteniendo fijo α y n):

- A) aumenta la probabilidad de rechazar correctamente la hipótesis nula.
- B) disminuye la probabilidad de rechazar incorrectamente la hipótesis nula.
- C) aumenta la probabilidad de mantener incorrectamente la hipótesis nula.

Para calcular el valor de los límites del intervalo de confianza de una diferencia de medias, a un nivel de confianza dado, es necesario:

- A) conocer los parámetros y el error máximo asociado.
- B) conocer los estadísticos y el error máximo asociado.
- C) se puede utilizar tanto A) como B).

Para estimar el tamaño del efecto en el contraste sobre diferencia de medias, muestras independientes y desconocida las varianzas poblacionales, se suele:

- A) tipificar o estandarizar la diferencia de las medias poblacionales.
- B) tipificar o estandarizar la diferencia de las medias de las muestras.
- C) tipificar o estandarizar la diferencia de las varianzas de las muestras.

Los contrastes de hipótesis acerca de diferencia de dos medias:

- A) siempre son bilaterales.
- B) siempre son unilateral derecho.
- C) pueden ser unilaterales o bilaterales.

En un contraste de diferencia de medias, muestras independientes, pretendemos comprobar el nivel de ansiedad ante los exámenes de Estadística. Para ello se seleccionaron dos m.a.s. de tamaños $n_1=50$ y $n_2=50$. Si las medias de las muestras fueron, respectivamente, 70 y 75:

- A) ello implicará necesariamente que mantendremos $H_0: \mu_1 = \mu_2$.
- B) ello implicará necesariamente que no mantendremos $H_0: \mu_1 = \mu_2$.
- C) no existen datos suficientes para concluir adecuadamente sobre $H_0: \mu_1 = \mu_2$.



iii. Prueba T para 2 muestras relacionadas

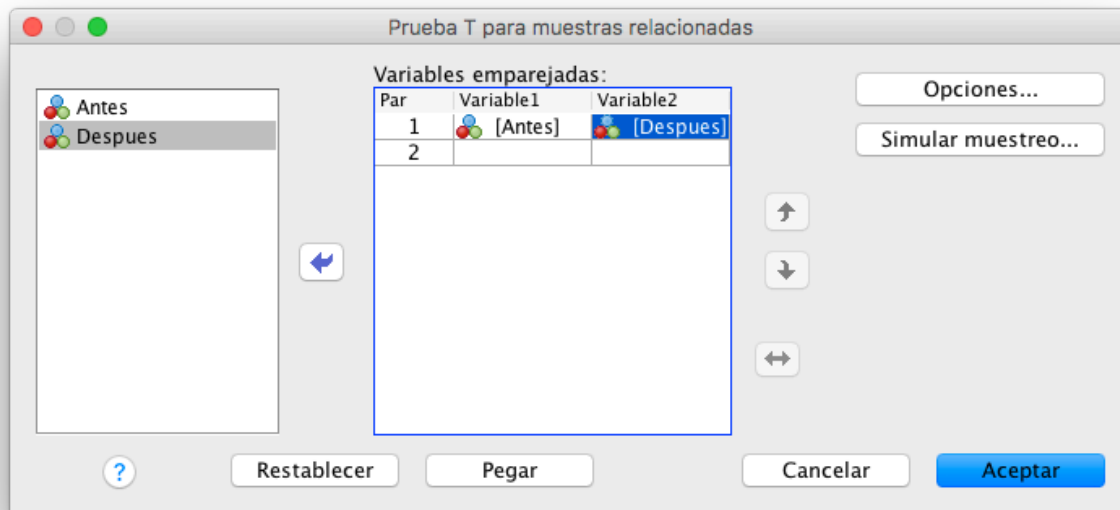
Cuando solamente se tiene una muestra para la que se mide una variable en dos momentos distintos del tiempo, se aplica en procedimiento de muestras relacionadas.

Supuestos:

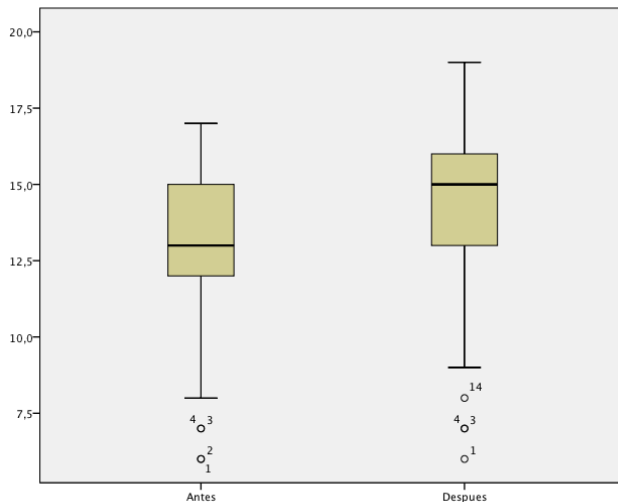
Para poder aplicar este método de forma satisfactoria se requiere que la variable DIFERENCIA ENTRE PUNTUACIONES ANTES Y DESPUES DE CADA SUJETO siga una distribución normal en la población. De no ser así, se requiere que las muestras sean al menos de 20 ó 25 sujetos y que en la medida de lo posible las distribución sean simétrica.

SPSS permite realizar esta prueba seleccionando en la opción de menú **Analizar > Comparar medias > Prueba T para muestras relacionadas...**

Al pulsar sobre esta opción, aparece una pantalla donde se pueden elegir las variables sobre las que se desea ejecutar la prueba, así como la variable que contiene la información para clasificar los casos en 2 grupos.



En dicha pantalla se establece la variable que tiene la puntuación medida en el instante 1 y la que contiene la puntuación medida en el instante 2. El botón opciones permite elegir el nivel de significación del estudio.



En el ejemplo siguiente puede observarse que las medias medidas para un grupo de sujetos en dos instantes de tiempo difieren entre si en 1,315 puntos. Lo que se pretende es ver si hay evidencia estadísticamente significativa de que esa diferencia se vaya a mantener en la población.

La primera tabla que muestra SPSS permite observar los valores medios del antes y el después junto con sus desviaciones típicas.

Estadísticas de muestras emparejadas

		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Antes	13,20	235	2,296	,150
	Despues	14,51	235	2,469	,161

La segunda tabla es la que muestra el resultado de la prueba T. En ella se observan los siguientes datos:

- T: Valor del estadístico de contraste T obtenido en el análisis
- Gl: Grados de libertad del estadístico de contraste
- Sig (bilateral): Probabilidad de encontrar un valor mayor en valor absoluto que el estadístico de contraste obtenido
- Diferencia encontrada entre los dos momentos de tiempo
- Límites del intervalo de confianza: Intervalo de confianza donde se espera que se encontrar la diferencia de ambas medias, con el nivel de significación establecido.

Prueba de muestras emparejadas

		Diferencias emparejadas							
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia		t	gl	Sig. (bilateral)
					Inferior	Superior			
Par 1	Antes - Despues	-1,315	2,216	,145	-1,600	-1,030	-9,098	234	,000

Como se puede comprobar, el nivel de significación para la prueba T en este caso es de 0.000, pudiendo rechazarse la hipótesis nula y concluir que el grupo de estudio presenta diferencias estadísticamente significativas en su media a nivel poblacional.



PRACTICA – PRUEBA T PARA MUESTRAS RELACIONADAS

En un contraste de diferencias de medias con muestras relacionadas se exige, entre otras condiciones, que:

- A) las varianzas de las muestras sean iguales
- B) las varianzas de las subpoblaciones sean iguales
- C) la población de las diferencias sea normal

Si el intervalo de confianza bilateral construido para contrastar la diferencia de medias con muestras relacionadas es (11,86; 20,137), entonces:

- A) mantendremos la hipótesis nula.
- B) rechazaremos la hipótesis nula.
- C) no disponemos de suficiente información para decidir sobre la hipótesis nula.

Los contrastes de diferencias de medias con muestras relacionadas, reciben el nombre de:

- A) diseños intersujetos.
- B) medidas repetidas o muestras dependientes.
- C) muestras independientes.

En un contraste unilateral derecho de medias con muestras relacionadas, con un nivel de confianza de 0,95, la distribución del estadístico de contraste se puede dividir en:

- A) dos zonas, una de aceptación con una probabilidad asociada de 0,95 y otra de rechazo con una probabilidad asociada de 0,025.
- B) dos zonas, una de aceptación con una probabilidad asociada de 0,95 y otra de rechazo con una probabilidad asociada de 0,05.
- C) tres zonas, una de aceptación con una probabilidad asociada de 0,95 y dos de rechazo con una probabilidad asociada de 0,025 cada una.

Si al estimar el parámetro de una diferencia de medias con muestras relacionadas afirmamos que, con una probabilidad de 0,95, el estadístico no distará del parámetro más de 2 unidades, entonces:

- A) la amplitud del intervalo de confianza es 2.
- B) la amplitud del intervalo de confianza es 4.
- C) no hay información para saber la amplitud del intervalo de confianza.

Para comprobar el efecto de una técnica para mejorar la velocidad lectora de niños de 7 años, se ha aplicado dicha técnica a una muestra aleatoria simple de 40 niños. Éstos son evaluados al principio y al final del curso en la velocidad lectora media. Para comprobar si la técnica ha sido efectiva, debemos realizar un contraste de hipótesis sobre:

- A) diferencia de medias, medidas independientes.
- B) diferencia de medias, medidas relacionadas.
- C) igualdad de proporciones.



3. Prueba de Kolmogorov-Smirnov

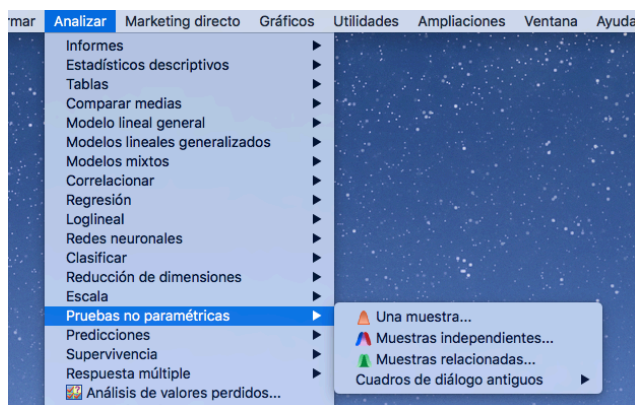
La prueba de Kolmogorov-Smirnov es una prueba no paramétrica de bondad de ajuste, es decir, permite determinar el grado en que dos distribuciones difieren entre sí.

En la práctica es una prueba que se suele utilizar para determinar si una muestra puede provenir de una población que siga una distribución conocida, como puede ser una distribución normal o de Poisson.

Las hipótesis para la prueba de Kolmogorov-Smirnov son:

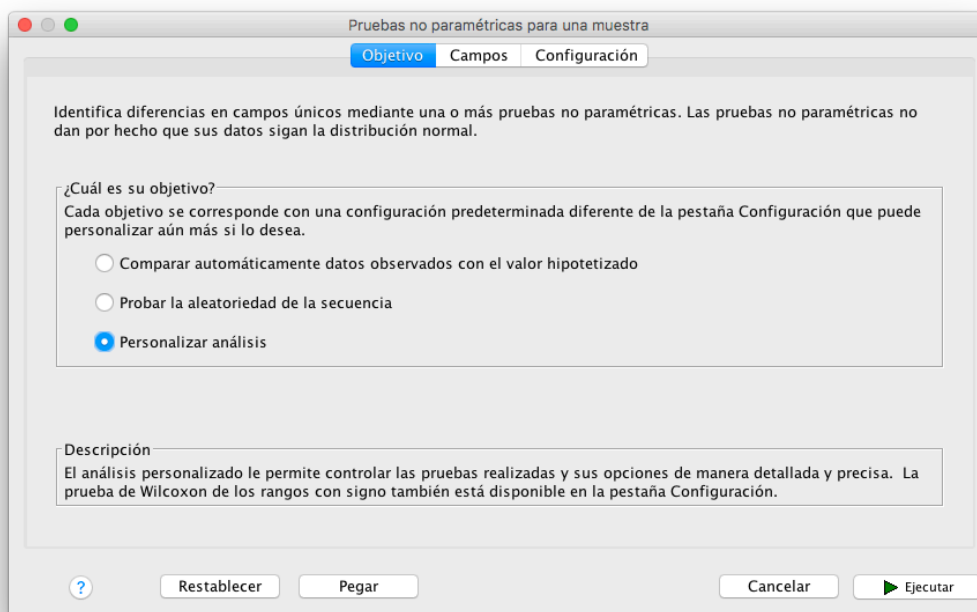
H_0 : La muestra puede provenir de una población que siga la distribución contrastada

H_1 : La muestra NO puede provenir de una población que siga la distribución contrastada



SPSS permite realizar esta prueba seleccionando en la opción de menú **Analizar > Pruebas no paramétricas > Una muestra...**

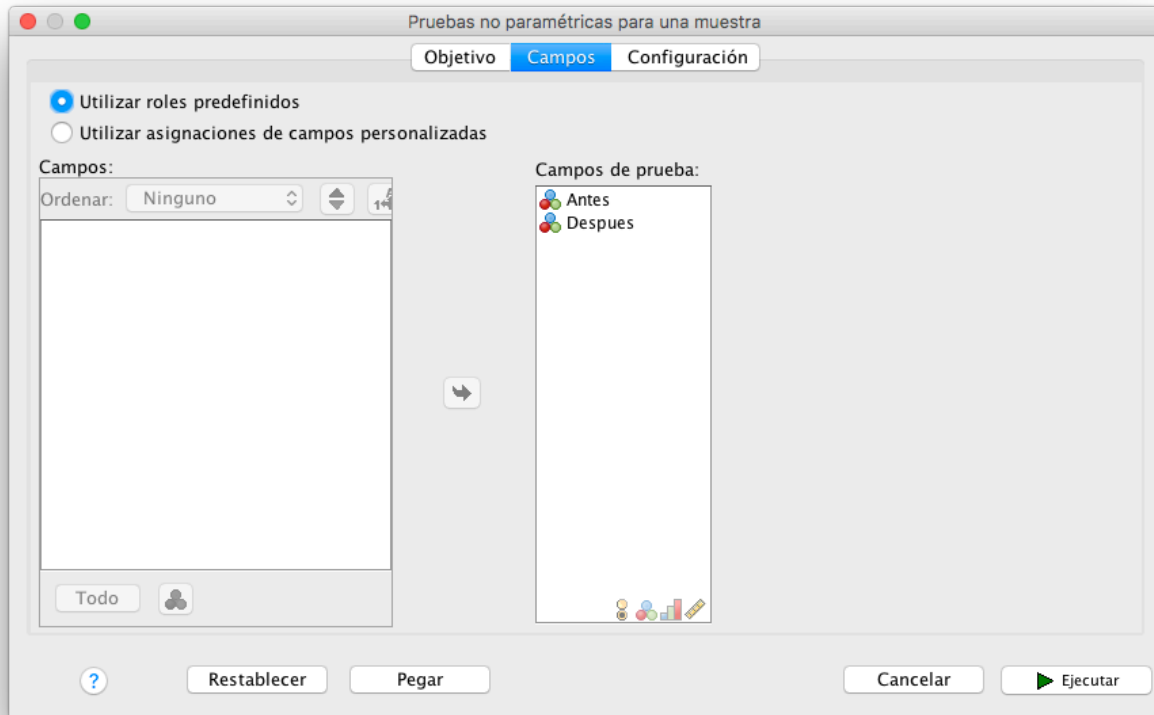
Al pulsar sobre esta opción, aparece una pantalla donde se pueden elegir distintas pruebas, entre las que se incluye la prueba de Kolmogorov-Smirnov.



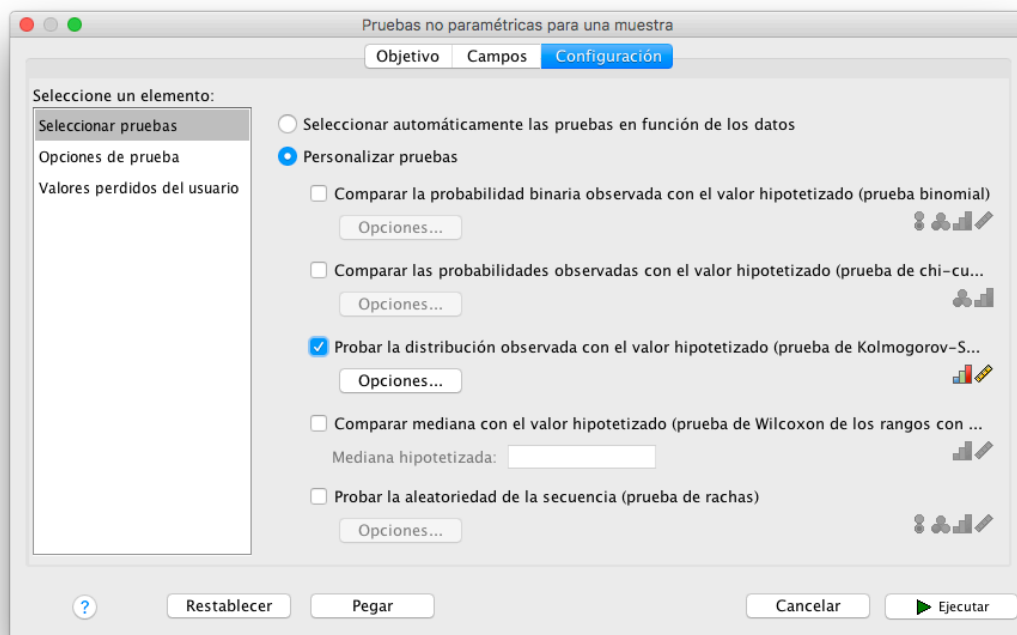


En esta pantalla elegiremos la opción de personalizar el análisis.

Después en la pestaña campos, elegiremos las variables sobre las que queremos efectuar la prueba de Kolmogorov.



Posteriormente en configuración se selecciona la prueba de Kolmogorov-Smirnov. En el botón Opciones se establece el tipo de distribución que se quiere contrastar: Normal, Poisson, etc.





Por último, en Opciones de la prueba se establecerá el nivel de significación del estudio en el que se esté trabajando (habitualmente un 95%). Después en la pestaña campos, elegiremos las variables sobre las que queremos efectuar la prueba de Kolmogorov

The dialog box is titled 'Opciones de prueba de Kolmogorov-Smirnov'. It contains three sections for 'Distribuciones hipotetizadas':

- Normal** (checked):
 - Parámetros de distribución:
 - ☒ Utilizar datos muestrales
 - ☐ Personalizado
 - Media: 0, Desv. estándar: 1
- Uniforme** (unchecked):
 - Parámetros de distribución:
 - ☐ Utilizar datos muestrales
 - ☐ Personalizado
 - Mín: 0, Máx: 1
- Exponencial** (unchecked):
 - Media:
 - ☐ Media muestral
 - ☐ Personalizado
 - Media: 0
- Poisson** (unchecked):
 - Media:
 - ☐ Media muestral
 - ☐ Personalizado
 - Media: 0

Buttons at the bottom: Ayuda, Cancelar, Aceptar.

The dialog box is titled 'Pruebas no paramétricas para una muestra'. It has three tabs: 'Objetivo', 'Campos', and 'Configuración' (selected).

On the left, under 'Seleccione un elemento:', there is a list box containing:

- Seleccionar pruebas
- Opciones de prueba (highlighted)
- Valores perdidos del usuario

On the right, the 'Configuración' tab shows:

- Nivel de significación: 0,05
- Intervalo de confianza (%): 95,0
- Casos excluidos:
 - ☒ Excluir casos según prueba
 - ☐ Excluir casos según lista

Buttons at the bottom: ? (help), Restablecer, Pegar, Cancelar, Ejecutar.



Al pulsar sobre el botón Aceptar, SPSS mostrará una tabla como la siguiente:

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Prueba	Sig.	Decisión
1	La distribución de Altura es normal con la media 170 y la desviación estándar 5,331.	Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra	,200 ^{1,2}	Retener la hipótesis nula.
2	La distribución de Peso es normal con la media 74,29 y la desviación estándar 5,357.	Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra	10,000 ¹	Rechazar la hipótesis nula.

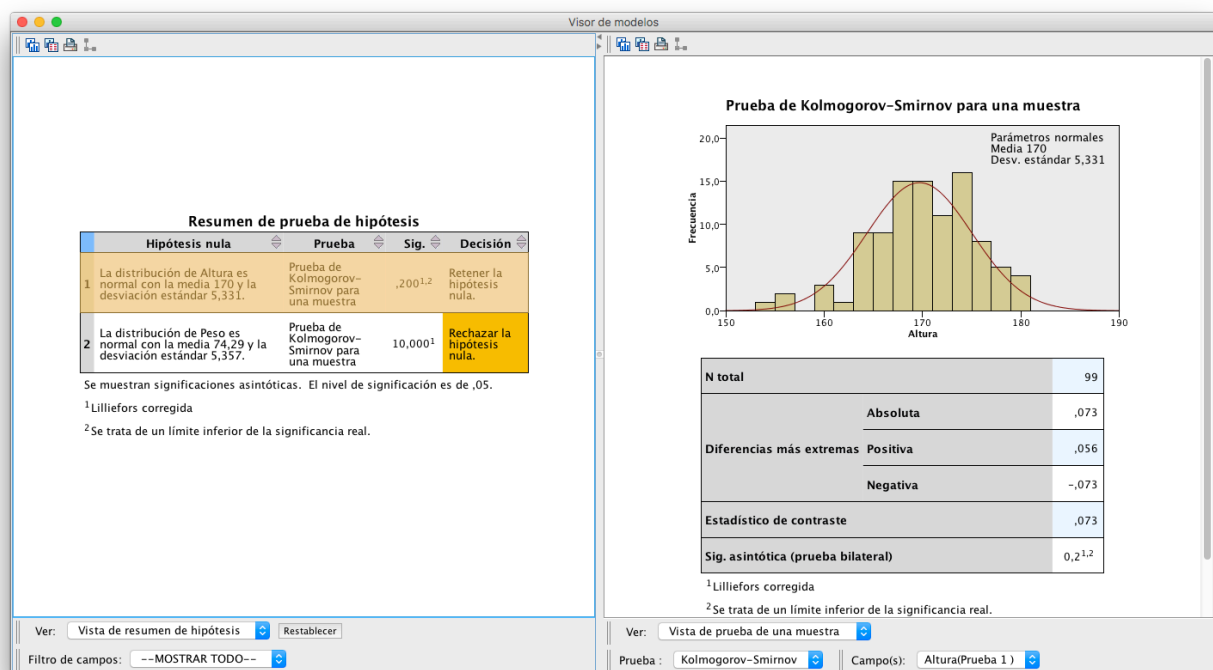
Se muestran significaciones asintóticas. El nivel de significación es de ,05.

¹Lilliefors corregida

²Se trata de un límite inferior de la significancia real.

En ella se puede observar la hipótesis nula del contraste, así como el nivel de significación obtenido en el contraste y la decisión que se debe tomar.

Haciendo doble clic sobre dicha tabla, SPSS mostrará una ventana nueva con información ampliada sobre la prueba realizada.





PRACTICA – PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

El supuesto de normalidad en la prueba t para una muestra se cumple si la hipótesis nula en la prueba de Kolmogorov-Smirnov correspondiente a esta muestra es:

- A) verdadera.
- B) falsa.
- C) no existe relación entre el supuesto de normalidad de la prueba t y la hipótesis nula en la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

En la prueba de bondad de ajuste a la normal mediante Kolmogorov-Smirnov, si el valor del estadístico de contraste resulta significativo, entonces:

- A) rechazamos que la distribución sea normal.
- B) mantenemos que la distribución es normal.
- C) no concluimos nada.

Una prueba de Kolmogorov-Smirnov de bondad de ajuste a la distribución normal, con $Z_k-s=2,89$ ($p<0,000$), nos lleva a concluir que:

- A) existe ajuste de la distribución empírica a la distribución normal.
- B) no se cumple el supuesto de normalidad.
- C) debemos mantener la hipótesis nula.